

Nombre: \_\_\_\_\_

– Control de prácticas –

1. Se considera el problema de Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 1 - 10y, \\ y(0) = 1. \end{cases} \quad (1)$$

a) Escriba un programa python que resuelva la ecuación diferencial usando el método RK cuyo tablero de Butcher es:

$$\begin{array}{c|c} 1/3 & 1/3 \\ \hline & 1 \end{array} \quad (2)$$

**Indicación.** Al ser lineal la ecuación diferencial, la ecuación a resolver para calcular la etapa  $y_k^{(1)}$  es también lineal: despégela y use la expresión resultante en el programa. Puede usar el reverso de la hoja del enunciado para entregar la expresión del esquema.

b) Aplique el programa realizado al problema (1) en el intervalo  $[0, 2]$  tomando particiones uniformes de  $N = 20, 40, 80, 160$  subintervalos. Calcule y ponga en pantalla los errores cometidos y estime el orden del método. Compare la gráfica de la solución exacta con las distintas aproximaciones numéricas obtenidas.

2. Se considera el problema de Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 29y = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = -2, \end{cases} \quad (3)$$

cuya solución exacta es

$$y(t) = e^{-2t} \cos(5t). \quad (4)$$

Resuelva numéricamente el problema en el intervalo  $[0, 5]$ . Para ello, escriba la ecuación diferencial de segundo orden en forma equivalente como un sistema de dos ecuaciones de primer orden y aplique el método encajado RK1(2), cuyo tablero de Butcher es:

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ \hline & 1 & 0 \\ \hline & 0 & 1 \end{array}$$

Tome  $h_0 = 0.003$ , tolerancia  $\epsilon = 10^{-5}$ , paso mínimo  $10^{-5}$  y paso máximo 0.1. Obtenga y ponga en pantalla:

- el error cometido;
- el tiempo de cálculo;
- los pasos mínimo y máximo utilizados;
- el número total de pasos.

Usando el comando subplot, dibuje en una única figura:

- la gráfica de la solución exacta  $y(t)$  y la aproximación obtenida;

- la gráfica de los pasos  $h_k$  utilizados frente al tiempo  $t_k$ . ¿Encuentra alguna razón que explique la forma de esta gráfica?
3. Resuelva el problema (3) en el intervalo  $[0, 5]$ . Para ello, escriba la ecuación diferencial de segundo orden en forma equivalente como un sistema de dos ecuaciones de primer orden y aplique el método BDF2

$$y_{k+1} - \frac{4}{3}y_k + \frac{1}{3}y_{k-1} = \frac{2h}{3}f_{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

con una partición uniforme de  $N = 100$  subintervalos. Use el método de Heun para arrancar. Para calcular  $y_{k+1}$  use el método de punto fijo tomando como semilla  $y_k$ . Detenga la iteración de punto fijo cuando dos términos de la sucesión que se genera disten menos de  $10^{-12}$  o cuando el número de iteraciones llegue a 200. En este último caso, se debe advertir en pantalla de que el método de punto fijo tiene problemas para converger. Sabiendo que la solución exacta es (4), obtenga y ponga en pantalla:

- el error cometido;
- el tiempo de cálculo;
- el número máximo de iteraciones realizadas por el método del punto fijo.

Compare la gráfica de la solución exacta con la de la aproximación obtenida.

4. Use los programas vistos en clase para estudiar gráficamente la región de estabilidad absoluta del método RK cuyo tablero es (2) y del método multipasos (5). Calcule los autovalores del sistema lineal equivalente a la ecuación diferencial de segundo orden. Estime gráficamente para qué valores de  $h$  pueden encontrarse oscilaciones no controladas en la solución numérica obtenida al aplicar los métodos (2) y (5) al problema (3). Si ha hecho los ejercicios 2 o 3, comente si los resultados encontrados confirman esta estimación.

#### Instrucciones:

- Si se presenta a la primera parte, tiene que hacer los ejercicios 1 y 2.
- Si se presenta a la segunda parte, tiene que hacer los ejercicios 3 y 4.
- Si se presenta a todo, tiene que hacer los ejercicios 1 y 4, y uno a elegir entre el 2 y el 3.
- Entregue la hoja de examen con su nombre y un único fichero **control.py SIN COMPRIMIR** a través del campus. El fichero tiene que contener los programas hechos para resolver los ejercicios así como las instrucciones para ejecutarlos y los comentarios que quiera hacer.

- Separe las gráficas que corresponden a distintos apartados. Recuerde que se pueden crear nuevas ventanas gráficas desde el programa usando la instrucción:

`figure('Nombre')`

Esta instrucción crea una nueva ventana gráfica con el título Nombre.

- El fichero **control.py** tiene que estar hecho de manera que, cuando se ejecute (es decir, cuando se le da al triángulo verde en Spyder) se ejecuten los programas, salga en pantalla lo que se pide y se generen las gráficas que se piden **sin que sea necesario tener que quitar comentarios** o escribir líneas nuevas. **Sólo se evaluarán las partes del ejercicio que se ejecuten automáticamente al ejecutar el fichero:** si hay líneas de programa comentadas se interpretará que no se desea que sean corregidas, salvo que sean comentarios sobre los resultados.