

– Control de prácticas –

1. El latido del corazón humano puede modelarse con el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \varepsilon x' = -(x^3 - ax + c), \\ c' = x, \end{cases}$$

donde  $x(t)$  es el desplazamiento desde el equilibrio de una fibra muscular cardíaca,  $c(t)$  es la concentración de un cierto control químico en el instante  $t$ , y  $\varepsilon, a$  son constantes positivas. Puesto que los niveles de  $c$  determinan la contracción y la relajación de las fibras musculares, podemos considerar que  $c$  es un estímulo y  $x$  una respuesta. Se supone que  $a = 3$  y que los valores iniciales son:

$$x(0) = 1.7, \quad c(0) = 0.3.$$

Una característica importante del latido cardíaco (sano) es su periodicidad, lo que debería reflejarse en las gráficas que se piden a continuación.

- a) Supongamos que  $\varepsilon = 1$ . Calcule  $x(t)$  y  $c(t)$  para  $0 \leq t \leq 30$  utilizando el método RK4 con  $N = 150$  pasos. Represente gráficamente en una única figura, utilizando la instrucción `subplot` de Python:

- las aproximaciones obtenidas para  $x(t)$  y  $c(t)$ ;
- la trayectoria en el plano de fases.

¿Cuál parece ser el periodo de oscilación?

- b) Repita el apartado anterior con

- $\varepsilon = 0.4$  y  $N = 150$ ;
- $\varepsilon = 0.4$  y  $N = 300$ .

Comente los resultados.

2. **Problema voluntario** La población de antílopes en Sudáfrica puede modelarse por la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = (1 - \mu \sin(t)x)x, \quad (1)$$

siendo  $\mu > 0$  un parámetro. Supongamos que  $x(0) = 3$ .

- a) Aproxime numéricamente la solución de (1) para  $0 \leq t \leq 2$ , con  $\mu = 1, 10$  y  $50$ . Utilice para ello el método de Euler explícito con  $N = 20$  pasos. Comente brevemente los resultados.
- b) Resuelva de nuevo el problema del apartado anterior pero utilice ahora el método Runge-Kutta con tablero de Butcher

$$\begin{array}{c|cc} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

Si necesita resolver alguna ecuación o sistema no lineales, utilice una iteración de punto fijo.

### Instrucciones:

- Entregad un único fichero .py que contenga los programas hechos para resolver el Ejercicio 1 así como las instrucciones para ejecutarlos y los comentarios que queráis hacer.
- Si hacéis el ejercicio voluntario, entregad otro fichero .py con los problemas, instrucciones y comentarios.
- Entregad el fichero .py (o los dos, en caso de hacer el voluntario) a través del campus **SIN COMPRIMIR**, para evitar posibles problemas de descompresión.
- Los ficheros .py que contienen cada ejercicio tienen que estar hechos de manera que, cuando se ejecutan (es decir, cuando se le da al triángulo verde en Spyder) se ejecuten los programas, salga en pantalla lo que se pide y se generen las gráficas que se piden **sin que sea necesario tener que quitar comentarios** o escribir líneas nuevas. **Sólo se evaluarán las partes del ejercicio que se ejecuten automáticamente al ejecutar el fichero:** si hay líneas de programa comentadas interpretaremos que no queréis que sean corregidas, salvo que sean comentarios sobre los resultados.
- Las gráficas que corresponden a distintos ejercicios o partes de un ejercicio tienen que estar separadas, salvo que queráis hacer comparaciones entre los resultados obtenidos: si es así, incluid comentarios para decirlo. Recordad que podéis crear nuevas ventanas gráficas desde vuestro fichero .py sin más que poner la instrucción:

`figure('Nombre ')`

Esta instrucción crea una nueva ventana gráfica con el título Nombre. Para separar las gráficas correspondientes a distintos apartados, se puede poner, por ejemplo,

`figure('Apartado x ')`

antes de empezar las gráficas del apartado x.