

– Examen de prácticas –

Se considera el problema de valores iniciales

$$\begin{cases} x'' + 20x' + 101x = 0, & t \in [0, 7], \\ x(0) = 1, \\ x'(0) = -10, \end{cases} \quad (1)$$

cuya solución exacta es

$$x(t) = e^{-10t} \cos(t).$$

1. Escriba el problema en forma equivalente como un sistema de dos ecuaciones de primer orden. En los siguientes apartados, basta dibujar las gráficas y calcular los errores para la variable  $x(t)$ .
2. Aplique el método RK4 con pasos  $h = \frac{7}{N}$ ,  $N = 25, 100, 400$ . Determine el error cometido. Dibuje las gráficas de las soluciones numéricas junto con la de la solución exacta. Extraiga conclusiones.
3. Idem para el método de Euler implícito. Observe que, en cada etapa del método, hay que resolver un sistema lineal de dos ecuaciones y dos incógnitas: calcule a mano la solución exacta de dicho sistema y use su expresión para implementar el método.
4. Idem con el método AB4:

$$y_{k+4} = y_{k+3} + \frac{h}{24}(55f_{k+3} - 59f_{k+2} + 37f_{k+1} - 9f_k).$$

Use RK4 para arrancar el método.

5. Dibuje la región de estabilidad del método AB4. Calcule los autovalores del sistema del problema (??) y, con ayuda de la gráfica de la región de estabilidad, explique los resultados obtenidos en el apartado (b) del problema 1.