6.1 INTRODUCCION

La potencia compleja (cuya magnitud se conoce como potencia aparente) de un circuito eléctrico de corriente alterna, es la suma (vectorial) de la potencia que disipa dicho circuito y se transforma en calor o trabajo(conocida como potencia promedio, activa o real) y la potencia utilizada para la formación de los campos eléctrico y magnético de sus componentes que fluctuará entre estos componentes y la fuente de energía (conocida como potencia reactiva).

Esta potencia no es la realmente "útil", salvo cuando el factor de potencia es la unidad (cos =1), y señala que la red de alimentación de un circuito no sólo ha de satisfacer la energía consumida por los elementos resistivos, sino que también ha de contarse con la que van a "almacenar" las bobinas y condensadores. Se la designa con la letra Sy se mide en voltiamperios (VA) (la potencia activa se mide en vatios (W), y la reactiva se mide en voltiamperios reactivos (VAR)

Definimos la potencia instantánea como el producto de $V_{\scriptscriptstyle (t)}$ por $i_{\scriptscriptstyle (t)}$.

Si
$$V_{(t)} = VmSen(wt + \phi v)$$
 y $i_{(t)} = ImSen(wt + \phi i)$

$$\Rightarrow P_{(t)} = Vm \operatorname{Im} Sen(wt + \phi v) Sen(wt + \phi i)$$

Por identidades trigonométricas la potencia instantánea queda:

$$P_{(t)} = \frac{Vm \operatorname{Im}}{2} Cos(\phi v - \phi i) - \frac{Vm \operatorname{Im}}{2} Cos(2wt + \phi v + \phi i)$$

Si para hallar la potencia promedio para un periodo T

$$P_{med} = \frac{1}{T} \int P_{(t)} dt \Rightarrow P_{med} = \frac{Vm \text{ Im}}{2} Cos(\phi v - \phi i)$$

Esta potencia la definimos como potencia real o activa que es aquella potencia que es absorbida por una carga resistiva, tomando los valores eficaces de tensión y corriente:

$$P = VICos(\phi v - \phi i)$$

Pero esta potencia no contiene toda la información de la potencia absorbida por una carga dada. Por lo que ahora hablaremos de una potencia compleja. Si tomamos los valores complejos $\overline{V}=V|\phi i\>$ y $I=I|\phi i\>$

Definimos como potencia compleja al producto del fasor tensión por el fasor conjugado de la corriente:

$$\overline{S} = \overline{V} \overline{I}^* = VI | \phi v - \phi i \Rightarrow S = VI$$

S es el modulo de la potencia compleja que denominaremos potencia aparente cuyas unidades son los Volt-amperios.

$$S = VICos(\phi v - \phi i) + jVISen(\phi v - \phi i)$$

6.2 Potencia activa: Es la potencia que representa la capacidad de un circuito para realizar un proceso de transformación de la energía eléctrica en trabajo. Los diferentes dispositivos eléctricos existentes convierten la energía eléctrica en otras formas de energía tales como: mecánica, lumínica, térmica, química, etc. Esta potencia es, por lo tanto, la realmente consumida por los circuitos. Cuando se habla de demanda eléctrica, es esta potencia la que se utiliza para determinar dicha demanda:

$$P = R_{\scriptscriptstyle E} \left\lceil \overline{S} \right\rceil = VICos\left(\phi v - \phi i\right)$$
 Wattios

6.3 Potencia reactiva: Esta potencia no tiene tampoco el carácter realmente de ser consumida y sólo aparecerá cuando existan bobinas o condensadores en los circuitos. La potencia reactiva tiene un valor medio nulo, por lo que no produce trabajo necesario. Por ello que se dice que es una potencia desvatada (no produce vatios), se mide en voltiamperios reactivos (VAR) y se designa con la letra Q:

$$P = I_m \left[\overline{S} \, \right] = j V I Sen \left(\phi v - \phi i \, \right) \, \, {
m Volt \, Amperios \, reactivos}$$

$$\Rightarrow \overline{S} = P + jQ$$

El ángulo de desfase que hay en la tensión y la corriente de una fuente es el mismo relacionado con la impedancia o admitancia del circuito.

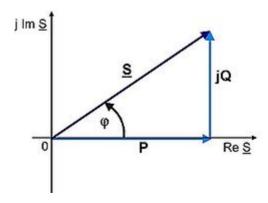
$$\overline{Z} = Z | \phi v - \phi i$$

Porque la potencia compleja también puede ser expresada

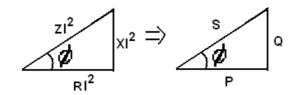
$$\overline{S} = I^2 \overline{Z} = \frac{V^2}{\overline{Z}}$$

$$\overline{S} = I^2 R + j I^2 X$$

Para nuestro triangulo de impedancia considerando a $\phi = \phi v - \phi i$



En forma similar podríamos hacer nuestro triangulo de potencias si multiplicamos por I^2 a cada corriente del triangulo de impedancias:



6.4 Modulo de la potencia compleja:

Potencia aparente $S = ZI^2$ Potencia activa $Q = XI^2$ Potencia reactiva

Definiremos como factor de potencia a la razón geométrica entre la potencia activa y la potencia aparente.

$$fdp = \frac{P}{S} = Cos\phi$$

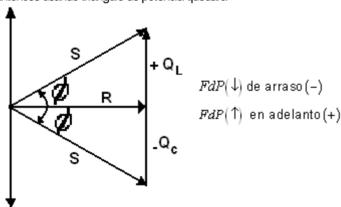
Donde $\phi = \phi v - \phi i$; es de factor de potencia nos da una ida inmediata de la cantidad de potencia activa o que se esta consumiendo por la carga resistiva, cuando más cerca de la unidad sea, la carga será más resistiva y si fdP = 1 la carga es puramente resistiva y la potencia aparente es igual a la activa (el factor de potencia es adimensional) y si fdP = 0, la carga es puramente reactiva $\Rightarrow 0 \le fdP \le 1$

En un circuito si la corriente adelanta a la tensión es que nuestra carga tiene una reactancia capacitiva y si la corriente atrasa a la tensión la carga será una reactancia inductiva, tomaremos como referencia a la corriente para definir el factor de potencia, es decir:

$$FdP(\downarrow)$$
 en atraso $(-)$ (carga inductiva)

$$FdP(\uparrow)$$
 en adelanto $(+)$ (carga capacitiva)

Entonces usando triangulo de potencia quedara

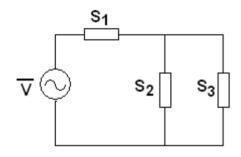


Como ya hemos definido a la potencia aparente con el producto del voltaje por la corriente, en general todos los equipos que trabajen con CA especificaran su potencia en VA o KVA (Kilovolt-amperios) y su voltaje, ya que con estos valores podremos calcular en forma inmediata la corriente de trabajo.

6.5 POTENCIAS REALES Y CONSERVACIÓN DE LA POTENCIA EN CA

Si tenemos un circuito en CA con conexiones serie y paralelo o combinación de estas, la potencia aparente total del circuito será igual a la suma de todas las potencias aparentes de cada rama.

$$S_{total} = S_1 + S_2 + S_3$$



Entonces:

La suma potencia activa total en un circuito es igual a la suma aritmética de todas las potencias activas en cada rama del circuito P_T La potencia reactiva total en un circuito es igual a la suma aritmética de todas las potencias reactivas en cada rama del circuito Q_T

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T} \implies fdP = \frac{P_T}{S_T}$$

6.6 CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Si tenemos una carga que es alimentado por una línea de tensión la corriente que suministra a la carga debe intentarse que sea la menor posible, esto se logra haciendo una corrección del factor de potencia para una carga inductiva-resistiva la fuente

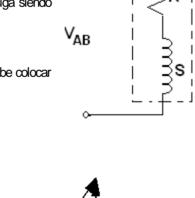
alimentara con una corriente i_1

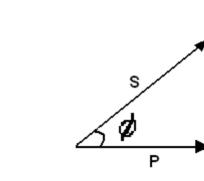
Para que la carga siga manteniendo sus características eléctricas colocaremos en paralelo

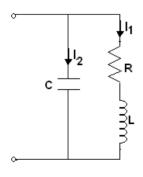
una carga capacitiva para que $\stackrel{i_1}{i_1}$ y la tensión en sus terminales de la carga originada siga siendo $V_{{\scriptscriptstyle AB}}$

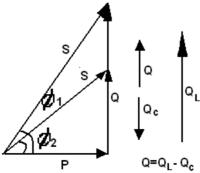
Donde el valor del capacitor que se debe colocar es:

$$\frac{V^2}{X_C} = Q_C = PTan\phi_1 - PTan\phi_2$$









$$C = \frac{P(Tan\phi_1 - Tan\phi_2)}{WV^2}$$

POTENCIA

PROBLEMA Nº01.

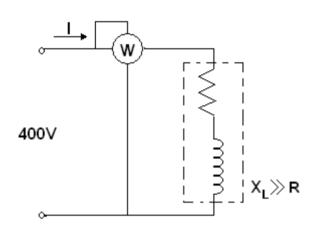
Una carga tiene en su placa inscrita las siguientes especificaciones:

$$S = 20KV_A V = 400V Cos\phi = 0.1$$

Si un alumno coloca un vatímetro en un determinado instante y observa que el vatímetro marca 4000W ¿qué reacción tendría el alumno?

Resolución:

Corriente máxima



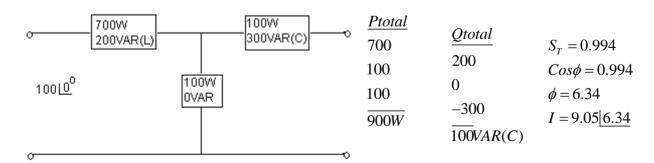
$$I = \frac{20000}{400} = 50A$$

¿Podrás Explicar que sucede?

PROBLEMA Nº02

El diagrama muestra la disposición de cargas en cada rama, encuentre la $P_{\!\scriptscriptstyle T}$, $Q_{\!\scriptscriptstyle T}$, $S_{\!\scriptscriptstyle T}$, el factor de potencia del circuito y la corriente.

Solución:



$$S_T = 905.54V_A$$

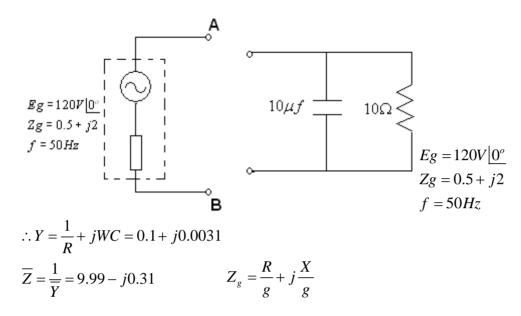
PROBLEMA Nº03

De la fuente mostrada en la figura se pide:

La tensión en los terminales A-B cuando no se suministra carga.

El valor de N (entero máximo) si se requiere que la corriente máxima en corto circuito sea como máximo 500A

Si se conecta a la fuente una carga en paralelo de un condensador de $10\mu f$ en una resistencia de 10Ω . Calcule las potencias activas, reactiva, absorbidas por la carga, la tensión entre A-B, con el valor de N obtenidos.



Resolución:

Cuando la fuente no suministra potencia alguna la corriente es nula por lo que la tensión en sus terminales es de 120V $V_{\rm ex}=120V$

$$I = \frac{120}{\sqrt{\left(\frac{0.5}{N}\right)^2 + \left(\frac{2}{N}\right)^2}} \qquad I = \frac{120N}{2.062} \Rightarrow 500A \ge \frac{120N}{2.062}$$
 paralelo la admitancia equivalente es de
$$N \le \frac{500 * 2.062}{120} = 8.59$$

$$N = 8$$

$$\overline{Y} = 0.1 + j0.0031 \Rightarrow Z_{RC} = 9.99 - j0.31$$

$$I = \frac{120|0^{\circ}}{\left(\frac{0.5}{8} + j\frac{2}{8}\right) + (9.99 - j0.31)} = \frac{120|0^{\circ}}{10.615 - j0.06} = 11.3 + j0.0063$$

$$\overline{V} = I \times Z_{RC} = 119.34|-1.44^{\circ}$$



Potencia absorbida por la carga

$$S = 113 - 1.4^{\circ} * 11.3 - 0.32^{\circ} = 1276.32 - j38.32$$

$$FdP = \frac{P}{S}$$

PROBLEMA Nº04

Un motor de 5 HP con una eficiencia del 90% y un factor de potencia de 0.8 en atraso está conectado a una fuente de 220 a 60 Hz

Determine:

- a) El triangulo de potencias de la carga
- b) El capacitor que debe conectarse para hacer una corrección del FdP a 0.95 en atraso en el sistema después de la corrección del FdP. Los cambios de corriente

Resolución:

Encontrando la potencia eléctrica:

$$P_0 \ 1HP = 746W$$
 $5HP = 5(746W)$
 $P_i = P_0 = \frac{5(746)}{0.9} = 4144.44W$ $\eta = \frac{P_0}{P_i}$

$$\phi = Cos^{-1}0.8 = 37.86$$
 , en adelanto

$$Q = 4144.44Tan37.86 = 3221.71V_{AR}$$

$$S = 4144.44 + j3221.71 = 5249.36V_A$$

Debemos corregir el fdp a 0.95

$$Cos\phi = 0.95 \Rightarrow \phi = 18.19^{\circ}$$

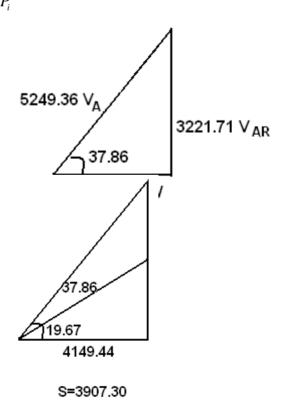
El valor del capacitor:

$$C = \frac{4144.44(Tan37.86 - Tan19.67)}{(220)^2 377}$$

$$C = 95.37 \,\mu f$$

$$I_1 = \frac{5249.36}{220} = 23.86 \boxed{-37.86}$$

$$I_2 = \frac{3907.30}{220} = 17.76 [-19.67]$$

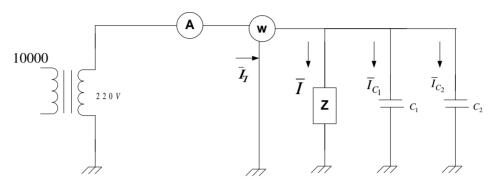


PROBLEMA Nº05

Un transformador cuyas característica: S = 50 KVA 10/0.22 KV Alimenta a una planta industrial que consta de motores y hornos a un mismo voltaje. Se observa que un amperímetro conectado a una de las líneas del secundario del transformador da una lectura de 160 A y un waltímetro en el secundario da una lectura de 28.16 kw.

Se coloca el único banco de condensadores disponible de potencia $\mathcal{Q}_{\mathcal{C}_1}$ para corregir el factor de potencia y se observa que el amperímetro no sufre alteración. ¿Cuál es la potencia de este banco de condensadores?.

Se decide instalar otro banco de condensadores con potencia \mathcal{Q}_{C_2} con lo cual la corriente disminuye a 142,2 Amp. ¿Cuál es la potencia del nuevo Banco de Condensa?



Resolución:

De los datos podemos encontrar el fdp:

 \Rightarrow S = 220 x 160 = 35200

$$A = 160 A$$

$$w = 28.16x10^3 w$$

$$V = 220 v$$

$$P = 28.16x10^3$$

 $\cos \theta = \frac{P}{S} = \frac{28.16 \times 10^3}{35200} = 0.8 \Rightarrow \theta = 36.87^\circ$

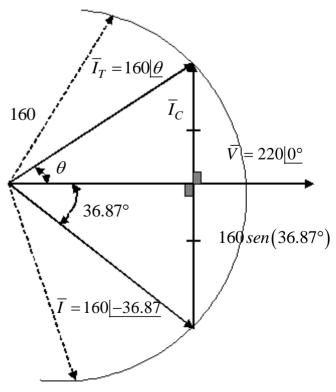
El Voltaje de entrada lo coloca como referencia entonces como las cargas son inductivas la corriente se atrasa 36.87° a la tensión.

$$\begin{split} I = &160A \Longrightarrow \overline{I} = 160 |\underline{-36.87} \\ \overline{V} = &200 |0^{\circ} \end{split}$$

$$I_{c_1} = 2 x 160 sen(36.87)$$

 $I_{c_1} = 192$
 $\Rightarrow x_{c_1} = \frac{V}{I_c} = \frac{220}{192}$

$$Trafo \begin{cases} S = 50KVA \\ 10/0.22 & KV \end{cases}$$

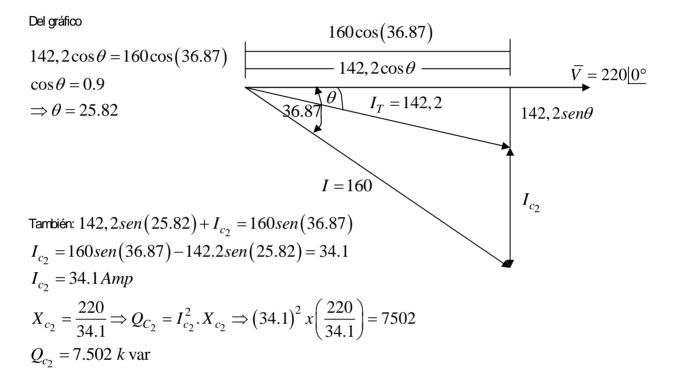


$$Q_{c_1} = I^2 d \cdot X_c = 192^2 \left(\frac{220}{192}\right)$$

 $Q_{c_1} = 42240 \text{ var}$

$$Q_{c_1} = 42.24 k \text{ var}$$

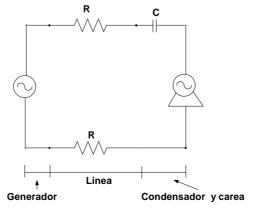
Otro Banco Condensador



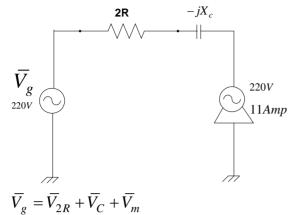
PROBLEMA Nº06

Un Motor funciona normalmente a 220 voltios y 60 Hz, absorbiendo una corriente de 11 amperios retrasado 30 $^{\circ}$ con respecto al voltaje, el motor es instalado mediante una línea monofásica de "R" Ω por conductor con un condensador en serie "C" que se alimentan desde una fuente de 220 v y 60 Hz. Si se desea que el motor opera normalmente, calcular:

- a) El máximo valor de "R" y el valor del condensador para esta condición.
- b) El ángulo de la tensión en la entrada, después de la conexión de "C".
- c) La potencia media disipa en el sistema.



Resolución



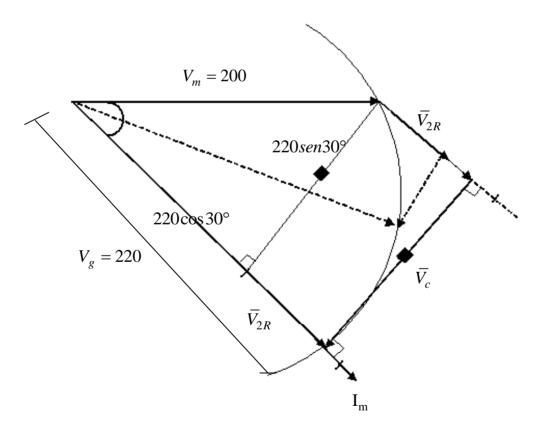
$$R(\Omega / conductor) \Rightarrow R(Total \, Linea) = 2\Omega$$

Voltaje motor
$$V_n$$
 como referencia
$$\Rightarrow \overline{V}_m = 220 \underline{0}^\circ$$

$$\overline{I}_m = 11 \underline{|-30^\circ|}$$

$220 \underline{\alpha} = \overline{V}_{2R} + \overline{V}_C + 220 \underline{0}^{\circ}$

Diagrama fasorial



$$_{\star}V_{C}=220sen30^{\circ}$$

$$V_C = 110^{\circ}$$

$$_{\star} 220\cos 30^{\circ} + V_{2R} = 220$$

$$V_{2R} = 29.47$$

Pero:
$$V_{2R} = I x 2R$$

 $29.47 = 11x2xR$

$$R = 1.34 \Omega$$

El capacitor:
$$V_c = I X_c \Rightarrow 110 = 11x X_c \Rightarrow X_c = 10\Omega$$

Pero:

$$X_c = \frac{1}{w_c} \Rightarrow 10 = \frac{1}{377c} \Rightarrow c = \frac{1}{10x377} = 2.65x10^{-4}$$

$$c = 265 \,\mu\text{F}$$

Pmedia del sistema:

$$\Rightarrow \overline{S} = \overline{Vg} \ x \overline{I_m}^* = 220 |\underline{-30^\circ} \ x 11 |\underline{30^\circ} = 220 \ x 11$$

$$\overline{S} = 2420 + j0$$

$$P = 2420 \ watts$$

$$; \ Q = 0$$

Otra forma:

$$P_{2R} = I_m^2 (2R) = 11^2 (2x1.34) = 324.28 \text{ watts}$$

 $P_{motor} = VI \cos \theta = 220x11\cos(30) = 2095.78$

$$P_{total} = 2420 \, watts$$

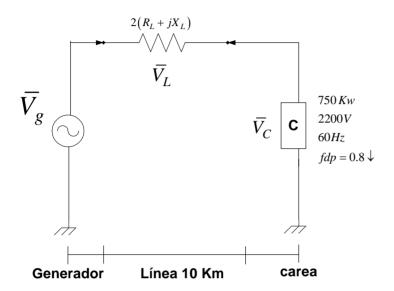
PROBLEMA Nº07

Se han de suministrar 750 kw a 2200 v y 60 Hz en los extremos de una línea de 10 KM, siendo los parámetros de la línea $R_L=0.162\,\Omega/\,Km$ y $K_L=0.277\,\Omega/\,Km$, por conductor. Determinar que valor tendrá el voltaje y el factor de potencia (f.d.p) en la estación generadora y la pérdida de potencia de una línea en %, cuando el fdp de la carga en los extremos de la línea es de 80% en atraso, así mismo calcule la potencia cedida por la estación generadora y el rendimiento en el transporte. Finalmente haga usted el diagrama fasorial de tensiones y corrientes. Resolver gráficamente u analíticamente.

Resolución:

Parámetros de la línea
$$2(0.162+j0.227)\frac{\Omega}{Km}x10\,Km$$

$$Z_L = 3.24+j4.54=5.58\underline{|54.5^\circ|}$$



En la carga:

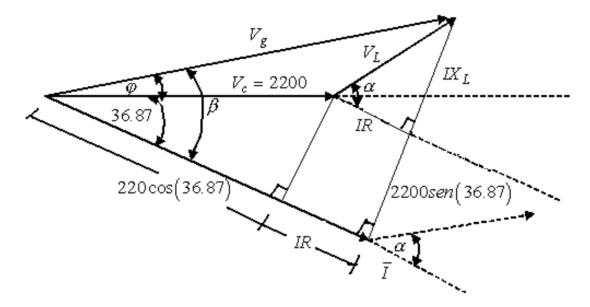
$$\begin{split} V_c &= 2200 \\ \overline{V_c} &= 2200 | \underline{0^\circ} \\ fdp &= 0.8 j \Rightarrow \theta = 36.87^\circ \\ \overline{VI} \cos \theta &= P \Rightarrow 220 x Ix 0.8 = 750 x 10^3 \\ I &= 426.14 \qquad \therefore \quad \overline{I} = 426.14 | -36.37^\circ \end{split}$$

$$\overline{V}_g = \overline{V}_L + \overline{V}_C \Rightarrow \overline{V}_L = \overline{I} \times \overline{Z}_L$$

$$\overline{V}_L = 426.14 | \underline{-36.87} \ x \ 5.58 | \underline{54.5}^{\circ}$$

$$\overline{V}_L = 2377.86 \underline{17.63^\circ}$$





$$IX_L = 426.14 \times 4.54 = 1934.68$$

 $IR = 426.14 \times 3.24 = 1380.7$

$$V_g^2 = (2200\cos 36.87 + IR^2) + (2200sen 36.87 + IX_L)^2$$

 $V_g = 4523 \ voltios$

$$\tan \beta = \frac{2200sen(36.87) + 1934.68}{2200\cos(36.87) + 1380.7}$$

$$\beta = 46^{\circ} \Rightarrow \varphi = \beta - 36.87 = 46 - 36.87 = 9.13^{\circ}$$
$$\Rightarrow \overline{V}_g = 4523 \underline{|9.13^{\circ}|} \Rightarrow \cos 46 = 0.7$$

$$\therefore fdp_{gerenador} = 0.7$$

$$S_{total} = 4523 \underline{|9.13^{\circ}|} \ x \ 426.14 \underline{|36.87|} = 1927431.2 \underline{|46^{\circ}|} = 1338906.2 + j1386478$$

$$P_T = 1339 \ Kw$$
; $Q_T = 1386 \ K \text{ var}$

$$P_{linea} = I^2 P = (426.14)^2 x 3.24 = 588.36 kw$$

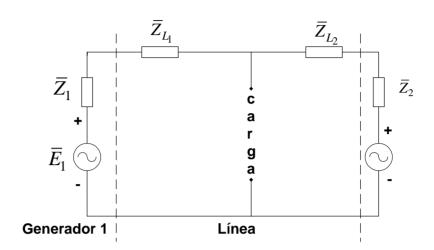
Rendimiento en el trasporte

$$\eta = \frac{Pot.\acute{U}til}{Pot.Total} = \frac{P_{motor}}{P_{total}} = \frac{750}{1339} = 56\%$$



PROBLEMA Nº08

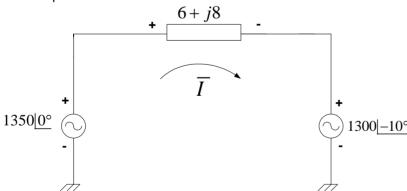
Encuentre la magnitud y posición de fase de la corriente de los 2 generadores conectador en paralelo, así como también la pot. Generada y la pot. absorbida en el circuito que se muestra.



$$\begin{split} \overline{E}_1 &= 1350 \underline{|0^\circ|} & \overline{E}_2 &= 1300 \underline{|-10^\circ|} \\ \overline{Z}_1 &= 1+j3 & \overline{Z}_2 &= 1+j3 \\ \overline{Z}_{L_1} &= 2+j1 & \overline{Z}_{L_2} &= 2+j1 \end{split}$$
 Caroa: en vacío

Resolución

Circuito equivalente



$$1350 | \underline{0^{\circ}} - 1300 | \underline{-10^{\circ}} = (6 + j8) \overline{I}$$

$$\bar{I} = \frac{1350 |\underline{0}^{\circ} - 1300| -10^{\circ}}{(6+j8)}$$

$$\overline{I} = \frac{69.75 + j225.74}{6 + i8} = 22.24 + j7.96$$

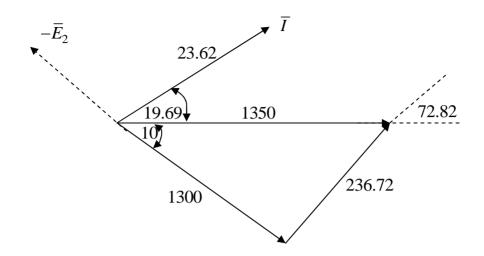
$$\overline{I} = 23.62|19.69^{\circ}$$

Voltaje en la impedancia

$$\overline{V}_L = (22.24 + j7.96)(6 + j8)$$

$$\overline{V}_L = 69.76 + j225.368i$$

$$\overline{V}_L = 236.22 | 72.82^{\circ}$$



Pto. En G₁

$$P_1 = VI \cos \theta_1 = 1350x23.62x\cos(19.69)$$

 $P_1 = 30022.55$ watts

Pto. En G₂

$$P_2 = VI\cos\theta_2 = 1300x23.62x\cos(15031)$$

 $P_2 = -26674.85$

Potencia en la Impedancia

$$P_L = I^2 R = (23.62)^2 x6$$

$$P_L = 3347.42$$

$$\therefore PG_1 = P_2 + P_L$$

$$P_{G_1} = 26674.85 + 3347.42$$

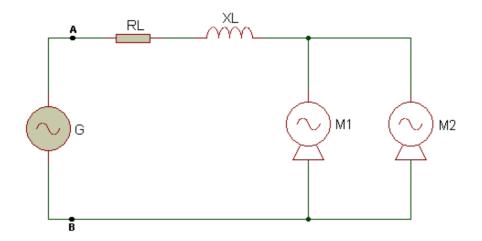
$$P_{G_1} = 30022.27$$

PROBLEMA Nº09

En el circuito de la figura, se tienen 2 motores cuyas características son:

Motor M1: 400 HP - Cos 0.8 - inductivo - eficiencia 0.85 Motor M2: 75 HP - Cos 0.8 - atraso - eficiencia 0.85

M2 trabaja a plena carga y ambos rotores son alimentados a través de una línea R= 1.6 ohmios, L= 6.355x10-3 Henrios. El generador es de 2.3 KV. Y se conoce que entrega en los bornes una potencia de 200W. Hallar la potencia que consume el motor M1, la tensión de operación de los motores M1 y M2 y la potencia total que entrega el generador.



Resolución

De (a):

$$R_r = 1.6 + Z_1 Cos 37^\circ$$

 $P = 200KW$

$$Cos37^{\circ} = 0.8$$

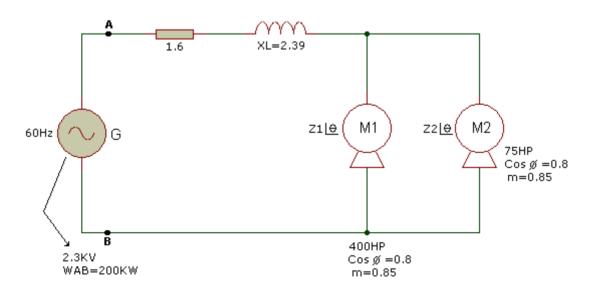
$$Sen37^{\circ} = 0.6$$

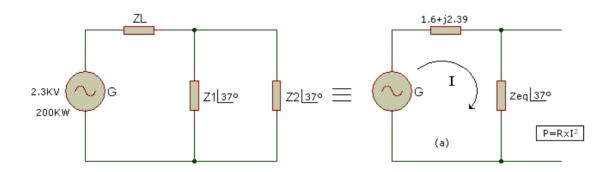
Luego:
$$200KW = (1.6 + Z_1 0.8)I^2$$
....(1)

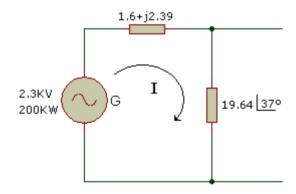
Donde:

$$I = \frac{2.3KV}{Zeq_1}$$

$$\Rightarrow I = \frac{2.3KV}{\sqrt{(1.6 + 0.8Zeq)^2 + (2.39 + 0.6Zeq)^2}}....(2)$$







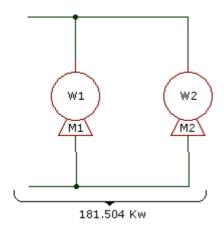
$$\Rightarrow I^2 = \frac{200KW}{1.6 + ZeqCos37^{\circ}}$$

$$I = 107.48A$$

$$\Rightarrow W_{motores} = (19.64)I^2Cos37^\circ = (19.64)(0.8)(107.48)^2$$

$$W_{\scriptscriptstyle M}=181.504KW$$

Calculemos W2:



$$n_2 \rightarrow P.C.$$
 75HP

$$n = \frac{75HPx0.746KW}{W_2x1HP} = 0.85$$

$$W_2 = 65.82KW$$

$$\Rightarrow W_1 = W_M - W_2$$
;

$$W_1 = 115.684KW$$

Como:

$$n = \frac{P_{HP}}{W_1} \Rightarrow P_{HP_1} = \frac{0.85x115.684x1HP}{0.746KW}$$

$$P_{HP_1} = 131.8HP$$