

---

# APUNTE de CÁTEDRA:

Tema:

## PUENTES DE CORRIENTE ALTERNA

---

### 1 Contenido:

1	Contenido: .....	1
2	Objetivos.....	2
3	Introducción.....	2
4	Tratamiento Vectorial del Puente de Corriente Alterna .....	5
5	Sensibilidad del Puente de Corriente Alterna.....	6
6	Convergencia al Equilibrio de un Puente de Corriente Alterna. Ejemplo para un Puente Simplificado .....	7
6.1	Puente de Corriente Alterna Simplificado.....	7
6.2	Convergencia del Puente de Corriente Alterna Simplificado.....	9
7	Formas Prácticas de los Puentes de Corriente Alterna .....	10
7.1	Puentes para Medición de Inductancias.....	10
7.1.1	Puente de Maxwell .....	10
7.1.2	Puente de Hay .....	12
7.1.3	Puente de Owen .....	13
7.2	Puentes para Medición de Capacidades.....	14
7.2.1	Puente de Comparación de Capacitancia en Serie.....	14
7.2.2	Puente de Comparación de Capacitancia en Paralelo.....	15
7.2.3	Puente de Shering .....	15
7.3	Puentes Universales .....	16
8	Blindajes y Puesta a Tierra de los Puentes de Corriente Alterna .....	17

## 2 Objetivos.

- Plantear nociones básicas sobre puentes de corriente alterna.
- Presentar distintas opciones de puentes.
- Emplear convenientemente un puente de corriente alterna.

## 3 Introducción.

Si bien todo lo dicho al respecto del puente de corriente continua en el capítulo anterior es aplicable a corriente alterna, resulta necesario complementar las ideas en la forma que se indica a continuación. Para ello tomamos como base la Figura 1 que representa a un puente de este tipo. Se trata de una combinación de cuatro impedancias, alimentadas por un adecuado generador de corriente alterna, y un detector que suple al galvanómetro. Debe destacarse como muy importante, que en los usos prácticos del puente de corriente alterna, es fundamental la frecuencia, ya que ella determina la fuente a emplear, y el sistema detector hace las veces de galvanómetro. Esto se debe a que el puente de corriente alterna se utiliza para determinar reactancias ya sean capacitivas como inductivas, y otros usos también, en todos los cuales el parámetro a determinar es función de la frecuencia en forma notoria. Por lo tanto, el generador debe proporcionar la frecuencia adecuada, el detector debe ser sensible a ella y el puente todo debe tener recaudos constructivos que eviten capacidades parásitas que en frecuencias altas pueden falsear las medidas.

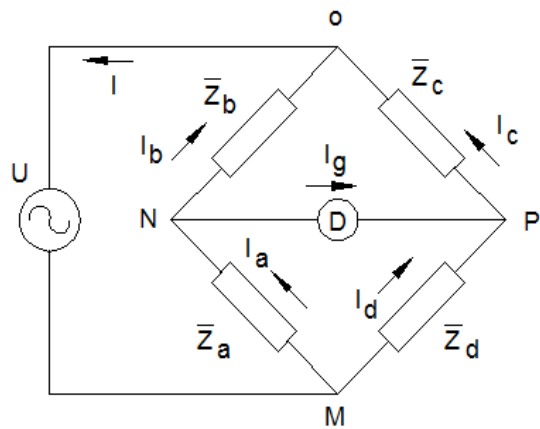


Figura 1

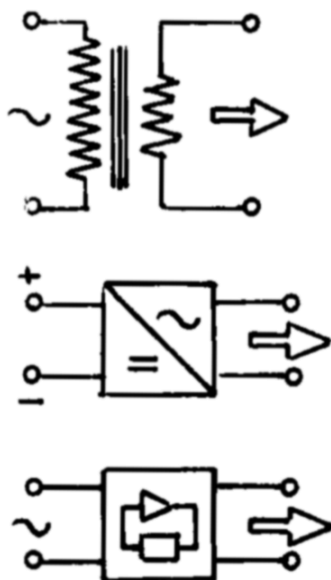


Figura 2

En síntesis, para el uso de un puente de Wheatstone en corriente alterna se necesitan usualmente tres impedancias para construir con la incógnita el puente propiamente dicho, más un generador, más un detector, más un blindaje en los casos de frecuencias altas. A todo ello nos referiremos enseguida.

El generador de corriente alterna puede ser, en casos de medidas con frecuencias industriales, un transformador conectado a la red y que suministre tensión necesaria, por lo regular bastante baja. También puede tomarse una fuente de corriente continua con un conversor, o como es hoy un circuito electrónico.

En muchos casos de puentes comerciales que incluyen su propio generador, donde éste es un oscilador. En la parte (a) de la Figura 2 mostramos el esquema de un transformador común con núcleo de hierro laminado, que toma la tensión de la red, y la reduce a unos pocos volt para alimentar el puente. Un simple transformador de los llamados puede servir a este fin.

En la parte (b) de la misma figura representamos un conversor de continua a alterna, que puede tomar corriente de una pila de acumulador común y finalmente en la parte (c) se tiene un

oscilador, que en la representación convencional muestra un amplificador realimentado. La entrada de este último puede ser la red o un acumulador.

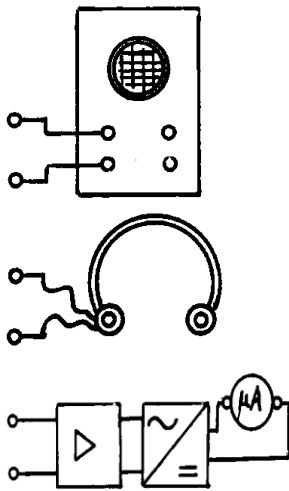


Figura 3

En la Figura 3 tenemos los esquemas de los detectores más comunes. En (a) tenemos el esquema de un oscilógrafo a rayos catódicos, en donde se usa las entradas a placas verticales. En (b) está el esquema de un teléfono común (auriculares), de impedancia adaptada a la frecuencia de uso. Y finalmente en (c) tenemos un amplificador de buena ganancia para la frecuencia de trabajo, seguido de un rectificador capaz de alimentar un micro amperímetro. En algunos casos, el amplificador tiene realimentación para mejorar sus características. Algunos puentes poseen un "blindaje" para ciertas ramas del puente. Cada rama tendrá el suyo. Se nota que toda la impedancia está rodeada por una envuelta conductora, rígida o flexible, que constituye un sistema de potencial único. Aunque no se tocan, entre la impedancia y la malla de blindaje hay una capacidad  $C_I$ , ya que la impedancia y el blindaje forman las verdaderas placas de un capacitor., y las aislaciones interpuestas el dieléctrico. Pero a su vez, la malla misma y los terminales de entrada y de salida presentan respecto a tierra, una capacidad determinada. En ciertas frecuencias, además de las referidas capacidades debe considerarse una resistencia en paralelo para tener en cuenta las corrientes de fuga por las aislaciones. Estas capacidades presentan

reactancias capacitivas de valor muy alto, y por lo tanto sin importancia, en frecuencias bajas. Pero no sucede lo mismo en altas frecuencias, en que la reactancia capacitiva es baja y en consecuencia un fácil camino para las corrientes "a masa". Todos estos valores pueden llegarse a tener en cuenta en puentes que funcionan con frecuencias altas.

Volviendo al esquema eléctrico de la Figura 1, si consideramos que por el detector no circula corriente, o no hay diferencia de potencial entre los puntos N y P, por analogía con las ecuaciones estudiadas para el puente de C. C. podemos aplicar los mismos conceptos por extensión, cuidando solamente de usar cantidades complejas en vez de escalares, y así llegar a la condición de equilibrio;

$$\bar{Z}_a \bar{Z}_c = \bar{Z}_b \bar{Z}_d \quad (1)$$

Reemplazando las impedancias por sus valores complejos;

$$(R_a + jX_a)(R_c + jX_c) = (R_b + jX_b)(R_d + jX_d)$$

Efectuando todos los productos y separando luego las partes reales de las imaginarias, queda;

$$(R_a R_c - X_a X_c) + j(R_a X_c - X_a R_c) = (R_b R_d - X_b X_d) + j(R_b X_d + X_b R_d) \quad (2)$$

Para que la (Ec.2) sea cierta, debe cumplirse simultáneamente;

$$R_a R_c - X_a X_c = R_b R_d - X_b X_d \quad (3)$$

$$R_a X_c + X_a R_c = R_b X_d + X_b R_d$$

Si hacemos cumplir el siguiente juego:

$$R_a R_c = R_b R_d \quad (4)$$

$$R_a R_c = R_b X_d$$

Surge como consecuencia;

$$X_a X_c = X_b X_d \quad (5)$$

$$R_c X_a = R_d X_b$$

De las (Ec.4) y (Ec.5) surge la condición general de equilibrio del puente de corriente alterna;

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{R_d}{R_c} = \frac{X_a}{X_b} = \frac{X_d}{X_c} \quad (6)$$

Esta expresión indica que para lograr el equilibrio de un puente de corriente alterna que tenga resistencia y reactancia en sus cuatro impedancias, hay que conseguir congeniar ocho cantidades en la forma dicha por la (Ec.6).

Como en casi todos los casos prácticos, las resistencias de cada rama están vinculadas a sus respectivas reactancias, de modo que una variación de equilibrio así planteada es sumamente difícil de conseguir. Como veremos, todos los puentes que se han ido desarrollando parten de alguna simplificación que haga factible la regulación de unos pocos elementos, a fin de conseguir que se cumpla la (Ec.6) en forma práctica y rápida.

Para completar estos aspectos teóricos, y retomando la (Ec.1), podemos decir que dicha fórmula corresponde a cantidades complejas que muy bien podemos escribir del siguiente modo;

$$Z_a e^{-j\varphi_a} Z_c e^{-j\varphi_c} = Z_b e^{-j\varphi_b} Z_d e^{-j\varphi_d} \quad (7)$$

De ésta derivan las dos siguientes:

$$Z_a Z_c = Z_b Z_d$$

$$\varphi_a - \varphi_d = \varphi_b - \varphi_c \quad (8)$$

Se nota que para lograr el equilibrio es menester cumplir con la condición de relacionar a los módulos de las impedancias conforme a (Ec.8), y simultáneamente, coordinar los argumentos de acuerdo a la (Ec.8). Este nuevo enfoque de la condición de equilibrio ayuda a demostrar las severas dificultades prácticas que implica su logro.

#### 4 Tratamiento Vectorial del Puente de Corriente Alterna

Las relaciones (Ec.1) y (Ec.8) pueden, a su vez, expresarse mediante un diagrama de fasores, conforme a la Figura 4. Se nota que la tensión total aplicada al puente  $\bar{U}$  debe ser la suma de las tensiones parciales aplicadas a cada par de ramas, y que por otra parte, la diferencia entre esos pares de tensiones de rama, suministra la tensión aplicada a la rama del detector, que así resulta expresada;

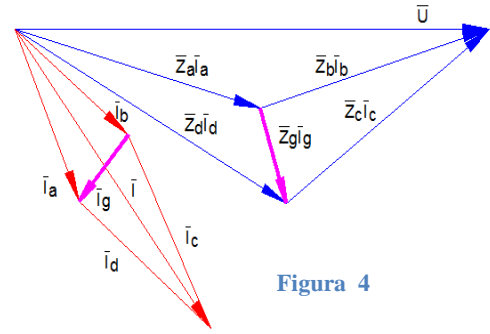


Figura 4

$$\bar{U}_g = \bar{Z}_g \bar{I}_g \quad (9)$$

Por otro lado, la composición de las corrientes dos a dos, determina la corriente total absorbida por el puente:

$$\bar{I}_b + \bar{I}_c = \bar{I}_b + \bar{I}_d = I \quad (10)$$

Cuando se logra el equilibrio del puente, el gráfico se simplifica debido a que se cumplen las dos siguientes relaciones;

$$\bar{Z}_g \bar{I}_g = 0$$

$$\bar{I}_g = 0 \quad (11)$$

Hecho esto, el diagrama de fasores se reduce a lo indicado por la Figura 5 como es fácil apreciar. Del diagrama salen las siguientes ecuaciones;

$$\bar{I}_a \bar{Z}_a = \bar{I}_d \bar{Z}_d$$

$$\bar{I}_c \bar{Z}_c = \bar{I}_b \bar{Z}_b$$

$$\bar{I}_a = \bar{I}_b$$

$$\bar{I}_c = \bar{I}_d$$

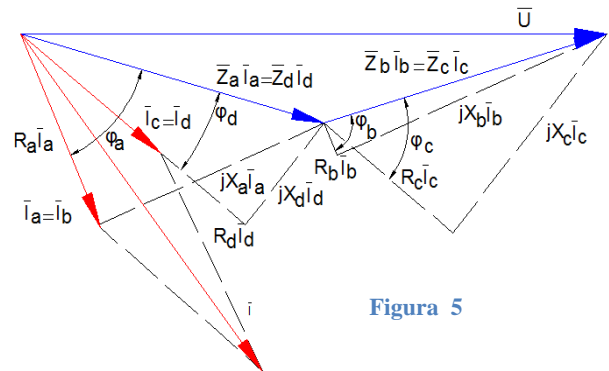


Figura 5

En la misma Figura 5 vemos que cada tensión en cada rama, se ha descompuesto en sus componentes resistivas y reactivas;

$$\bar{U}_{MN} = R_a \bar{I}_a + jX_a \bar{I}_a$$

$$\bar{U}_{NO} = R_b \bar{I}_b + jX_b \bar{I}_b$$

$$\bar{U}_{OP} = R_c \bar{I}_c + jX_c \bar{I}_c$$

$$\bar{U}_{PM} = R_d \bar{I}_d + jX_d \bar{I}_d$$

## 5 Sensibilidad del Puente de Corriente Alterna

En el puente de corriente alterna supondremos que la impedancia de la fuente es despreciable y que el puente está ligeramente desequilibrado debido a un incremento de la impedancia en la rama C provocado por un  $\Delta Z_c$ . Si la rama del detector está abierta, la caída de tensión en la impedancia  $Z_c$  será igual a:

$$U_{PO} = \frac{U}{Z_c + \Delta Z_c + Z_d} (Z_c + \Delta Z_c)$$

Y en  $Z_b$  será:

$$U_{NO} = \frac{U}{Z_b + Z_a} Z_b$$

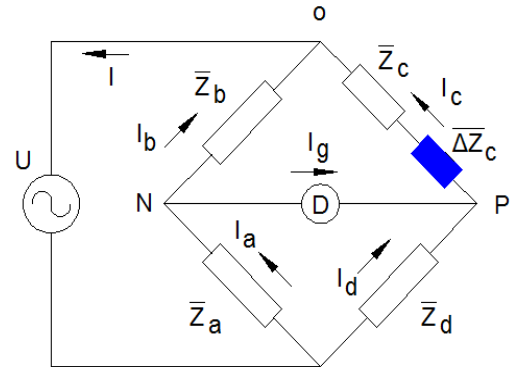


Figura 6

Y la tensión en los puntos de conexión del detector será:

$$U_{NP} = U_{NO} - U_{PO} = \frac{U}{Z_b + Z_a} Z_b - \frac{U}{Z_c + \Delta Z_c + Z_d} (Z_c + \Delta Z_c)$$

Pero como habíamos visto que:

$$\frac{Z_b}{Z_b + Z_a} = \frac{Z_c}{Z_c + Z_d}$$

Reemplazando y despreciando el valor de  $\Delta Z_c$  que aparecerá en el denominador se tendrá:

$$U_{NP} = U \left[ \frac{Z_c}{Z_c + Z_d} - \frac{(Z_c + \Delta Z_c)}{Z_c + \Delta Z_c + Z_d} \right]$$

$$U_{NP} = U \left[ \frac{Z_c}{(Z_c + Z_d)(Z_c + \Delta Z_c + Z_d)} \right]$$

$$U_{NP} \cong U \left[ \frac{-\Delta Z_c Z_d}{(Z_c + Z_d)^2} \right] \rightarrow U_{PN} \cong U \left[ \frac{\Delta Z_c Z_d}{(Z_c + Z_d)^2} \right]$$

Si el detector es un dispositivo de alta impedancia y poniendo:

$$Z_d = k Z_c$$

Reemplazando en la tensión de desequilibrio:

$$U_{PN} \cong U \left[ \frac{\Delta Z_c Z_d}{(Z_c + Z_d)^2} \right] = U \left[ \frac{\Delta Z_c k Z_c}{(Z_c + k Z_c)^2} \right]$$

Y operando obtenemos:

$$U_{PN} \cong U \left[ \frac{\Delta Z_c k}{Z_c (1+k)^2} \right] = U \frac{\Delta Z_c}{Z_c \left( \frac{1}{k} + 2 + k \right)}$$

$$U_{PN} \cong U \frac{\Delta Z_c}{Z_c} \frac{1}{D}$$
(12)

Siendo el valor D de la última expresión:

$$D = \left( \frac{1}{k} + 2 + k \right)$$

El valor máximo de  $U_{PN}$  para cierto desequilibrio se obtendrá cuando D sea mínimo, es decir cuando la derivada primera de D respecto a k sea nula, y la segunda sea mayor que cero;

$$\frac{dD}{dk} = -\frac{1}{k^2} + 1 = 0 \rightarrow k = 1$$

$$\frac{d^2D}{dk^2} = 2\frac{1}{k^3} \rightarrow k = 1; \frac{d^2D}{dk^2} > 0 \text{ (mínimo)}$$

Es decir cuando  $Z_d$  es igual a  $Z_c$ ,  $U_{PN}$  es máximo.

*Efectuado este procedimiento para las otras ramas se puede comprobar que la sensibilidad será máxima en un puente ideal cuando las impedancias de las cuatro ramas sean iguales, ya que entonces se obtendrá la máxima tensión  $U_{pn}$  para un cierto desequilibrio relativo  $\Delta Z_c/Z_c$ .*

***Las conclusiones así obtenidas son similares a las ya vistas en el puente de Wheatstone.***

## 6 Convergencia al Equilibrio de un Puente de Corriente Alterna. Ejemplo para un Puente Simplificado

Hemos observado que en los puentes de corriente continua, el equilibrio se lograba regulando ya sea la relación a/b como la resistencia c. Esto indica que con una maniobra de resistencias se puede encontrar la condición de equilibrio. En los puentes de corriente alterna la maniobra no es así, como lo vamos a demostrar:

Analizar las dificultades para lograr el equilibrio en un puente que contenga resistencias y reactancias en todas sus ramas, condujo a una simplificación basada en el esquema de conexiones de la Figura 7. Si bien, como veremos luego, hay muchos tipos de puentes que no siguen esta disposición resulta útil analizar el puente de la Figura 7 para comprender el concepto de convergencia, que luego se puede extender a otros modelos de puente.

### 6.1 Puente de Corriente Alterna Simplificado

El planteamiento se puede hacer en base a las siguientes consideraciones:

Sea un puente que contiene solo resistencias en dos de sus ramas, tal que:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_a &= R_a & \bar{Z}_b &= R_b \\ \bar{Z}_c &= R_x + jX_x & \bar{Z}_d &= R_d + jX_d\end{aligned}$$

En el equilibrio se cumple que:

$$\bar{U}_{NP} = 0$$

$$R_a(R_x + jX_x) = R_b(R_d + jX_d)$$

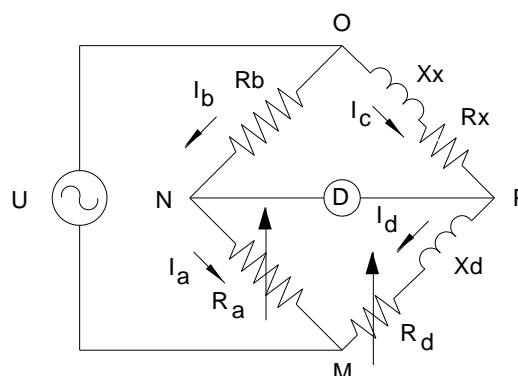


Figura 7

$$\begin{aligned}R_a R_x &= R_b R_d \rightarrow R_x = \frac{R_b R_d}{R_a} \\ R_a X_x &= R_b X_d \rightarrow X_x = \frac{R_b X_d}{R_a}\end{aligned}$$

Es decir, ajustando convenientemente  $R_a$  y  $R_d$  se podría equilibrar el puente.

Pero además, en el equilibrio se cumplirá que:

$$R_a \bar{I}_a = \bar{Z}_d \bar{I}_d \quad \text{o mejor} \quad R_a \bar{I}_a - \bar{Z}_d \bar{I}_d = 0$$

Las corrientes, para la condición de equilibrio valen:

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{U}}{R_a + R_b}$$

e:

$$\bar{I}_d = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_c + \bar{Z}_d}$$

Reemplazando y simplificando la tensión  $\bar{U}$  queda;

$$\frac{R_a}{R_a + R_b} - \frac{\bar{Z}_d}{\bar{Z}_c + \bar{Z}_d} = 0$$

Sacando común denominador y operando:

$$\frac{R_a \bar{Z}_c - R_b \bar{Z}_d}{(R_a + R_b)(\bar{Z}_c + \bar{Z}_d)} = 0 \quad (13)$$

Esta relación vale estrictamente para la condición de equilibrio, y debe ser cierta para numerador nulo, ya que el denominador no puede ser infinito en las condiciones reales del puente. Por lo tanto;

$$R_a \bar{Z}_c - R_b \bar{Z}_d = 0$$



## 6.2 Convergencia del Puente de Corriente Alterna Simplificado

Si nos apartamos del equilibrio, la ecuación 13 no se cumple, y dentro de ella el denominador juega un papel despreciable frente al numerador, que es el que manifestará en mayor medida el apartamiento del equilibrio. Por lo tanto, como hipótesis simplificativa vamos a suponer que el apartamiento del equilibrio en un puente de corriente alterna está dado por la cantidad compleja;

$$\bar{E}_{diferencia} \cong \bar{E}_d = R_a \bar{Z}_c - R_b \bar{Z}_d$$

$$\bar{E}_{diferencia} \cong R_a(R_x + jX_x) - R_b(R_d + jX_d)$$

$$\bar{E}_{diferencia} \cong \bar{A} - \bar{B}$$

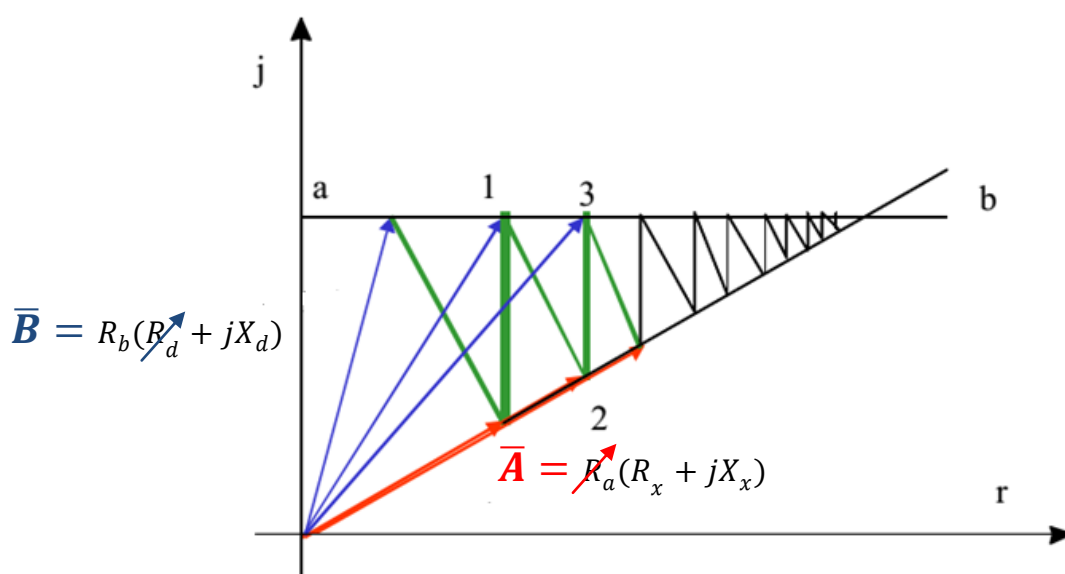


Figura 8

El vector  $E_d$  será proporcional a la diferencia entre los dos vectores indicados (A y B). Primero se ajusta  $R_d$  hasta tener la indicación mínima en el detector, o sea aumentando  $R_d$  hasta que el extremo del vector  $R_b(R_d + jX_d)$  que se desplaza sobre la recta "ab" llegue al punto 1.

A continuación se ajusta  $R_a$  aumentando la magnitud de  $R_a(R_x + jX_x)$  hasta el punto 2 en el que la indicación del detector será mínima (por ser mínimo el valor de  $E_d$ ). Luego se vuelve a ajustar  $R_d$  hasta llegar al punto 3 - y se continúa hasta que  $E_d=0$ .

Surge así que ninguna variación aislada de resistencias  $R_a$  o  $R_d$  conducen por sí mismas al equilibrio. La condición de equilibrio, dada ahora por  $E_d=0$  solamente se puede lograr por medio de un procedimiento de ajustes sucesivos regulando dos resistencias. El equilibrio en un puente de corriente alterna se logra entonces, por medio de maniobras sucesivas de aproximación (convergencia) haciendo uso de dos factores.

## 7 Formas Prácticas de los Puentes de Corriente Alterna

En base a todos los razonamientos teóricos anteriores, han surgido diversas soluciones prácticas para lograr puentes eficientes. Como es bien sabido, los puentes sea en corriente continua como en corriente alterna, pueden obtenerse por dos caminos:

- Armand el puente con elementos sueltos que se tienen en los laboratorios de medidas eléctricas.
- Por medio de unidades compactas que tienen todos los elementos necesarios, y de producción comercial en serie.

En el primer caso, el operador puede elegir con mucho más acierto el valor de los elementos y su sensibilidad, y obtener puentes más adecuados al problema que se le plantea. En el segundo caso, la practicidad de los conjuntos compactos constituye una ventaja operativa, sumando a que los mismos son más fácilmente transportables.

La variedad de puentes de corriente alterna es extensa. Además, las denominaciones no son siempre concordantes y en diversas áreas de trabajo, por lo que resulta a veces difícil definir cada puente con un solo nombre o demonización. Por lo regular, los puentes llevan los nombres de destacados investigadores que los desarrollaron, pero es este un aspecto sobre el que no siempre hay unanimidad. Por lo tanto, las descripciones que siguen corresponden a las denominaciones que más corrientemente encontramos. Además debe decirse que se plantea el circuito fundamental y las fórmulas de uso, omitiendo las especificaciones de cada puente comercial.

### 7.1 Puentes para Medición de Inductancias

#### 7.1.1 Puente de Maxwell

Este puente tiene la propiedad de medir una inductancia en función de una capacitancia conocida “Cp” patrón. Un capacitor tiene ciertas ventajas como patrón en comparación con un inductor patrón, ya que no origina prácticamente ningún campo externo, es más compacto y más fácil de aislar.

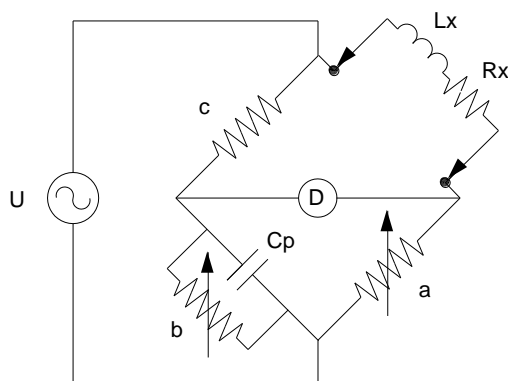


Figura 9: Puente de Maxwell

*Responde al esquema de la Figura 9 y se lo emplea para la medición de inductores, es decir, determinación del coeficiente de autoinducción  $L_x$  y su correspondiente resistencia  $R_x$ .*

La frecuencia de alimentación se elige conforme al uso a que está destinada la autoinducción. Muchas veces, en puentes comerciales, la frecuencia suele ser del orden de los 1000 ciclos por segundo (1 KHZ). Este montaje da buenos resultados para la medición de inductores de bajo factor de mérito.

Los desarrollos para llegar a las fórmulas de uso son los siguientes;

$$ac = \bar{Z}_b \bar{Z}_x$$

$$\bar{Z}_x = R_x + jX_x$$

$$\bar{Z}_b = \frac{1}{\bar{Y}_b} = \frac{1}{\frac{1}{b} - \frac{1}{jX_{C_p}}} = \frac{1}{\frac{1}{b} + j\omega C_p b}$$

$$\bar{Z}_b = \frac{b}{1 + j\omega C_p b}$$

Reemplazando en la primera se obtiene;

$$ac(1 + j\omega C_p b) = b(R_x + jX_x)$$

$$ac + jacb\omega C_p = bR_x + jbX_x$$

De la misma surge:

$$ac = bR_x$$

$$acb\omega C_p = bX_x = b\omega L_x$$

De este conjunto obtenemos:

$$R_x = \frac{a}{b} c$$

$$L_x = C_p ac$$

También es posible conocer el “factor de mérito” (Q) del inductor por reemplazo:

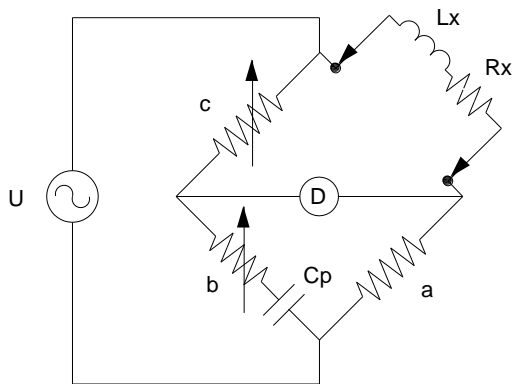
$$Q_x = \frac{\omega L_x}{R_x} = \omega C_p b$$

*El equilibrio se puede obtener por variación de la resistencia “a” juntamente con la resistencia “b” (o la resistencia “a” juntamente con la resistencia “c”). Los ajustes no serán independientes entre sí (como se desprende de las relaciones que dan  $R_x$  y  $L_x$ ) y el equilibrio se hallará después de varias tentativas. Primero se intenta un equilibrio inductivo variando “a”, hasta que la indicación del detector se hace mínima, aunque no nula, luego se varía “b” para tender al equilibrio resistivo, lo que desajusta el equilibrio inductivo. En la siguiente variación de “a” se mejora el equilibrio inductivo, aunque con ello se altera la condición obtenida en el paso anterior. Después de hacer varios ajustes se alcanza finalmente un equilibrio para ambas condiciones simultáneamente.*

*La convergencia de este proceso hacia el equilibrio final es más lenta mientras menor sea el Q del inductor ( $Q = \omega L_x / R_x$ ). Sin embargo para valores altos de Q, el valor de “b” se vuelve muy grande y la exactitud del método disminuye, por lo que este puente se adapta muy bien para inductores con valores bajos o medios de Q.*

### 7.1.2 Puente de Hay

Es una modificación del puente de Maxwell, que puede ser usado con ventaja cuando el inductor tiene un gran ángulo de fase (o sea poca resistencia interna que implica alto Q).



Responde al esquema de Figura 10. Difiere del puente de Maxwell en que tiene un resistor en serie con el capacitor patrón “ $C_p$ ” en vez de tenerlo en paralelo. Para grandes ángulos de fase este cambio exige solamente un pequeño valor de la resistencia en serie con el capacitor, en vez de un gran valor de la resistencia en paralelo. Con ello se consigue una condición de equilibrio más favorable para inductores de alto valor de  $Q$ .

Figura 10: Puente de Hay

La relación de equilibrio es ahora:

$$ac = \bar{Z}_b \bar{Z}_x$$

$$\bar{Z}_x = R_x + jX_x$$

$$ac = \left( b - j \frac{1}{\omega C_p} \right) (R_x + jX_x) = \left( b + \frac{1}{j\omega C_p} \right) (R_x + jX_x)$$

$$j\omega C_p ac = (bj\omega C_p + 1)(R_x + j\omega L_x)$$

$$j\omega C_p ac + \omega^2 L_x C_p b = R_x + j\omega(bR_x C_p + L_x)$$

De ésta última deducimos;

$$R_x = \omega^2 L_x C_p b$$

$$C_p ac = bR_x C_p + L_x$$

Se trata de dos ecuaciones con dos incógnitas que resolvemos;

$$L_x = C_p ac - bR_x C_p$$

$$R_x = \omega^2 C_p b (C_p ac - bR_x C_p)$$

Operando y despejando;

$$R_x = \frac{\omega^2 C_p^2 abc}{1 + \omega^2 C_p^2 b^2}$$

Por reemplazo obtenemos;

$$L_x = \frac{ac C_p}{1 + \omega^2 C_p^2 b^2}$$

El coeficiente de mérito del inductor vale;

$$Q_x = \frac{\omega L_x}{R_x} = \frac{1}{\omega C_p b}$$

De la anterior deducimos también;

$$L_x = \frac{C_p a c}{1 + \frac{1}{Q^2}}$$

Para los inductores de  $Q > 10$  se puede adoptar, sin gran error;

$$L_x \cong C_p a c$$

Las ecuaciones de este puente difieren de las vistas en los puentes anteriores en que contienen a  $\omega$ , por lo que el puente será sensible a la frecuencia, lo que no ocurriría en el puente de Maxwell. Por lo tanto se hace necesario conocer exactamente el valor de la frecuencia y trabajar con una forma de onda senoidal.

### 7.1.3 Puente de Owen

La Figura 12 representa el llamado puente de Owen, para los mismos fines que el anterior, pero que opera con independencia de la frecuencia en las fórmulas de cálculo.

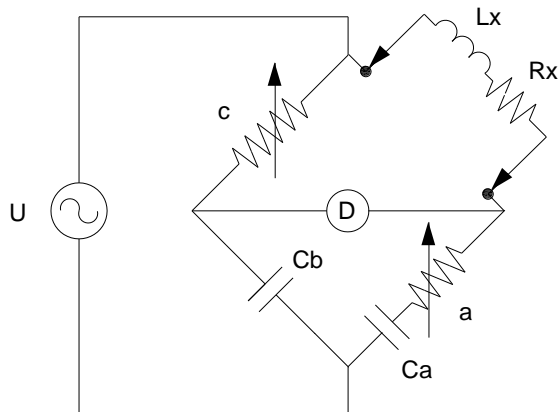


Figura 11: Puente de Owen

Las fórmulas de cálculo surgen del siguiente razonamiento;

$$\frac{1}{j\omega C_b} (R_x + jX_x) = c \left( a + \frac{1}{j\omega C_a} \right)$$

$$R_x + j\omega L_x = c \left( a + \frac{1}{j\omega C_a} \right) j\omega C_b$$

$$R_x + j\omega L_x = j\omega C_b c a + \frac{C_b}{C_a} c$$

$$R_x = \frac{C_b}{C_a} c$$

$$L_x = C_b c a$$

$$Q_x = \omega C_a a$$

## 7.2 Puentes para Medición de Capacidades

Pasaremos ahora a considerar la medición de capacitores con pérdidas, y por lo que sabemos de Electrotecnia, estos componentes pueden ser representados con el auxilio de un circuito que contenga capacidad y resistencia. Ambos elementos a su vez, pueden admitirse en serie o en paralelo, y de allí derivan dos versiones en el brazo de la incógnita: la capacidad desconocida  $C_x$  en serie con la resistencia  $R_x$  representativa de las pérdidas, ó la capacidad desconocida  $C_x$  en paralelo con la resistencia  $R_x$ .

### 7.2.1 Puente de Comparación de Capacitancia en Serie

Esta forma de tratar a un capacitor real es apropiada para casos en que las pérdidas son de baja cuantía. La solución de este puente es;

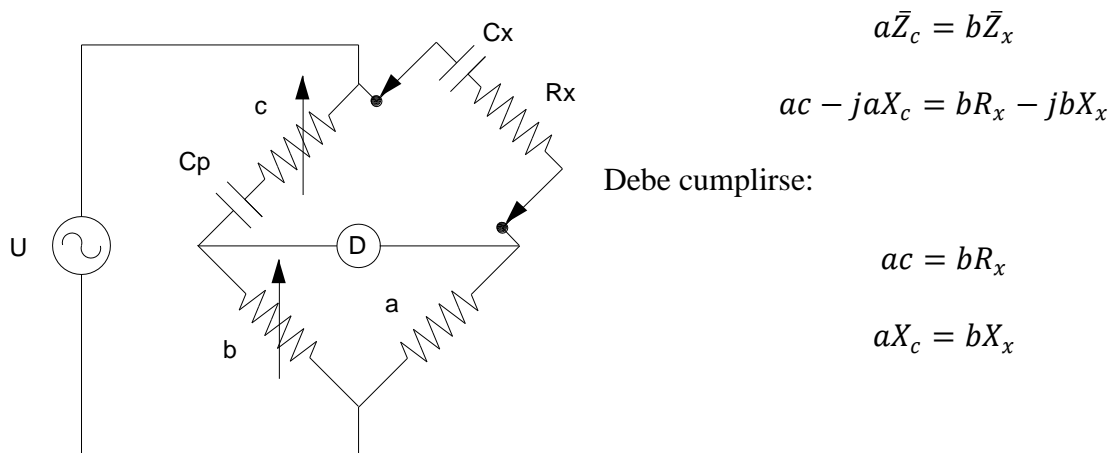


Figura 12: Puente de Capacitancia Serie

Reemplazando las reactancias por su valor en función de las capacidades se tiene;

$$R_x = \frac{a}{b}c$$

$$C_x = \frac{b}{a}C_p$$

En este puente los únicos elementos variables son resistencias. Esto ayuda al usuario a acercarse rápidamente al equilibrio. Además de  $C_x$  el puente también indica  $D$ . El factor de disipación o pérdida ( $D$ ) del capacitor para el modelo serie es:

$$D = \frac{R_x}{X_x} = \frac{R_x}{\frac{1}{\omega C_x}} = \omega C_p c$$

Si el factor de disipación de un capacitor es pequeño ( $0.001 < D < 0.1$ ) se emplea el puente de comparación de capacitancia en serie. Si  $D$  es mayor ( $0.05 < D < 50$ ) se emplea el puente de comparación de capacitancia en paralelo.

### 7.2.2 Puente de Comparación de Capacitancia en Paralelo

Esta forma de tratar a un capacitor real es apropiada para casos en que las pérdidas son de alta cuantía. La solución de este puente es;

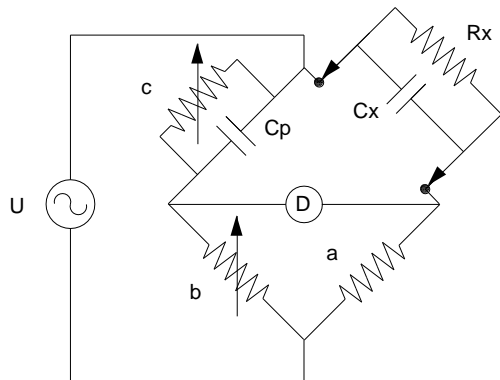


Figura 13: Puente de Capacitancia Paralelo

$$\bar{Z}_c = \frac{1}{\bar{Y}_c} = \frac{1}{\frac{1}{c} - \frac{1}{jX_{C_p}}} = \frac{1}{\frac{1}{c} + j\omega C_p} = \frac{c}{1 + j\omega C_p c}$$

$$\bar{Z}_x = \frac{1}{\bar{Y}_x} = \frac{1}{\frac{1}{R_x} - \frac{1}{jX_{C_x}}} = \frac{1}{\frac{1}{R_x} + j\omega C_x} = \frac{R_x}{1 + j\omega C_x R_x}$$

Debe cumplirse:

$$a\bar{Z}_c = b\bar{Z}_x$$

$$a \frac{c}{1 + j\omega C_p c} = b \frac{R_x}{1 + j\omega C_x R_x}$$

Operando convenientemente se obtiene:

$$R_x = \frac{a}{b} c$$

$$C_x = \frac{b}{a} C_p$$

El factor de disipación o pérdida (D) del capacitor para el modelo paralelo es:

$$D = \frac{X_X}{R_X} = \frac{\frac{1}{\omega C_x}}{R_X} = \frac{1}{\omega C_p c}$$

### 7.2.3 Puente de Shering

En la Figura 14 dibujamos el conocido puente de Shering apto para determinar capacidades de cables y conductores de alta tensión, capacitores industriales, y también medidas con alta frecuencia. Es uno de los puentes más importante en corriente alterna, se lo usa mucho en la medición de capacitancias en general y en particular en la medición de pérdidas dieléctricas.

Básicamente su circuito es el mismo que el usado en la comparación de capacitancias. En él  $R_x$  representa la resistencia propia del capacitor a medir, considerándola como una resistencia en serie.

Este montaje es también usado para efectuar las mediciones con tensiones altas, para reproducir en el capacitor en examen, las mismas condiciones de servicio, particularmente cuando se trata de cables de conducción de energía.

En mediciones generales  $C_a$  es un capacitor patrón de gran exactitud, con efectos resistivos muy pequeños. Para pruebas de aislación  $C_a$  es generalmente un capacitor de aire diseñado cuidadosamente para evitar que su aislación esté bajo la acción de campos eléctricos fuertes. Como en los casos anteriores;

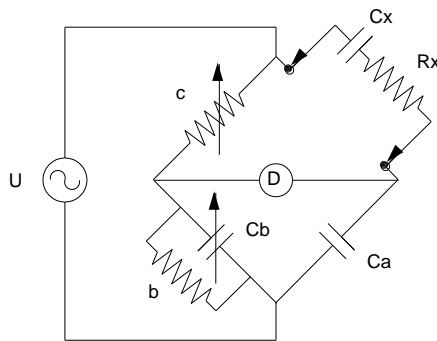


Figura 14: Puente de Shering

Reemplazando:

$$\bar{Z}_a \bar{Z}_c = \bar{Z}_b \bar{Z}_x$$

$$-j \frac{1}{\omega C_a} c = \frac{1}{\frac{1}{b} + j\omega C_b} \left( R_x - j \frac{1}{\omega C_x} \right)$$

$$-j \frac{c}{\omega C_a} = \frac{b R_x - j \frac{1}{\omega C_x}}{1 + j\omega b C_b}$$

$$-j \frac{c}{\omega C_a} + \frac{\omega b C_b c}{\omega C_a} = b R_x - j \frac{b}{\omega C_x}$$

De las anteriores surgen las siguientes;

$$R_x = c \frac{C_b}{C_a}$$

$$C_x = \frac{b}{c} C_a$$

El factor de disipación o pérdida (D) del capacitor para el modelo serie es:

$$D = \frac{R_x}{X_x} = \frac{R_x}{\frac{1}{\omega C_x}} = \omega C_b b$$

### 7.3 Puentes Universales

Existen en el mercado, dispositivos de medición llamados “puentes universales”. El puente universal es un instrumento diseñado para poder medir R, L y C sobre un amplio rango de valores. Para poder llevar a cabo esas funciones el instrumento tiene cinco o seis circuitos puente integrados. Esos cinco circuitos son el puente de Wheatstone, los puentes de capacitancia en serie y en paralelo, el puente de Maxwell y el puente de Hay. Además de la señal interna de excitación de frecuencia fija, permiten el empleo de otras fuentes externas de corriente alterna como señales de excitación. Así se logra la operación a varias frecuencias.



## 8 Blindajes y Puesta a Tierra de los Puentes de Corriente Alterna

Para conseguir una elevada exactitud y evitar errores de medición se deben tener en cuenta una serie de factores que hasta ahora no hemos considerado.

Entre los elementos del puente existen capacidades parásitas de valor desconocido generalmente, como así también capacidad respecto de tierra. Si ellas fueran pequeñas frente a los componentes del puente podrían ser despreciadas, si no fuera así hay que buscar técnicas especiales, ya sea constructivas o de medición para eliminar éstas fuentes de errores sistemáticos.

La fuente de error es debido a campos magnéticos y eléctricos que aparecen sobre todo en altas frecuencias. Es bueno decir que hasta los simples conductores de empalme tienen efectos indeseados. Efectivamente un alambre de conexión tiene por metro una autoinducción del orden de 1 a 2  $\mu\text{H}$  (micro Henry) y, además, una capacidad contra masa del orden de 5 a 10 pF (picoFaradio). Su análisis se hace bastante complejo.

Para tratar de minimizar estas fuentes de errores se utilizan técnicas como las siguientes:

- Para mantener el desplazamiento magnético reducido entre los elementos del circuito, se suele usar cable de conexión trenzados o de tipo coaxial, blindajes en los transformadores de alimentación y detectores y alejamiento lo máximo posible de los componentes entre sí.
- Para minimizar los errores debidos a las capacidades parásitas, y a los acoplamientos entre elementos del circuito a la tierra se suele encerrar los elementos del puente mediante blindajes, los que son conectados o son mantenidos a un determinado potencial, de modo que la capacitancia resultante no afecte la condición de equilibrio o resulte fija y de magnitud conocida.

En los puentes estudiados cada vértice de los mismos tienen una capacidad respecto a cualquier otro punto y respecto de tierra que podrían alterar la medición. Se puede eliminar considerablemente esta influencia en la medición mediante la puesta a tierra de un vértice del puente. Generalmente se pone a tierra un vértice del detector.