

Introducción a las Mediciones Eléctricas

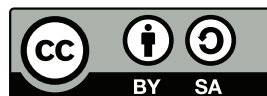
**Escuela de Educación Técnico
Profesional N 669**

2019

Introducción a las Mediciones Eléctricas

Prof. Juan Manuel Maffei

This work is licensed under a Creative Commons “Attribution-ShareAlike 3.0 Unported” license.



Usted es libre de:

- Compartir — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato
- Adaptar — remezclar, transformar y construir a partir del material para cualquier propósito, incluso comercialmente.

Bajo los siguientes términos:

- Atribución — Usted debe dar crédito de manera adecuada, brindar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciante.
- CompartirIgual — Si remezcla, transforma o crea a partir del material, debe distribuir su contribución bajo la misma licencia del original.
- No hay restricciones adicionales — No puede aplicar términos legales ni medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia.

Índice general

1	Sobre las mediciones	7
1.1	Magnitudes	7
1.1.1	Precisión y exactitud	8
1.2	Sistema Internacional de Unidades	8
1.2.1	Unidades	8
1.2.2	Prefijos	9
1.2.3	Reglas	9
1.3	Consideraciones para la lectura de mediciones	10
1.3.1	Cifras significativas	10
1.3.2	Redondeo	10
1.3.3	Notación científica y de ingeniería	11
1.4	Mediciones directas e indirectas	12
1.5	Generalidades de instrumentos de medición eléctrica	13
1.5.1	Instrumentos analógicos	13
1.5.2	Instrumentos digitales	13
2	Errores	15
2.0.1	Error absoluto	15
2.0.2	Tolerancia	15
2.0.3	Error relativo	16
2.1	Clasificación de los errores	17
2.1.1	Errores groseros	17
2.1.2	Errores sistemáticos	17
2.2	Clase de un instrumento	18
3	Magnitudes eléctricas	21
3.1	El átomo	21
3.1.1	Fuerza eléctrica	22
3.1.2	Materiales conductores y aislantes	23
3.2	Diferencia de potencial eléctrico o tensión	23
3.3	Intensidad de corriente eléctrica	24
3.4	Relación entre tensión y corriente: la resistencia	25

3.4.1	Ley de Ohm	26
3.5	Potencia (para corriente continua)	26
3.5.1	Energía	27
3.5.2	Eficiencia	27
3.6	Campos eléctricos	28
3.6.1	Capacitores	28
3.7	Campos magnéticos	31
3.7.1	Inductores	32
4	Corriente alterna	35
4.1	Corriente alterna senoidal	36
4.1.1	Definición matemática	37
4.2	Valores rms	38
4.3	Fasores	38
4.4	Potencia	38
5	Sistemas trifásicos	39
5.1	Generación	39
5.2	Secuencias de fases	39
5.3	Potencia	39
5.4	Cargas desbalanceadas	39
6	Instrumentos de medición	41
6.1	Galvanómetro	41
6.2	Multímetro	41
6.2.1	Voltímetro	41
6.2.2	Amperímetro	41
6.2.3	Óhmetro	41
6.3	Vatímetro	41
6.4	Capacímetro	41
6.5	Frecuencímetro	41
6.6	Pinza amperométrica	41
6.7	Megóhmetro, megger o medidor de aislamiento eléctrico	41
6.8	Telurímetro o medidor de puesta a tierra	41
6.9	Osciloscopio	42
6.10	Comprobadores de tensión	42
6.10.1	Buscapolo	42
6.10.2	Medidor inductivo	42
6.11	Cofímetro o medidor de factor de potencia	42
6.12	Medidores de energía	42
6.12.1	Transformadores de corriente	42
6.13	Medidor de campo electromagnético	42
6.14	Milióhmetro	42
6.15	Generadores de funciones	42

7	Máquinas eléctricas	43
7.1	Generadores	43
7.2	Motores	43
7.3	Transformadores	43
8	Prácticas de laboratorio	45
8.1	Mediciones en CC	45
8.1.1	Prueba de componentes	45
8.2	Ensayos sobre instalaciones de CA	45
8.2.1	Consumos	45
8.2.2	Energía	45
8.2.3	Puesta a tierra	45
8.2.4	Potencia	45
8.2.5	Armónicas	45
8.3	Ensayos sobre máquinas eléctricas	46
8.3.1	Motores de CA	46
8.3.2	Transformadores	46
8.4	Tratamiento digital de datos	46

Capítulo 1

Sobre las mediciones

1.1. Magnitudes

Medir es **comparar el valor de una magnitud con otro**, al que se consideró **la unidad** de dicha magnitud, a través de un experimento físico.

Una **magnitud** es toda aquella propiedad de un cuerpo que pueda ser medida.

La **cantidad** es el valor numérico que toma la medida dentro de un sistema de mediciones.

La **unidad** es la cantidad física que se toma como referencia para hacer las mediciones

Ejemplo 1.1. Dada la expresión: Altura del edificio = 80 metros,

- Altura es la magnitud.
- 80 es la cantidad.
- metro es la unidad.

Quiere decir que la altura del edificio (magnitud: longitud) es 80 veces (cantidad) la longitud de referencia denominada metro (unidad).

Las unidades se fijan según acuerdos internacionales por el Comité Internacional de Pesos y Medidas. Recientemente, en noviembre de 2018, se votó la redefinición de algunas de las unidades fundamentales, incluida el Ampere (para medir corriente eléctrica).

Durante este curso, usaremos el **Sistema Internacional de Unidades**, pero es posible que en otros contextos se utilicen otros, como el sistema inglés o el CGS.

1.1.1. Precisión y exactitud

Es común utilizar los términos **precisión** y **exactitud** como sinónimos, pero en el ámbito de la metrología, existe una diferencia:

- Precisión se refiere al grado de dispersión del conjunto de valores obtenidos en la medición repetida de una magnitud.
- Exactitud se refiere al grado de concordancia entre lo medido y su valor verdadero.

1.2. Sistema Internacional de Unidades

1.2.1. Unidades

Magnitud (símbolo)	Unidad (símbolo)
longitud (L)	metro (m)
masa (M)	kilogramo (kg)
tiempo (T)	segundo (s)
corriente eléctrica (I)	ampere (A)
temperatura (Θ)	kelvin (K)
intensidad lumínica (J)	candela (cd)
energía (E)	julio (J)
fuerza (F)	newton (N)
potencia (P)	vatio (W)
carga eléctrica (Q)	coulomb (C)
tensión eléctrica, diferencia de potencial (V)	voltio (V)
capacitancia	faradio (F)
resistencia eléctrica (R)	ohmio (Ω)
flujo magnético	weber (Wb)
campo magnético	tesla (T)
inductancia (L)	henrio (H)
flujo luminoso	lumen (lm)
frecuencia	hertz (Hz)

1.2.2. Prefijos

Factor de multiplicación	Nombre	Símbolo
10^{24}	yotta	Y
10^{21}	zetta	Z
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10^1	deka	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y

1.2.3. Reglas

1. Los símbolos son siempre impresos en letra tipo romana, indistintamente del tipo de letra usado en el resto del texto.
2. Los símbolos son escritos en minúscula excepto cuando el nombre de la unidad se deriva de un nombre propio.
3. Los símbolos de los prefijos se imprimen en letra tipo romana sin espacio entre los símbolos del prefijo y la unidad.
4. Los símbolos nunca se pluralizan.
5. Nunca use un punto después de un símbolo, excepto cuando el símbolo ocurre al final de una oración.
6. Siempre use un espacio entre el número y el símbolo, excepto cuando el primer carácter de un símbolo no es una letra.
7. Los símbolos se usan en conjunto con números en lugar de escribir el nombre completo de la unidad; cuando no hay números, las unidades se escriben con su nombre propio.

1.3. Consideraciones para la lectura de mediciones

1.3.1. Cifras significativas

Según el nivel de precisión que se requiera en una medición, será necesario utilizar una determinada cantidad de cifras significativas.

Existen magnitudes continuas, que son aquellas que entre dos valores poseen infinitas posibilidades, y magnitudes discretas, que entre dos valores cualesquiera poseen una cantidad numerable y finita de posibilidades.

- Ejemplo 1.2.**
- La cantidad de conductores dentro de una caja es una magnitud discreta (puede haber uno, dos, diez o incluso ningún cable, pero no 1,3 cables).
 - La longitud de un conductor es una magnitud continua (puede medir 0,5 m, o 0,554 m, o 0,5533223 m).

Las mediciones de magnitudes continuas siempre serán aproximadas, y las mediciones de magnitudes discretas, en muchos casos, pueden ser exactas.

El número de cifras significativas determinan la precisión de una medición.

Siempre que se opere con dos medidas, la precisión de ambas deberá ser consistente. Esto significa que si se suma una medición con precisión de decimales con otra con precisión de milésimos, el resultado será impreciso. En estos casos, el número con menor precisión determinará la precisión de la solución.

1.3.2. Redondeo

En muchos casos, será necesario redondear las mediciones. Para ello, se toma la lectura hasta el último dígito significativo que se esté considerando, sumando 1 al mismo si el próximo dígito es mayor o igual que 5, o dejándolo como está (truncar) si el próximo dígito es menor que 5.

Ejemplo 1.3. Si $V_1 = 3,25\text{V}$, $V_2 = 2,4201\text{V}$ y $V_3 = 3,245\text{V}$,

- $V_1 + V_2 = 3,25\text{V} + 2,4201\text{V} = 5,6501\text{V} = 5,65\text{V}$
- $V_1 + V_3 = 3,25\text{V} + 3,245\text{V} = 6,495\text{V}$. Como el número con menor precisión tiene dos dígitos decimales, deberá redondearse, sumando una unidad a las centésimas (porque el dígito de las milésimas es 5) obteniendo $6,50\text{V}$ o $6,5\text{V}$.

1.3.3. Notación científica y de ingeniería

En la sección 1.2.2, se han usado, como factores de multiplicación, potencias de 10.

A veces, cuando los valores con los que se trabaja son muy grandes o muy pequeños, suele ser cómodo utilizar potencias de 10. De ese modo, puede expresarse estos valores indicando sólo sus cifras significativas, multiplicadas por una potencia de 10.

Si la potencia es positiva, el factor de multiplicación será un 1 y tantos ceros como indique el exponente:

Valor	Potencia	Operación
1	10^0	$10/10$
10	10^1	10
100	10^2	10×10
1000	10^3	$10 \times 10 \times 10$
...
1 y n ceros	10^n	$10 \times 10 \times 10 \dots n \text{ veces}$

Si la potencia es negativa, debe recordarse la siguiente propiedad de las potencias:

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

Esto da lugar al siguiente razonamiento:

Valor	Potencia	Operación
0,1	10^{-1}	$1/10$
0,01	10^{-2}	$1/100$
0,001	10^{-3}	$1/1000$
0,0001	10^{-4}	$1/10000$
...
0, ($n-1$) ceros y 1	10^{-n}	$1/1(n \text{ ceros})$

Ejemplo 1.4. Expresar los siguientes valores en forma decimal.

- $3 \times 10^{-3} = 3 \times \frac{1}{1000} = 3 \times 0,001 = 0,003$
- $12 \times 10^4 = 12 \times 1000 = 12000$
- $3,25 \times 10^6 = 3,25 \times 1000000 = 3250000$
- $3,25 \times 10^{-4} = 3,25 \times 0,0001 = 0,000325$

En los ejemplos anteriores, se procedió a multiplicar un número por una potencia de 10, para obtener valores más pequeños o más grandes, y a simple vista resulta más legible.

Es una convención en notación científica, que la mantisa o coeficiente por el cual se multiplique la potencia de 10, debe estar entre 1 y 10.

La notación de ingeniería es similar, excepto que los exponentes de la potencia de 10 deben ser múltiplos de 3 y la mantisa debe estar entre 1 y 1000. Esto permite utilizar prefijos de magnitud como los que se enunciaron en la sección 1.2.2.

Ejemplo 1.5. Convertir las siguientes medidas para eliminar los prefijos, según la tabla de la sección 1.2.2.

- $3\mu\text{F} = 3 \times 10^{-6}\text{F} = 0,000003\text{F}$
- $1,2\text{mA} = 1,2 \times 10^{-3}\text{A} = 0,0012\text{A}$
- $120\text{pF} = 120 \times 10^{-12}\text{F} = 0,000000000120\text{F}$
- $22\text{M}\Omega = 22 \times 10^6\Omega = 22000000\Omega$

1.4. Mediciones directas e indirectas

Una medición directa es la que se realiza con un instrumento sobre un determinado elemento, mientras que una medición indirecta involucrará, además, algún paso adicional mediante el cálculo.

Ejemplo 1.6. ■ Medir la tensión de un tomacorriente con un voltímetro es una medición directa.

- Con un voltímetro se mide la tensión en una rama de un circuito de CC. Luego se mide la corriente con un amperímetro en serie. Finalmente, se multiplican ambos resultados y con ello se obtiene la medición indirecta de la potencia.

1.5. Generalidades de instrumentos de medición eléctrica

1.5.1. Instrumentos analógicos

Los instrumentos de medición analógicos utilizan una aguja para visualizar las lecturas mediante una aguja, que se mueve de manera continua, al igual que la magnitud que se intenta medir.

En muchos casos, no requieren de alimentación externa, se visualiza de forma más sencilla la variación (crecimiento o decrecimiento) y no son muy sofisticados.

Por otra parte, son más tendenciosos a errores de lectura groseros (por las confusiones en cuanto a las escalas), y tienen poca resolución.

Los instrumentos de medición analógica poseen un **alcance**, que es el valor máximo que puede medir dicho instrumento y una cantidad de divisiones denominadas **deflexiones**, que serán las que indiquen el valor medido según la posición de la aguja.

A partir de estas medidas, puede calcularse la **constante de lectura K**, que es la relación entre el alcance y la máxima cantidad de deflexiones. Esta medida indica la mínima unidad de variación legible.

$$K = \frac{\text{Alcance}}{\alpha \text{MAX}}$$

El **rango de medida** es el tramo de la escala en el cual las lecturas son confiables mientras que el **rango de indicación** corresponde a toda la escala del instrumento.

1.5.2. Instrumentos digitales

Los instrumentos digitales muestran un número de varias cifras en vez de una escala continua. Lo hacen mediante un display digital de varios dígitos, y a veces con alertas sonoras o lumínicas.

Si bien su construcción es más compleja que la de los instrumentos analógicos y requieren una alimentación externa en todos los casos, tienen una alta resolución, evitan los errores de lectura, modifican muy poco el circuito en el que se conectan (impedancia de entrada muy alta) y son muy rápidos.

En algunos casos, se incluye la selección automática de escalas y permiten introducir sus datos directamente en otro sistema (computadoras) para poder procesarlos.

Los instrumentos digitales poseen una determinada **cantidad de dígitos**, que pueden ir de 0 a 9 y un **dígito de sobrerango**, que sólo puede mostrar 0 ó 1.

La **sensibilidad**, en un instrumento digital, corresponde a el dígito menos significativo del rango.

La **resolución**, por otra parte, no tiene unidad. Para calcularla, se debe pensar en la máxima lectura posible y dividir el valor mínimo que puede medir el último dígito sobre esta lectura máxima.

$$\text{Resolución} = \frac{1}{10^d} \text{ siendo } d \text{ la cantidad de dígitos}$$

La resolución también se suele expresar como porcentaje.

Con estos datos, se puede hallar la sensibilidad en función de la resolución del instrumento:

$$\text{Sensibilidad} = \frac{\text{Resolución} \times \text{Valor a plena escala}}{1000}$$

Capítulo 2

Errores

Las mediciones no son exactas, ya que, suponiendo que no exista ningún error humano en el proceso de medición, dependen de la precisión del instrumento. En otras palabras, toda medida estará afectada por un error.

2.0.1. Error absoluto

Si se supone una medida X_v teórica ideal exacta y X_m el valor medido real, el error absoluto E_{abs} se define como la diferencia entre ambos:

$$E_{abs} = X_m - X_v$$

2.0.2. Tolerancia

En la mayoría de los casos, es posible calcular el mayor error absoluto posible (límite de error) en una medición, recurriendo al análisis de las características de los instrumentos y de las técnicas utilizadas. Así, se podría expresar una medición con su respectiva tolerancia, para indicar el grado de precisión de dicha medida.

Ejemplo 2.1. Un capacitor posee una capacidad de $10\mu\text{F} \pm 0,1\mu\text{F}$. Esto significa que su valor real estará comprendido entre $10,1\mu\text{F}$ y $9,9\mu\text{F}$.

Ejemplo 2.2. Un resistor posee una resistencia de $1000\Omega \pm 5\%$. Esto significa que su valor real estará comprendido entre 950Ω y 1050Ω .

Valor verdadero probable

Debido a que se desconoce el valor verdadero original, se tomará el valor verdadero probable X'_v , que considerará todas las causas de error posibles (por el operador, por el método y por el instrumento utilizado).

De ese modo, se puede redefinir el error absoluto como:

$$E_{abs} = X_m - X'_v$$

2.0.3. Error relativo

El error relativo permite conocer la magnitud de un error cometido. Se calcula efectuando el cociente entre el error absoluto y el valor real.

$$E_{rel} = \frac{X_m - X'_v}{X'_v}$$

Error relativo porcentual

Suele ser útil expresar el error relativo como porcentaje. Para eso, multiplicamos el error relativo E_{rel} por 100:

$$e\% = 100 \times E_{rel}$$

Ejemplo 2.3. Se tomó la medición de la tensión de una rama de un circuito, obteniendo un valor de $30V$, y un valor real de $27V$.

Hallar el error absoluto, el error relativo y el error relativo porcentual.

Solución:

$$E_{abs} = 30V - 27V = 3V$$

$$E_{rel} = \frac{3V}{27V} \approx 0,1111V$$

$$e\% = 100 \times 0,1111V = 11,11\%$$

Ejemplo 2.4. Se tomó la medición de la tensión de una rama de un circuito, obteniendo un valor de 233V, y un valor real de 230V.

Hallar el error absoluto, el error relativo y el error relativo porcentual.

Solución:

$$E_{abs} = 233V - 230V = 3V$$

$$E_{rel} = \frac{3V}{230V} \approx 0,01304V$$

$$e \% = 100 \times 0,01304V = 1,3 \%$$

Nótese que, si bien en ambos ejemplos el error absoluto es el mismo, el error relativo del ejemplo 2.3 es mucho mayor que la del ejemplo 2.4; por lo que la segunda medición es mucho más precisa.

2.1. Clasificación de los errores

2.1.1. Errores groseros

Son los errores producidos por una mala elección del instrumento o del método, por una mala interpretación del operario (como por ejemplo una transposición de cifras), o bien por una implementación errónea (una lectura en escala incorrecta).

Es posible detectar errores groseros controlando de forma permanente la coherencia de los valores dentro de una serie de mediciones. Si existe un valor que resulte sospechoso para el contexto en el cual se tomó, entonces debería revisarse.

2.1.2. Errores sistemáticos

Son errores que se producen en todas las mediciones tomadas.

Pueden producirse por:

- Errores en el método utilizado.
- Errores en los instrumentos, ya sea por la clase de los mismos como por el desgaste natural o el uso en condiciones inadecuadas.
- Errores por tendencia del observador, ya sea en exceso o en defecto.
- Errores condicionados por el ambiente. Aspectos como la temperatura, humedad, vibraciones o presión, pueden afectar la precisión de un instrumento o de la técnica utilizada.



Figura 2.1: Voltímetro Clase 2,5

2.2. Clase de un instrumento

La clase de un instrumento es uno de los indicadores de la precisión del mismo. Es el valor porcentual que expresa la relación entre el error absoluto y el alcance del mismo:

$$Clase = \frac{E_{abs}^{max}}{Alcance} \times 100$$

Ejemplo 2.5. En la figura 2.1, se puede apreciar que la clase del instrumento es 2,5. Como se ve, el alcance máximo es de 50 V. ¿Cuál es el error absoluto máximo que puede producirse?

Solución: Reemplazando en la ecuación de clase:

$$2,5 = \frac{ErrorAbsMax}{50V} \times 100 \rightarrow ErrorAbsMax = \frac{2,5 \times 50V}{100} = 1,25V$$

Clase del instrumento	Aplicación
0.05 a 0.1	Patrones de referencia. Calibración de instrumentos. Ensayos de laboratorio muy precisos.
0.2 a 0.5	Ensayos de laboratorio. Contraste de instrumentos de una clase al menos 5 veces mayor
>1	Tableros, paneles de escala vertical, instrumentos portátiles de baja precisión.

Capítulo 3

Magnitudes eléctricas

En este capítulo, arribaremos a definir **intensidad de corriente eléctrica**, **tensión eléctrica**, **resistencia eléctrica**, y veremos cómo estas tres magnitudes se encuentran relacionadas. Para ello, será necesario contar con nociones acerca de los átomos y su estructura. Tranquilo... no nos detendremos demasiado en estas ideas, pero debés saber que son fundamentales para poder construir una base sólida en la comprensión de los fenómenos eléctricos.

3.1. El átomo

La materia está constituida por unidades muy pequeñas (del orden de los picómetros) llamadas **átomos**.

Para tener una noción más clara de la pequeñez de los átomos, *el diámetro de un átomo es al diámetro de una manzana como el diámetro de una manzana es al diámetro de la Tierra*.

A su vez, estos átomos poseen un **núcleo**, formado por **protones** y **neutrones**, y uno o varios **electrones**; todos atraídos o repelidos por lo que se conoce con el nombre de **fuerza eléctrica**.

Imaginemos por un segundo que en el Universo, todas las partículas se atrayeran entre sí... Toda la materia estaría comprimida en un único bloque compacto.

Si, por el contrario, todas las partículas se repelieran, el Universo sería un gas en permanente expansión.

Es lógico pensar entonces, que estos tres tipos de partículas (protones, neutrones y electrones), se encuentren atraídas o repelidas entre sí de manera equilibrada para que el Universo pueda subsistir tal y como lo conocemos.

Se dice que los protones tienen carga eléctrica positiva, que repele cargas positivas pero que atrae cargas negativas. Entonces, estos protones positivos

en el núcleo, atraen a una nube de electrones negativos a su alrededor para constituir el átomo.

Los electrones, con carga negativa, son atraídos por el núcleo positivo de protones, pero se rechazan entre sí. Son muy ligeros y se mueven muy rápido.

Debido a este rechazo entre los electrones, no atravesamos una pared al tocarla, ya que los electrones de nuestra mano rechazan a los electrones de la pared.

Si bien la masa de un protón es mucho mayor a la de un electrón, ambos poseen la misma cantidad de carga eléctrica (es decir que un electrón es tan negativo como positivo es un protón).

Las fuerzas eléctricas de atracción y repulsión, harán que las cargas de un átomo se encuentren balanceadas. En otras palabras: un átomo tendrá la misma cantidad de protones que de electrones, y entonces es eléctricamente neutro.

Aunque los átomos tengan carga neutra, es posible que los electrones de sus capas externas, sean atraídos por el núcleo de otros átomos, provocando una “asociación” que da lugar a la formación de moléculas.

3.1.1. Fuerza eléctrica

Según la cantidad de electrones que se encuentren atraídos al núcleo de un átomo, se organizarán en diferentes capas o niveles de energía. Mientras la distancia al núcleo sea mayor, la **fuerza eléctrica** será menor.

La fuerza eléctrica es una magnitud vectorial, que aparece entre dos cuerpos cargados eléctricamente, y puede ser de atracción o de repulsión.

Para comprender mejor la fuerza eléctrica, podemos recurrir a una analogía con la fuerza magnética, con la que hemos experimentado toda la vida: A medida que acercamos un imán fijo a un metal, podemos percibir que la fuerza de atracción entre ambas piezas es mayor, y a medida que lo alejamos, la fuerza es menor.

La fuerza eléctrica entre dos cuerpos cargados se calcula mediante la Ley de Coulomb:

$$F = k \times \frac{q_1 \times q_2}{d^2}$$

- $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$
- q_1 y q_2 son las cantidades de carga de ambos cuerpos, expresados en Coulombs.
- d es la distancia que separa ambos cuerpos.

Con respecto a la unidad de carga, *1 Coulomb* equivale a aproximadamente $6,241509 \times 10^{18}$ electrones, o 6,24 millones de billones de electrones... que si bien es una cantidad enorme, sólo representa a la carga que pasa por un cargador de teléfono celular durante unos pocos segundos.

3.1.2. Materiales conductores y aislantes

Aplicando esta Ley, puede deducirse que los electrones de un átomo pueden estar fuerte o débilmente atraídos por el núcleo según la distancia que mantengan con respecto al núcleo.

Si la atracción entre el núcleo y alguno de sus electrones es débil, ese material es conductor. Si, por el contrario, todos los electrones del átomo se encuentran fuertemente atraídos por el núcleo, no se podrán desprender con facilidad del átomo y por lo tanto son materiales aislantes.

Pero la atracción de los electrones con los núcleos de sus respectivos átomos no depende sólo de su “cercanía al núcleo” sino también de la completud de las capas: los átomos con capas completas suelen ser estables y los átomos con capas incompletas suelen tener más facilidad para ceder electrones (recordando que un material que cede electrones con facilidad es un conductor).

Una capa de electrones puede contener hasta $2n^2$ electrones, donde n es el número de capa.

Tomemos como ejemplo el cobre, cuyos átomos poseen 29 protones y 29 electrones.

Los electrones se encuentran distribuidos de la siguiente forma:

- Capa 1: 2
- Capa 2: 8
- Capa 3: 18
- Capa 4: 1

El electrón de la cuarta capa, se encuentra alejado del núcleo, y además, está en una capa incompleta, porque la cuarta capa puede contener hasta $2 \times 4^2 = 32$ electrones, y por estos motivos el cobre es buen conductor de corriente eléctrica.

Si hubiera, en las inmediaciones del átomo de cobre, una fuerza de atracción lo suficientemente fuerte, el electrón de la cuarta capa se liberaría del átomo padre, quedando el átomo con 29 protones y 28 electrones y carga positiva. Cuando esto ocurre, el átomo se convierte en un ion positivo.

3.2. Diferencia de potencial eléctrico o tensión

Algo similar ocurre en todas las baterías: una separación de cargas positivas y cargas negativas, a través de medios químicos.

Una fuente de tensión no es más que un dispositivo con regiones de carga positiva y carga negativa. Mientras mayores sean estas cargas, mayor será la tensión o voltaje.

Para efectuar este proceso de separación de cargas, es necesario gastar cierta energía. Así, la **diferencia de potencial** se define como el trabajo necesario para mover estas cargas.

$$\text{Dif. de potencial eléctrico } V = \frac{\text{energía potencial } W}{\text{carga } Q} \quad (3.1)$$

Si utilizamos las unidades del S.I., se dice que *1 Volt de potencial equivale a 1 Joule de energía por 1 Coulomb de carga*

$$1V = 1 \frac{J}{C}$$

Ejemplo 3.1. Determinar la tensión entre dos puntos si se requieren 80 J de energía para mover 20 C de carga.

Solución: Aplicando la ecuación 3.1, se tiene

$$\frac{80J}{20C} = 4V$$

Ejemplo 3.2. Determinar la energía consumida para mover una carga de 0,05 C entre dos puntos si la tensión entre los mismos es de 10 V.

Solución: De la ecuación 3.1, se despeja

$$\text{Energía potencial} = \text{Potencial eléctrico} \times \text{carga}$$

Luego

$$0,05C \times 10V = 0,5J$$

3.3. Intensidad de corriente eléctrica

La corriente eléctrica o intensidad de corriente eléctrica, es el flujo de cargas eléctricas; es decir, el movimiento de electrones a lo largo del tiempo.

$$I = \frac{Q}{t} \quad (3.2)$$

La unidad que utilizamos para la corriente es el Ampere, y equivale a 1 Coulomb de carga fluyendo durante 1 segundo de tiempo:

$$1A = \frac{1C}{1s}$$

Ejemplo 3.3. Determinar la corriente eléctrica en Amperes si la carga que fluye es de 0,01 C durante 5 mS.

Solución: De la ecuación 3.2 se sabe que las unidades deberán ser Coulomb para las cargas y segundos para el tiempo. Por ello, debe realizarse la conversión $5\text{mS} = \frac{5}{1000}\text{S} = 0,005\text{S}$, y a continuación, aplicar la ecuación, obteniendo:

$$I = \frac{0,01\text{C}}{0,005\text{S}} = 2\text{A}$$

Ejemplo 3.4. Calcular cuánto tiempo deberá pasar para que circule 1 C de carga si la corriente en un circuito es de 0,3 A.

Solución: De la ecuación 3.2 se despeja el tiempo, obteniendo:

$$t = \frac{Q}{I} \quad (3.3)$$

Y luego, es inmediato que

$$t = \frac{1\text{C}}{0,3\text{A}} = (1/3)\text{S} \approx 0,333\text{S}$$

3.4. Relación entre tensión y corriente: la resistencia

Es común confundir tensión con corriente, pero son dos términos completamente diferentes.

Aplicar una tensión a un material conductor hará que fluya corriente eléctrica por el mismo.

La tensión es la causa, mientras que la corriente es la consecuencia.

Sin tensión no puede haber corriente eléctrica, pero sí puede existir tensión entre dos puntos sin una corriente que circule entre los mismos (esto ocurre, por ejemplo, entre los bornes de una pila que no está conectada en un circuito, ya que existe tensión pero no hay corriente circulando entre los mismos).

Si la tensión es la causa de la corriente, evidentemente una modificación de los valores de tensión alterará la corriente obtenida.

La **resistencia** es la medida de la oposición que presenta un determinado material al paso de la corriente eléctrica. Para medirla, se utiliza como unidad el **Ohmio**, que se simboliza con la letra griega Ω .

3.4.1. Ley de Ohm

Si se piensa en una definición del tipo *Efecto* = $\frac{\text{Causa}}{\text{Oposición}}$, se puede definir la **Ley de Ohm** como sigue:

$$I = \frac{V}{R} \quad (3.4)$$

donde V es la tensión en Voltios, I es la intensidad de corriente en Amperes y R es la resistencia en ohmios.

Figura 3.1: Circuito básico

De la ecuación 3.4 se pueden despejar:

$$V = I \times R \quad (3.5)$$

$$R = \frac{V}{I} \quad (3.6)$$

3.5. Potencia (para corriente continua)

La **potencia** es la cantidad de trabajo que puede realizarse en una cantidad de tiempo. En otras palabras, es *la velocidad a la que se realiza un trabajo*.

Ejemplo 3.5. Un motor GRANDE posee más potencia que un motor PEQUEÑO porque puede realizar más trabajo en la misma cantidad de tiempo.

En términos analíticos, la potencia (en Watts o vatios) es la relación entre trabajo (en Joules) y tiempo (en segundos).

$$P = \frac{W}{t} \quad (3.7)$$

Despejando W en la ecuación 3.1, se obtiene $W = QV$. Esto puede aplicarse en la ecuación 3.7, obteniendo:

$$P = \frac{QV}{t} = V \frac{Q}{t}$$

Finalmente, reemplazando la ecuación de corriente 3.2 en ésta última, se obtiene:

$$P = V \times I \quad (3.8)$$

También puede reemplazarse esta última ecuación en la Ley de Ohm, obteniendo:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (3.9)$$

$$P = I^2 R \quad (3.10)$$

3.5.1. Energía

Para que la potencia convierta energía de cualquier forma, se debe utilizar durante un tiempo. Cuanto más tiempo se consuma la potencia, mayor será la energía consumida.

$$W = P \times t \text{ energía en Watts/hora} \quad (3.11)$$

$$W = P \times t \times 1/1000 \text{ energía en kiloWatts/hora} \quad (3.12)$$

La energía W se medirá en Wh (watts/hora) o kWh (kilowatts/hora) según convenga.

Nótese que la unidad para el tiempo establecida por el SI es el segundo, pero en este caso resulta muy pequeño (y por lo tanto los valores medidos usando esta unidad serían muy grandes), y debe tenerse especial cuidado al operar con estas magnitudes, ya que puede ser necesario realizar conversiones.

3.5.2. Eficiencia

La eficiencia η (eta) se define como la relación entre la **potencia de entrada** y la **potencia de salida** del sistema.

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} \quad (3.13)$$

Este es un valor decimal que varía entre 0 y 1. Habitualmente, se lo suele expresar en porcentaje (por lo que se debería multiplicar la expresión anterior por 100)

$$\eta \% = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} \times 100 \quad (3.14)$$

Si la eficiencia de un sistema fuera del 100 %, esto significaría que su potencia de entrada es igual a la potencia de salida. En la práctica, sabemos que esto no es posible, porque todo sistema tendrá pérdidas por transformación de

energía, y esto implica una diferencia entre las potencias:

$$P_{entrada} = P_{salida} + P_{perdida}$$

3.6. Campos eléctricos

Alrededor de un cuerpo cargado, existirá un **campo eléctrico**. A medida que la distancia al cuerpo sea menor, la **densidad del campo eléctrico** será mayor.

La **densidad de flujo** se define como la relación entre las líneas de flujo y el área que se está evaluando. Como la densidad de carga aumenta consecuentemente con la carga eléctrica, ambas magnitudes (carga y flujo) pueden igualarse.

$$\text{Densidad} = \frac{\text{Carga}}{\text{Área}}$$

La **fuerza del campo eléctrico** F_{ce} es la fuerza que actúa sobre una carga Q en un punto:

$$F_{ce} = \frac{F}{Q}$$

Reemplazando la fuerza en la ecuación anterior según la *Ley de Coulomb*, se obtiene:

$$F_{ce} = \frac{kQ}{r^2} \quad (3.15)$$

Esto quiere decir, que la fuerza del campo eléctrico está relacionada con el tamaño de la carga y la distancia que se mantenga con ésta. A medida que la distancia sea mayor, la fuerza eléctrica será *mucho menor* (dado que el término en el denominador está elevado al cuadrado).

3.6.1. Capacitores

Existe un componente eléctrico cuyo principio de funcionamiento está directamente relacionado con los campos eléctricos: **el capacitor**.

Construcción y principio de funcionamiento

Un capacitor está constituido por dos placas conductoras paralelas separadas a una distancia mínima, por un material **dieléctrico** (aislante), que puede ser aire, mica, cerámica, poliéster, entre otros.

Dado el circuito de la figura 3.2, al cerrar el interruptor y por ahora omitiendo la resistencia (o suponiendo que posee una resistencia de 0Ω), la placa inferior se comenzará a cargar con electrones libres, y la placa superior con cargas positivas.

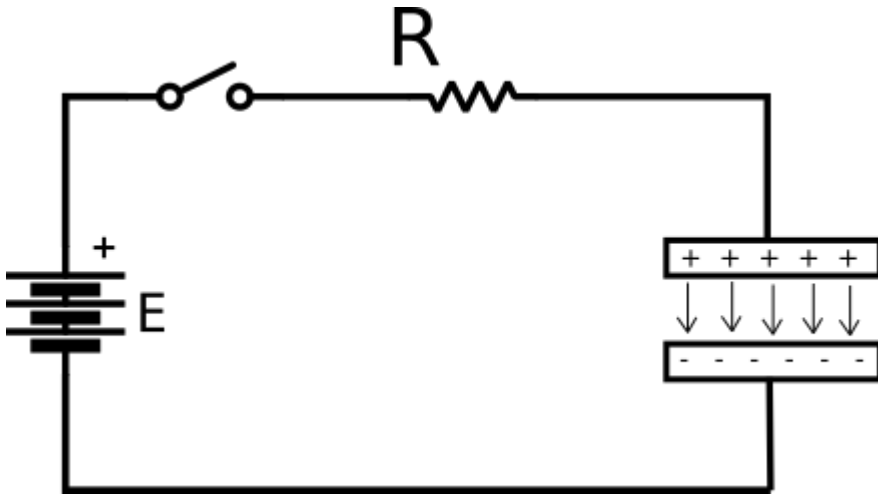


Figura 3.2: Circuito de carga básico de un capacitor

Entre las placas, se alcanzará la tensión de la fuente E .

Como la distancia entre ambas es muy pequeña, las cargas se verán atraídas por una fuerza eléctrica (que recordando la ecuación 3.15, será mayor si la distancia entre ambas es menor), y permanecerán atraídas incluso si se elimina la fuente de alimentación (o si se abre el circuito con el interruptor).

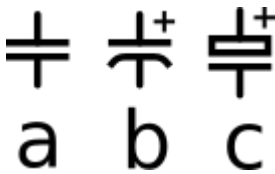


Figura 3.3: Símbolos del capacitor: (a) No polarizado, (b) y (c) Polarizado

Capacitancia

La **capacitancia** de un capacitor es la cantidad de cargas que puede almacenar en él, cuando está completamente cargado.

$$C = \frac{Q}{V} \quad (3.16)$$

La unidad utilizada para medir la capacidad es el **Farad**, y 1 Farad de carga equivale a una carga de 1 Coulomb a una diferencia de potencial de 1 volt.

$$1\text{Farad} = \frac{1\text{C}}{1\text{V}}$$

Redefiniendo la ecuación 3.15 para el caso del capacitor, resulta

$$F_{ce} = \frac{V}{d} \quad (3.17)$$

considerando la fuerza eléctrica en *Voltios/metro*, la tensión en *voltios* y la distancia en *metros*.

El campo eléctrico también es afectado por la **permitividad** del material que se utiliza como dieléctrico. Un aumento en la permitividad del material, permitirá que la misma carga se almacene con un campo eléctrico menor; es decir, con un potencial eléctrico menor. Analizando la ecuación 3.16, si la tensión disminuye, la capacitancia aumentará. En otras palabras, *si la permitividad del dieléctrico es mayor, la capacidad será mayor*.

La permitividad ϵ se define como $\epsilon = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_0}$, donde ϵ_r es la permitividad relativa del material y ϵ_0 es la permitividad del vacío.

En la siguiente tabla, se recopilan los valores de algunos materiales utilizados para la construcción de dieléctricos de capacitores.

Material	Permitividad relativa
Aire	1,0006
Papel	1,5
Aceite	2,8
Mica	4
Cuarzo	4,5
Baquelita	5
PVC	30 a 40
Agua destilada	80
Acetona	191

Si se desea calcular la capacitancia teniendo en cuenta los valores de permitividad eléctrica, la ecuación es la siguiente,

$$C = \epsilon \frac{A}{d} \quad (3.18)$$

considerando ϵ en *Farad/metro*, el área en metros cuadrados, la distancia en metros y la capacidad en Farads.

Debe tenerse en cuenta que los capacitores poseen un **voltaje de trabajo máximo**, que representa la máxima tensión que puede aplicarse en forma continua sin dañar el dispositivo. Si se excede, se puede dañar el dieléctrico.

3.7. Campos magnéticos

Alrededor de un imán permanente existe un campo magnético. Así como se usaron líneas de campo eléctrico para representar los efectos de un campo eléctrico, se usarán **líneas de flujo magnético** para describir el comportamiento de los campos magnéticos.

Las líneas de flujo irradian del polo norte al polo sur del imán, y regresan al norte por el interior del mismo.

Si el imán se divide, aparecerán nuevos polos norte y sur en cada material.

Como se sabe popularmente, los polos opuestos de los imanes generan una fuerza de atracción, mientras que los polos semejantes se repelerán.

Los materiales en los cuales es posible establecer con facilidad líneas de flujo magnético son **ferromagnéticos**, mientras que aquellos que provocan más dificultad para esta tarea son **diamagnéticos**. La magnitud que distingue esta propiedad (el magnetismo) de un material, es la **permeabilidad** y se simboliza con μ .

Si un material **diamagnético** se interpone en un campo magnético, no le provocará una interferencia demasiado grande, y el campo lo atravesará, casi como si este material no estuviera. Si, por el contrario, se interpone un material **ferromagnético**, el campo pasará por el material en vez de por el aire, modificando la trayectoria de las líneas de flujo.

Alrededor de todo conductor por el que circule una corriente, existirá un campo magnético.

Si es un conductor como el de la figura 3.4, aparecerá un campo magnético, con líneas de flujo en el sentido mostrado por las líneas azules.

Si, en cambio, el conductor es una espira como la de la figura 3.5, el campo resultará en una dirección común, como muestra la flecha azul gruesa.

Finalmente, por un bobinado (más de una vuelta), como el de la figura 3.6, se producirá un campo magnético de trayectoria continua, muy parecida a la de un imán permanente. Este es el principio de funcionamiento del electroimán.

La cantidad de líneas de flujo por área unitaria se denomina **densidad de flujo**,

$$B = \frac{\Phi}{A} \quad (3.19)$$

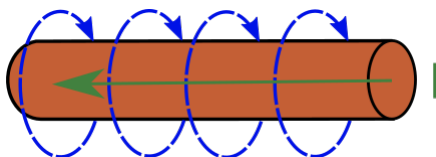


Figura 3.4: Sentido de la corriente y del campo magnético en conductor de un hilo

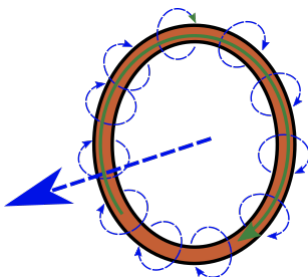


Figura 3.5: Sentido de la corriente y del campo magnético en una espira

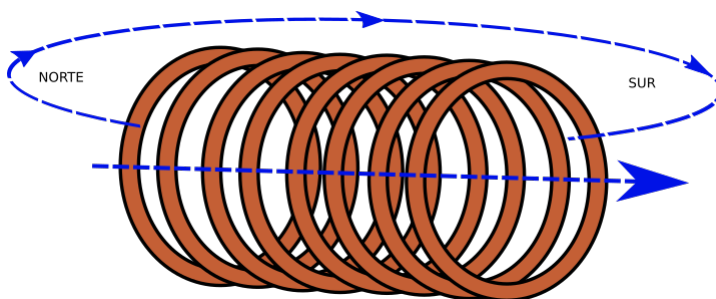


Figura 3.6: Sentido de la corriente y del campo magnético en una bobina

Siendo las unidades utilizadas en el Sistema Internacional:

- Teslas (T) para la densidad,
- Weber (Wb) para el flujo magnético y
- Metros cuadrados (m^2) para el área.

La densidad de flujo en un electroimán se relaciona de manera directa con el número de vueltas del bobinado (N) y la corriente que lo atraviesa (I). Estas dos magnitudes se relacionan dando lugar a la **fuerza magnetomotriz**:

$$F_m = N \times I \quad (3.20)$$

3.7.1. Inductores

El dispositivo descrito en la sección anterior se llama **inductor**, y consiste simplemente en un bobinado por el cual se hace circular una corriente eléctrica.

La fuerza del campo magnético es determinada por la **inductancia** del inductor.

La inductancia es la medida de la oposición a un cambio de corriente en el inductor y se mide en Henries (H).

Existen varios factores que intervienen en los valores de inductancia:

- Permeabilidad del material del núcleo μ ($\text{Wb/A} \times \text{m}$).
- Cantidad de vueltas del devanado N .
- Área A (m^2).
- Longitud l (m).

Todos estos valores se relacionan en la siguiente ecuación:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l} \quad (3.21)$$

Capítulo 4

Corriente alterna

Cuando en una gráfica de **tensión en función del tiempo** se observa un nivel de tensión por arriba del eje de abscisas, se considera positivo. Cuando está por debajo del eje, se considera negativo, y por lo tanto, representa a una corriente que está circulando en sentido contrario.

De esa manera, una tensión que se encuentre sin cruzar el eje en un determinado período de tiempo, se denomina **continua**. Si el sentido de la corriente cambia de forma periódica (es decir, pasa de negativa a positiva o viceversa, y se repite su forma de onda al transcurrir un determinado tiempo), se denomina **alterna**.

Ejemplo 4.1. En la figura 4.1, se pueden apreciar distintas variaciones de la tensión a lo largo del tiempo.

- En la **figura A**, la tensión es continua.
- En la **figura B**, la tensión es alterna, y tiene una forma de onda cuadrada.
- En la **figura C**, la tensión es alterna, y tiene una forma de onda senoidal.
- En la **figura D**, la tensión, si bien tiene forma de onda senoidal, es continua, porque se encuentra siempre por arriba del eje de abscisas. En otras palabras: nunca cambia su sentido, sino que sólo varía su valor de tensión.

Figura 4.1: Corriente alterna y continua

Si bien existen varias formas de ondas de corriente alterna (triangular, cuadrada), la más difundida es la **forma senoidal**, que se puede apreciar en la figura 4.1 (C). Esto es así, porque es el voltaje que se genera en las plantas eléctricas y porque, además, permite realizar ciertos cálculos matemáticos que la explican y predicen, aunque son algo más complejos que los de corriente directa o continua.

4.1. Corriente alterna senoidal

En la figura 4.2 se puede distinguir una onda alterna senoidal. Pueden distinguirse los siguientes parámetros:

- Valor instantáneo: magnitud de una forma de onda en cualquier instante. Se han indicado como ejemplos e_1 , e_2 y e_3 .
- Valor pico: valor instantáneo máximo medido con respecto al nivel de 0 Volts. En la gráfica, se indicó como V_p . También se indicó el valor de pico negativo como $-V_p$.
- Valor pico a pico: tensión entre V_p y $-V_p$. Es la suma entre las magnitudes de los valores de pico positivo y negativo.
- Ciclo: parte más pequeña de una onda hasta que comienza a repetirse.
- Periodo T : Tiempo que dura un ciclo. En el ejemplo se tiene 3 periodos (de O a T_1 , de T_1 a T_2 y de T_2 a T_3 , aunque pueden indicarse otros periodos).
- Frecuencia f : es la cantidad de ciclos que ocurren en 1 segundo. La frecuencia se mide en hertz (Hz), donde $1\text{Hertz} = 1\text{cicloporsegundo}$.

Del desarrollo anterior, se desprende que:

$$f = \frac{1}{T} \quad (4.1)$$

Y que:

$$T = \frac{1}{f} \quad (4.2)$$

Donde T se mide en segundos, y f se mide en Hz (Hertz).

Figura 4.2: Corriente alterna y continua

Ejemplo 4.2. En la figura 4.3 se puede apreciar una onda senoidal que representa la tensión utilizada en Argentina.

El valor de pico es $V_p = 311\text{V}$ y el periodo $T = 0,02\text{s}$.

La frecuencia es

$$f = \frac{1}{0,02\text{s}} = 50\text{Hz}$$

El valor de pico a pico es

$$V_{pp} = 2 \times 311\text{V} = 622\text{V}$$

Figura 4.3: Corriente alterna en Argentina

4.1.1. Definición matemática

Si se desea considerar a la tensión (en voltios) en función del tiempo (en segundos) para una forma de onda senoidal, se deberá partir de la función

$$v(\alpha) = \text{sen}(\alpha)$$

Obsérvese que en vez de utilizarse la variable t (que se suele utilizar para indicar tiempo como número real), se ha definido un ángulo α . Esto se debe a que la función senoidal está definida como el conjunto de valores que se obtienen al proyectar verticalmente un vector de radio que gira con movimiento circular uniforme alrededor de un punto fijo. La forma senoidal completa se trazará luego de haber completado una rotación de 360 grados alrededor del centro (o 2π radianes).

Suele ser más cómodo trabajar con **radianes** en vez de **grados sexagesimales** para medir los ángulos y es lo que se hará en este texto.

La idea de **proyectar verticalmente** el vector proviene de la trigonometría, ya que el $\text{sen}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{radio}}$, como puede apreciarse en la figura 4.4. Como el radio del vector es 1, entonces $\text{sen}\alpha = \text{cateto opuesto}$, que es la **proyección vertical** del vector.

Figura 4.4: Seno en un triángulo rectángulo

Un desarrollo de esta idea puede apreciarse en la figura 4.5.

Figura 4.5: Forma de onda senoidal a partir de la proyección de un radio versor

El vector gira con una velocidad angular ω alrededor del centro, determinada por la ecuación

$$\omega = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{\alpha}{t}$$

lo cual implica que

$$\omega t = \alpha$$

Como una vuelta completa se realiza en un periodo T , se puede decir que

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

o bien, si se utiliza la ecuación 4.1,

$$\omega = 2\pi f$$

Volviendo a la ecuación de la tensión en función del tiempo, podría redefinirse como

$$v(t) = \text{sen}(\omega t)$$

, permitiendo expresar, ahora sí, la tensión en función del tiempo. Sólo falta un detalle... debe observarse que el valor de pico de esta onda es el mismo que el del radio vector (1). Por lo tanto, la forma final de la onda seno que representa a la tensión en función del tiempo, deberá estar multiplicada por el valor de pico, de la siguiente forma:

$$v = V_p \times \text{sen}(\omega t)$$

4.2. Valores rms

4.3. Fasores

4.4. Potencia

Capítulo 5

Sistemas trifásicos

5.1. Generación

5.2. Secuencias de fases

5.3. Potencia

5.4. Cargas desbalanceadas

Capítulo 6

Instrumentos de medición

6.1. Galvanómetro

6.2. Multímetro

6.2.1. Voltímetro

6.2.2. Amperímetro

6.2.3. Óhmetro

6.3. Vatímetro

6.4. Capacímetro

6.5. Frecuencímetro

6.6. Pinza amperométrica

6.7. Megóhmetro, megger o medidor de aislamiento eléctrico

6.8. Telurímetro o medidor de puesta a tierra

6.9. Osciloscopio

6.10. Comprobadores de tensión

6.10.1. Buscapolo

6.10.2. Medidor inductivo

6.11. Cofímetro o medidor de factor de potencia

6.12. Medidores de energía

6.12.1. Transformadores de corriente

6.13. Medidor de campo electromagnético

6.14. Milióhmetro

6.15. Generadores de funciones

Capítulo 7

Máquinas eléctricas

En este capítulo se desarrolla una explicación general acerca de los tres grandes tipos de máquinas eléctricas.

Se explicarán los principios de funcionamiento y se analizarán algunas ecuaciones que serán de ayuda para realizar ensayos durante este curso. Debe tenerse en cuenta que el estudio de máquinas eléctricas requiere de un curso por sí mismo (como mínimo), por lo que el estudio que se realizará aquí, no es para nada exhaustivo.

7.1. Generadores

7.2. Motores

7.3. Transformadores

Capítulo 8

Prácticas de laboratorio

8.1. Mediciones en CC

8.1.1. Prueba de componentes

Diodos, fusibles, resistencias, inductancias, capacitores.

8.2. Ensayos sobre instalaciones de CA

8.2.1. Consumos

8.2.2. Energía

8.2.3. Puesta a tierra

8.2.4. Potencia

activa, reactiva, aparente, factor de potencia.

8.2.5. Armónicas

Lámparas de distinto tipo, cargas de distinto tipo, fuente de PC, fluorescente, led, etc..

8.3. Ensayos sobre máquinas eléctricas

8.3.1. Motores de CA

Aislamiento

Bobinados

Frecuencia

8.3.2. Transformadores

Transformador de aislación galvánica

Usando el gabinete de pruebas...

8.4. Tratamiento digital de datos

Bibliografía

BOYLESTAD, R., (2011). *Introducción al análisis de circuitos* Decimosegunda edición, México, Pearson Educación.

HEWITT, P. (2002). *Conceptual physics*. Pearson Educación.

BOLTON, W. (1995). *Mediciones y pruebas eléctricas y electrónicas*. Marcombo.

-