



86.51 Procesamiento de señales, 1ºC 2018
Estimación de parámetros usando LS

Integrantes:

Eichenbaum, Daniel P. 95233
Accifonte, Franco P. 93799

leinaxd@gmail.com
franco.accifonte@gmail.com

Índice

. Introducción

1. Determinación del modelo

2. Estimación de los parámetros del acelerómetro

2.1 Deducción del mejor estimador del sesgo y la escala

2.1.1 Definición del producto interno.

2.1.2 Estimación de x .

2.2 Obtención de la varianza del estimador.

3. Cálculo de la trayectoria del vehículo

3.1 Estimación de la aceleración real.

3.1b Filtrado de la aceleración

3.2 Estimación de la velocidad real.

3.3 Estimación de la posición real.

3.4 Error cometido de posición final.

4. Análisis de la cantidad mínima de muestras.

5. Conclusiones

Introducción

A partir de los datos de dos acelerómetros a_x y a_y que arrojan un error e_{a_x} y e_{a_y} respectivamente, se obtiene que $a_{medida} = a_{real} + e_a$. Así mismo $V_{calculada} = V_{inicial} + \int_{t_0}^t a_{medida}(t) dt$ y $P_{calculada}(t) = P_{inicial} + \int_{t_0}^t V_{calculada}(t) dt$.

Cada acelerómetro posee distintas fuentes de error:

- Ruido Blanco aditivo (Distribución normal, media nula, varianza conocida)
- Sesgo en la medición (Al valor del acelerómetro, se le suma una constante determinística desconocida)
- Factor de escala, al valor medido de aceleración, se le suma un error proporcional al valor medido. El mismo es desconocido.

Por lo tanto, la aceleración medida se puede representar como:

$$\vec{a}_{medida} = \vec{a}_{real} + e_{escala} \cdot \vec{a}_{real} + e_{sesgo} + e_{ruido}$$

Luego para determinar el valor del sesgo y el factor de escala, dada la aceleración de la gravedad 9.8 m/s^2 se realiza un ensayo indicado en la **Figura 1**. El sistema mismo podrá rotar en cualquier ángulo θ deseado.

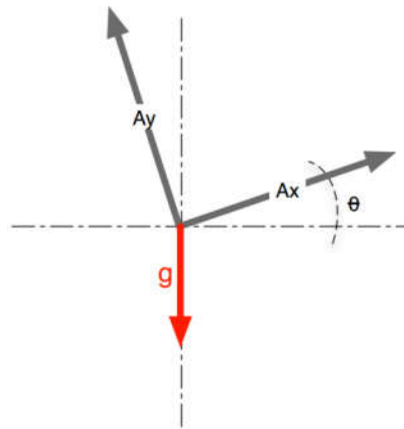


Figura 1- Ensayo para determinar el sesgo.

1. Determinación del modelo

Se recibe un conjunto de mediciones a_x y a_y tomadas para diferentes ángulos. Como se trata de dos acelerómetros diferentes, cada uno de ellos posee un sesgo y una constante de escala propia. Por otro lado el error aleatorio de la medición no es propio del acelerómetro y se encuentra sumado a cada medición.

$$\begin{array}{c} \text{medido} \\ \begin{bmatrix} a_x [1] \\ a_x [2] \\ \vdots \\ a_x [N] \\ a_y [1] \\ a_y [2] \\ \vdots \\ a_y [N] \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \text{real} \\ \begin{bmatrix} -g \cdot \sin(\theta_1) \\ -g \cdot \sin(\theta_2) \\ \vdots \\ -g \cdot \sin(\theta_N) \\ -g \cdot \cos(\theta_1) \\ -g \cdot \cos(\theta_2) \\ \vdots \\ -g \cdot \cos(\theta_N) \end{bmatrix} \end{array} + \begin{array}{c} \text{errores en la medicion} \\ \begin{bmatrix} e_{escala_x} \cdot -g \cdot \sin(\theta_1) \\ e_{escala_x} \cdot -g \cdot \sin(\theta_2) \\ \vdots \\ e_{escala_x} \cdot -g \cdot \sin(\theta_N) \\ e_{escala_y} \cdot -g \cdot \cos(\theta_1) \\ e_{escala_y} \cdot -g \cdot \cos(\theta_2) \\ \vdots \\ e_{escala_y} \cdot -g \cdot \cos(\theta_N) \end{bmatrix} \end{array} + \begin{array}{c} \begin{bmatrix} e_{sesgo_x} \\ e_{sesgo_x} \\ \vdots \\ e_{sesgo_x} \\ e_{sesgo_y} \\ e_{sesgo_y} \\ \vdots \\ e_{sesgo_y} \end{bmatrix} \end{array} + \begin{array}{c} \begin{bmatrix} \eta_x [1] \\ \eta_x [2] \\ \vdots \\ \eta_x [N] \\ \eta_y [1] \\ \eta_y [2] \\ \vdots \\ \eta_y [N] \end{bmatrix} \end{array}$$

Obs. Se indica entre corchetes el índice de cada medición.

Que puede ser reescrito como

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_x [1] + g \cdot \sin(\theta_1) \\ a_x [2] + g \cdot \sin(\theta_2) \\ \vdots \\ a_x [N] + g \cdot \sin(\theta_N) \\ a_y [1] + g \cdot \cos(\theta_1) \\ a_y [2] + g \cdot \cos(\theta_2) \\ \vdots \\ a_y [N] + g \cdot \cos(\theta_N) \end{bmatrix}}_y = \underbrace{\begin{bmatrix} -g \cdot \sin(\theta_1) & 1 & 0 & 0 \\ -g \cdot \sin(\theta_2) & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -g \cdot \sin(\theta_N) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g \cdot \cos(\theta_1) & 1 \\ 0 & 0 & -g \cdot \cos(\theta_2) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -g \cdot \cos(\theta_N) & 1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} e_{escala_x} \\ e_{sesgo_x} \\ e_{escala_y} \\ e_{sesgo_y} \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_x [1] \\ \eta_x [2] \\ \vdots \\ \eta_x [N] \\ \eta_y [1] \\ \eta_y [2] \\ \vdots \\ \eta_y [N] \end{bmatrix}}_\eta$$

$\left[\begin{array}{c} m/s^2 \\ m/s^2 \\ m/s^2 \\ m/s^2 \end{array} \right]$

Obs. La unidad de x es $[y] = [x] = [\eta]$ y la constante $g = 9.8$ es adimensional.

2. Estimación de los parámetros del acelerómetro

En esta sección, se analizará y deducirá los estimadores del sesgo y factor de escala para determinar luego el estimador de error mínimo y energía mínima. Como dato se sabe que la varianza del ruido es

$$C_{\eta,\eta} = \begin{bmatrix} var(\eta_x) & 0 \\ 0 & var(\eta_y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.64 \end{bmatrix} \left[\frac{m}{s^2} \right]^2$$

2.1 Deducción del mejor estimador del sesgo y la escala

2.1.1 Definición del producto interno. Para comenzar el tratamiento del mejor estimador \hat{x} , se define el producto interno entre dos variables aleatorias como:

$$\langle X, Y \rangle_G = E \|X^H \cdot G \cdot Y\|$$

La matriz G , se define de modo de que cada medición esté pesada por la dispersión de su sensor correspondiente. Es decir se define $G = C_{\eta, \eta}^{-1}$. Como dicha matriz tiene dimensión 2×2 , se desea que su dimensión coincida con la de la matriz de proyección y esto se hará de forma:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_x^2} I_{N \times N} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{\sigma_y^2} I_{N \times N} \end{bmatrix} \quad \text{donde } \sigma_{x,y} \text{ representa el desvío de cada medición.}$$

Obs. La matriz G es demasiado grande y al no tener suficiente memoria ram, se continuará con el ejercicio y la multiplicación se hará al final de la deducción de forma eficiente.

2.1.2 Estimación de x . Para resolver el problema del mejor estimador \hat{x} que minimiza el error $E \|Y - \hat{Y}\|^2$ con $Y = Ax + \eta$ e $\hat{Y} = \mathcal{P}_{\text{col}(A)} Y$, ya definido el producto interno, se deduce que el estimador que minimiza el error es aquel cuyo error de proyección es cero, es decir $\mathcal{P}_{\text{col}(A)} Y = 0$.

Esto implica que

$$\langle Y - \hat{Y}, \text{col}(A) \rangle_G = 0$$

Equivalentemente se obtiene

$$\begin{aligned} \langle Y - A\hat{x}, Ax \rangle_G &= 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^4 \\ E[(Y - A\hat{x})^H \cdot G \cdot Ax] &= 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^4 \end{aligned}$$

Como esta igualdad debe cumplirse para cualquier $x \in \mathbb{R}^4$ y elijo $x = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$ se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} (Y - A\hat{x})^H G A &= 0 \\ Y^H G A &= \hat{x}^H A^H G A \end{aligned}$$

Transpongo ambos lados

$$A^H G^H Y = A^H G^H A \hat{x}$$

Como G es semidefinida positiva (Tiene inversa) y $G = G^H$, luego:

$$\hat{x} = (A^H G A)^{-1} A^H G Y$$

Será nuestro mejor estimador.

Los valores estimados con los datos del problema fueron:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} e_{\text{escala}_x} \\ e_{\text{sesgo}_x} \\ e_{\text{escala}_y} \\ e_{\text{sesgo}_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0301 \\ 0.0767 \\ 0.0100 \\ -0.0175 \end{bmatrix} \cdot \frac{m}{s^2}$$

Obs. Se realizaron estimaciones mediante método tradicional, es decir $G = I_{2N \times 2N}$ por norma mínima $\hat{x} = A^\dagger Y$, es decir descomposición en valores singulares e inversa de Moore-Penrose, obteniéndose para los tres casos el mismo resultado \hat{x} , al menos con 5 dígitos de precisión.

2.2 Obtención de la varianza del estimador.

Se quiere deducir la varianza del estimador hallado en los incisos anteriores, se parte de:

$$Y = Ax + \eta$$

El mejor estimador es $\hat{x} = (A^H G A)^{-1} A^H G Y$

Reemplazando Y se obtiene $\hat{x} = (A^H G A)^{-1} A^H G (Ax + \eta)$

Despejando nuevamente se obtiene $\hat{x} = x + (A^H G A)^{-1} A^H G \eta$

La esperanza del estimador es x (insesgado)

$$E[\hat{x}] = x + \underbrace{(A^H G A)^{-1} A^H G E[\eta]}_{=0} = x$$

Por tanto la varianza del estimador será

$$cov(\hat{x}) = E[(\hat{x} - x)(\hat{x} - x)^H] = E[(A^H G A)^{-1} A^H G \eta \cdot \eta^H \cdot G \cdot A \cdot ((A^H G A)^{-1})^H]$$

Como se definió $G = Cov(\eta, \eta)^{-1} = R_{\eta, \eta}^{-1}$

$$cov(\hat{x}) = (A^H G A)^{-1} A^H \underbrace{G \cdot E[\eta \cdot \eta^H]}_{Id} \cdot G \cdot A (A^H G A)^{-1}$$

$$cov(\hat{x}) = \underbrace{(A^H G A)^{-1} A^H G A}_{Id} (A^H G A)^{-1}$$

Quedando finalmente

$$cov(\hat{x}) = (A^H C_{\eta, \eta}^{-1} A)^{-1}$$

En el problema resultó

$$cov(\hat{x}) = \begin{bmatrix} var[e_{escalax}] & & & \\ & var[e_{sesgox}] & & \\ & & var[e_{escalay}] & \\ & & & var[e_{sesgoy}] \end{bmatrix}$$

$$cov(\hat{x}) = \begin{bmatrix} 0.2603 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12.4994 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6663 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0.0003 & 31.9984 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^2$$

Por tanto es un hecho creíble que la covarianza se vaya a cero, puesto que se estimó con $N = 2 \cdot 10^3$ muestras, esto da evidencia de que se trata de un estimador consistente.

3. Cálculo de la trayectoria del vehículo

A partir de la a_{medida} y sabiendo que el vehículo se encuentra en la posición $P(t = 0) = P_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ bajo una velocidad inicial $v(t = 0) = v_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$. El problema comienza en hallar un estimador de la aceleración real.

3.1 Estimación de la aceleración real.

Como se propuso en el experimento se define $a_{medida}[i] = a_{real}(1 + e_{escala}) + e_{sesgo} + \eta[i] \quad i = 1 \dots N$

Se propone como estimador:

$$\hat{a}_{real}(t) = \frac{a_{medida}(t) - \widehat{e_{sesgo}}}{1 + \widehat{e_{escala}}}$$

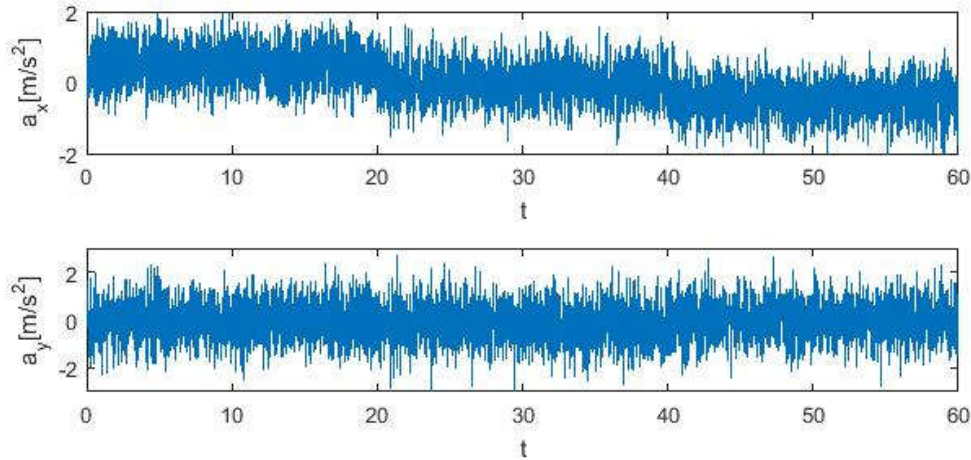


Figura 2- Aceleración estimada

De la **Figura 2**, se observa que la aceleración estimada es una señal bastante ruidosa. Por tanto se grafica su espectro en la **Figura 3**. Con el espectro observa que se podría aplicar un filtro pasa bajos en aproximadamente 5Hz, para ambos acelerómetros, a modo de disminuir considerablemente la densidad espectral de potencia sin pérdida de información.

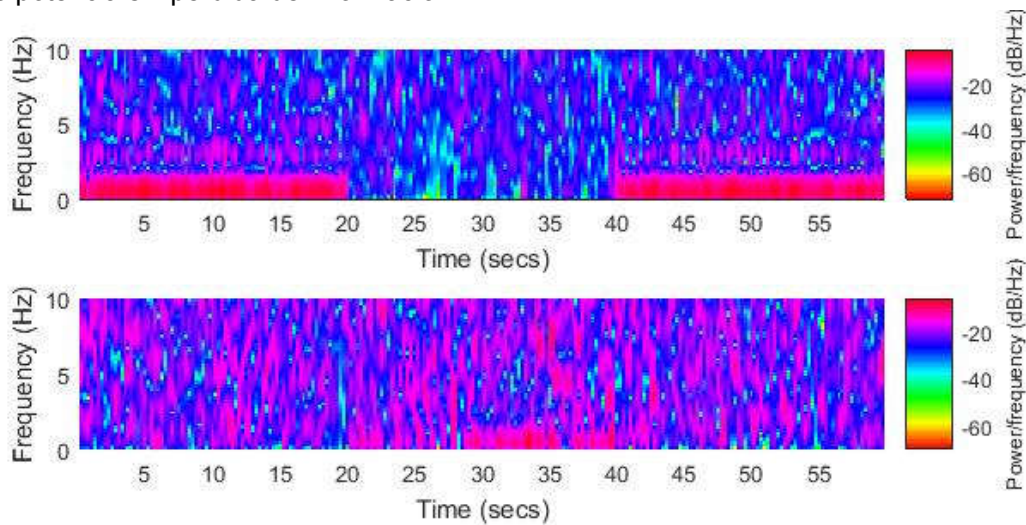


Figura 3- Espectro de la aceleración

3.1b Filtrado de la aceleración

Luego de aplicarse un filtro pasabajos diseñado en 10 Hz, ya es posible visualizar la forma de aceleración **Figura 4 y 5**.

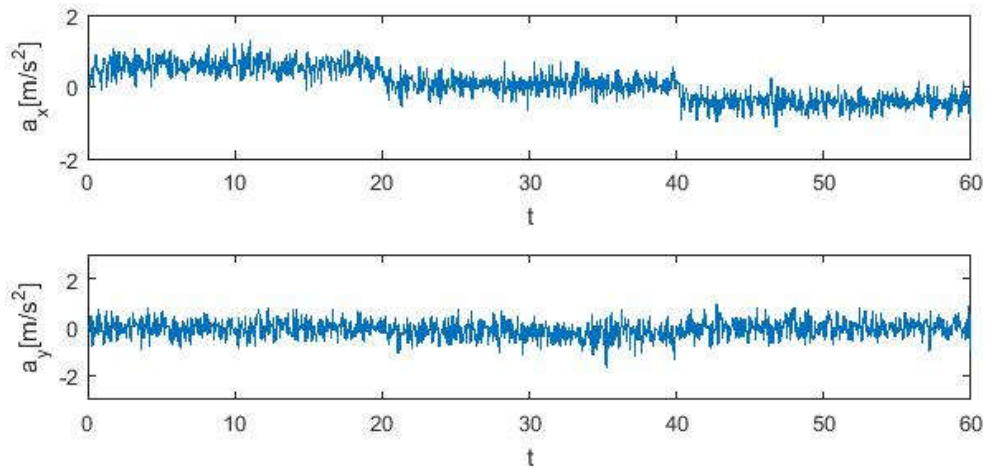


Figura 4- Aceleración filtrada

Viendo ambas figuras se deduce, que para el eje x, el vehículo fue acelerado entre el segundo y los 20 segundos a $\approx 1 \frac{m}{s^2}$ luego entre los 20 y 40 segundos tuvo un cambio de aceleración hacia $\approx 0.5 \frac{m}{s^2}$ y en los restantes 40 a 60 Segundos, el vehículo no se aceleró.

Para la Aceleración Y, el vehículo apenas aceleró, y parece que entre los 25 y 40 segundos, apenas perceptible excepto en su espectro, la aceleración cambió de dirección frente al resto del trayecto.

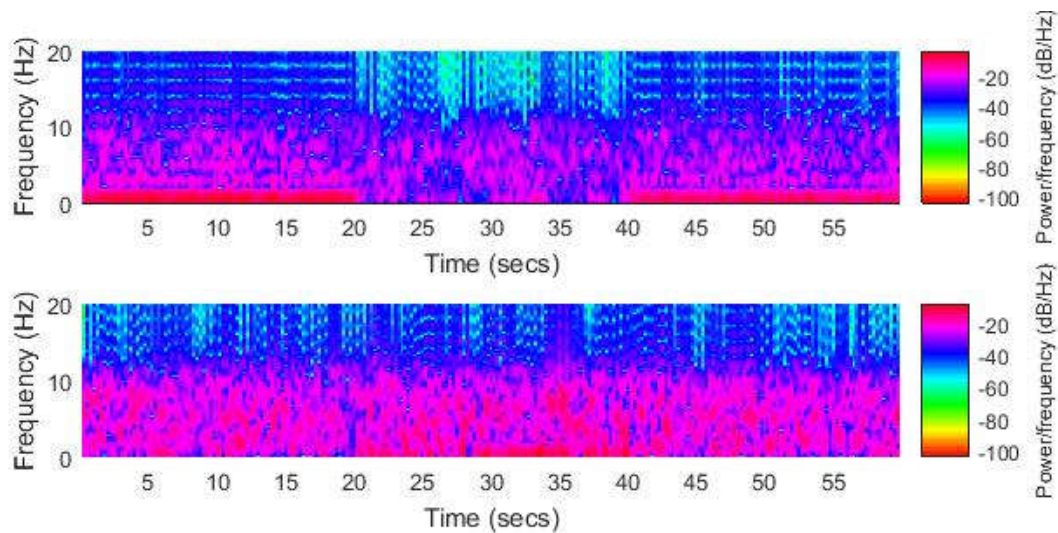


Figura 5- Espectro de la aceleración filtrada

3.2 Estimación de la velocidad real.

Se deduce que $v_{real}(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a_{real}(\tau) d\tau$, luego se desea un estimador para dicha velocidad.

Estimador para la velocidad real

$$\hat{v}_{real}(t) = v_0 + \int_{t_0}^t \widehat{a_{real}}(\tau) d\tau$$

Resolviendo la ecuación obtenemos $\hat{v}_{real}(t) = v_0 + \int_{t_0}^t \frac{a_{medida}(\tau) - \hat{e}_{sesgo}}{1 + \hat{e}_{escala}} d\tau$

Para compararlo mejor, se graficará también la velocidad bruta, sin eliminar el sesgo ni error de escala.

$$v_{RAW}(t) = v_0 + \int_0^t a_{medida}(\tau) d\tau$$

Finalmente para completar la comparación, se añade como será la velocidad si a la aceleración se la hubiese filtrado con el filtro pasabajos diseñado en el inciso anterior.

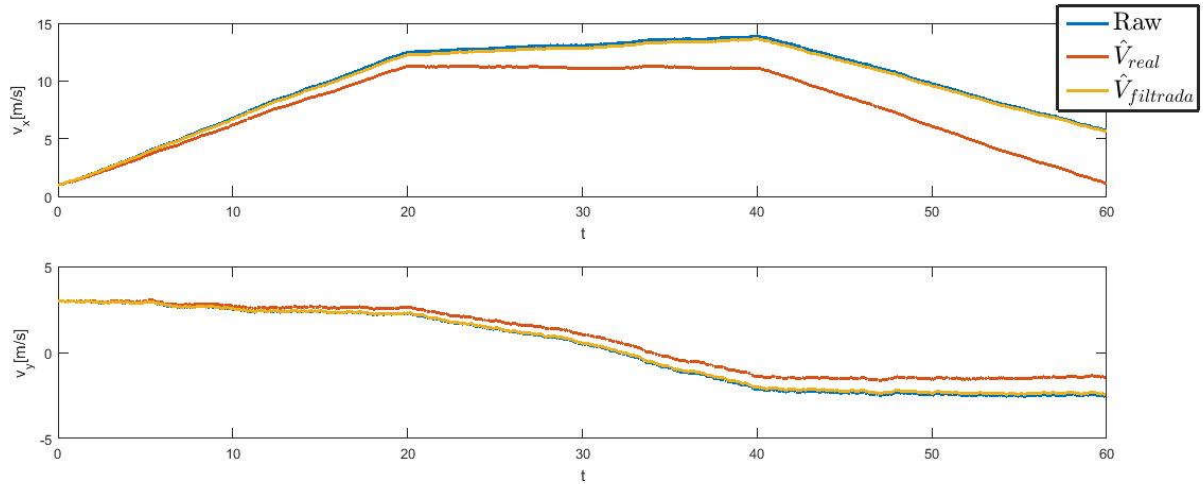


Figura 6- Velocidad estimada en eje x e y

El resultado fue el siguiente **Figura 6**. En azul se grafica la velocidad de la integral de los datos medidos en bruto, esta será nuestra referencia. A continuación, se estima el sesgo y factor de escala obteniendo la curva roja. Se ve que cuanto más pasa el tiempo los errores del comienzo se propagan empeorando la situación cada vez más, sin embargo a los 60 segundos, es la única curva que tiene velocidad cero, esto da cierta credibilidad a este estimador. Finalmente la curva que elimina el ruido de la aceleración, da una curva semejante a la bruta, pareciera ser que cuando filtramos el acelerómetro perdimos información, pero esto no lo podremos saber, puesto que no sabemos si realmente el vehículo acabó en reposo.

3.3 Estimación de la posición real.

De la misma forma se estima la posición $P_{real}(t) = P_{inicial} + \int_{t_0}^t v_{real}(T)dT$.

Por tanto se define el estimador de la posición como:

$$\hat{P}_{real}(t) = P_{inicial} + \int_{t_0}^t \widehat{v}_{real}(T)dT.$$

Resolviendo un poco se obtiene,

$$\hat{P}_{real}(t) = P_0 + v_0 (t - t_0) \int_{t_0}^t \int_{t_0}^T \frac{a_{medida}(\tau) - \hat{\epsilon}_{sesgo}}{1 + \hat{\epsilon}_{escala}} d\tau dT$$

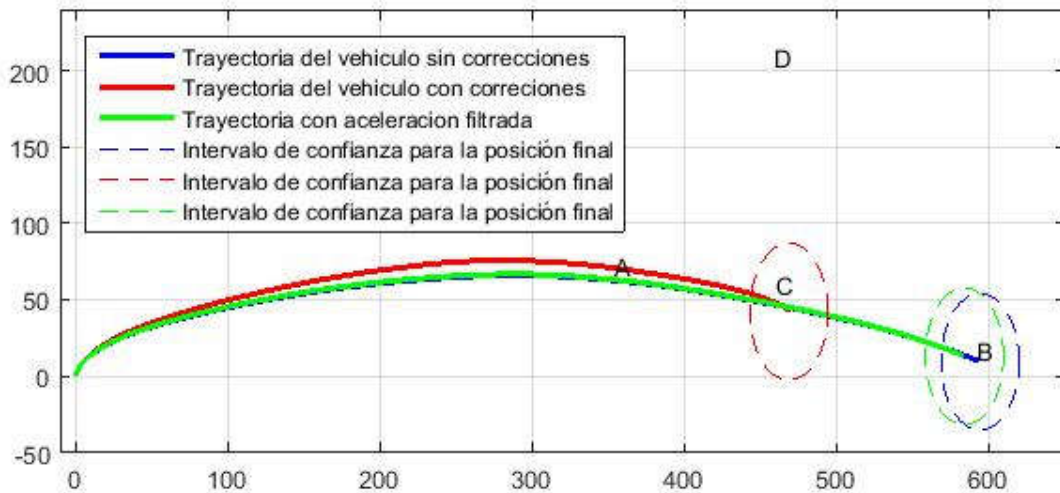


Figura 7- Estimación de la trayectoria final

En la **Figura 7-** Obtenemos que dado los datos en bruto, el vehículo alcanzó el punto B. Sin embargo, Conociendo el funcionamiento del sensor, se estimó el sesgo y su factor de escando, colocando la posición final del vehículo en C. Luego, el filtrado extra de la aceleración, en realidad empeoró el resultado, se nota que el centro de este gráfico (verde) no corresponde a ningún lugar permitido.

Conclusión de este aparatado. Se decide que el vehículo ha alcanzado el lugar C, puesto que es el verdadero estimador desarrollado en el documento y puesto a que es el único estimador que arrojó una velocidad final nula. Es creíble que el individuo haya frenado una vez llegó a C.

3.4 Error cometido de posición final.

Como se desea decidir entre cuatro posibles posiciones finales, es necesario analizar la incerteza en el cálculo de la trayectoria. Consideramos el error como:

$$e_a(t) = \hat{a}(t) - a(t) = \hat{e}_{sesgo} + (1 + \hat{e}_{escala})a_r(t) - e_{sesgo} - (1 + \hat{e}_{escala})a_r(t)$$

$$e_a(t) = (\hat{e}_{sesgo} - e_{sesgo}) + (\hat{e}_{escala} - e_{escala})a_r(t) = \Delta e_{sesgo} + \Delta e_{escala}a_r(t)$$

Para hallar el error sobre la posición, se integra dos veces esta expresión:

$$e_p(t) = \iint_0^t e_a(t) dt^2$$

Acotamos el módulo del error usando la desigualdad triangular generalizada a integrales:

$$|e_p(t)| \leq \iint |\Delta e_{sesgo}| dt^2 + \iint |\Delta e_{escala}| |a_r(t)| dt^2$$

$$|e_p(t)| \leq |\Delta e_{sesgo}| \iint dt^2 + |\Delta e_{escala}| \iint |a_r(t)| dt^2$$

Para acotar la integral de la aceleración, se toma el máximo del módulo de la aceleración. De esta manera sale fuera de la integral el valor $\max\{|a_r(t)|\} = a_{max}$ donde el set de valores sobre los que se busca el máximo es la aceleración corregida.

$$|e(t)| \leq \frac{|e_{sesgo}|t^2}{2} + \frac{|e_{escala}|t^2 a_{max}}{2}$$

Luego, se acota Δe con $\Delta e < 3\sigma$ que es cierto para un 97% de los ensayos.

$$|e(t)| \leq \frac{3\sigma_{sesgo}t^2}{2} + \frac{3\sigma_{escala}a_{max}t^2}{2} = \frac{3t^2}{2}(\sigma_{sesgo} + \sigma_{escala}a_{max})$$

Repitiendo la cuenta para el eje x y el y, se obtienen los intervalos de confianza (elipses) dibujados en la figura 7.

4. Análisis de la cantidad mínima de muestras.

Para analizar la dependencia de la varianza de los estimadores con el número de muestras N del ensayo del punto 2, partimos de la expresión hallada para la covarianza del estimador \hat{x}

$$cov(\hat{x}) = (A^H G A)^{-1}$$

Para facilitar el análisis, separaremos la matriz A en dos partes, una correspondiente a cada eje:

$$A = \begin{bmatrix} A_x & 0_{N \times 4} \\ 0_{N \times 4} & A_y \end{bmatrix}$$

Ahora:

$$A_x^T C_\eta^{-1} A_x = \begin{bmatrix} -g \sin(\theta_1) & \dots & -g \sin(\theta_N) \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{\eta x}^2} \cdot I_d \begin{bmatrix} -g \sin(\theta_1) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -g \sin(\theta_N) & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_x^T C_\eta^{-1} A = \begin{bmatrix} g^2 \sum_{n=1}^N \sin^2(\theta_n) & -g \sum_{n=1}^N \sin(\theta_n) \\ -g \sum_{n=1}^N \sin(\theta_n) & N \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sigma_{\eta x}^2}$$

El desarrollo para A_y es análogo, y aparecerán sumatorias con $\cos(\theta_n)$ en lugar de $\sin(\theta_n)$. Si se toman muestras de manera tal que ambas sumatorias se anulen (equiespaciadas sobre un período), es fácil invertir esta matriz:

$$cov(\hat{x}) = (A_x^T C_\eta^{-1} A_x)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{g^2 \sum \sin^2(\theta_n)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{N} \end{bmatrix} \cdot \sigma_{\eta x}^2$$

Se observa que la varianza del sesgo depende directamente de N, mientras más grande sea N más chica será la varianza. El factor de escala en cambio, depende de forma indirecta de N. Mientras más grande sea

N, más puntos se incluirán en la sumatoria (todos entre 0 y 1) y por ende será mayor el resultado de la suma. Se concluye que ambas varianzas disminuyen al aumentar N.

Para poder determinar a qué punto llega el vehículo, se pide que el intervalo de confianza para la posición final pueda quedar contenido dentro de un círculo con diámetro $D = \min_{i \neq j} |P_i - P_j| = 107m$. Donde P_i son los cuatro posibles puntos de destino.

Esto impone una cota superior sobre el tamaño del intervalo de confianza hallado en el punto anterior:

$$\left\| \frac{3t^2}{2} (\sigma_{sesgo} + \sigma_{escala} a_{max}) \right\| < 107m \text{ con } \begin{cases} \sigma_{escala_x} = \frac{\sigma_{\eta_x}}{g \sqrt{\sum \sin^2(\theta_n)}} \\ \sigma_{escala_y} = \frac{\sigma_{\eta_y}}{g \sqrt{\sum \cos^2(\theta_n)}} \\ \sigma_{sesgo_x} = \frac{\sigma_{\eta_x}}{\sqrt{N}} \\ \sigma_{sesgo_y} = \frac{\sigma_{\eta_y}}{\sqrt{N}} \end{cases}$$

$$\frac{3t^2}{2} \left(\frac{\sigma_{\eta}}{\sqrt{N}} + \frac{\sigma_{\eta} a_{max}}{g \sqrt{\sum \sin^2(\theta_n)}} \right) \leq 107m$$

Dado que $\sin^2(\theta) \leq 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^N \sin^2(\theta_n) \leq N$

$$\frac{3t^2 \sigma_{\eta}}{214m} \left(1 + \frac{a_{max}}{g} \right) \leq \sqrt{N}$$

Esta ecuación da un valor mínimo analizando de forma independiente los desvíos en cada eje.

Datos:

- $\sigma_{\eta_x}^2 = 0.25 \left(\frac{m}{s^2} \right)^2$
- $\sigma_{\eta_y}^2 = 0.64 \left(\frac{m}{s^2} \right)^2$
- $g = 9.8 m/s^2$
- $a_{x\ max} = 2.378 m/s^2$
- $a_{y\ max} = 3.2571 m/s^2$
- $T_{max} = 60 seg$

$$N_{min} = \min \left\{ \begin{matrix} N_x = 984 \\ N_y = 2894 \end{matrix} \right\} = 2894$$

Con los datos proporcionados, se obtiene que la cantidad de puntos mínimos es $N = 2894$ muestras del ensayo, distribuidos de forma uniforme en los ángulos $\theta \in [0; 2\pi]$.

Debe mencionarse que con el N hallado, puede asegurarse con un 97% de probabilidad que el vehículo llega al punto **C** solo si la posición final es muy próxima a C (como en nuestro caso). Si la posición final estuviera en el punto medio entre A y C como muestra la **Figura 8**, no se podría asegurar la posición final de esta manera.

Conclusiones.

Aprendimos que no siempre aplicar un filtro disminuye el ruido, en nuestro caso tratamos de filtrar la aceleración, y el resultado empeoró debido a que la información estaba en todas las frecuencias, se implementaron diferentes métodos de estimación basados en cuadrados mínimos, se realizó un clasificador para determinar sobre qué punto el vehículo se detendría y finalmente se determinó la cantidad de puntos del ensayo necesarios para poder determinar la posición final del vehículo.

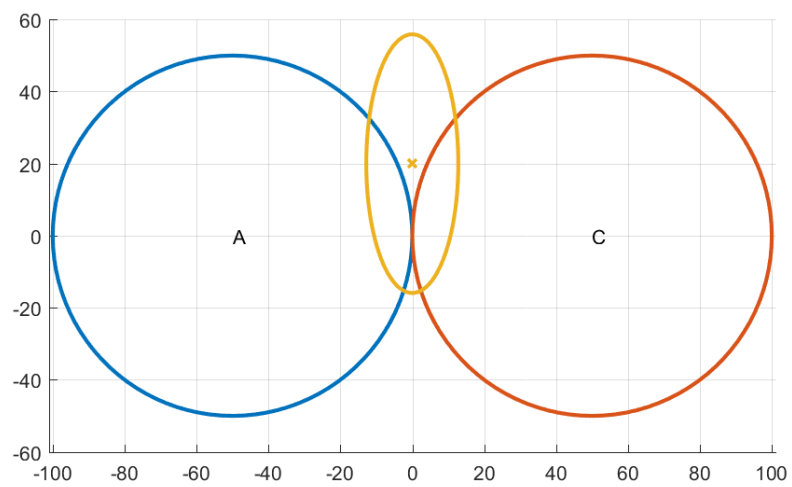


Figura 8- Experimento con posición final inconclusa