# TRABAJO PRÁCTICO 1

### Dinámica de movimiento de un vehículo

Procesamiento de Señales II (86.52)

Año 2018 -  $2^{\rm do}$  Cuatrimestre

### Grupo N°02

### INTEGRANTES:

Anastópulos, Matías - #95120

<matias.anas@gmail.com>

Gasparovich, Emiliano - #96123

<emilianit2000@gmail.com>

Manso, Juan - #96133

<juanmanso@gmail.com>



# ${\bf \acute{I}ndice}$



#### Parte I

# Enunciado

Se considera un vehículo que se desplaza definiendo una trayectoria tal que la posición en cada instante resulta p(t), con una velocidad v(t) y una aceleración a(t), definidas en un plano de coordenadas [x, y] de acuerdo a:

$$m{p}(t) = egin{bmatrix} p_x(t) \ p_y(t) \end{bmatrix} \qquad m{v}(t) = egin{bmatrix} v_x(t) \ v_y(t) \end{bmatrix} \qquad m{a}(t) = egin{bmatrix} a_x(t) \ a_y(t) \end{bmatrix}$$

Suponiendo que la dinámica de movimiento satisface las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{p}}(t) = \boldsymbol{v}(t) \\ \dot{\boldsymbol{v}}(t) = \boldsymbol{a}(t) \\ \dot{\boldsymbol{a}}(t) = 0 \end{cases}$$
 (1)

# 1. Ejercicio 1

Modelo en variables de estado

### 1.1. Inciso a

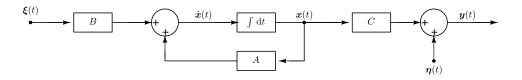


Figura 1: Diagrama en bloques del modelo.

Se define la variable de estado asociada a las ecuaciones de movimiento continuo como:

$$m{x}(t) = egin{bmatrix} m{p}(t) \\ m{v}(t) \\ m{a}(t) \end{bmatrix} \qquad \dot{m{x}}(t) = egin{bmatrix} \dot{m{p}}(t) \\ \dot{m{v}}(t) \\ \dot{m{a}}(t) \end{bmatrix}$$

Así el modelo resulta:

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A \, \boldsymbol{x}(t) + B \, \boldsymbol{\xi}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = C \, \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{\eta}(t) \end{cases}$$

donde  $\xi(t)$  es el ruido de proceso y  $\eta(t)$  el ruido de medición. La matriz A contiene la información de la dinámica del sistema. A partir de las ecuaciones del sistema representado en (??) se obtiene la matriz de estados como:

Preguntar cuánto tengo que definir y

$$A(t) = \begin{bmatrix} I & IT & I\frac{T^2}{2} \\ 0 & I & IT \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

#### 1.2. Inciso b



```
config_m;
  datos_str = load('datos.mat');
  Acel = datos_str.Acel;
  Tiempo = datos_str.tiempo;
  Pos = datos_str.Pos;
  Vel = datos_str.Vel;
10 | dim = 2;
                                    % Se considera sólo x e y
                                    % Posición, Velocidad, Aceleración
  tipos_variables = 3;
  cant_mediciones = length(Pos);
12
cant_estados = tipos_variables * dim;
14
15
16
  % Datos
17
  var_xip = 3e-4;
18
  var_xiv = 2e-3;
19
20 var_xia = 1e-2;
21
  응응 응
22
23
  T = Tiempo(2:end)-Tiempo(1:end-1);
                                             % Suponiendo equiespaciado
24
  % Variable de estado X = [P;V;A]
  I = eye(dim);
27
                           (T.^2)/2.*I;
28
  Ad = [I]
       I * 0
                 I
                           T.*I;
       I * 0
                  I * 0
                           I;];
30
31
  % Covarianza del ruido de proceso
32
  Qd = diag([ones(1,dim)*var_xip, ones(1,dim)*var_xiv,ones(1,dim)*var_xia]);
```

## 2. Ejercicio 2

Estimación de la trayectoria con distintas mediciones

Listing 1: Script para la resolución del ejercicio 2

```
% EJERCICIO 2
  % Inciso a
  bool_p = 1;
 bool_v = 0;
                % Inciso b
 bool_a = 0;
                % Inciso c
 x0 = [40 -200 0 0 0 0];
 P0_0 = diag([100^2 100^2, 1 1, 0.1 0.1]);
10
12 %%%%%_{\mathbf{k}} = [I 0 0] [pk vk ak]' + ruido \eta
  sigma_etap = 60;
13
 sigma_etav = 2;
14
sigma_etaa = 0.1;
16
 Bk1 = eye(cant_estados);
17
       [eye(dim*bool_p) zeros(dim*bool_p) zeros(dim*bool_p);
18
         zeros(dim*bool_v) eye(dim*bool_v) zeros(dim*bool_v);
19
          zeros(dim*bool_a) zeros(dim*bool_a) eye(dim*bool_a)];
20
M_eta = [randn(dim,cant_mediciones)*sigma_etap*bool_p;
         randn(dim,cant_mediciones)*sigma_etav*bool_v;
```



```
randn(dim,cant_mediciones)*sigma_etaa*bool_a];
24
25
  R = diag([ones(1,dim*bool_p)*sigma_etap^2 ones(1,dim*bool_v)*sigma_etav^2 ones(1,
      dim*bool_a)*sigma_etaa^2]);
28 yk = C * [Pos(:,1:dim) Vel(:,1:dim) Acel(:,1:dim)]' + (C*M_eta);
29 yk = yk'; % Así tiene la forma de Pos
31
32 %% % ALGORITMO %%%%
33
  x = x0;
_{34} P = P0_0;
35 xk1_k1 = x;
36 Pk1_k1 = P;
  g = yk(1,:);
37
39
  for i=1:cant_mediciones-1
           % Predicción
40
           xk_k1 = Ad * xk_k1_k1;
           Pk_k_1 = Ad * Pk_k_1 * Ad' + Bk_1 * Qd * Bk_1.';
42
           gk = [innovaciones(yk(i,:),C,xk_k1)];
43
            % Corrección
45
           Kk = Pk_k_1 * C'*(R + C*Pk_k_1*C')^{-1};
46
           xk_k = xk_k + Kk*(gk);
47
           Pk_k = (eye(cant_estados) - Kk*C) * Pk_k1;
48
49
            % Actualización
           xk1_k1 = xk_k;
Pk1_k1 = Pk_k;
51
52
54
55
           % Guardo
           g = [g gk];
56
           x = [x xk_k];
57
           P = [P; Pk_k];
58
  end
59
```



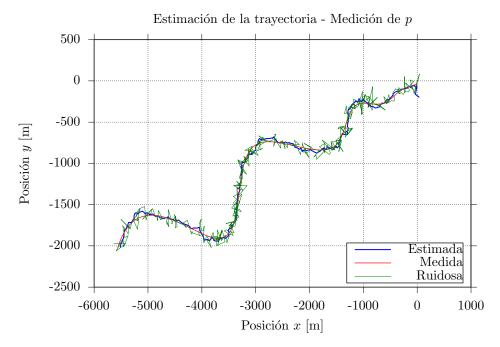


Figura 2: Trayectoria del vehículo estimando a partir de p.

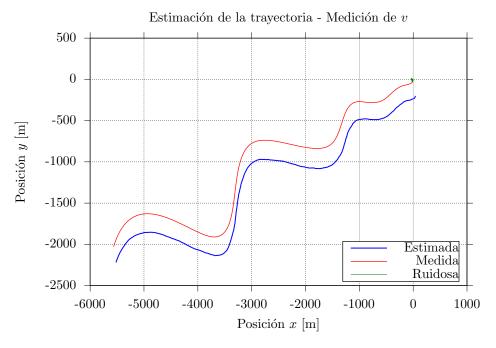


Figura 3: Trayectoria del vehículo estimando a partir de  $\boldsymbol{v}.$ 



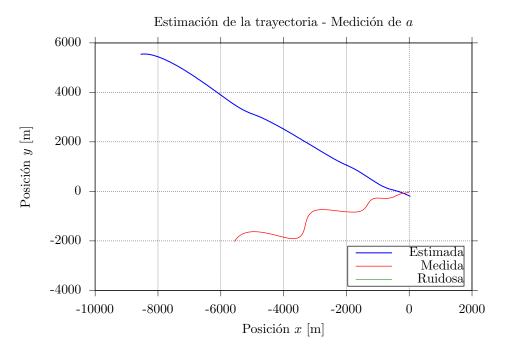


Figura 4: Trayectoria del vehículo estimando a partir de a.



## 3. Ejercicio 3

### Estimación con distintos valores inciales

Listing 2: Parte del Script utilizado para el ejercicio 3

```
% Nuevos datos
  x01 = [40 -200 0 0 0 0];
  x02 = [200 -3000 0 0 0 0];
  x03 = x01;
  x04 = x02;
  x0_{vec} = [x01 \ x02 \ x03 \ x04];
  diag1_p = [100^4 100^4, 10^2 10^2, 10 10];
  diag2_p = [0.1 0.1, 1e-5 1e-5, 1e-7 1e-7];
  diag_vec = [diag1_p; diag1_p; diag2_p; diag2_p];
10
11
  for 1 = 1:4
13
           xa = x_0 vec(:,1);
14
15
           Pa = diag(diag_vec(1,:));
           xk1_k1 = xa;
16
           Pk1_k1 = Pa;
17
18
           for i = 1:cant_mediciones-1
19
                     % Predicción
                     xk_k1 = Ad * xk_k1_k1;
21
                    Pk_k_1 = Ad * Pk_k_1 * Ad' + Bk_1 * Qd * Bk_1.';
22
                     % Corrección
24
                    Kk = Pk_k_1 * C'*(R + C*Pk_k_1*C')^-_1;
25
                     xk_k = xk_k + Kk*(yk(i,:), - C*xk_k);
26
                    Pk_k = (eye(dim*3) - Kk*C) * Pk_k1;
27
                     % Actualización
29
                    xk1_k1 = xk_k;
Pk1_k1 = Pk_k;
30
31
32
33
                     % Guardo
34
                    xa = [xa xk_k];
Pa = [Pa; Pk_k];
35
36
37
38
            if(1==1)
39
                    x1=xa; P1=Pa;
40
            elseif(1==2)
41
                    x2=xa; P2=Pa;
42
           elseif(1==3)
43
                    x3=xa; P3=Pa;
45
                    x4=xa; P4=Pa;
46
            end
48
  end
```



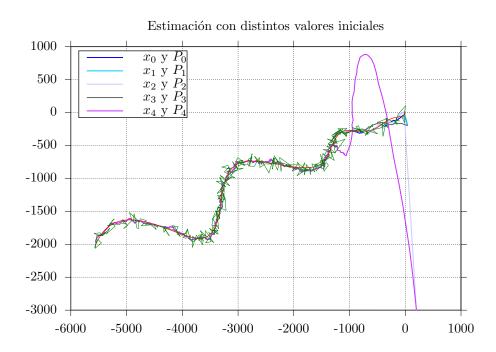


Figura 5: Superposición de las trayectorias estimadas con distintos valores iniciales.

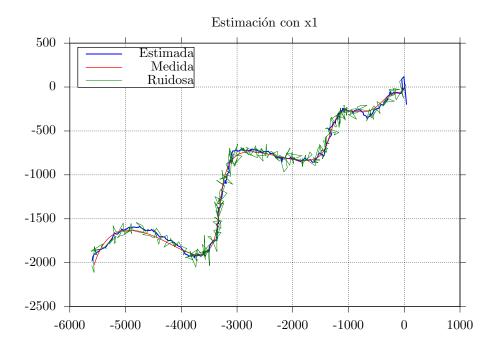


Figura 6: Estimación de la trayectoria a partir de  $x_1$  y  $P_1$ .



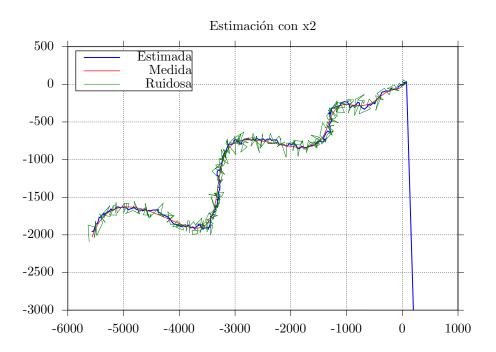


Figura 7: Estimación de la trayectoria a partir de  $x_2$  y  $P_2$ .

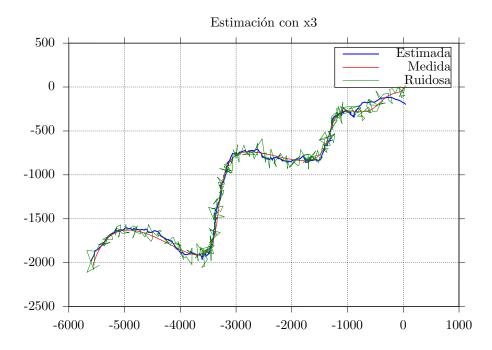


Figura 8: Estimación de la trayectoria a partir de  $x_3$  y  $P_3$ .



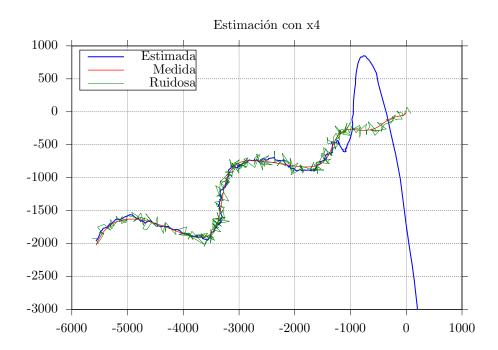


Figura 9: Estimación de la trayectoria a partir de  $x_4$  y  $P_4$ .



- 4. Ejercicio 4 Estimación suponiendo sesgo en algún estado
- 5. Ejercicio 5 Diferencias entre las estimaciones según magnitud de  ${\cal R}$
- 6. Ejercicio 6 Kalman en estado estacionario
- 7. Ejercicio 7 Perdida de datos
- 8. Conclusiones