Simulaciones de Filtro de Kalman

Dinámica de movimiento de un vehículo

Enunciado

Considere un vehículo que se desplaza definiendo una trayectoria tal que la posición en cada instante resulta $\boldsymbol{p}$(t), con una velocidad $\boldsymbol{v}$(t) y una aceleración $\boldsymbol{a}$(t), definidas en un plano de coordenadas [x,y] de acuerdo a:

$$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}$$

Asumiendo que la dinámica del movimiento satisface las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{p}}(t) = \boldsymbol{v}(t) \\ \dot{\boldsymbol{v}}(t) = \boldsymbol{a}(t) \\ \dot{\boldsymbol{a}}(t) = \boldsymbol{0} \end{cases}$$

Ejercicio 1

(a) Defina las variables de estado asociadas a las ecuaciones de movimiento en tiempo continuo y la matriz de estados A.

(b) Implemente en *Matlab* la matriz de estados de tiempo discreto A_d, suponiendo que se mide en forma periódica, con un tiempo de muestreo $h = 1s$. Defina también la matriz de covarianza de ruido del proceso Q_d sabiendo que las varianzas de ruido de proceso discreto, parael sistema de estados de la ecuación (1), resultan: $\sigma^2_{\xi p} = 3 \times 10^{-4}$, $\sigma^2_{\xi v} = 2 \times 10^{-3}$ y $\sigma^2_{\xi a} = 10^{-2}$, asumiendo que las coordenadas x e y poseen igual varianza.

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = A_d \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{\xi}_k \qquad \boldsymbol{\xi}_k = \begin{bmatrix} \xi_{px} & \xi_{py} & \xi_{vx} & \xi_{vy} & \xi_{ax} & \xi_{ay} \end{bmatrix}^t \quad (1)$$

Ejercicio 2

Implemente el filtro de Kalman de acuerdo a los datos del punto anterior. Utilice el archivo “datos.mat”para extraer las muestras de posición, velocidad, aceleración y tiempo, que consideraremos “ideales”, correspondientes al movimiento de un vehículo. Asuma como condiciones iniciales $\boldsymbol{x}_0 = [40\ -200\ 0\ 0\ 0\ 0]^t$ para el vector de estados y $P_{0/0} = \text{diag}([100^2\ 100^2\ 1\ 1\ 0{,}1\ 0{,}1])$ para la matriz de inicial de covarianza de los estados.

(a) **Medición de la posición:** Defina la matriz C de salida. Utilice los datos suministrados para generar mediciones de posición agregando ruido gaussiano aditivo con desvío $\sigma_p = 60\ m$ (para ambas coordenadas x e y). Defina en este caso la matriz de covarianza para el ruido de medición R. Grafique la trayectoria $\boldsymbol{p} = [p_x, p_y]^t$ (real, estimada y medición) y los estados p_x, p_y, v_x, v_y, a_x y a_y en función del tiempo. Verifique la validez del algoritmo de Kalman graficando las innovaciones y observando si son un proceso blanco. Determine cuántos estados no observables tiene el sistema.

(b) **Medición de la velocidad:** Repita el ítem a), pero generando mediciones de velocidad agregando a los datos disponibles ruido aditivo con desvío $\sigma_v = 2\ m/s$.

(c) **Medición de la aceleración:** Repita el ítem a), pero generando mediciones de aceleración agregando a los datos disponibles ruido aditivo con desvío $\sigma_a = 0{,}1\ m/s^2$.

Ejercicio 3

Suponiendo que se mide la posición afectada por ruido blanco gaussiano con desvío $\sigma_p = 60\ m$, grafique la trayectoria $\boldsymbol{p} = [p_x, p_y]^t$ y el error de cada estado en función del tiempo, observando la convergencia para cada una de las siguientes condiciones iniciales:

1. - $\boldsymbol{x}_0 = [40\ \ -200\ 0\ 0\ 0\ 0]^t$
   - $P_{0/0} = \mathrm{diag}([100^4\ 100^4\ 10^2\ 10^2\ 10\ 10])$
2. - $\boldsymbol{x}_0 = [200\ \ -3000\ 0\ 0\ 0\ 0]^t$
   - $P_{0/0} = \mathrm{diag}([100^4\ 100^4\ 10^2\ 10^2\ 10\ 10])$
3. - $\boldsymbol{x}_0 = [40\ \ -200\ 0\ 0\ 0\ 0]^t$
   - $P_{0/0} = \mathrm{diag}([0{,}1\ 0{,}1\ 10^{-5}\ 10^{-5}\ 10^{-7}\ 10^{-7}])$
4. - $\boldsymbol{x}_0 = [200\ \ -3000\ 0\ 0\ 0\ 0]^t$
   - $P_{0/0} = \mathrm{diag}([0{,}1\ 0{,}1\ 10^{-5}\ 10^{-5}\ 10^{-7}\ 10^{-7}])$

Ejercicio 4

(a) Repetir el punto 2.a) agregándole un sesgo $\boldsymbol{b} = [30\ 45]^t$ a las mediciones de posición. Redefinir el espacio de estados para estimar el sesgo y graficar las componentes de posición reales superpuestas a las estimadas por Kalman sin corregir y las componentes estimadas corregidas (es decir, restándole el sesgo a la anterior).

(b) Repetir el punto 2.a) agregándole un sesgo $\boldsymbol{b} = [0{,}2\ 0{,}3]^t$ a las mediciones de velocidad. Redefinir el espacio de estados para estimar el sesgo y graficar las componentes de velocidad reales superpuestas a las estimadas por Kalman sin corregir y las componentes estimadas corregidas (es decir, restándole el sesgo a la anterior).