

Simulación y estudio de la actividad de una muestra de ^{137}Cs utilizando un contador Geiger

C. Castillo, J.E. Millán, N.A. Rodríguez, J. C. Sánchez

Introducción a la física subatómica

Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, Bogotá, Colombia.

Noviembre de 2023

Resumen

Se estudió el decaimiento del Cesio-137 (^{137}Cs) mediante la determinación de la edad de una muestra del isótopo y de la estimación de la sección eficaz en el proceso de interacción de la radiación con una lámina de Aluminio. Para esto se utilizó un contador Geiger en un montaje que permite variar la distancia entre la muestra y el detector. Los datos experimentales fueron comparados con una simulación del decaimiento a través de una distribución Poisson para finalmente encontrar una edad aproximada de entre 25 – 28 años y una sección eficaz de $22,78 \pm 0,31b$.

1. Motivación

Este proyecto en física nuclear se llevó a cabo con el propósito de explorar las propiedades y aplicaciones prácticas de la radiactividad, centrándose en una muestra de Cesio-137. La determinación de la edad de una muestra radiactiva no solo profundiza en nuestro entendimiento de la decaída radioactiva, sino que también tiene implicaciones importantes en la datación de materiales en diversos contextos científicos. Además, la investigación de la sección eficaz de la interacción entre la radiación y la materia contribuye a comprender cómo la materia interactúa con la radiación, teniendo aplicaciones significativas en la protección contra la radiación y el diseño de materiales para entornos nucleares. Este proyecto busca avanzar en nuestro conocimiento fundamental de la física nuclear y proporcionar información valiosa para aplicaciones prácticas en diversas disciplinas. La investigación en el campo de las radiaciones ha adquirido relevancia en diversos ámbitos científicos, desde la medicina hasta la seguridad nuclear.

La motivación detrás de este estudio se arraiga en la necesidad de comprender fenómenos asociados con estas formas de radiación, sus fuentes y sus implicaciones. El uso del contador Geiger como herramienta principal en esta investigación se justifica por su capacidad para detectar radiaciones ionizantes de manera eficiente y su portabilidad, lo que permite la recolección de datos en una variedad de entornos. Su sensibilidad a las partículas alfa, beta y gamma lo convierte en un instrumento versátil.

2. Descripción teórica

2.1. Decaimientos radiactivos

Los decaimientos radiactivos constituyen fenómenos fundamentales en la física nuclear, revelando la dinámica intrínseca de los núcleos atómicos. En esencia, este proceso implica la desintegración espontánea de un núcleo inestable, liberando energía en forma de partículas subatómicas. Los tipos más comunes son alfa, beta y gamma, sin embargo, para este estudio en particular nos enfocamos en las dos últimas.

El decaimiento radiactivo de un núcleo "padre" produce un núcleo "hijo", que puede ser estable o radiactivo. Si es radiactivo, decae en un núcleo "nieto", y así sucesivamente. Este proceso se repite hasta que se alcanza un núcleo estable. Generalmente, la vida media del núcleo padre es mucho más larga que la de cualquier otro miembro de la cadena de desintegración.

El proceso de decaimiento puede ser descrito como uno estocástico al nivel de átomos individuales, pero para un número significativo de átomos idénticos existe una constante de probabilidad de decaimiento única asociada con cada núcleo [1]. Si llamamos N al número de núcleos radiactivos en un tiempo dado, entonces λ es la constante de probabilidad de decaimiento por unidad de tiempo, relacionadas de la forma

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

con N_0 el número inicial de núcleos en $t = 0$. Algunas otras escalas que pueden definirse para un sistema radiactivo son

- La vida media ($t_{1/2}$): el tiempo que toma para que la actividad de una cantidad dada de una sustancia radiactiva decaiga a la mitad de su valor inicial

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

- El tiempo de vida promedio (τ):

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \quad (1)$$

- La actividad (A): el número de desintegraciones por unidad de tiempo

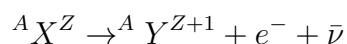
$$A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

La unidad en el Sistema Internacional de Unidades (SI) para la actividad radiactiva es el Becquerel [Bq], definido como una desintegración por segundo. No obstante, esta actividad solía medirse en Curies [Ci], por lo que definimos

$$1Ci = 3,7 \times 10^{10} Bq \quad (2)$$

2.1.1. Beta

Un núcleo con sobreabundancia de neutrones se puede transformar en uno más estable emitiendo un electrón. Este proceso se conoce como decaimiento β



O, de forma equivalente

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

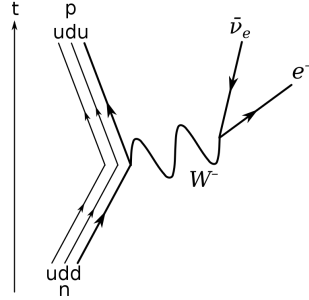


Figura 1: Diagrama de Feynman para el decaimiento β^- .

Por conservación de la carga, el número de protones en el núcleo hijo aumenta en una unidad. El fenómeno de decaimiento beta también implica la emisión de la antipartícula del electrón, es decir, el positrón. Este proceso puede entenderse como la transformación de un neutrón en un protón a través de la interacción débil. La representación visual de esta interacción mediante un diagrama de Feynman (ver1 puede aclarar la complejidad subyacente en este proceso de desintegración.

2.1.2. Gamma

El decaimiento gamma generalmente ocurre después de otras formas de decaimiento (α o β) cuando el núcleo hijo ha quedado en un estado excitado. Este último puede desexcitarse emitiendo un fotón de alta energía o rayo gamma (γ). Dado que este tipo de desexcitación es electromagnética, se espera que los tiempos de vida de estos procesos sean de más o menos $10^{-16} s^{-1}$ [1].

2.1.3. Decaimiento del ^{137}Cs

El Cesio-137 o $^{137}_{55}Cs$ es un isótopo radiactivo del Cesio que tiene una vida media de alrededor de $(30,17 \pm 0,08)$ años [2]. Como se observa en la figura 2, un 94.6 % decae por emisión beta en un isómero metaestable del Bario (^{137m}Ba) y el resto pobla el estado base del ^{137}Ba que es estable. Por su lado, el Bario-137m tiene una vida media de alrededor de 175 segundos y este es el responsable de la emisión de rayos gamma en muestras de Cesio-137 al decaer al estado base por emisión de fotones con energías cercanas a los 0.662 MeV.

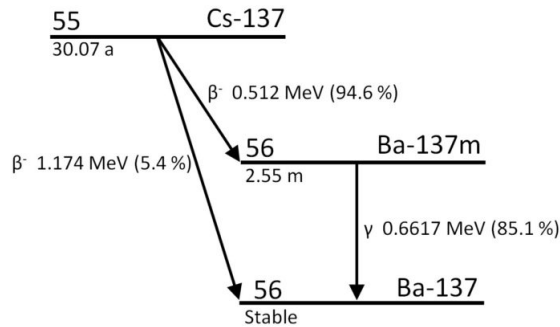


Figura 2: Esquema de decaimiento para el Cesio-137.

2.2. Contador Geiger

El contador Geiger es un dispositivo que permite detectar radiación ionizante (como partículas α , β y γ) y el tubo Geiger-Müller o tubo G-M es el elemento de detección de este instrumento.

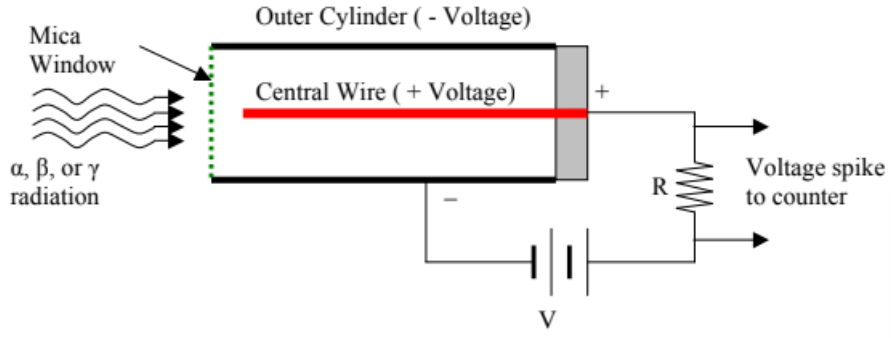


Figura 3: Representación esquemática del contador Geiger.

Contiene un gas (típicamente Argón [1]) que se ioniza con la radiación α , β o γ emitida por materiales radiactivos y debido al alto voltaje en el cable central, los electrones libres serán atraídos hacia él y los iones hacia las paredes del tubo (ver figura 3). La aceleración de cargas incrementa su energía, que luego ceden al colisionar con más átomos y generar más iones. Dado que los gases son capaces de conducir electricidad cuando están ionizados, esta “avalancha” de colisiones resulta en un pulso eléctrico detectable que permite contar las partículas pero que no proporciona información sobre el tipo de radiación o su energía.

Sin embargo, no todos los tubos operan satisfactoriamente con el mismo voltaje por diferencias en su construcción[1]. Este debe ser escogido correctamente para que este funcione de manera óptima, dado que si se escoge un voltaje de funcionamiento demasiado bajo, los electrones y los iones resultantes de la interacción entre el argón y la radiación no alcanzan a llegar a los bordes del tubo o al cable antes de recombinarse, por lo que no se podrían realizar conteos, por otro lado, si se escoge un potencial demasiado alto, es posible que el voltaje del tubo ionice el gas interior y se presenten conteos no debidos a la interacción del gas con la radiación.

De la misma forma, otro factor a tener en cuenta es el tiempo de resolución del contador. Dado que los electrones recolectados por el cable central tardan menos tiempo en llegar al cable que los iones de argón en llegar al borde del tubo (por tener menor masa), el contador no puede contar en este intervalo de tiempo y se pierden posibles conteos. Para determinar este tiempo de resolución se pueden poner bajo el contador dos muestras juntas de diferentes materiales de manera que aproximadamente la mitad de cada muestra esté debajo del contador, realizar conteos para cada mitad de muestra y para la muestra en conjunto, según [3] el tiempo de resolución del contador será.

$$T_r = \frac{R_a + R_b + R_{ab}}{2R_a R_b} \quad (3)$$

donde R_a y R_b son los conteos para las muestras por separado y R_{ab} es los conteos para la muestra en conjunto.

2.3. Simulación del decaimiento nuclear usando la distribución de probabilidad de Poisson.

Al ser los decaimientos nucleares procesos estocásticos, tiene sentido asociarles una probabilidad de ocurrencia. La distribución de probabilidad que se suele utilizar para este tipo de fenómenos en los que las probabilidades de ocurrencia son pequeñas con respecto a los intervalos de tiempo es la distribución de Poisson. Esta distribución es adecuada porque describe eventos independientes, es decir, asumiendo que los decaimientos en cada átomo de la muestra radioactiva son independientes de los otros átomos, además la distribución de Poisson mantiene una media de ocurrencia constante, esto conlleva a que la probabilidad de decaimiento no dependa de los decaimientos pasados [1].

La función de probabilidad de la distribución de Poisson es

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (4)$$

donde λ es la tasa promedio de eventos por unidad de tiempo y k es el número de eventos que ocurren en el intervalo de interés.

Dado que ya se conoce la distribución de probabilidad de los decaimientos radioactivos, es posible simular computacionalmente este fenómeno. Basta con implementar una rutina que calcule el número de núcleos que decaen en una muestra de acuerdo a esta distribución y que haga esta rutina se repita varias veces para poder estudiar cómo van decayendo eventualmente todos los átomos de la muestra.

2.4. Interacción de la radiación con la materia

Parte de los experimentos que se realizarán a continuación implican observar cómo varían los conteos del contador Geiger cuando se ponen placas de aluminio de diferente grosor entre el detector y la muestra. Algunos de los fotones emitidos por la muestra interactúan vía efecto Compton con los electrones y los núcleos dentro de la placa de aluminio, lo que causa que los fotones se desvíen y también pierdan energía, por lo que puede que no lleguen al detector o ni siquiera traspasen la placa.

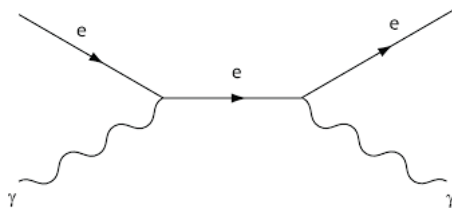


Figura 4: Diagram de Feynman para el Efecto compton.

Teóricamente una pequeña parte de la absorción también es causada por efecto fotoeléctrico, sin embargo, esta pequeña porción de la radiación absorbida no será tenido en cuenta para los cálculos.

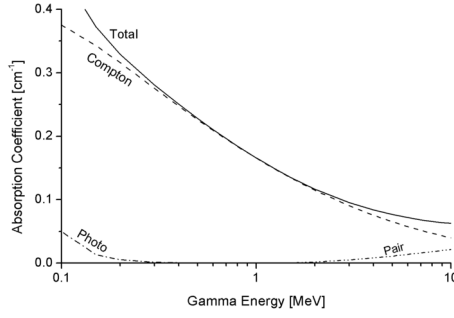


Figura 5: Aporte de cada uno de los fenómenos de interacción radiación materia para distintos niveles de energía. Tomado de [4]

Empíricamente, la radiación que atraviesa una placa sin ser desviada ni absorbida viene descrita por la relación

$$I(d) = I_0 e^{-\mu d} \quad (5)$$

Donde d representa el grosor de la placa, μ corresponde al coeficiente de absorción del material de la placa, e I la radiación que atraviesa la placa.

El coeficiente de absorción μ es proporcional a la sección eficaz σ de la interacción entre los fotones y n , la densidad de la placa.

$$\mu = n\sigma \quad (6)$$

Para hallar la sección eficaz, se puede utilizar la aproximación de [1]

$$\sigma = \frac{Z}{h\nu} \quad (7)$$

Donde Z es el número atómico del material de la placa y ν la longitud de onda de los fotones que salen de la muestra.

3. Planteamiento del problema

Para el estudio de las radiaciones γ y las partículas β se usaron los siguientes instrumentos: una Interfaz "SPECTECH ST-350 Counter", un contador Geiger-Müller y una fuente de radiación ^{137}Cs .

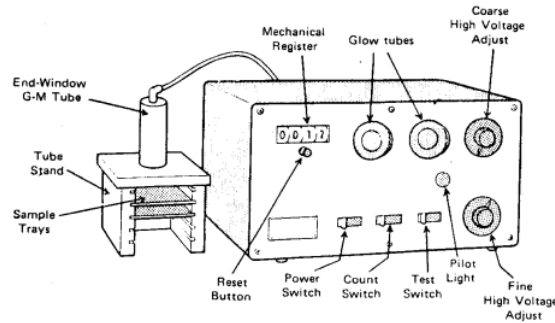


Figura 6: Montaje experimental

El primer objetivo fue determinar el voltaje de operación óptimo y calcular el tiempo de resolución característicos del contador para poder realizar las correcciones pertinentes en las mediciones. Con el detector ya caracterizado se buscó estudiar la actividad de una muestra de Cesio-137.

3.1. Cálculo de la sección eficaz para la interacción con materia

Para estimar la sección eficaz de la interacción entre la radiación emitida por la muestra y la placa de aluminio se propuso realizar varios conteos con placas de diferentes grosores ubicadas entre la muestra y el detector (ambos a una distancia fija). Esto con el fin de estimar el valor del coeficiente de atenuación del material de las placas utilizando la ecuación 5 y luego reemplazando en la función 6.

3.2. Determinación de la edad de la muestra

Como se vio anteriormente, la actividad de un elemento radioactivo decae con el paso del tiempo, entonces para determinar la edad de una muestra se propuso un montaje experimental en el que la muestra del isótopo del Cesio es colocada a diferentes distancias del detector de radiación para ver el comportamiento de la muestra en el tiempo actual y el comportamiento de la distribución de la radiación gamma con el contador, lo cual nos va permitir simular el contador Geiger.

Para el estudio de la ley de potencias (que nos permite simular el contador) se propuso estudiar el mismo conteo reportado por al variar la distancia a la muestra. Teniendo en cuenta que la radiación generada por el decaimiento del Cesio, es de gamma y beta, se espera que el numero de conteos decaiga en relación a la propagación de una onda electromagnética, que es de la distancia con potencia a la -2 en el estudio de la interacción de los rayos gamma y el gas de Argón del contador. Seguidamente se propuso simular el decaimiento a través de una distribución de Probabilidad Poisson. Sabiendo que la actividad original de la muestra original es de $5\mu C$ o $185000Bq$ y con las escalas definidas en la sección 2.1 para el Cesio-137 (ver sec. 2.1.3) se planteó simular el comportamiento que tendría la muestra si variásemos de la misma forma la distancia al contador pero en momentos de tiempo diferentes, es decir, con años de diferencia. La comparación entre estas dos partes permite encontrar un estimado para la edad de la muestra.

4. Resultados y discusiones

4.1. Caracterización del contador

Para poder desarrollar los procedimientos siguientes, fue necesario determinar el voltaje óptimo de funcionamiento del contador Geiger, para esto se ubicó la muestra de ^{137}Cs a $2cm$ de la boca del contador y se hicieron mediciones para distintos voltajes, los resultados de este procedimiento se observan en la figura 7.

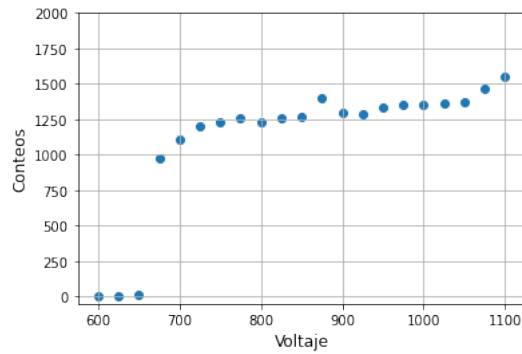


Figura 7: Conteos para una muestra de ^{137}Cs para distintos voltajes de funcionamiento del contador Geiger

En la figura 7 se observa cómo la región de voltajes de funcionamiento estables para el contador Geiger está entre los 750 V y los 1000 V , entonces se escogió como voltaje de funcionamiento un valor intermedio dentro de esta región estable: 850 V .

Para determinar el tiempo de resolución del contador Geiger se posicionaron dos muestras radioactivas, una de ^{137}Cs y otra de ^{90}Sr a dos centímetros del contador de tal forma que la mitad de cada muestra estuviese debajo del contador, luego se realizaron conteos para cada una de las muestras por separado. Para la muestra de ^{90}Sr se obtuvo un resultado de 898 cpm , para la muestra de ^{137}Cs se obtuvieron 2105 cpm , mientras que para la muestra en conjunto se obtuvieron 2993 cpm . Entonces, de acuerdo con la ecuación 3, el tiempo de resolución del contador Geiger utilizado es de aproximadamente $2,80\text{ }\mu\text{s}$

4.2. Ley de potencias

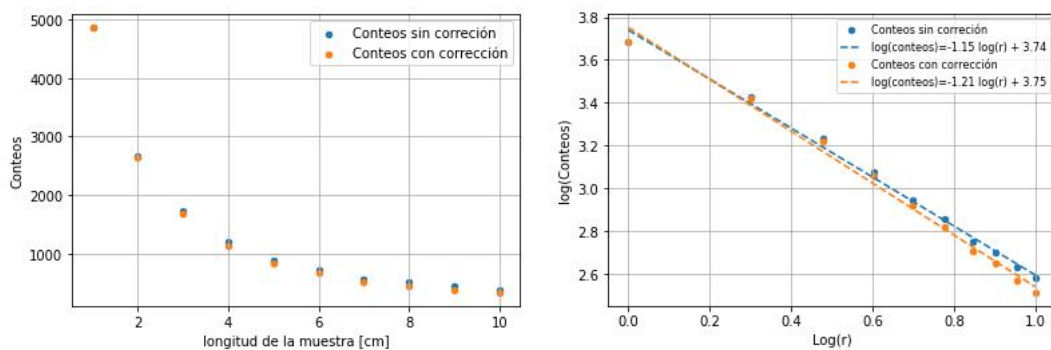


Figura 8: Número de conteos en 100 segundos en función de la distancia entre el contador y la muestra. (a) Comparación entre los datos tomados y la corrección por tiempo resolución. (b) Análisis logarítmico de los datos para linealizar la curva.

Se obtuvo que el exponente al que se eleva la distancia de la muestra al contador toma un valor de $-1,21 \pm 0,04$, que se aleja de valor esperado, por lo cual se propuso que este error se explica por el poco tiempo de exposición. Se planteó una nueva toma de datos con un mayor tiempo de exposición y además se ubicó una lámina de Aluminio de $0,51\text{ mm}$ para atenuar la radiación beta.

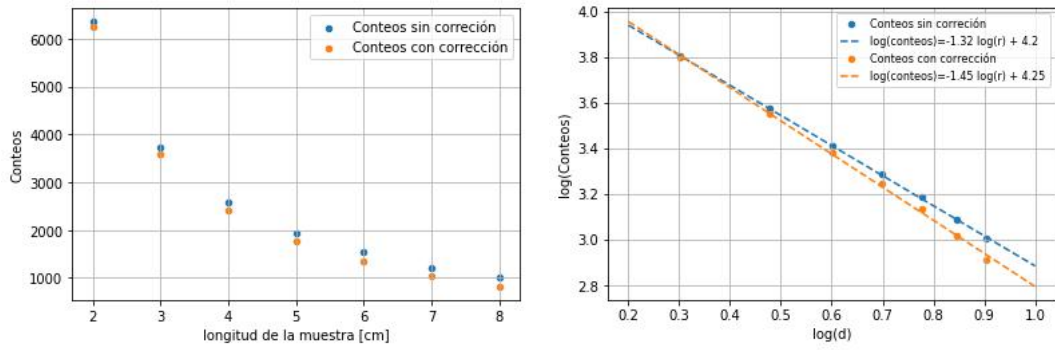


Figura 9: Número de conteos en 300 segundos en función de la distancia entre el contador y la muestra. (a) Comparación entre los datos tomados y la corrección por tiempo resolución. (b) Análisis logarítmico de los datos para linealizar la curva.

El factor que se aplica a la distancia de la muestra en el nuevo experimento es de $1,45 \pm 0,03$. Aunque este valor difiere de la expectativa, se puede atribuir a la arquitectura del montaje experimental y a la naturaleza isotrópica de la radiación gamma.

Cuando la radiación interactúa con la placa de aluminio, esta puede ser un obstáculo para los fotones haciendo que disminuya el flujo que pasa hacia el contador. Luego, en el contador, al ser ionización, la región efectiva para la recopilación de datos está ubicada a cierta distancia de la abertura del dispositivo, lo que implica una interacción reducida ya que hay menos radiación y mayor distancia a la muestra.

4.3. Coeficiente de atenuación del Aluminio

Para hallar el coeficiente de atenuación se ubicaron diferentes placas de aluminio sobre la muestra de Cesio. El grosor de estas placas de aluminio se varió de forma sistemática empezando en 0mm (sin placas) hasta 30mm aumentando en 1mm cada medición. Obteniendo los siguientes resultados

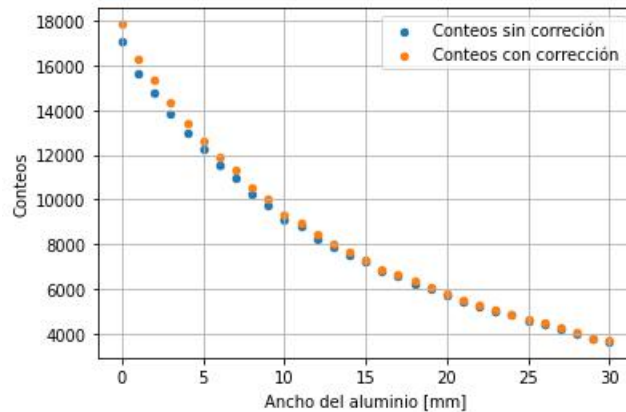


Figura 10: Conteos para una muestra de ^{137}Cs para distintos grosores de placas de aluminio.

Tomando el logaritmo natural de los conteos y graficando en función del grosor de las placas de aluminio se obtiene la gráfica de la figura 11

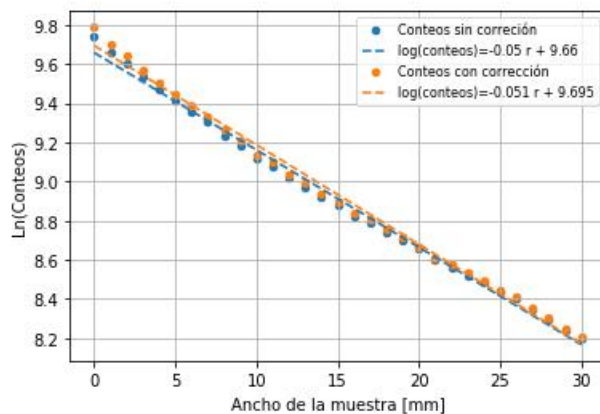


Figura 11: Linealización figura 10

Se llegó a la relación

$$\ln(C) = -(0,051 \pm 0,001)mm^{-1} \cdot r + (9,700 \pm 0,005) \quad (8)$$

Y de acuerdo con la ecuación 5 el valor del coeficiente de atenuación del aluminio para la radiación gamma es $(-0,051 \pm 0,001)mm^{-1}$. Teóricamente este coeficiente es de $0,021mm^{-1}$ [5], es decir, el valor experimental hallado presenta una discrepancia considerable con el valor teórico. Sin embargo esta diferencia podía esperarse ya que el aluminio empleado tiene impurezas que generan la desviación del valor experimental con el teórico. Es importante resaltar que pese a la diferencia entre ambos valores el orden de magnitud es consistente.

A partir del valor del coeficiente lineal encontrado se puede encontrar un valor experimental para la sección eficaz con el uso de la ecuación 6. Partiendo del valor aproximado de la densidad del aluminio como $2,23 \cdot 10^{22}$ átomos por cm^3 , se obtiene que la sección eficaz de la interacción de la radiación gamma de $0,662MeV$ con el aluminio es de $22,78 \pm 0,31barns$. Al comparar con el valor aproximado de $22,66barns$ (según la ecuación 7) se encuentra que la estimación es congruente.

4.4. Simulación para hallar la edad de la muestra

En primera instancia, según la ecuación 1, se encontró que para el ^{137}Cs $\tau = 43,3$ años. Posteriormente se realizó la simulación de una muestra en un intervalo de 7τ que son aproximadamente 304 años. La siguiente gráfica muestra los primeros 50 años de la simulación que es el rango de interés en este estudio.

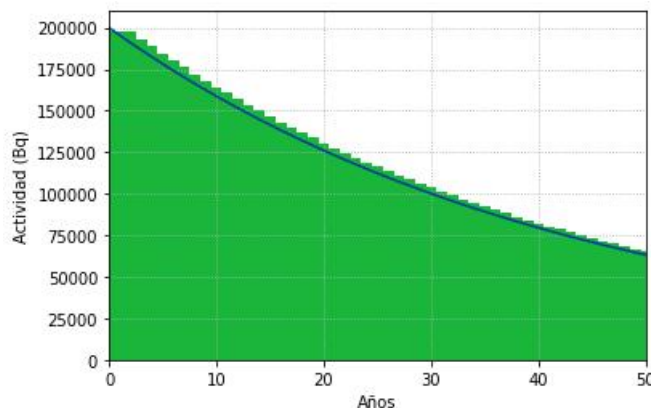


Figura 12: Simulación de la actividad de una muestra de ^{137}Cs en función del tiempo

Con la simulación fue posible hallar la actividad en Bq para distintos años, en particular se escogieron los siguientes:

Año	Actividad (Bq)
1	197585.5
24	116227.4
25	113628.0
26	111042.4
27	108474.1
28	105995.8
29	103556.9
50	63808.7

Cuadro 1: Actividad simulada para distintos años

El dato de actividad se coloca en la simulación del contador Geiger con el objetivo de ver cual se adapta mejor a los datos experimentales tomados. En primer lugar se muestra los datos experimentales con la simulación para una muestra de 1 y 50 años.

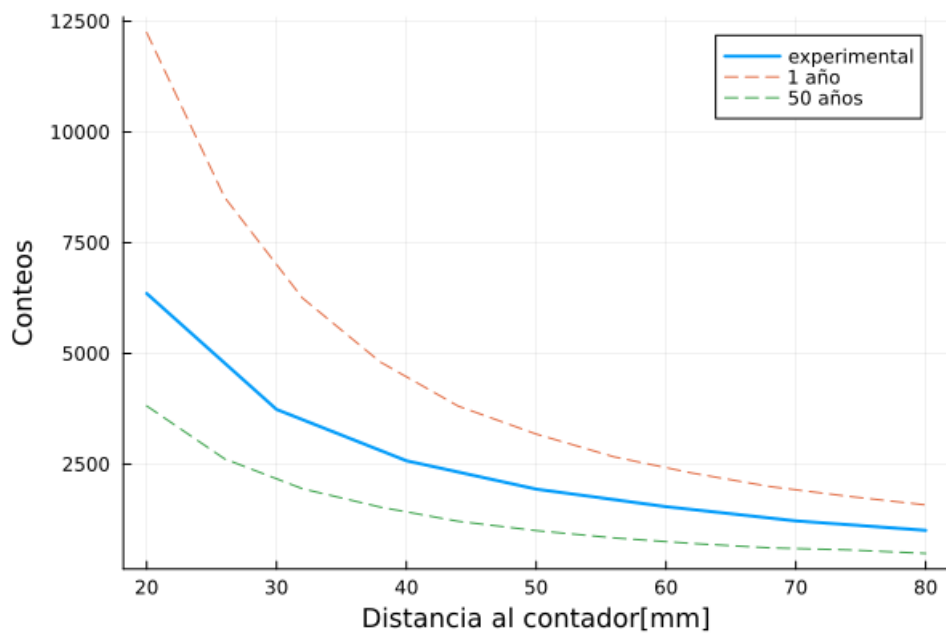


Figura 13: Conteos en función de la distancia de la muestra al contador. Datos experimentales y simulación para 1 y 50 años

De la anterior gráfica se concluye que la simulación está funcionando correctamente ya que los conteos en el tiempo actual son menores que los de la muestra simulada de 1 año, pero mayores a la muestra de 50 años. Ahora se grafican los datos experimentales y la simulación para 4 distintos años.

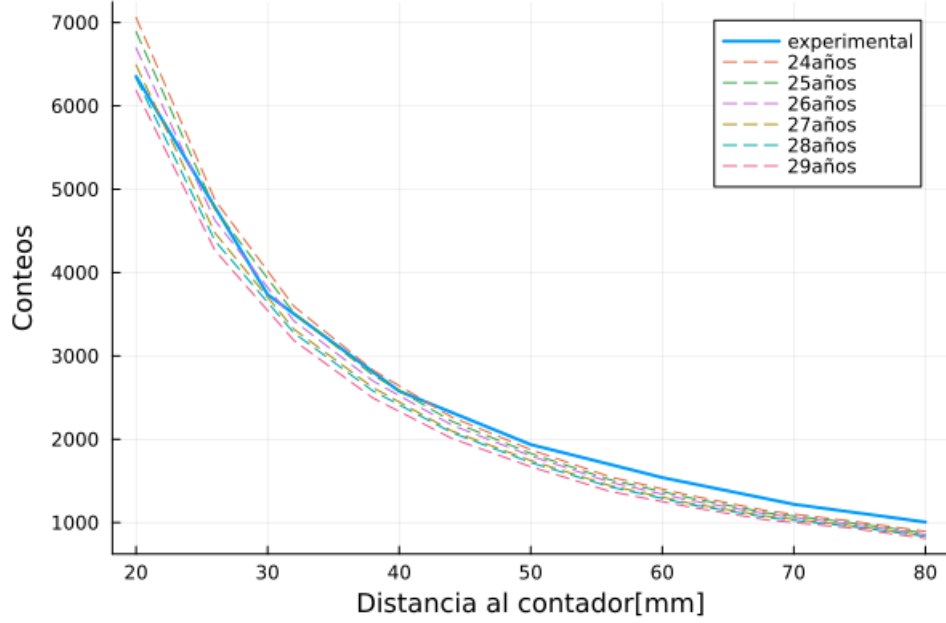


Figura 14: Conteos en función de la distancia de la muestra al contador. Comparación datos experimentales

Al inicio, los datos experimentales se sitúan entre las curvas de 25 y 28 años. Sin embargo, a medida que la distancia al contador aumenta, se observa una mayor disparidad entre los datos experimentales y las simulaciones. Esta discrepancia se explica por el comportamiento de la simulación, que siempre decae en un término fijo de $r^{-1,5}$ mientras que los datos recopilados pueden verse afectados por diversos errores, reflejándose en su decaimiento más lento, aproximadamente $r^{-1,45}$ como se determinó previamente. Esta diferencia se confirma al examinar la gráfica 14. Por tanto para distancias mayores los datos experimentales no se ajustan a ninguna curva simulada, En consecuencia, se infiere que los puntos cercanos al contador proporcionan la información más relevante sobre la edad de la muestra. Considerando únicamente estas distancias cercanas, se concluye que la edad de la muestra se encuentra en el intervalo de [25, 28] años, lo anterior tiene sentido ya que se sabe que la edad de la muestra se encuentra en un rango de [20, 30]

5. Conclusiones

- Se determinó satisfactoriamente que el voltaje óptimo de funcionamiento del contador Geiger utilizado es de 850V y además su tiempo de resolución es $2,8\mu s$. Esto permitió obtener mediciones de mayor exactitud.
- Se observó que la dependencia entre el número de conteos registrados por el contador y la distancia entre la muestra y el detector sigue una ley de potencias, aunque se espera que esta ley de potencias sea proporcional al inverso del cuadrado de la distancia entre la muestra y el contador no fue posible demostrar esto debido a la geometría del contador y del montaje experimental. En cambio, se obtuvo una relación entre el número de conteos del detector y la distancia entre este y la muestra proporcional a $1/r^{1,45}$.
- Se calculó el coeficiente de atenuación del material de las placas utilizadas. Estas al no ser de aluminio puro resultaron tener un coeficiente de atenuación de $(-0,051 \pm 0,001)mm^{-1}$

el cual es diferente al valor esperado para el aluminio $0,021\text{mm}^{-1}$. También se estimó la sección eficaz para la interacción entre la radiación gamma emitida por el ^{137}Cs y la placa de aleación de aluminio con un valor de $22,78 \pm 0,31b$.

- Se estimó satisfactoriamente la edad de la muestra de ^{137}Cs como realizando una simulación por método de Montecarlo, teniendo en cuenta la eficiencia del contador Geiger y conociendo la actividad original. El intervalo encontrado para la edad de la muestra es de $[25, 28]$ años lo que concuerda con el valor real que se encuentra en un rango de $[20, 30]$ años

Referencias

- [1] DAS, A. FERBEL, T. (2004) *Nuclear and particle physics*. (second edition). World scientific.
- [2] BÉ, M. M., CHISTÉ, V., ET. AL. (2006). *Table of Radionuclides (vol. 3-A= 3 to 244)*. Monographie BIPM, 5
- [3] BORN, R. *Determining the resolving time of a Geiger-Müller tube*. Northern Illinois University
- [4] PAUL, H. (2006) *Gamma absorption coefficient for aluminum*
- [5] CONNOR, N. (2020). *¿Qué es el coeficiente de atenuación lineal y masiva? – Rayos X*. Radiation Dosimetry