

## Definición de derivada

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

## Reglas básicas de derivación

- Constante:  $\frac{d}{dx}(c) = 0$
- Potencia:  $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
- Suma/resta:  $(f \pm g)' = f' \pm g'$
- Producto:  $(fg)' = f'g + fg'$
- Cociente:  $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Derivadas de funciones elementales

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(\cos x) &= -\sin x \\ \frac{d}{dx}(\cos x) &= -\sin x \\ \frac{d}{dx}(e^x) &= e^x \\ \frac{d}{dx}(\ln x) &= \frac{1}{x}\end{aligned}$$

## Cálculo

### Diferencial Básico

Aplicaciones del Cálculo → Derivadas de orden superior  $f''(x) = \frac{d}{dx}(f'(x))$

### Diferencial

Derivadas implícitas: Si  $x^2 + y^2 = 1$  derivar ambos lados  
 $2x + 2y \cdot y' = 0$

Aplicaciones: → Recta tangente:  $y = f(a) + f'(a)(x-a)$

Criterio de la primera derivada (max/min)

Criterio de la segunda derivada (concavidad)

Puntos de cambio relacionados

Aproximación lineal:

$$L(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$$

## Cálculo Diferencial e Integral

## Cálculo

### Integral

### Básico

Definición de integral indefinido

$$\int f(x) dx = F(x) + C, \text{ donde } F'(x) = f(x)$$

### Integrales básicos

$$\begin{aligned}\int x^n dx &= \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1) \\ \int \frac{1}{x} dx &= \ln|x| + C \\ \int e^x dx &= e^x + C \\ \int \sin x dx &= -\cos x + C \\ \int \cos x dx &= \sin x + C\end{aligned}$$

Propiedades de la integral

Linealidad:  
 $\int (af + bg) = a \int f + b \int g$

Cambio de variable (Sustitución simple):  
 $\int f(g(x))g'(x) dx = \int f(u) du$

Teorema Fundamental del Cálculo

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

## Técnicas Avanzadas

### Integral Definida

Aplicación de la integral

$$A = \int_a^b f(x) dx = \text{área bajo la curva}$$

Volumen de sólidos de revolución

$$\text{Disco: } V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

$$\text{Caracón: } V = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$$

Longitud de arco:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

### Métodos de integración

Por partes:  $\int u dv = uv - \int v du$

Sustitución trigonométrica (ej.  $\sqrt{a^2 - x^2}$   
 $x = a \sin \theta$ )

Fracciones parciales para funciones racionales

Integrales trigonométricas:

$$\int \sin^n x \cos^n x dx \quad (\text{Caso según paridad})$$

Integrales propias:

Límites infinitos o discontinuidades