Mapa: U1

Introducción a las Ecuaciones Diferenciales

Conceptos fundamentales de las Ecuaciones Diferenciales

Ecuación diferencial
relación entre una función desconocida y sus derivadas

Solución general: familia de funciones con constantes arbitrarias

Ecuación diferencial ordinaria (EDO):
Solo involucra derivadas respecto a una variable

Grado: Exponente de la derivada de mayor orden (cuando está en forma polinomial)

Problema de valor inicial (PVI)
Ecuación diferencial más condición inicial

Orden mayor derivada presente
(ej: primer orden → $\frac{dy}{dx}$).

$\frac{dy}{dx} = 3x^2$
$y(1) = 2$
$y = x^3 + 1$

Solución particular
Se obtiene al aplicar una condición inicial

Proceso de Modelado Matemático con ecuaciones diferenciales.

Paso 1: Observar un fenómeno real y identificar las variables involucradas

Paso 2: Determinar las tasas de cambio (derivadas) y sus relaciones

Paso 3: Escribir la ecuación diferencial que describe el sistema

Paso 4: Resolver la ecuación (analítica o numérica).

Paso 5: Interpretar la solución en el contexto original

Ejemplos y Ejercicios

- ¿Con qué rapidez crece la población en $t = 0$?
  Sustituir en la derivada

¿Cuánto sal queda después de 10 minutos?
Requiere resolver la ecuación diferencial

¿Qué forma tiene el cable colgante?
Integrar $\frac{dy}{dx} = \frac{W}{T_0}$

No siempre se necesita resolver la ecuación diferencial, a veces basta con evaluar la derivada

Aplicaciones Clásicas de las Ecuaciones Diferenciales

- Crecimiento poblacional con inmigración: $\frac{dP}{dt} = 0.15P + 20$
- Propagación de enfermedades o tecnologías: $\frac{dx}{dt} = kx(N - x)$
- Mezclas en tanques: $\frac{dA}{dt} =$ entrada − salida
- Drenado de un tanque (ley de Torricelli modificada): $\frac{dh}{dt} = -cA_0\sqrt{2gh}$
- Caída libre con resistencia del aire: $m\frac{dv}{dt} = mg - kv^2$
- Cables suspendidos (catenaria/puente colgante): $\frac{dy}{dx} = \frac{W(x)}{T_0}$
- Circuitos eléctricos resistencia-inductancia (RL): $L\frac{di}{dt} + Ri = E(t)$

Relación con las Computación y Simulación Numérica

- Las Ecuaciones Diferenciales se usan en simulaciones de sistemas físicos, biológicos o económicos

- En informática se emplean métodos numéricos como:
  - **Método de Euler**
  - **Método de Runge-Kutta**

- Se usan para:
  - Modelar videojuegos (físicas de objetos)
  - Predecir comportamiento en redes o epidemias
  - Optimizar procesos industriales

Juan Valle   4to "B"