UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CARRERA PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES
INFORMÁTICA

INFORME

METEMÁTICA IV

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Stiven Landazuri ; Juan Valle	
CURSO: PCFI 4-002	**FECHA:** 06/01/2026
DOCENTE: MSC. DIEGO TIPAN	**PRACTICA: Nro.** 3

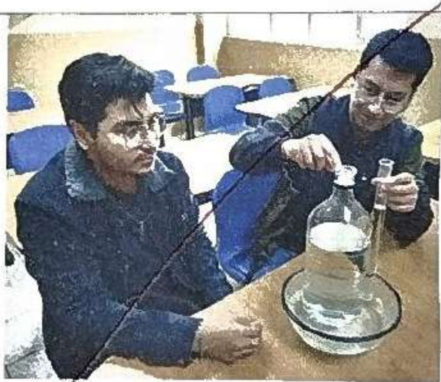
TEMA:

Laboratorio modelando fenómenos reales con ecuaciones diferenciales separables y homogeneas

OBJETIVOS:

Analizar experimentalmente la ley de torricely en el marco de una ecuación diferencial.

MATERIAL DE EXPERIMENTACIÓN

MATERIALES	DIAGRAMA
1 Botella plastica	
2 Agua	
3 Recipiente	
4 Cautin o Clavo	
5 Regla	
6 Recipiente	
7	
8	
9	
10	

PROCEDIMIENTO

1. Caracterización geométrica: Medir el diámetro interno del recipiente (D) y el diámetro del orificio de salida (d). Calcular las áreas transversales:
2. Configuración inicial: Sellar el orificio inferior y llenar el recipiente con agua hasta una altura inicial conocida (H). Marcar niveles de referencia en el recipiente cada 2,5 cm
3. Toma de tiempos (Física): Liberar el orificio y activar el cronómetro simultaneamente. Registrar el tiempo (t) que tarda el fluido en pasar por cada marca de altura (h) hasta el vaciado total
4. Planeamiento de la EDO Establecer la igualdad basada en la variación del volumen: Identificar que es una EDO de variables separables
5. Separación de variables: Reorganización los terminos para dejar la variable (h) a un lado y (t) del otro
6. Aplicar la integral resolver para obtener h(t).
7. Validar los resultados:

REGISTRO DE DATOS / FUNDAMENTO TEORICO

La Ley de Torricelli establece que la velocidad de salida de un líquido por un orificio es $v = \sqrt{2gh}$. Utilizando el principio de conservación de la masa (Ecuación de Continuidad), modelamos el cambio de volumen

$$\frac{dV}{dt} = -a \cdot v$$

Donde V es el volumen en el tanque y a es el área del orificio. Siendo $A(h)$ el área transversal del recipiente a una altura h, la EDO resultante es:

$$A(h)\,\frac{dh}{dt} = -a \cdot C_d \cdot \sqrt{2gh}$$

Donde C_d es el coeficiente de descarga (corrección por viscosidad y contracción del chorro).

Para el experimento, utilizaremos un recipiente cilíndrico con las siguientes dimensiones medidas:

Datos del Tanque (Cilindro):

Radio del tanque (R): 10 cm (0.1 m).

Área transversal (A): $\pi \cdot (0,1)^2 = 0,0314\ m^2$.

Altura inicial del agua (H): 100 cm (1.0 m).

Datos del orificio (a):
$\pi \cdot (0,005)^2 = 0,0000785\ m^2$.
Coeficiente de descarga (C_d): 0,6 (valor típico para agua).
Gravedad (g): $9.8\ m/s^2$.

1) Planteamiento y Separación: $\frac{dh}{dt} = -\frac{a\ C_d\sqrt{2gh}}{A}$ 2) Separación de variables h y t

$$\frac{dh}{\sqrt{h}} = -\frac{a \cdot C_d\sqrt{2g}}{A}\,dt$$

Integración: integramos: $\int_{1.0}^{0} h^{-1/2}\,dh = -\frac{a \cdot C_d\sqrt{2g}}{A}\int_0^T dt$

$$\left[2\sqrt{h}\right]_{1.0}^{0} = -\frac{(0,0000785)(0,6)\sqrt{19.6}}{0,0314}\left[t\right]_0^T$$

Tiempo de Vaciado (T)

$$-2\sqrt{1.0} = -\left(\frac{0,0000471 \cdot 4.427}{0,0314}\right)T \qquad -2 = (0,00664)T$$

R:

$$T = \frac{2}{0,00664} \approx 301,2\ s.$$

El o la botella tardaría aprox 5 minutos y 1 segundo en vaciarse por completo.

CUESTIONARIO

1. Al aplicar la EDO separable, ¿cómo afecta la geometría del recipiente a la resolución de la integral?

En el experimento al ser cilíndrico el recipiente el área transversal es constante (0,0314 m^2) esto simplifica la integral significativamente, permitiéndonos sacar A fuera de la operación: Si el recipiente fuera cono, el radio cambiaría con la altura ($r = f(h)$), lo que convertiría a $A(h)$ en una cuadrática. En este caso, la integral no sería de $h^{-1/2}$, sino de una potencia mayor (como $h^{3/2}$ o $h^{5/2}$), aumentando la complejidad algebraica del despeje de tiempo.

2. Si el fluido es viscoso ¿Qué término de corrección debe añadirse a la EDO homogénea para que el modelo sea más preciso que el ideal?

Para el ejercicio, añadimos el Coeficiente de Descarga (C_d) con un valor de 0.6. Este término es crucial porque, sin él, el cálculo asumiría un fluido perfecto. Al incluirlo en la EDO:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{a \cdot 0{,}6 \cdot \sqrt{2gh}}{A}$$

Este factor de corrección reduce la velocidad de salida teórica, reflejando la pérdida de energía por la fricción del agua con las paredes del orificio y la viscosidad interna del líquido. Sin este término, el tiempo de vaciado calculado sería mucho menor al real observado en el laboratorio.

3. ¿Cómo se calcula el "tiempo de vaciado total" integrando la EDO y qué sucede físicamente con la derivada cuando tiende a cero?

El tiempo de vaciado ($T = 301{,}20$) se calculó definiendo los límites de la integral definida desde la altura máxima $h = 1.0$ m hasta el vacío total $h = 0$ m.

Matemáticamente:

A medida que $h \to 0$ la derivada dh también tiende a cero porque la velocidad de salida depende de $\sqrt{h}$.

Físicamente: significa que el vaciado no es uniforme; el agua sale muy rápido al principio debido a la gran presión hidrostática y se ralentiza casi por completo al final.

CONCLUSIONES

Se determinó que para un tanque de 1.0 m de altura, el modelo de variables separables predice un tiempo de vaciado de 5.02 minutos.

La geometría cilíndrica facilita un vaciado cuya rapidez de descenso de nivel disminuye de forma parabólica respecto al tiempo.

El uso de herramientas de Matemática permite anticipar comportamientos físicos complejos mediante la integración de tasas de cambio instantáneas.