

**Ecuación diferencial**  
relación entre una función desconocida y sus derivadas

**Solución general**: familia de funciones con constantes arbitrarias

**Conceptos fundamentales de las Ecuaciones Diferenciales**

**Proceso de Modelado Matemático con ecuaciones diferenciales**

**Paso 1**: Observar un fenómeno real y describir las variables involucradas

**Paso 2**: Definir una lista de variables (dependientes) y sus relaciones

**Ecuación diferencial ordinaria (ED O)**  
Solo involucra derivadas respecto a una variable

**Orden**: mayor derivada presente (ej: primer orden  $\rightarrow \frac{dy}{dx}$ )

**Solución particular**  
Se obtiene al aplicar una condición inicial

**Grado**: Exponente de la derivada de mayor orden (cuando está en forma polinomial)

$$\frac{dy}{dx} = 3x^4$$

$$y(x) = 2$$

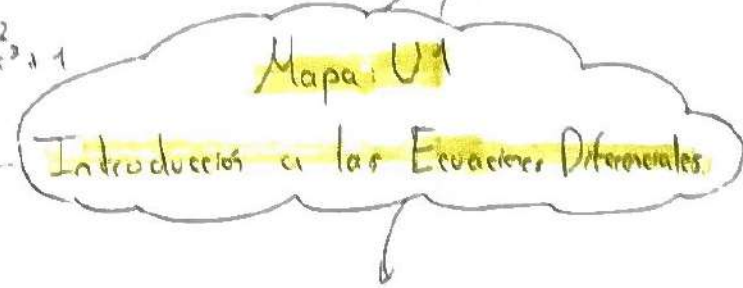
$$y = x^3 + 1$$

**Condición de valor inicial (PVZ)**  
Ecuación diferencial más condiciones iniciales

**Paso 3**: Escribir la ecuación diferencial que describe el sistema

**Paso 4**: Resolver la ecuación (analítica o numérica)

**Paso 5**: Interpretar la solución en el contexto original



**Ejemplo y Ejercicios**

¿Con qué rapidez crece la población en  $t=0$ ?  
Sustituir en la ecuación

¿Cuándo se agota después de 10 minutos?  
Requiere resolver la ecuación diferencial

¿Qué forma tiene el cable colgante?  
Integrar  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{10}$

No siempre se necesita resolver la ecuación diferencial; a veces basta con evaluar la derivada

**Aplicaciones Clásicas de las Ecuaciones Diferenciales**

- Crecimiento poblacional con migración:  $\frac{dP}{dt} = 0.15P + 20$
- Propagación de enfermedades zoonóticas:  $\frac{dI}{dt} = R_0(I)(N-I)$
- Mezclas en tanques:  $\frac{dA}{dt} = \text{entrada} - \text{salida}$
- Descarga de un tanque (Ley de Torricelli modificada):  $\frac{dh}{dt} = -A_0\sqrt{2gh}$
- Carga libre con resistencia del aire:  $m\frac{dv}{dt} = mg - kv^2$
- Cables suspendidos (catenaria) (parte colgante):  $\frac{dy}{dx} = \frac{y(x)}{T_0}$
- Circuitos eléctricos resistivos-inductivos (RL):  $L\frac{di}{dt} + Ri = E(t)$

**Relación con las Computadoras y Simulaciones Numéricas**

Las Ecuaciones Diferenciales se usan en simulaciones de sistemas físicos, biológicos o sociales

- En ingeniería se emplean métodos numéricos como:
  - Método de Euler
  - Método de Runge-Kutta
- Se usan para:
  - Modelar un fenómeno (física de objetos)
  - Predicir comportamiento en redes o sistemas
  - Optimizar procesos industriales