第一章　大数定律与中心极限定理

1. (2022, 数一) 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立同分布,$\mu_k = E(X_i^k)(k = 1, 2, 3, 4)$。由切比雪夫不等式, 对任意 $\varepsilon > 0$, 有 $P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \mu_2\right| \geq \varepsilon\right\} \leq$

$$(A)\ \frac{\mu_4 - \mu_2^2}{n\varepsilon^2} \quad (B)\ \frac{\mu_4 - \mu_2^2}{\sqrt{n}\varepsilon^2} \quad (C)\ \frac{\mu_2 - \mu_1^2}{n\varepsilon^2} \quad (D)\ \frac{\mu_2 - \mu_1^2}{\sqrt{n}\varepsilon^2}$$

Solution. 【详解】 □

2. (2022, 数一) 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立同分布,X_i 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

则当 $n \to \infty$ 时,$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 依概率收敛于?.

Solution. 【详解】 □

3. (2020, 数一) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本,$P\{X = 0\} = P\{X = 1\} = \frac{1}{2}$,$\Phi(x)$ 表示标准正态分布函数。利用中心极限定理得 $P\left\{\sum_{i=1}^{100} X_i \leq 55\right\}$ 的近似值为

$$(A)\ 1 - \Phi(1) \quad (B)\ \Phi(1) \quad (C)\ 1 - \Phi(0.2) \quad (D)\ \Phi(0.2)$$

Solution. 【详解】 □