第一章　真题与模拟题

真题全刷结束后才开始套卷练习 (8 月)

真题卷要保证刷 3 遍 (9 月,10 月,11 月) 各一次

模拟卷从 25 年开始往前刷

1.1　数学真题一网打尽

1. $\star$ 求 $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{n+1}+\frac{\sin\frac{2\pi}{n}}{n+\frac{1}{2}}+\ldots+\frac{\sin\pi}{n+\frac{1}{n}}\right)$

2. $\star\star$ 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 连续, 则 $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=(\ )$

   (A). $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{2k-1}{2n}\right)\cdot\frac{1}{2n}$　(B). $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{2k-1}{2n}\right)\cdot\frac{1}{n}$

   (C). $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k-1}{2n}\right)\cdot\frac{1}{2n}$　(D). $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{2n}\right)\cdot\frac{2}{n}$

3. $\star\star$ 设 $f(x)$ 是区间 $[0,+\infty)$ 上单调递减且非负的连续函数,$a_n=\sum_{k=1}^{n} f(k)-\int_1^n f(x)\mathrm{d}x(n=1,2,\ldots)$ 证明数列 $\{a_n\}$ 极限存在

4. (I) 证明方程 $x^n+x^{n-1}+\ldots+x=1(n>1,n\in\mathbf{N})$ 在区间 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 内仅有一个实根

   (II) $\star\star$ 记 (I) 中的实根为 x_n 证明 $\lim_{n\to\infty} x_n$ 存在, 并求出此极限

5. $\star\star$ 设函数 $f(x)=\ln x+\frac{1}{x}$

   (1) 求 $f(x)$ 的最小值

   (2) 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $\ln x_n+\frac{1}{x_{n+1}}<1$ 证明 $\lim_{n\to\infty} x_n$ 存在, 并求此极限

6. $\star\star$ 当 $x\to 0$ 时,$\alpha(x),\beta(x)$ 是非零无穷小量, 则下列命题中

   (1) 若 $\alpha(x)\sim\beta(x)$, 则 $\alpha^2(x)\sim\beta^2(x)$

   (2) 若 $\alpha^2(x)\sim\beta^2(x)$, 则 $\alpha(x)\sim\beta(x)$

(3) 若 $\alpha(x) \sim \beta(x)$, 则 $\alpha(x) - \beta(x) = o(\alpha(x))$

(4) 若 $\alpha(x) - \beta(x) = o(\alpha(x))$, 则 $\alpha(x) \sim \beta(x)$

A.1,3 B.1,4 C.1,3,4 D.2,3,4

7. $\star\star$ 设对任意的 x, 总有 $\varphi(x) \leq f(x) \leq g(x)$, 且 $\lim\limits_{n\to\infty}[g(x)-\varphi(x)]=0$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} f(x)$( )

A. 存在且等于零 B. 存在但不一定为零

C. 一定不存在 D. 不一定存在

8. $\star\star$ 设函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内具有二阶导数, 且 $f''(x)>0$, 令 $u_n = f(n)(n=1,2,\ldots)$ 则下列结论正确的是 ( )

A. 若 $u_1 > u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必收敛 B. 若 $u_1 > u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必发散

C. 若 $u_1 < u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必收敛 D. 若 $u_1 < u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必发散

9. $\star\star\star$ 设 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ 且 $a \neq 0$ 则当 n 充分大的时候, 有 ( )

A. $|a_n| > \frac{|a|}{2}$ B.$|a_n| < \frac{|a|}{2}$ C. $a_n > a - \frac{1}{n}$ D.$a_n < a + \frac{1}{n}$

10. $\star\star$ 设有数列 $\{x_n\}, -\frac{\pi}{2} \leq x_n \leq \frac{\pi}{2}$ 则 ( )

A. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\cos(\sin x_n)$ 存在, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 存在

B. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\sin(\cos x_n)$ 存在, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 存在

C. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\cos(\sin x_n)$ 存在, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\sin x_n$ 存在, 但 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 不存在

C. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\sin(\cos x_n)$ 存在, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\cos x_n$ 存在, 但 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 不存在

11. $\star$ 已知 $a_n = \sqrt[n]{n} - \frac{(-1)^n}{n}(n=1,2,\ldots)$ 则 $\{a_n\}$( )

A. 有最大值与最小值 B. 有最大值无最小值

C. 有最小值无最大值 D. 无最大值与最小值

1.2 计算机基础真题套卷

1.3 合工大