第一章　概率论

1.1　事件与概率, 随机变量及其分布

1. 每箱产品有 10 件, 其中次品数从 0 到 2 是等可能的, 开箱检验时, 从中任取一件, 如果检验为次品, 则认为该箱产品不合格而拒收. 由于检验误差, 一件正品被误判为次品的概率为 2%, 一件次品被误判为正品的概率为 10%. 试求:

(I) 随机检验一箱产品, 它能通过验收的概率 p;

(II) 检验 10 箱产品通过率不低于 90% 的概率 q .

2. 一条自动生产线生产 n 件产品不出故障的概率为 $\frac{\lambda^n}{n!}\mathrm{e}^{-\lambda}, n=0,1,2,\cdots$. 假设产品的优质品率为 $p\,(0<p<1)$. 如果各件产品是否为优质品相互独立.

(I) 计算生产线在两次故障间共生产 k 件 $(k=0,1,2,\cdots)$ 优质品的概率;

(II) 若已知在某两次故障间该生产线生产了 k 件优质品, 求它共生产 m 件产品的概率.

3. 甲、乙二人轮流投篮, 游戏规则规定为甲先开始, 且甲每轮只投一次, 而乙每轮连续投两次, 先投中者为胜. 设甲、乙每次投篮的命中率分别是 p 与 0.5, 则 $p=$___ 时, 甲、乙胜负概率相同.

4. (非离散非连续的概率) 设随机变量 X 的绝对值不大于 1, 且 $P\{X=0\}=\frac{1}{4}$, 已知当 $X\neq 0$ 的时候,X 在其他取值范围内满足均匀分布, 求 X 的分布函数 $F_X(x)$.

5. 设有四个编号分别为 $1,2,3,4$ 的盒子和三只球，现将每个球随机地放入四个盒子，记 X 为至少有一只球的盒子的最小号码.

   (1) 求 X 的分布律;

   (2) 若当 $X=k$ 的时候, 随机变量在 $[0,k]$ 上服从均匀分布, 求 $P\{Y\leq 2\}$;

6. 有一根长为 L 的木棒, 将其任意折成三段, 记事件 $A=\{$中间一段为三段中的最长者$\}$, 则

$P(A) = \_\_\_\_$

7. 设甲乙两人独立对同一目标进行一次设计, 其命中率分别为 0.5 和 0.4, 已知目标被命中, 则它是乙射中的概率为 ____
8. 已知 10 部手机中有 7 个合格品和 3 个次品, 每次任取一个作测试, 测试后不放回, 直到将 3 个次品都找到为止, 则需要测试 7 次的概率为 ____
9. 在 n 重伯努利试验中, 事件 A 发生的概率为 p , 则事件 A 发生奇数次的概率为 ____
10. 设甲盒中有 4 个红球和 2 个白球, 乙盒中有 2 个红球和 4 个白球, 掷一枚均匀的硬币, 若正面出现, 则从甲盒中任取一球, 若反面出现, 则从乙盒中任取一球, 设每次取出的球观看颜色后放回原盒中.

    (I) 若前两次都取得红球, 求第三次也取得红球的概率;

    (II) 若前两次都取得红球, 求红球都来自甲盒的概率.
11. (考的可能性比较低) 设一批产品中有 15% 的次品, 进行独立重复抽样检验, 若抽取 20 个样品, 则抽出的 20 个样品中, 可能性最大的次品数是多少? 并求其概率.
12. 设自动机床在任意时长为 t 的时间间隔内发生故障的此时为 X 服从参数为 λ_t 的泊松分布,Y 表示相继两次故障之间的时间间隔, 则当 $t > 0$ 时,$P\{Y > t\} = \_\_\_\_$
13. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma > 0, (x_0, y_0)$ 为分布函数曲线 $y = F(x)$ 的拐点, 则 $x_0 = \_\_\_, y_0 = \_\_\_$
14. 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X = k\} = \frac{a}{k!}e^{-2}, k = 0, 1, 2 \dots$ 则常数 $a = \_\_\_\_$
15. 设 $X \sim N(0, \sigma^2)$,X 在区间 (a, b) 内取值的概率最大, 其中 $a > 0$ 则 $\sigma^2 = \_\_\_\_$

1.2 多维随机变量

1.3 数字特征

1.4 后三章