

1 Definición del proyecto

En este proyecto se busca que los estudiantes estimen los parámetros asociados a la relación entre la velocidad del viento y la potencia generada en una turbina eólica.

1.1 Definición matemática del problema

La potencia generada por un Aero generador puede describirse de manera mecánica por media de los parámetros físicos, o por medio de funciones paramétricas que cumplan como aproximadores [1]. La forma típica de la potencia generada se observa en la Figura 1. De acuerdo con [1], la curva

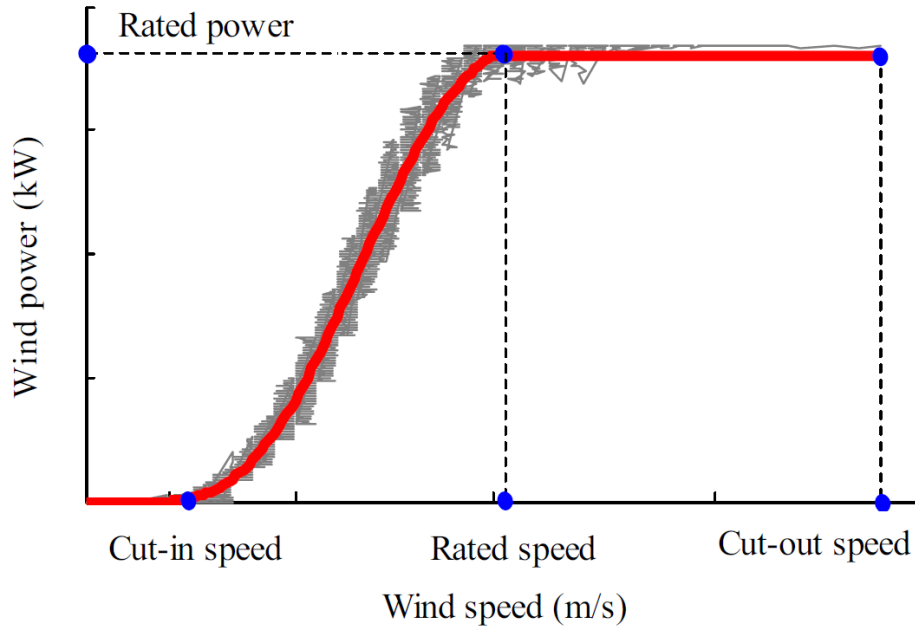


Figura 1: Curva típica en forma de “S” de un aero-generador. En gris los datos y en rojo la curva aproximada [1].

se puede aproximar con la siguiente función de 4 parámetros:

$$P(v, \alpha) = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + \cdots + a_m v^m = \sum_{i=0}^m a_i v^i, \quad (1)$$

donde $m+1$ es la cantidad de parámetros y α es el vector de parámetros o coeficientes del polinomio. El problema de optimización es encontrar los valores de los parámetros que mejor describan los datos medidos de la potencia a partir de la velocidad del aero-genreador. La función objetivo se describe a partir del error cuadrático entre la potencia medida y la potencia aproximada, así

$$\min_{\theta} \sum_{i=1}^n (P_i - P(v_i, \alpha))^2,$$

donde P_i es la i -ésima emdida de la potencia, v_i es la i -ésima medida de lavelocidad del viento. La expresion anterior se puede reescribir de forma vectorial como

$$\min_{\alpha} (\mathbf{P} - P(\mathbf{v}, \alpha))^T (\mathbf{P} - P(\mathbf{v}, \alpha)),$$

donde $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^n$ es el vector columna de todas las potencias medidas, $P(\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta})$ es un vector generado a partir de la evaluación de la ecuación (1) del vector de velocidades medidas, \mathbf{v} , así

$$P(\mathbf{v}, \boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} 1 & v_1 & v_1^2 & \cdots & v_1^m \\ 1 & v_2 & v_2^2 & \cdots & v_2^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & v_n & v_n^2 & \cdots & v_n^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} = \mathbf{V}\boldsymbol{\alpha}$$

Para el proyecto se emplean los datos mostrados en la Tabla 1.1.

#	v (m/s)	P (kW)	#	v (m/s)	P (kW)	#	v (m/s)	P (kW)
1	0.126	-3.151	13	6.234	838.259	25	12.245	1838.213
2	0.799	-3.181	14	6.738	1039.989	26	12.715	1839.370
3	1.287	-3.213	15	7.243	1229.457	27	13.226	1838.915
4	1.749	-3.187	16	7.728	1411.141	28	13.743	1839.852
5	2.259	2.824	17	8.232	1540.810	29	14.300	1840.354
6	2.719	20.331	18	8.741	1681.272	30	14.696	1840.536
7	3.284	74.153	19	9.219	1783.571	31	15.232	1840.206
8	3.751	132.315	20	9.704	1818.255	32	15.649	1840.670
9	4.246	225.115	21	10.230	1822.494	33	16.029	1839.220
10	4.745	347.751	22	10.724	1821.436	34	16.803	1838.905
11	5.244	486.502	23	11.211	1838.905	35	17.049	1829.330
12	5.724	660.094	24	11.767	1840.394	36	17.885	1837.585

Tabla 1: 36 datos de potencia y velocidad del viento, tomado de [1].

Adicionalmente, cut-in speed es 2 m/s, cut-out speed es 18 m/s, y rated speed es 10 m/s. Rated power es 1800 kW.

1.2 Procedimiento

1. A partir de la función objetivo, emplear la librería JAX para construir la función del gradiente y la Hessiana. Programar el método de Newton que solucione problemas de minimización. Asumir que el orden del polinomio es $m = 9$.
2. Realizar el proceso de optimización 50 veces. En cada realización almacenar el vector solución y la curva de la función objetivo vs iteraciones.
3. Realizar un BoxPlot sobre las 50 soluciones encontradas en cada optimización. Analizar la variabilidad de cada parámetro.
4. Graficar la media de las 50 curvas de función objetivo vs iteraciones calculada en cada realización del proceso de optimización. Determinar para que cantidad de iteraciones es suficiente ejecutar el proceso de optimización.

2 Informe

Desarrollar un notebook en Python, que incluya las siguientes secciones:

1. Introducción al problema.
2. Código y desarrollo de la solución.
3. Análisis de resultados.
4. Conclusiones.
5. Bibliografía.

Referencias

- [1] Zhiming Wang, Xuan Wang, and Weimin Liu. Genetic least square estimation approach to wind power curve modelling and wind power prediction. *Scientific Reports*, 13(1):9188, June 2023.