

Introducción al curso

Análisis Numérico para Ingeniería

Lección 01

Dr. Pablo Alvarado Moya

CE3102 Análisis Numérico para Ingeniería
Área de Ingeniería en Computadores
Tecnológico de Costa Rica

I Semestre 2018

Contenido

- 1 Análisis numérico
 - Modelos
 - Ejemplo

- 2 Herramientas de software

Análisis numérico

Modelos matemáticos

Modelos matemáticos:

- Descripción de comportamiento de un fenómeno físico
- Comportamiento simplificado
- Resume experiencia pasada
- Funciones matemáticas:
Obtenidas por
 - Análisis teórico
 - Experimentación

Modelo matemático

$$\underline{s} = f(\underline{e}; \underline{p}; \underline{r})$$

- s: Vector de salidas
- e: Vector de entradas (tiempo, espacio)
- p: Vector de parámetros
- r: Factores externos, ruido

Tipos de análisis

Solución de problemas matemáticos por:

- Métodos analíticos
- Métodos numéricos

Métodos numéricos

Reformulan problema matemático para resolverlo mediante operaciones **aritméticas**.

Modelo matemático: segunda ley de Newton

La ley de Newton establece:

$$F = ma$$

Modelo matemático: segunda ley de Newton

La ley de Newton establece:

$$F = ma$$

- 1 Descripción matemática de proceso
- 2 Idealización (simplificación de realidad)
- 3 Resultados reproducibles \Rightarrow predicción

Ejemplo: Segunda Ley de Newton

(1)

Ejemplo

Un paracaidista de masa m salta de un globo con posición estática respecto a la superficie.

Calcule la velocidad de caída del paracaidista en función del tiempo, considerando la fricción del aire.

Ejemplo: Segunda Ley de Newton

(2)

Solución:

La Segunda Ley de Newton establece:

$$F = ma$$

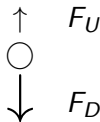
donde

- F : Fuerza
- m : masa
- a : aceleración

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Ejemplo: Segunda Ley de Newton

(3)



La fuerza total sobre el paracaidista tiene dos componentes:

- 1 $F_D = mg$: debida a la gravitación terrestre ($g \approx 9,8m/s^2$)
- 2 $F_U = -cv$: debida a la fricción del aire (c coef. de arrastre)

Signo de F_U indica oposición a F_D .

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} = \frac{mg - cv}{m}$$

Ejemplo: Segunda Ley de Newton

(4)

Ecuación diferencial

$$\frac{dv(t)}{dt} = g - \frac{c}{m}v(t)$$

Solución analítica (exacta):

$$v(t) = \frac{mg}{c} \left[1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right] u(t) + v(0^-) e^{-\frac{c}{m}t} u(t)$$

con $v(0^-)$ la velocidad inicial en $t = 0^-$, y $u(t)$ el escalón unitario.

Ejemplo: Segunda Ley de Newton

(5)

Solución numérica parte de aproximación en *diferencias finitas divididas*:

$$\frac{dv}{dt} \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$$

$$\frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Sustituyendo en el modelo original

$$\begin{aligned}\frac{dv(t)}{dt} &= g - \frac{c}{m}v(t) \\ \frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i} &= g - \frac{c}{m}v(t_i) \\ v(t_{i+1}) &= v(t_i) + \left[g - \frac{c}{m}v(t_i) \right] (t_{i+1} - t_i)\end{aligned}$$

Herramientas de Software

Herramientas de software

- Prototipado rápido
 - GNU/Octave
 - MatLab
 - R
 - (Maple, Mathematica)
- Lenguajes de mediano y alto nivel
 - C/C++
 - Fortran
 - Python
 - Bibliotecas:
 - Lapack/Blas/Atlas
 - Intel Performance Libraries (IPL)
 - Eigen, Armadillo, SciPy, NumPy
- Hojas de cálculo + lenguajes script
 - Excel + VBA
 - LibreOffice.org/Calc + LibreOffice Basic

Resumen

- 1 Análisis numérico
 - Modelos
 - Ejemplo
- 2 Herramientas de software

Este documento ha sido elaborado con software libre incluyendo \LaTeX , Beamer, GNUPlot, GNU/Octave, XFig, Inkscape, LTI-Lib-2, GNU-Make y Subversion en GNU/Linux



Este trabajo se encuentra bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-LicenciarIgual 3.0 Unported. Para ver una copia de esta Licencia, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/> o envíe una carta a Creative Commons, 444 Castro Street, Suite 900, Mountain View, California, 94041, USA.

© 2005-2018 Pablo Alvarado-Moya Área de Ingeniería en Computadores Instituto Tecnológico de Costa Rica