Práctico N^{o}3 :
Mecánica del Continuo:

Temas: descripción de la deformación, deformaciones infinitesimales, deformaciones finitas, Teorema de Descomposición Polar, Tensor de Cauchy-Green, tensor razón de cambio temporal de la deformación y tensor espín, Ecuación de Continuidad, cambio de elementos de área y volumen.

Ejercicio N^o 1. Mostrar que en un movimiento de rotación de cuerpo rígido en torno a un eje, descripto por:

$$x - b \; = \; R(t)(X - b)$$

donde $R(t)$ es un tensor de rotación genérico, la distancia entre partículas permanece fija.

Ejercicio N^o 2. Un cuerpo está rotando con una velocidad angular $\omega = \omega_1\, e_1 + \omega_2\, e_2 + \omega_3\, e_3$.

a) Encuentre el campo de velocidades asociado en coordenadas cartesianas.

b) Suponga $\omega = |\omega| e_3$. Evalúe las funciones que encontró en el punto (a).

c) Encuentre el campo de aceleración en coordenadas cartesianas para $\omega = |\omega|\, e_3$.

d) ¿la velocidad de cada partícula varía en el tiempo? ¿cómo relaciona la aceleración con la pregunta anterior?

Ejercicio N^o 3. Considere el movimiento dado por:

$$x = X + X_1\, k\, e_1 \tag{1}$$

Notamos que el tiempo desapareció en la ecuación anterior. Podemos considerar que: a) el tiempo no existe. b) el continuo se deforma desde una configuración incial, llegando a un estado de equilibrio descrito por la ec. (1)....*elija su propia aventura*...

Sean $dX^{(1)} = (dS_1/\sqrt{2})(e_1 + e_2)$ y $dX^{(2)} = (dS_2/\sqrt{2})(-e_1 + e_2)$ elementos materiales diferenciales en la configuración no deformada.

a) Encuentre los elementos deformados según la ec. (1), $dx^{(1)}$ y $dx^{(2)}$.

b) Evalúe las razones entre las longitudes $(ds^{(1)} - dS^{(1)})/dS^{(1)}$ y $(ds^{(2)} - dS^{(2)})/dS^{(2)}$ ¿cómo son las razones?

c) Evalué el ángulo θ, entre los elementos no deformados ($dX^{(1)}$ y $dX^{(2)}$) y deformados ($dx^{(1)}$ y $dx^{(2)}$) del punto (b). ¿Cómo es el ángulo? Haga un esquema mostrando lo que acontece en las dos situaciones.

d) Mediante gráficas, compare los resultados de (b) y (c) con los obtenidos mediante el *tensor de deformación infinitesimal* E para $0 < k < 1$.

Ejercicio N^o 4. Considere el campo de deformación dado por $x = X + AX$, siendo A un tensor de componentes A_{ii} independientes de X_i.

a) Realice gráficas en la forma del punto $(2.d)$ para un elemento material de su elección y para el ángulo θ entre dos elementos materiales –también a su elección– comparando con el tensor E. Utilice valores $0 < A_{ii} < 0.5$

b) Agregue a las gráficas anteriores un tensor $E^A = (A + A^T)/2$ y compare. ¿para qué rango de A_{ii} la aproximación es válida?

Ejercicio N^o 5. Realice los ejercicios a) 3.21 y b) 3.22 de la bibliografía Lai 4ta ed., ubicados en las páginas 147-148.

Ejercicio N^o 6. Dado el tensor de deformación infinitesimal:

$$[E] = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \times 10^{-4}$$

a) Encuentre las direcciones de mayor deformación de un elemento infinitesimal.

b) Pruebe que el tensor E de arriba no es el mismo que:

$$[E'] = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \times 10^{-4}$$

Ejercicio N^o 7. Realice los ejercicios 3.34, 3.37 de la bibliografía Lai 4ta ed., ubicados en las página 149.

Ejercicio N^o 8. Realice los ejercicios 3.38, 3.42, 3.44, 3.47, 3.48, 3.51, 3.52, 3.53 de la bibliografía Lai 4ta ed., ubicados en las páginas 149-150.

Ejercicio N^o 9. Dada la matriz del tensor de deformación infinitesimal:

$$[E] = \begin{pmatrix} k_1X_1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2X_2 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2X_2 \end{pmatrix}$$

a) Encuentre la ubicación de la(s) partícula que no cambia(n) su volumen.

b) ¿Cuál debería ser la relación entre k_1 y k_2 para que ninguna partícula cambie su volumen?

Ejercicio N^o 10. Realice los ejercicios 3.65, 3.68, 3.70 de la bibliografía Lai 4ta ed., ubicados en las páginas 151-152.

Ejercicio N^o 11. Verifique que, en coordenadas cartesianas, la deformación dada por:

$$x_1 = X_1 + kX_2 \; ; \; x_2 = X_2 \; ; \; x_3 = X_3$$

tiene un *tensor derecho de elongación* **U** y un tensor de rotación R, dados por:

$$[U] = \begin{pmatrix} f & kf/2 & 0 \\ kf/2 & (1+k^2/2)f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} [R] = \begin{pmatrix} f & kf/2 & 0 \\ -kf/2 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

donde $f = (1 + k^2/4)^{1/2}$