



### Práctico N°3 : Mecánica del Continuo:

**Temas:** descripción de la deformación, deformaciones infinitesimales, deformaciones finitas, Teorema de Descomposición Polar, Tensor de Cauchy-Green, tensor razón de cambio temporal de la deformación y tensor espín, Ecuación de Continuidad, cambio de elementos de área y volumen.

**Ejercicio N° 1.** Mostrar que en un movimiento de rotación de cuerpo rígido en torno a un eje, descrito por:

$$x - b = R(t)(X - b)$$

donde  $R(t)$  es un tensor de rotación genérico, la distancia entre partículas permanece fija.

**Ejercicio N° 2.** Un cuerpo está rotando con una velocidad angular  $\omega = \omega_1 e_1 + \omega_2 e_2 + \omega_3 e_3$ .

- Encuentre el campo de velocidades asociado en coordenadas cartesianas.
- Suponga  $\omega = |\omega| e_3$ . Evalúe las funciones que encontró en el punto (a).
- Encuentre el campo de aceleración en coordenadas cartesianas para  $\omega = |\omega| e_3$ .
- ¿la velocidad de cada partícula varía en el tiempo? ¿cómo relaciona la aceleración con la pregunta anterior?

**Ejercicio N° 3.** Considere el movimiento dado por:

$$x = X + X_1 k e_1 \quad (1)$$

Notamos que el tiempo desapareció en la ecuación anterior. Podemos considerar que: a) el tiempo no existe. b) el continuo se deforma desde una configuración inicial, llegando a un estado de equilibrio descrito por la ec. (1)...*elija su propia aventura*...

Sean  $dX^{(1)} = (dS_1/\sqrt{2})(e_1 + e_2)$  y  $dX^{(2)} = (dS_2/\sqrt{2})(-e_1 + e_2)$  elementos materiales diferenciales en la configuración no deformada.

- Encuentre los elementos deformados según la ec. (1),  $dx^{(1)}$  y  $dx^{(2)}$ .
- Evalúe las razones entre las longitudes  $(ds^{(1)} - dS^{(1)})/dS^{(1)}$  y  $(ds^{(2)} - dS^{(2)})/dS^{(2)}$  ¿cómo son las razones?
- Evalúe el ángulo  $\theta$ , entre los elementos no deformados ( $dX^{(1)}$  y  $dX^{(2)}$ ) y deformados ( $dx^{(1)}$  y  $dx^{(2)}$ ) del punto (b). ¿Cómo es el ángulo? Haga un esquema mostrando lo que acontece en las dos situaciones.
- Mediante gráficas, compare los resultados de (b) y (c) con los obtenidos mediante el tensor de deformación infinitesimal  $E$  para  $0 < k < 1$ .



**Ejercicio N° 4.** Considere el campo de deformación dado por  $x = X + AX$ , siendo  $A$  un tensor de componentes  $A_{ii}$  independientes de  $X_i$ .

- Realice gráficas en la forma del punto (2.d) para un elemento material de su elección y para el ángulo  $\theta$  entre dos elementos materiales –también a su elección– comparando con el tensor  $E$ . Utilice valores  $0 < A_{ii} < 0.5$
- Agregue a las gráficas anteriores un tensor  $E^A = (A + A^T)/2$  y compare. ¿para qué rango de  $A_{ii}$  la aproximación es válida?

**Ejercicio N° 5.** Realice los ejercicios a) 3.21 y b) 3.22 de la bibliografía Lai 4<sup>ta</sup> ed., ubicados en las páginas 147-148.

**Ejercicio N° 6.** Dado el tensor de deformación infinitesimal:

$$[E] = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \times 10^{-4}$$

- Encuentre las direcciones de mayor deformación de un elemento infinitesimal.
- Pruebe que el tensor  $E$  de arriba no es el mismo que:

$$[E'] = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \times 10^{-4}$$

**Ejercicio N° 7.** Realice los ejercicios 3.34, 3.37 de la bibliografía Lai 4<sup>ta</sup> ed., ubicados en la página 149.

**Ejercicio N° 8.** Realice los ejercicios 3.38, 3.42, 3.44, 3.47, 3.48, 3.51, 3.52, 3.53 de la bibliografía Lai 4<sup>ta</sup> ed., ubicados en las páginas 149-150.

**Ejercicio N° 9.** Dada la matriz del tensor de deformación infinitesimal:

$$[E] = \begin{pmatrix} k_1 X_1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 X_2 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2 X_2 \end{pmatrix}$$

- Encuentre la ubicación de la(s) partícula que no cambia(n) su volumen.
- ¿Cuál debería ser la relación entre  $k_1$  y  $k_2$  para que ninguna partícula cambie su volumen?

**Ejercicio N° 10.** Realice los ejercicios 3.65, 3.68, 3.70 de la bibliografía Lai 4<sup>ta</sup> ed., ubicados en las páginas 151-152.



**Ejercicio N° 11.** Verifique que, en coordenadas cartesianas, la deformación dada por:

$$x_1 = X_1 + kX_2 ; x_2 = X_2 ; x_3 = X_3$$

tiene un *tensor derecho de elongación*  $\mathbf{U}$  y un tensor de rotación  $\mathbf{R}$ , dados por:

$$[\mathbf{U}] = \begin{pmatrix} f & kf/2 & 0 \\ kf/2 & (1+k^2/2)f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} [\mathbf{R}] = \begin{pmatrix} f & kf/2 & 0 \\ -kf/2 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

donde  $f = (1 + k^2/4)^{1/2}$