

ANÁLISIS ESPACIAL DE LA POBREZA EN EL PERÚ

Profesor: Juan Palomino
Fecha: 28/08/2022





ESTRUCTURA

1

Concepto de Pobreza

2

Medición de la Pobreza

3

Líneas de Pobreza

4

Índices de Pobreza

5

Desigualdad: Curva de Lorenz

6

Desigualdad: Índice de GINI

7

Análisis y Econometría Espacial de la Pobreza



1. Concepto de Pobreza

CONCEPTO DE LA POBREZA

El término “pobreza” tiene distintos significados en las ciencias sociales.

Spicker (1999) identifica variables posibles formas de interpretar esta palabra: necesidad, estándar de vida, insuficiencia de recursos, carencia de seguridad básica, falta de titularidades, privación múltiple, exclusión, desigualdad, clase, dependencia y padecimiento inaceptable.

CONCEPTO DE LA POBREZA

Enfoque Absoluto: Las necesidades – o al menos parte de ellas - es independiente de la riqueza de los demás, y no satisfacerlas revela una condición de pobreza en cualquier contexto.

Enfoque Relativo: plantea que las necesidades surgen a partir de la comparación con los demás, y la condición de pobreza depende del nivel general de riqueza.

CONCEPTO DE LA POBREZA

Cuando se investiga sobre la pobreza en el Perú se concentra la atención en la definición y métodos de medición de la pobreza, sea a partir de los ingresos o gastos familiares o de las necesidades básicas insatisfechas.

Analizar la pobreza tiene como objetivo la focalización de políticas públicas en favor de los más pobres del país a nivel provincial y distrital.

2. Medición de la Pobreza

IDENTIFICACIÓN DE LOS POBRES

Para “**identificar**” a los pobres se requiere comparar el bienestar de distintas personas, para evaluar si alguna de ellas tiene un nivel menor al “mínimo razonable”.

Cada forma de medir la pobreza tiene implícito un **indicador de bienestar**, y los resultados que se obtengan serán probablemente muy sensibles al indicador elegido.

MEDICIÓN DE LA POBREZA

Existen dos métodos:

1. El “**método de la Línea de Pobreza**” o “**método indirecto**”: este método estima la pobreza comparando el ingreso de un hogar con el ingreso mínimo requerido para comprar una canasta predefinida de bienes y servicios que satisfacen necesidades básicas.
2. El “**método de los indicadores sociales**” o “**método directo**”: es un método a través del cual se trata de medir en forma más precisa los niveles de vida alcanzados.

3. Líneas de Pobreza

LÍNEAS DE POBREZA

Este método clasifica como pobres aquellas personas que no cuenten con los recursos suficientes para satisfacer sus necesidades básicas.

Las líneas de pobreza marcan el consumo o la renta mínima necesaria para que una unidad escape de la pobreza.

Se estima el costo de una **canasta básica** de alimentos cuyo contenido calórico permita satisfacer un nivel mínimo de requerimientos nutricionales.

El costo de esta canasta constituye el límite por debajo del cual existe pobreza. Añadiendo el costo de un conjunto adicional de satisfactores de necesidades básicas se obtiene un estimador para establecer la línea de pobreza absoluta.

LÍNEAS DE POBREZA

Una línea de pobreza z_i se puede definir como la cantidad necesaria de gasto o consumo para que la unidad i , con características demográficas x , y datos de precios p , sea capaz de disfrutar del nivel de utilidad u_z .

$$z_i = e(p, x, u_z)$$

Según esta definición, existiría una línea de pobreza diferente para cada unidad, si bien en la práctica, lo que se tiene en cuenta es una agregación de las circunstancias y se utiliza la misma línea de pobreza para todo un colectivo de unidades.

LÍNEAS DE POBREZA

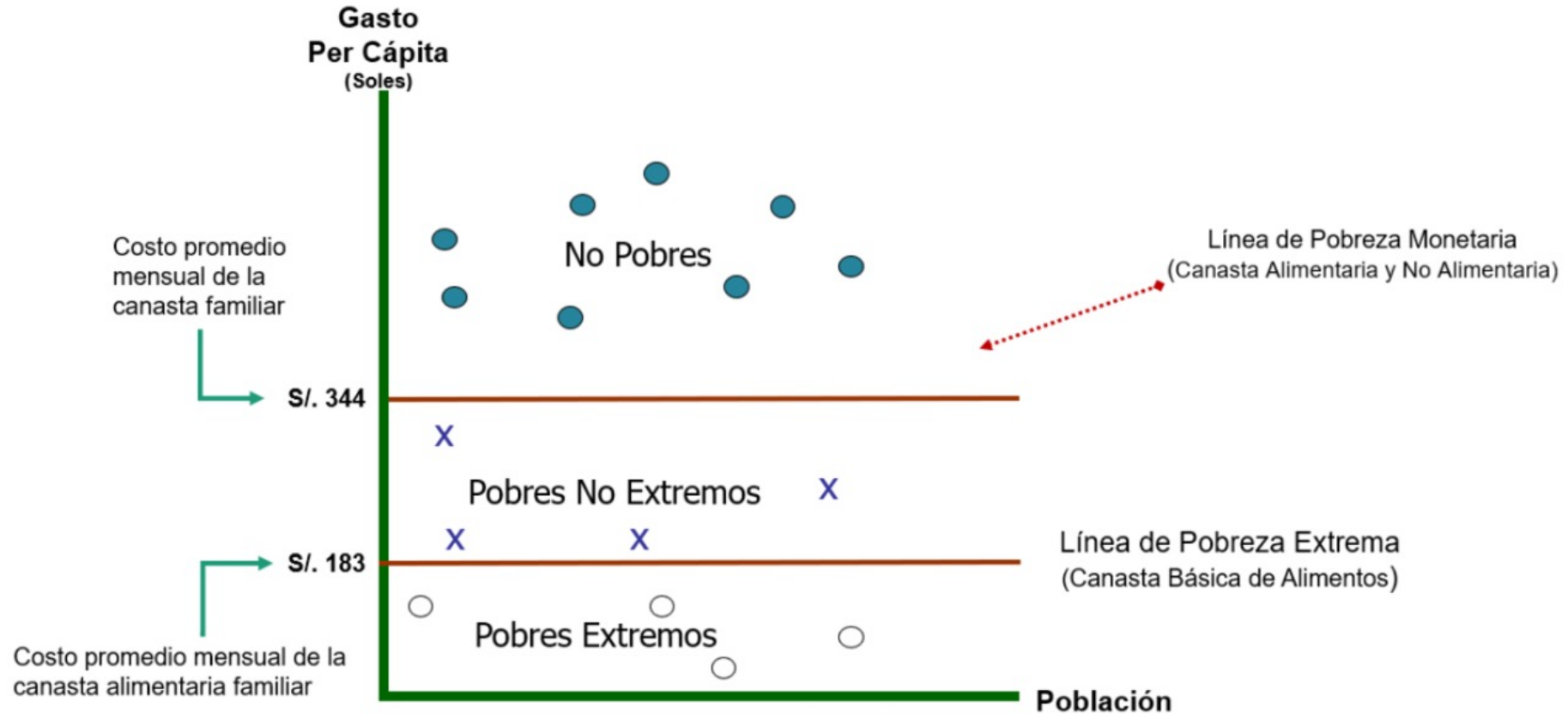
En el Perú, al gasto se le considera como indicador de bienestar.

El gasto se mide a través de lo que las personas y los hogares **consumen, compran y adquieren**.

Se pueden fijar líneas alternativas para capturar quiénes:

- **Línea de pobreza Monetaria:** marca el límite que separa los pobres de los no pobres. El límite es marcado por el valor de la canasta mínima total (Alimentos y No Alimentos).
- **Línea de pobreza Extrema:** separa a los pobres extremos y no extremos

LÍNEAS DE POBREZA



4. Índices de Pobreza

ÍNDICES DE POBREZA FOSTER GREER THORBECKE

Es un índice que mide las carencias en el consumo privado y toma como referencia una determinada línea de pobreza individual, obtenida ésta a partir de un salario mínimo diario, de la población total y de la población económica activa.

La fórmula para el FGT está dada por:

$$FGT_{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^H \left(\frac{z - y_i}{z} \right)^{\alpha}$$

Donde z es la línea de pobreza, N es el número de personas en una economía, H es el número de pobres, y_i son los ingresos individuales y α es un parámetro que incorpora preocupación o aversión a la pobreza.

Si α es baja, entonces todas las personas con ingresos por debajo de z tienen aproximadamente el mismo peso. Caso contrario, aquellos con ingresos más bajos (los más alejados de z tienen más peso en el índice.

INDICE FGT 0: RECUENTO DE LA POBREZA

Si α es 0, entonces:

$$FGT_0 = \frac{H}{N}$$

Siendo H el número de pobres y N la población total.

Este índice mide la proporción de unidades pobres respecto de la población total.

Ejemplo:

Si una población de 50 personas hay 25 que no sobrepasan el umbral de pobreza, FGT_0 vale 0.5, indicando que el 50% de la población es pobre.

INCOME POVERTY GAP: BRECHA DE POBREZA

Mide la renta que sería necesario otorgar a los pobres para que dejaran de serlo.

Siendo y_i cada una de las rentas, se calcula como:

$$PG = \sum_{i=1}^H z - y_i$$

PG sí es capaz de medir la intensidad de la pobreza, y arrojaría valores diferentes si todos los pobres lo fuesen pero estuvieran muy cercanos al umbral o si lo fueran porque sufren una carencia mucho mayor.

INDICE FGT 1: RATIO BRECHA DE POBREZA

Si α es 1, entonces:

$$FGT_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^H \left(\frac{z - y_i}{z} \right)$$

Lo que indica FGT_1 es la proporción entre la renta que habría que transferir a los pobres para que dejaran de serlo y la renta que tendría toda la población si todo el mundo se situase sobre la línea de pobreza.

INDICE FGT 2: SEVERIDAD DE LA POBREZA

Si α es 2, entonces:

$$FGT_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^H \left(\frac{z - y_i}{z} \right)^2$$

Este indicador tiene en cuenta no sólo la distancia que separa a los pobres de la línea de pobreza, sino también la desigualdad entre los pobres mismos.

Es la distribución del ingreso al interior de los pobres o el grado de desigualdad entre los pobres.

5. Desigualdad: Curva de Lorenz

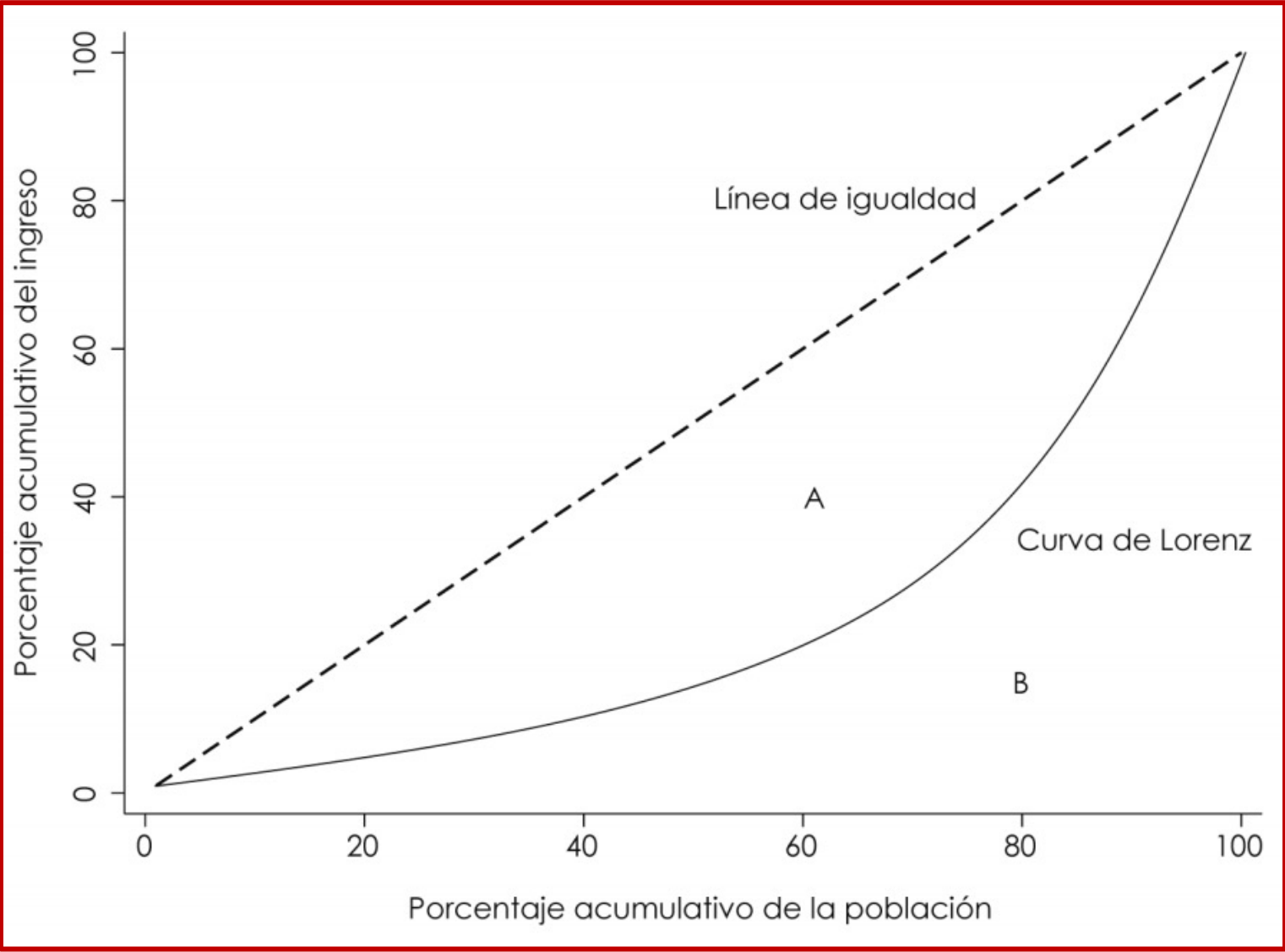
CURVA DE LORENZ

La curva de Lorenz y el índice de Gini: son dos indicadores relacionados entre sí que miden el grado de distribución de la renta en un país.

La **curva de Lorenz** es una forma gráfica de mostrar la distribución de la renta en una población. En ella se relacionan los porcentajes de población con porcentajes acumulados de la renta que esta población recibe.

En el eje de abscisas se representa la población “ordenada” de forma que los percentiles de renta más baja quedan a la izquierda y los de renta más alta quedan a la derecha. El eje de ordenadas representa las rentas.

CURVA DE LORENZ



CURVA DE LORENZ

En una **sociedad donde la igualdad es perfecta**, el 25% “más pobre” de la población percibiría un 25% del total del ingreso, el 50% “más pobre” de la población percibiría el 50% del total del ingreso y la curva de Lorenz seguiría el trayecto de la línea de igualdad de 45 grados.

A medida que aumenta la **desigualdad**, la curva de Lorenz se aleja de la línea de igualdad; el 25% “más pobre” de la población podría percibir el 10% del total del ingreso; el 50% “más pobre” de la población podría percibir el 20% del total del ingreso y así sucesivamente.

6. Desigualdad: Índice de GINI

ÍNDICE DE GINI

El índice de GINI: mide el grado de la distribución de la renta (o del consumo) entre los individuos de un país con respecto a una distribución con perfecta igualdad. El índice de GINI mide la concentración de la renta.

Equivale al tamaño del área entre la Curva de Lorenz y la línea de igualdad de 45 grados dividida por el área total por debajo de la línea de igualdad de 45 grados ($\frac{A}{A+B}$).

Su valor puede estar entre 0 (**perfecta igualdad:** todos tienen los mismos ingresos) y 1 (**perfecta desigualdad:** una persona tiene todos los ingresos y los demás ninguno).

Cuanto más próximo a 1 sea el índice de GINI, mayor será la concentración de la riqueza; y cuanto más próximo a 0, más equitativa es la distribución de la renta en ese país.

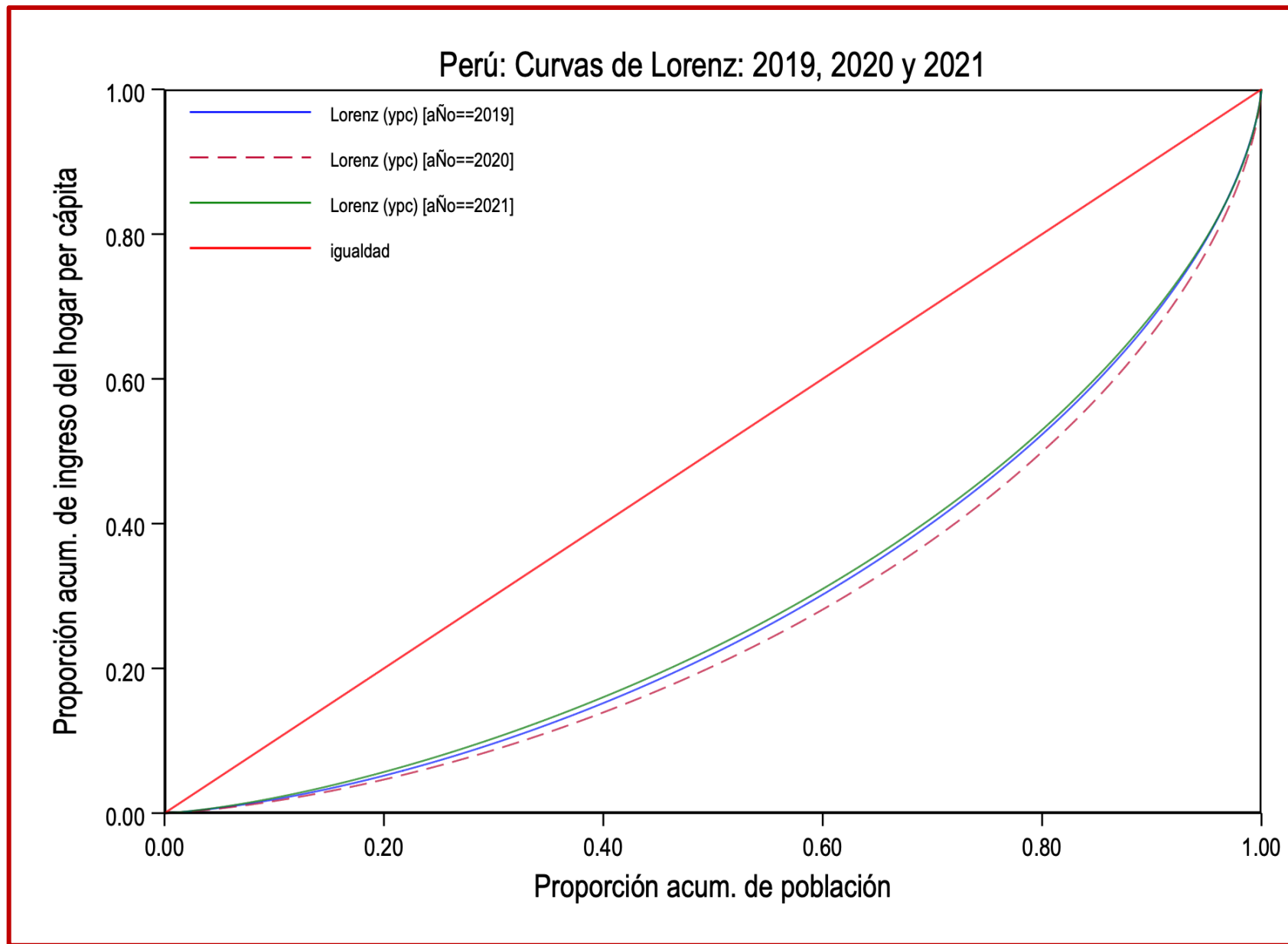
ÍNDICE DE GINI

El índice de GINI se calcula a través de la fórmula de Brown:

$$G = \left| 1 - \sum_{k=1}^{n-1} (X_{k+1} - X_k)(Y_{k+1} + Y_k) \right|$$

Donde:

- G : índice de Gini
- X : proporción acumulada de la variable población
- Y : proporción acumulada de la variable ingresos



7. Análisis Espacial de la Pobreza

7.1 Matrices Espaciales

MATRICES ESPACIALES

La disponibilidad de polígonos permite la construcción de matrices de pesos espaciales basados en:

- Contigüidad
- Vecinos más cercanos
- Distancias

Estas matrices espaciales permiten crear indicadores de autocorrelación espacial para la identificación de clusters de fenómenos socioeconómicos a nivel territorial.

MATRIZ ESPACIAL BASADO EN CONTIGUIDAD

La especificación de la relación de contigüidad en la matriz de peso espacial es la siguiente:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } \textit{región } i \text{ y región } j \text{ son contiguas} \\ 0 & \text{si } \textit{región } i \text{ y región } j \text{ no son contiguas} \end{cases}$$

Existen diferentes criterios binarios:

- Criterio de roca (Borde común)
- Criterio alfil (Vértice común)
- Criterio de reina (Borde y Vértice común)

MATRIZ ESPACIAL BASADO EN CONTIGUIDAD ROCA

¿Cuáles son los vecinos de la región 5?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

$$W = \begin{matrix} & \begin{matrix} R1 & R2 & R3 & R4 & R5 & R6 & R7 & R8 & R9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} R1 \\ R2 \\ R3 \\ R4 \\ R5 \\ R6 \\ R7 \\ R8 \\ R9 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

El borde común son las regiones 2, 4, 6 y 8.

MATRIZ ESPACIAL BASADO EN CONTIGUIDAD ALFIL

¿Cuáles son los vecinos de la región 5?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

$$W = \begin{matrix} & \begin{matrix} R1 & R2 & R3 & R4 & R5 & R6 & R7 & R8 & R9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} R1 \\ R2 \\ R3 \\ R4 \\ R5 \\ R6 \\ R7 \\ R8 \\ R9 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \color{red}{1} & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{0} & \color{red}{0} & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{0} & \color{red}{1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

El vértice común son las regiones 1, 3, 7 y 9.

MATRIZ ESPACIAL BASADO EN CONTIGUIDAD REINA

¿Cuáles son los vecinos de la región 5?

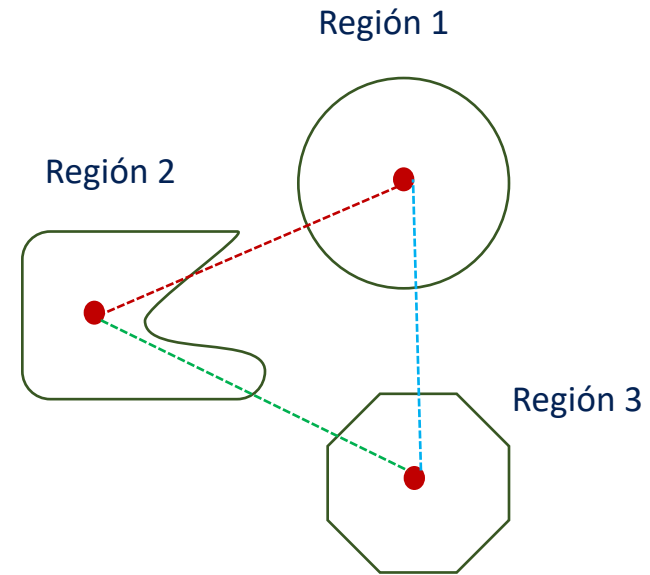
1	2	3
4	5	6
7	8	9

$$W = \begin{matrix} & \begin{matrix} R1 & R2 & R3 & R4 & R5 & R6 & R7 & R8 & R9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} R1 \\ R2 \\ R3 \\ R4 \\ R5 \\ R6 \\ R7 \\ R8 \\ R9 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

El vértice y borde común son las regiones 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, y 9.

CRITERIO DE DISTANCIA

- Los pesos también pueden definirse como una función de la distancia entre las regiones i y j , d_{ij} .
- d_{ij} se suele calcular como la distancia entre sus centroides (u otra unidad importante).
- Sean x_i y x_j la longitud e y_i y y_j las coordenadas de latitud para las regiones i y j , respectivamente.



METRICAS DE DISTANCIA

Métrica Minkowski

Sean dos puntos i y j , con coordenadas respectivas (x_i, y_i) y (x_j, y_j) :

$$d_{ij}^p = (|x_i - x_j|)^\rho + (|y_i - y_j|)^\rho$$

Métrica Euclidiana

Estableciendo $\rho = 2$ en la métrica Minkowski, tenemos:

$$d_{ij}^p = \sqrt{(|x_i - x_j|)^2 + (|y_i - y_j|)^2}$$

Métrica Manhattan

Estableciendo $\rho = 1$ en la métrica Minkowski, tenemos:

$$d_{ij}^p = (|x_i - x_j|) + (|y_i - y_j|)$$

METRICAS DE DISTANCIA

Distancia Gran Circulo

La distancia euclidiana no es necesariamente la distancia más corta si se tiene en cuenta la curvatura de la tierra.

Sean dos puntos i y j , con coordenadas respectivas (x_i, y_i) y (x_j, y_j) :

$$d_{ij}^{cd} = r \times \arccos^{-1}[\cos|x_i - x_j| \cos(y_i) \cos(y_j) + \sin(y_i)\sin(y_j)]$$

donde r es el radio de la Tierra.

La distancia arco es obtenida en millas con $r = 3,959$ y en kilómetros con $r = 6,371$

MATRIZ ESPACIAL BASADA EN DISTANCIA

Distancia Euclidiana

$$w_{ij} = \begin{cases} d_{ij} & \text{si } i \neq j \\ 0 & \text{si } i = j \end{cases}$$

Distancia Inversa

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ \frac{1}{d_{ij}^\alpha} & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Típicamente, $\alpha = 1$ o $\alpha = 2$.

Distancia Exponencial Negativo

$$w_{ij} = \begin{cases} \exp(-\frac{d_{ij}}{\alpha}) & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

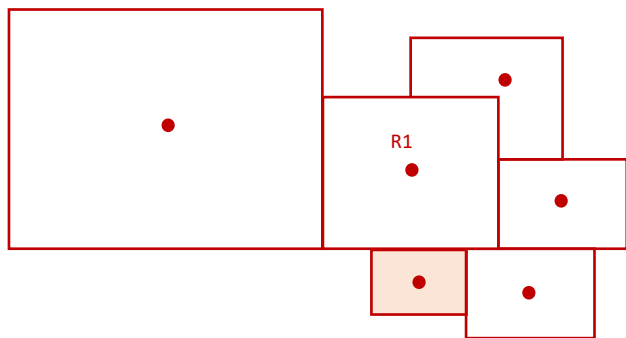
Típicamente, $\alpha = 1$ o $\alpha = 2$.

MATRIZ ESPACIAL BASADA EN K-VECINOS MÁS CERCANOS

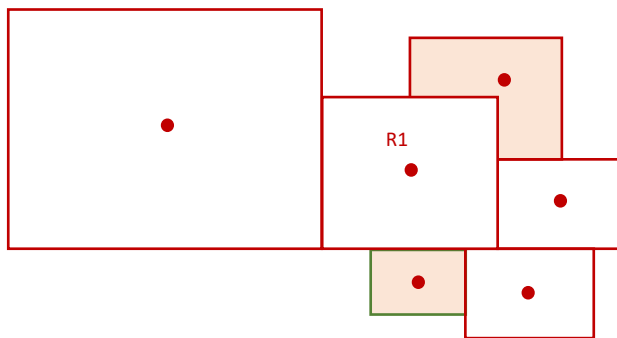
Vecinos k más cercanos: nosotros explicitamos el límite de número de vecinos.

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } \textit{centroide de } j \textit{ es uno de los } k \textit{ centroides más cercanos a } i \\ 0 & \text{si } \textit{otra manera} \end{cases}$$

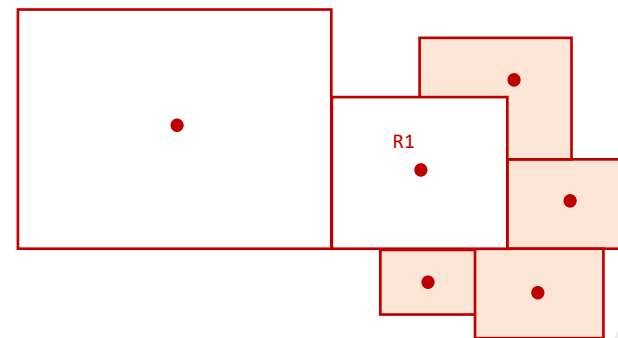
$k = 1$



$k = 2$



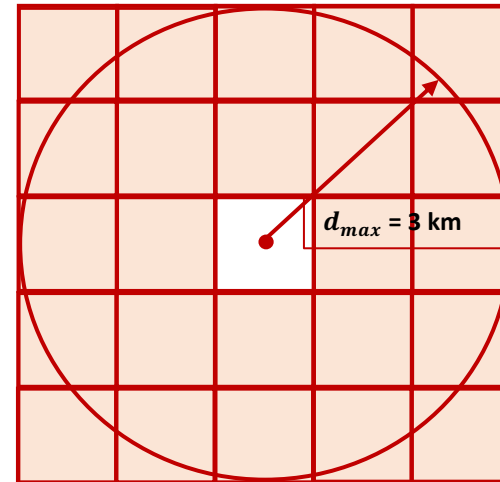
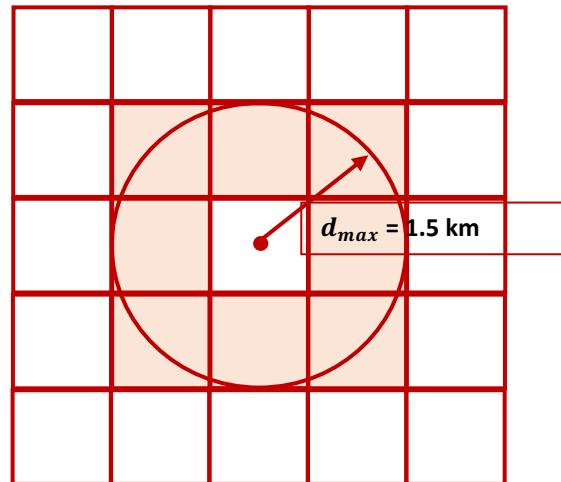
$k = 4$



MATRIZ ESPACIAL BASADA EN K-VECINOS MÁS CERCANOS

Umbral de distancia: especifica que una región i es vecina de j si la distancia entre ellos es menor que una distancia máxima especificada.

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq d_{ij} \leq d_{max} \\ 0 & \text{si } d_{ij} > d_{max} \end{cases}$$



7. Análisis Espacial de la Pobreza

7.2 Rezago Espacial

MATRIZ ESTANDARIZADA

- Las matrices W se utilizan para calcular los promedios ponderados en los que se coloca más peso en observaciones cercanas que en observaciones distantes.
- Los elementos de una matriz de pesos estandarizados por filas son iguales a:

$$w_{ij}^s = \frac{w_{ij}}{\sum_j w_{ij}}$$

- Esto asegura que todos los pesos estén entre 0 y 1, y facilita la interpretación de la operación con la matriz de pesos como un promedio de los valores vecinos.
- Bajo la estandarización de filas:
 - La suma de elementos de cada fila es igual a 1.
 - Las matrices ya no son simétricas

Matriz no estandarizada

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz estandarizada

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0.33 & 0 & 0.33 & 0.33 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0 & 0 & 0.33 & 0.33 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0 & 0.2 & 0.2 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.33 & 0.33 & 0 & 0 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.33 & 0.33 & 0 & 0.33 & 0 \end{bmatrix}$$

Suma

=1
=1
=1
=1
=1
=1
=1
=1
=1

REZAGO ESPACIAL

- El operador del rezago espacial toma la forma $y_L = Wy$ con dimensión $n \times 1$, donde cada elemento viene dado por $y_{Li} = \sum_j w_{ij}y_j$, es decir, un promedio ponderado de los valores “ y ” en el vecino de i .

- Por ejemplo:

$$Wy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 50 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 10 + 30 \\ 50 \end{pmatrix}$$

- Usando una matriz de pesos estandarizado por fila:

$$Wy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 50 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 5 + 15 \\ 50 \end{pmatrix}$$

- Asimismo, cuando W es estandarizado, cada elemento $(Wy)_i$ es interpretado como un promedio ponderado de los valores “ y ” para los vecinos i .

7. Análisis Espacial de la Pobreza

7.3 Indicadores de Autocorrelación Espacial

INDICADORES DE AUTOCORRELACIÓN ESPACIAL

Uno de los elementos centrales del AEDE se enfoca en los indicadores de autocorrelación espacial. Anselin (1996) ha generado dos taxonomías de autocorrelación espacial:

Autocorrelación Espacial Global

Es una medida de clustering general en los datos. Asume que solo un estadístico resume el área de estudio (Homogeneidad):

- Moran's I
- Gery's C
- Getis and Ord's G(d)

Autocorrelación Espacial Local

Una medida de autocorrelación espacial para cada locación individual.

- Indices Locales para el Análisis Espacial (LISA)

AUTOCORRELACIÓN ESPACIAL GLOBAL

El principal estadístico empleado para autocorrelación espacial global es el I de Moran.

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{S_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Donde $S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}$ y w_{ij} es un elemento de la matriz de pesos espacial que mide la distancia espacial o conectividad entre las regiones i y j . En forma matricial:

$$I = \frac{n z' W z}{S_0 z' z}$$

Donde $z = x - \bar{x}$. Si la matriz W es estandarizada por fila, entonces:

$$I = \frac{z' W z}{z' z}$$

Porque $S_0 = n$. El rango de valores va desde -1 (dispersión perfecta) a +1 (correlación perfecta).

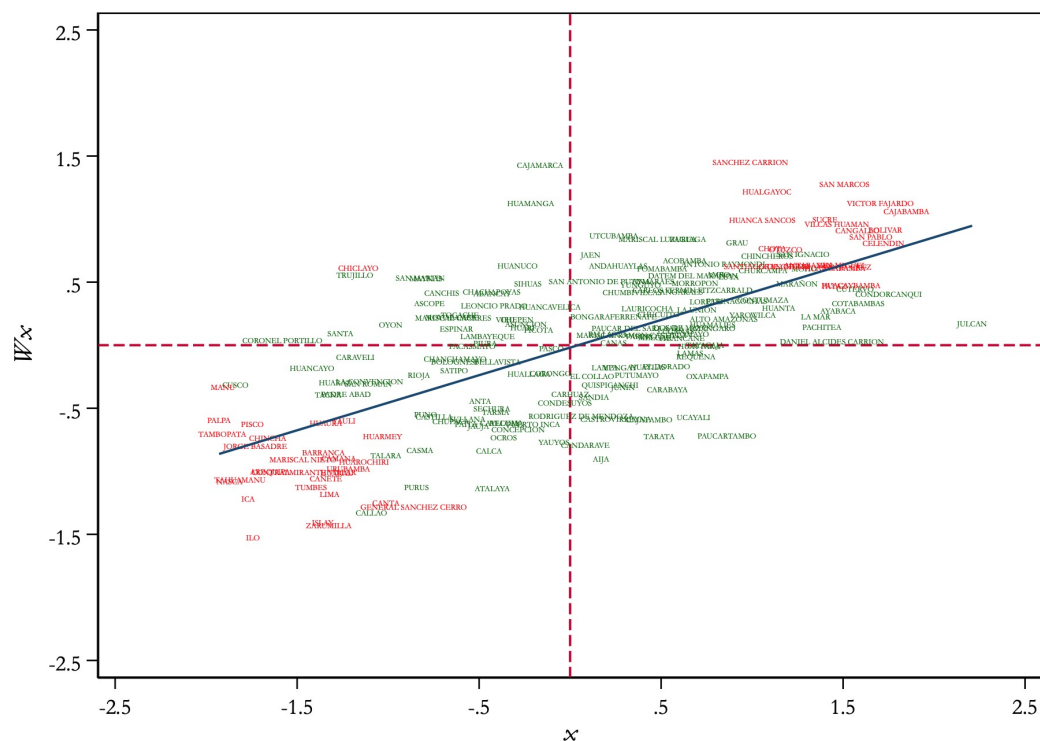
Un valor de cero indica un patrón espacial aleatorio.

DIAGRÁMA DE DISPERSIÓN DE MORAN

- El Scatter plot de Moran es una representación de la distribución de la variable frente a su rezago espacial, en el eje x es la variable normalizada X , y en el eje “y” el rezago espacial normalizado.
- Se divide en cuatro cuadrantes:

Cuadrante II (negativo X ,
positivo WX)

Cuadrante III (negativo X ,
negativo WX)



Cuadrante I (positivo X ,
positivo WX)

Cuadrante IV (positivo X ,
negativo WX)

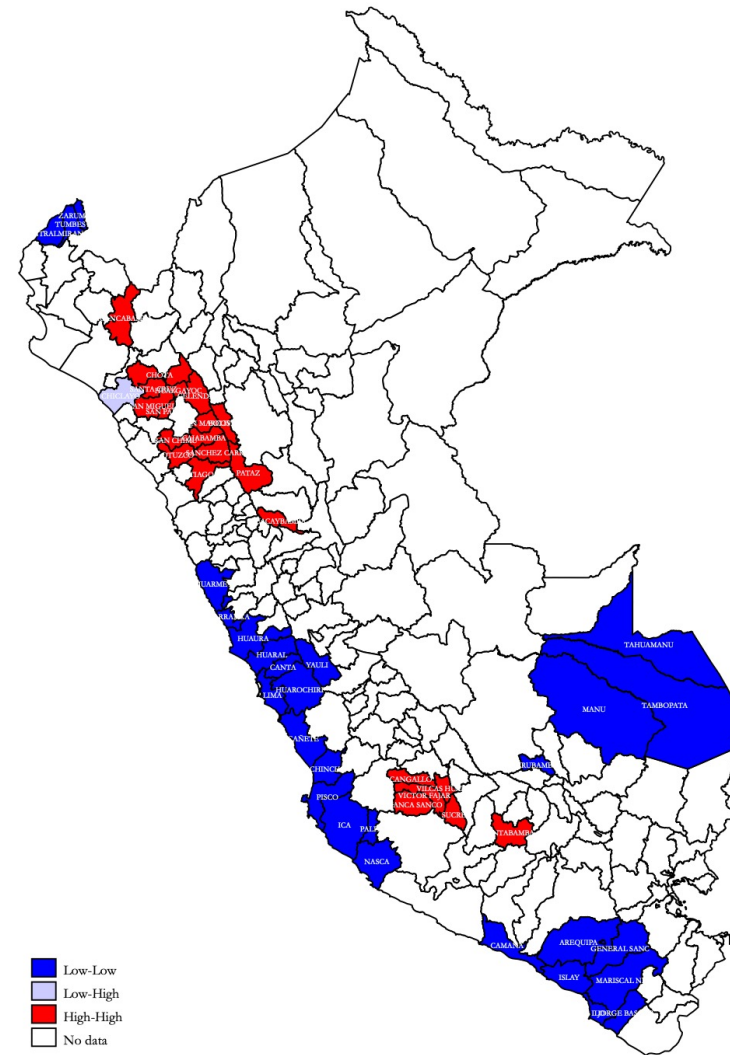
AUTOCORRELACIÓN ESPACIAL LOCAL

- Los indicadores globales resumen la información dado un conjunto de observaciones espaciales, pero no son capaces de identificar cluster.
- La identificación de los cluster es crucial para poder dar cuenta de estructuras espaciales en la distribución de las observaciones en el espacio.
- Anselin (1995) formaliza los indicadores locales, son bastante similares a los globales pero la matriz W solo es considerada para el vecindaria i .

AUTOCORRELACIÓN ESPACIAL LOCAL

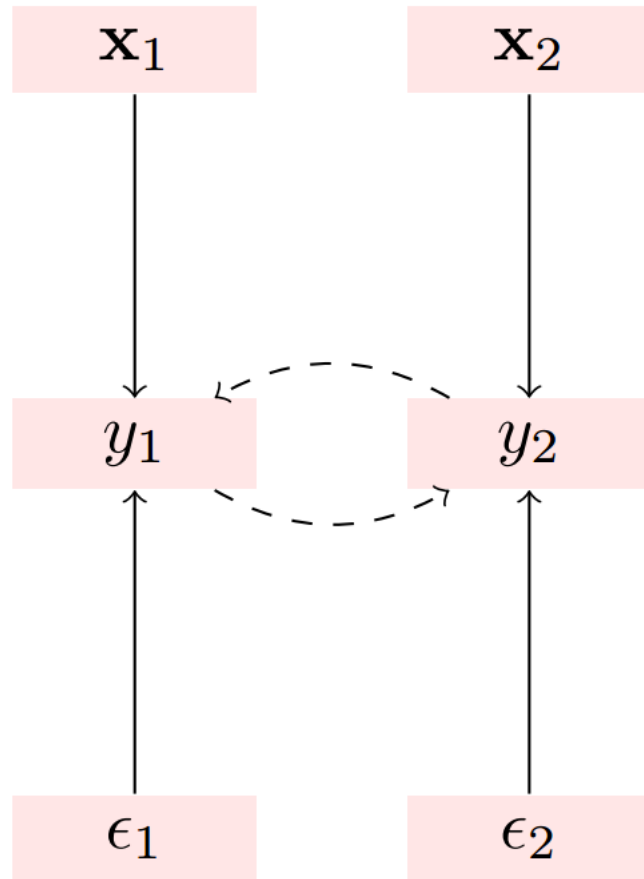
- Detecta la contribución de cada localización a la autocorrelación espacial global.
- Los indicadores de autocorrelación espacial local son usados para identificar puntos calientes / frios (hot/cold spot): concentraciones espacial de altos/bajos valores u outliers espaciales.
- I de Moran local:

$$I_i = z_i \sum_{j=1}^{J_i} w_{ij} z_j$$



8. Modelos de Econometría Espacial

SPATIAL LAG MODEL (SLM)



Effects

\rightarrow : non-spatial effects
 $--\rightarrow$: spatial effects

SPATIAL LAG MODEL (SLM)

Una especificación de SLM con covariables en forma de matriz se puede escribir como:

$$y = \alpha \iota_n + \rho W y + X\beta + \varepsilon$$

Donde y es un vector $n \times 1$ observaciones de las variables explicativas β es el vector de parámetros $K \times 1$, y ι_n es un vector de unos $n \times 1$.

ρ es el parámetro autorregresivo espacial que mide la intensidad de la interdependencia espacial:

- $\rho > 0$: dependencia espacial positiva
- $\rho < 0$: dependencia espacial negativa
- $\rho = 0$: modelo OLS tradicional

Forma Reducida

La forma reducida del modelo SLM es:

$$y(I - \rho W) = \alpha \iota_n + X\beta + \varepsilon$$

$$y = (I - \rho W)^{-1}(\alpha \iota_n + X\beta + \varepsilon)$$

Por expansión de Leontief, si $|\rho| < 1$, entonces:

$$(I - \rho W)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} (\rho W)^i$$

Forma Reducida

$$y = (I_n + \rho W + \rho^2 W^2 + \dots)(\alpha \iota_n + X\beta) + (I_n + \rho W + \rho^2 W^2 + \dots)\varepsilon$$

$$y = \alpha \iota_n + \rho W \iota_n \alpha + \rho^2 W^2 \iota_n \alpha + \dots + X\beta + \rho W X\beta + \rho^2 W^2 X\beta + \dots + \varepsilon + \rho W \varepsilon + \rho^2 W^2 \varepsilon + \dots$$

Esta última expresión puede ser simplificado ya que las series infinitas:

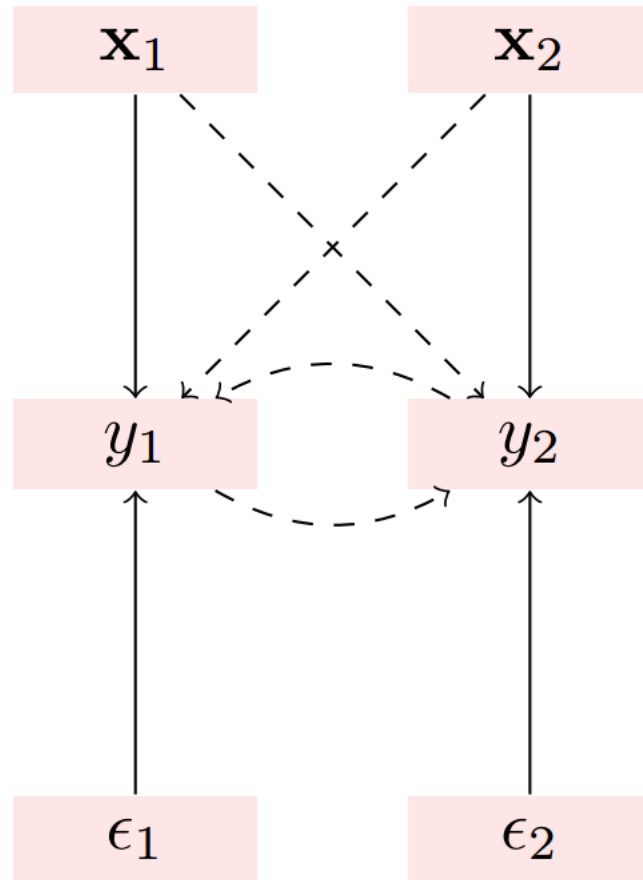
$$\alpha \iota_n + \rho W \iota_n \alpha + \rho^2 W^2 \iota_n \alpha + \dots \rightarrow \frac{\iota_n \alpha}{(1 - \rho)}$$

Esto permite escribir:

$$y = \frac{1}{(1 - \rho)} \alpha \iota_n + X\beta + \rho W X\beta + \rho^2 W^2 X\beta + \dots + \varepsilon + \rho W \varepsilon + \rho^2 W^2 \varepsilon + \dots$$

Dos efectos: un efecto multiplicador afectando las variables explicativas y un efecto difusión espacial afectando los términos de errores

SPATIAL DURBIN MODEL (SLM)



Effects

\rightarrow : non-spatial effects
 \dashrightarrow : spatial effects

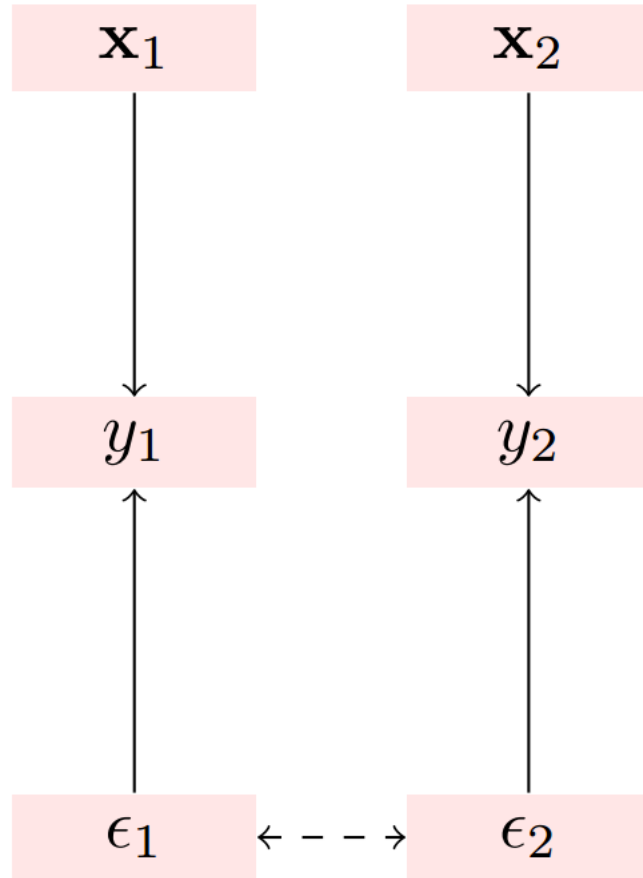
SPATIAL DURBIN MODEL (SLM)

El PGD es:

$$y = \rho W y + X\beta + WX\gamma + \varepsilon$$

$$y = (I_n - \rho W)^{-1}(X\beta + WX\gamma) + (I_n - \rho W)^{-1}\varepsilon$$

SPATIAL ERROR MODEL (SEM)



Effects

\rightarrow : non-spatial effects
 $--\rightarrow$: spatial effects

SPATIAL ERROR MODEL (SEM)

El PGD es:

$$y = X\beta + u$$

$$u = \lambda W u + \varepsilon$$

$$y = X\beta + (I_n - \lambda W)^{-1} \varepsilon$$

Donde λ es el parámetro autorregresivo para el rezago de error $W\varepsilon$ y ε es generalmente un ruido i.i.d.

SPATIAL AUTOCORRELATION MODEL (SAC o SARAR)

El PGD es:

$$y = \rho W y + X\beta + u$$

$$u = \lambda M u + \varepsilon$$

$$y = (I_n - \rho W)^{-1} X\beta + (I_n - \rho W)^{-1} (I_n - \lambda W)^{-1} \varepsilon$$

Donde λ es el parámetro autorregresivo para el rezago de error

$W\varepsilon$ y ε es generalmente un ruido i.i.d.

TAXONOMÍA DE MODELOS

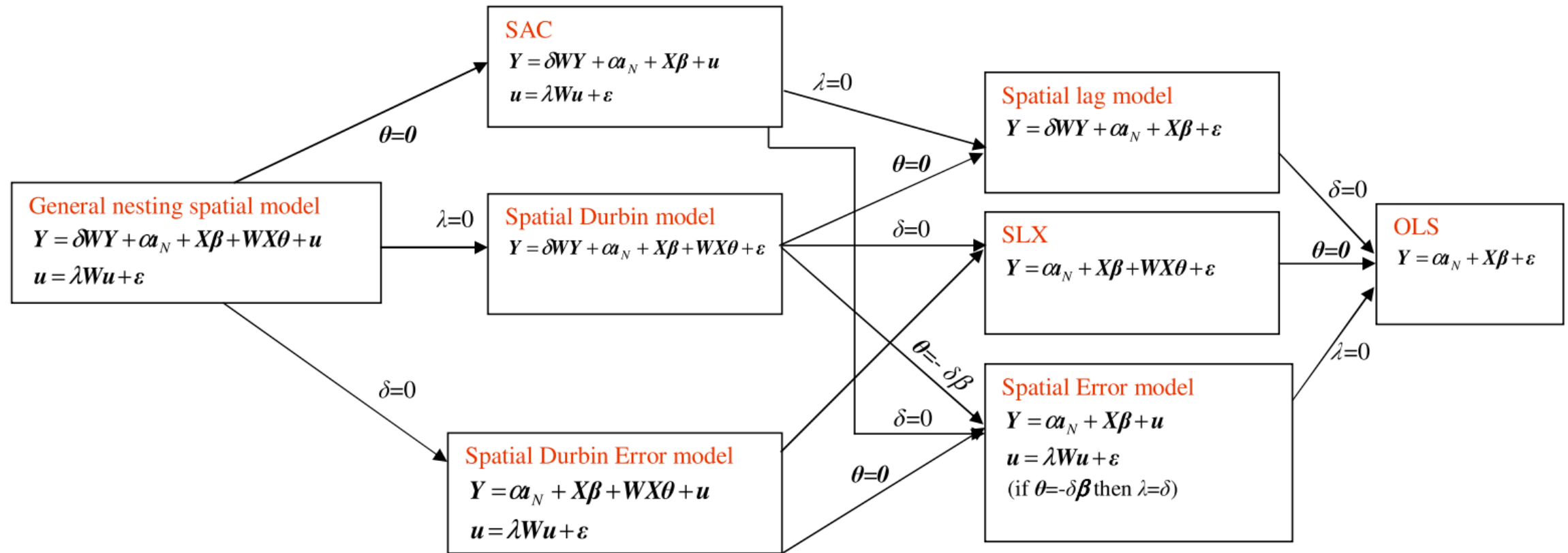


Fig. 2.1 The relationships between different spatial dependence models for cross-section data (source Halleck Vega and Elhorst 2012)



Proimpacto

Informes y consultas

escuelaproimpacto@gmail.com

  +51 922 860 966

 +51 922 135 512

