

Sesión 13: Modelos Probit y Logit Binomial

Juan Palomino¹



¹Magister en Economía Aplicada con Mención en Estudios Regionales
juan.palominoh@pucp.pe

Departamento de Economía

13 de agosto de 2022

Índice

1 Probit y Logit

- Introducción a los Modelos de Probabilidad Lineal
- Probit y Logit
- Análisis Post-Estimación
- Efectos Marginales
- Bondades de Ajuste

MODELOS BINARIOS

Índice

1 Probit y Logit

- Introducción a los Modelos de Probabilidad Lineal
- Probit y Logit
- Análisis Post-Estimación
- Efectos Marginales
- Bondades de Ajuste

Modelos de Variable Dependiente Binaria

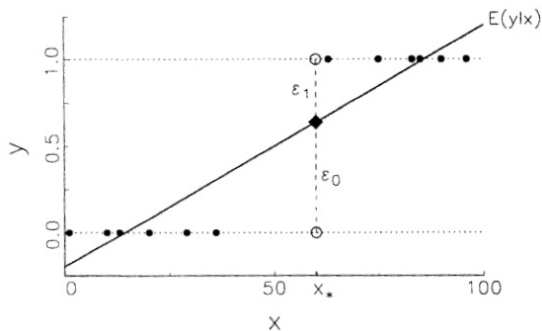
- La variable dependiente es la siguiente:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si algún evento ocurre} \\ 0 & \text{si el evento no ocurre} \end{cases}$$

- Algunos ejemplos son:
 - ¿Ha migrado usted en los últimos cinco años?
 - ¿Es un consumidor más probable a comprar la misma marca o intentar con una nueva?
 - ¿Usted se ha enfermado en las últimas dos semanas?

Problemas con Modelo de Probabilidad Lineal

- Heterocedasticidad
- Predictores sin sentido
- Forma Funcional



Índice

1 Probit y Logit

- Introducción a los Modelos de Probabilidad Lineal
- Probit y Logit
- Análisis Post-Estimación
- Efectos Marginales
- Bondades de Ajuste

Modelos Logit y Probit

- El modelo puede ser expresado como:

$$Pr(Y = 1 | X) = F(z)$$

- X : representa todas aquellas variables que puedan explicar la variable Y
- Ejemplos:
 - Probabilidad de que una persona participe en el mercado laboral
 - Probabilidad de que una persona migre a otra región
 - Probabilidad de que una empresa comercie internacionalmente

Modelos Logit y Probit

- El modelo puede ser expresado como:

$$Pr(Y = 1 | X) = F(z)$$

- Donde $F(.)$ es la función de densidad acumulada y $z = \alpha + \beta X$ es el z – *valor* de un modelo probabilístico.
- Logit: F es una función de probabilidad logística
- Probit: F es una función de probabilidad normal acumulada.

Modelos Logit

$$P(Y = 1) = \pi = \frac{e^{\alpha + \beta X}}{1 + e^{\alpha + \beta X}}$$

Variable dicotómica
(dummy)

Variables cuantitativas o
dicotómica (dummy)

- El término de error se distribuye como logística: $\varepsilon \sim \log(0, \frac{\pi}{3})$.

Modelos Probit

$$P(Y = 1) = \int_{-\infty}^{\alpha + \beta X} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5t^2} dt$$

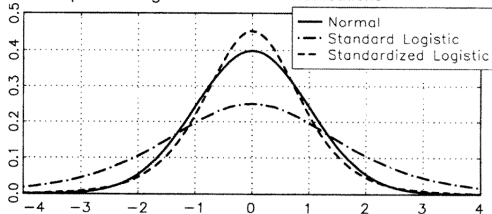
Variable dicotómica
(dummy)

Variables cuantitativas o
dicotómica (dummy)

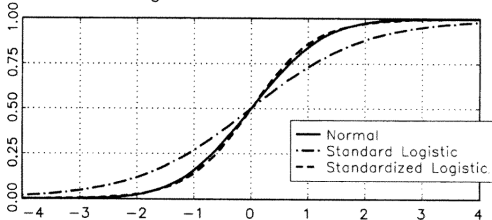
- El término de error se distribuye como Normal: $\varepsilon \sim N(0,1)$.

Distribución Normal y Logistica

Panel A: pdf's for logistic and normal distributions



Panel B: cdf's for logistic and normal distributions



Índice

1 Probit y Logit

- Introducción a los Modelos de Probabilidad Lineal
- Probit y Logit
- **Análisis Post-Estimación**
- Efectos Marginales
- Bondades de Ajuste

Análisis Post-Estimación

- Test de Wald: Esta prueba se utiliza para poner a prueba el verdadero valor del parámetro basado en la estimación de la muestra.
- Test de Ratio de Verosimilitud: compara dos modelos (restringido y no restringido) para determinar cuál ofrece un mejor ajuste para los datos de muestra.

Índice

1 Probit y Logit

- Introducción a los Modelos de Probabilidad Lineal
- Probit y Logit
- Análisis Post-Estimación
- Efectos Marginales
- Bondades de Ajuste

Efectos Marginales

- Recordar que:

$$E(y_i|x_i) = [1 \times Pr(y_i = 1|x_i)] + [0 \times Pr(y_i = 0|x_i)] = Pr(y_i = 1|x_i) = F(x_i'\beta)$$

- El efecto marginal es dado por:

$$\underbrace{\frac{\partial E(y_i|x_i)}{\partial x_i}}_{(K \times 1)} = \left[\frac{dF(x_i'\beta)}{d(x_i'\beta)} \right] \beta = \underbrace{f(x_i'\beta)}_{(1 \times 1)} \underbrace{\beta}_{(K \times 1)}$$

- donde $f(\cdot)$ es la función de densidad de probabilidad.
- Entonces:

$$Probit \Rightarrow \frac{\partial E(y_i|x_i)}{\partial x_i} = \phi(x_i'\beta_i)\beta$$

$$Logit \Rightarrow \frac{\partial E(y_i|x_i)}{\partial x_i} = \Lambda(x_i'\beta_i)[1 - \Lambda(x_i'\beta_i)]\beta$$

Efectos Marginales: Variable Dummy

- El efecto marginal apropiado para una variable independiente binaria, es decir, d , es:

$$ME = [Pr(y_i = 1 | \bar{x}_{(d)}, d_i = 1)] - [Pr(y_i = 1 | \bar{x}_{(d)}, d_i = 0)]$$

- donde $\bar{x}_{(d)}$ denota los promedios de todas las otras variables en el modelo.

Efectos Marginales: Elasticidades

- Es común reportar elasticidades de probabilidades, en vez de derivadas. Estos son computados como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{i,k} &= \frac{\partial \ln \Pr(y_i = 1|x)}{\partial \ln x_{i,k}} \\ &= \frac{\partial \ln \Pr(y_i = 1|x)}{\partial x_{i,k}} \frac{x_{i,k}}{\Pr(y_i = 1|x)}\end{aligned}$$

- Como es una relación de cambios porcentuales, la elasticidad no es útil para las variables dummies.

Índice

1 Probit y Logit

- Introducción a los Modelos de Probabilidad Lineal
- Probit y Logit
- Análisis Post-Estimación
- Efectos Marginales
- Bondades de Ajuste

Bondades de Ajuste

- Objetivo: calcular una medida que indique qué tan próximos están los modelos alternativos al verdadero modelo generador de datos
- Permite seleccionar como óptimo aquél cuyo valor de criterio de información sea más eficiente.
- Medidas más usadas:
 - Criterio de Información de Akaike (AIC)
 - Criterio de Información de Bayes (BIC)