

Sesión 16: Análisis de Series de Tiempo

Juan Palomino¹



¹Magister en Economía Aplicada
juan.palominoh@pucp.pe

Departamento de Economía

PUCP

Índice

- 1 Series de Tiempo
- 2 Ejemplos
- 3 Formatos de Series de Tiempo
- 4 Operadores de Series de Tiempo
- 5 Procesos Estacionarios y No Estacionarios
- 6 Cointegración

Introducción

- En esta parte del curso veremos análisis de series de tiempo y procesos estocásticos.
 - Una **serie de tiempo** es un conjunto de observaciones x_t , donde t indica el tiempo de ocurrencia de la observación.
 - Por ejemplo, observaciones de x_t hechas en $t = 1, 2, 3, \dots, N$
 - El tiempo puede ser medido en cualquier unidad (ej. minutos, días, meses, años, etc.)
 - Una serie de tiempo se dice **discreta** cuando el conjunto de observaciones se hace en un conjunto discreto de periodos, por ejemplo, en intervalos fijos de tiempo (diarias, mensuales, trimestrales, anuales, etc.).
 - Una serie de tiempo es **continua** cuando las observaciones se realizan sobre un intervalo continuo de tiempo, por ejemplo, $[0, T]$. Las observaciones en sí pueden seguir siendo discretas.
 - A nosotros nos interesará estudiar **series de tiempo discretas con tiempo equiespaciado**.

Introducción

- En esta parte del curso veremos análisis de series de tiempo y procesos estocásticos.
 - Una **serie de tiempo** es un conjunto de observaciones x_t , donde t indica el tiempo de ocurrencia de la observación.
 - Por ejemplo, observaciones de x_t hechas en $t = 1, 2, 3, \dots, N$
 - El tiempo puede ser medido en cualquier unidad (ej. minutos, días, meses, años, etc.)
 - Una serie de tiempo se dice **discreta** cuando el conjunto de observaciones se hace en un conjunto discreto de periodos, por ejemplo, en intervalos fijos de tiempo (diarias, mensuales, trimestrales, anuales, etc.).
 - Una serie de tiempo es **continua** cuando las observaciones se realizan sobre un intervalo continuo de tiempo, por ejemplo, $[0, T]$. Las observaciones en sí pueden seguir siendo discretas.
 - A nosotros nos interesará estudiar **series de tiempo discretas con tiempo equiespaciado**.

Introducción

- En esta parte del curso veremos análisis de series de tiempo y procesos estocásticos.
 - Una **serie de tiempo** es un conjunto de observaciones x_t , donde t indica el tiempo de ocurrencia de la observación.
 - Por ejemplo, observaciones de x_t hechas en $t = 1, 2, 3, \dots, N$
 - El tiempo puede ser medido en cualquier unidad (ej. minutos, días, meses, años, etc.)
 - Una serie de tiempo se dice **discreta** cuando el conjunto de observaciones se hace en un conjunto discreto de periodos, por ejemplo, en intervalos fijos de tiempo (diarias, mensuales, trimestrales, anuales, etc.).
 - Una serie de tiempo es **continua** cuando las observaciones se realizan sobre un intervalo continuo de tiempo, por ejemplo, $[0, T]$. Las observaciones en sí pueden seguir siendo discretas.
 - A nosotros nos interesará estudiar **series de tiempo discretas con tiempo equiespaciado**.

Introducción

- En esta parte del curso veremos análisis de series de tiempo y procesos estocásticos.
 - Una **serie de tiempo** es un conjunto de observaciones x_t , donde t indica el tiempo de ocurrencia de la observación.
 - Por ejemplo, observaciones de x_t hechas en $t = 1, 2, 3, \dots, N$
 - El tiempo puede ser medido en cualquier unidad (ej. minutos, días, meses, años, etc.)
 - Una serie de tiempo se dice **discreta** cuando el conjunto de observaciones se hace en un conjunto discreto de periodos, por ejemplo, en intervalos fijos de tiempo (diarias, mensuales, trimestrales, anuales, etc.).
 - Una serie de tiempo es **continua** cuando las observaciones se realizan sobre un intervalo continuo de tiempo, por ejemplo, $[0, T]$. Las observaciones en sí pueden seguir siendo discretas.
 - A nosotros nos interesará estudiar **series de tiempo discretas con tiempo equiespaciado**.

Introducción

- En esta parte del curso veremos análisis de series de tiempo y procesos estocásticos.
 - Una **serie de tiempo** es un conjunto de observaciones x_t , donde t indica el tiempo de ocurrencia de la observación.
 - Por ejemplo, observaciones de x_t hechas en $t = 1, 2, 3, \dots, N$
 - El tiempo puede ser medido en cualquier unidad (ej. minutos, días, meses, años, etc.)
 - Una serie de tiempo se dice **discreta** cuando el conjunto de observaciones se hace en un conjunto discreto de periodos, por ejemplo, en intervalos fijos de tiempo (diarias, mensuales, trimestrales, anuales, etc.).
 - Una serie de tiempo es **continua** cuando las observaciones se realizan sobre un intervalo continuo de tiempo, por ejemplo, $[0, T]$. Las observaciones en sí pueden seguir siendo discretas.
 - A nosotros nos interesará estudiar **series de tiempo discretas con tiempo equiespaciado**.

Introducción

- En esta parte del curso veremos análisis de series de tiempo y procesos estocásticos.
 - Una **serie de tiempo** es un conjunto de observaciones x_t , donde t indica el tiempo de ocurrencia de la observación.
 - Por ejemplo, observaciones de x_t hechas en $t = 1, 2, 3, \dots, N$
 - El tiempo puede ser medido en cualquier unidad (ej. minutos, días, meses, años, etc.)
 - Una serie de tiempo se dice **discreta** cuando el conjunto de observaciones se hace en un conjunto discreto de periodos, por ejemplo, en intervalos fijos de tiempo (diarias, mensuales, trimestrales, anuales, etc.).
 - Una serie de tiempo es **continua** cuando las observaciones se realizan sobre un intervalo continuo de tiempo, por ejemplo, $[0, T]$. Las observaciones en sí pueden seguir siendo discretas.
 - A nosotros nos interesará estudiar **series de tiempo discretas con tiempo equiespaciado**.

Introducción

- Las observaciones sucesivas en el tiempo son, en general, no independientes.
- Esto significa que las observaciones pasadas pueden ser usadas para **predecir** futuras observaciones.
- Si, dadas las observaciones x_1, \dots, x_{t-1} , la observación x_t se puede predecir exactamente, la serie de tiempo se dice **determinística**.
- Si las observaciones futuras no se pueden predecir exactamente, entonces se dice que la serie de tiempo es **estocástica**.
- En series estocásticas, las observaciones futuras tendrán una distribución de probabilidad. Si las observaciones son dependientes, entonces esta distribución de probabilidad será dependiente de las observaciones pasadas.

Introducción

- Las observaciones sucesivas en el tiempo son, en general, no independientes.
- Esto significa que las observaciones pasadas pueden ser usadas para **predecir** futuras observaciones.
- Si, dadas las obsevaciones x_1, \dots, x_{t-1} , la observación x_t se puede predecir exactamente, la serie de tiempo se dice **determinística**.
- Si las observaciones futuras no se pueden predecir exactamente, entonces se dice que la serie de tiempo es **estocástica**.
- En series estocásticas, las observaciones futuras tendrán una distribución de probabilidad. Si las observaciones son dependientes, entonces esta distribución de probabilidad será dependiente de las observaciones pasadas.

Introducción

- Las observaciones sucesivas en el tiempo son, en general, no independientes.
- Esto significa que las observaciones pasadas pueden ser usadas para **predecir** futuras observaciones.
- Si, dadas las observaciones x_1, \dots, x_{t-1} , la observación x_t se puede predecir exactamente, la serie de tiempo se dice **determinística**.
- Si las observaciones futuras no se pueden predecir exactamente, entonces se dice que la serie de tiempo es **estocástica**.
- En series estocásticas, las observaciones futuras tendrán una distribución de probabilidad. Si las observaciones son dependientes, entonces esta distribución de probabilidad será dependiente de las observaciones pasadas.

Introducción

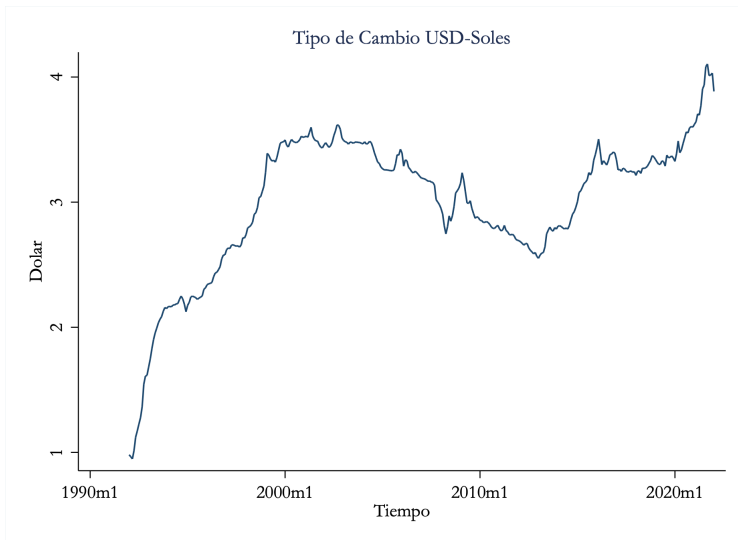
- Las observaciones sucesivas en el tiempo son, en general, no independientes.
- Esto significa que las observaciones pasadas pueden ser usadas para **predecir** futuras observaciones.
- Si, dadas las observaciones x_1, \dots, x_{t-1} , la observación x_t se puede predecir exactamente, la serie de tiempo se dice **determinística**.
- Si las observaciones futuras no se pueden predecir exactamente, entonces se dice que la serie de tiempo es **estocástica**.
- En series estocásticas, las observaciones futuras tendrán una distribución de probabilidad. Si las observaciones son dependientes, entonces esta distribución de probabilidad será dependiente de las observaciones pasadas.

Introducción

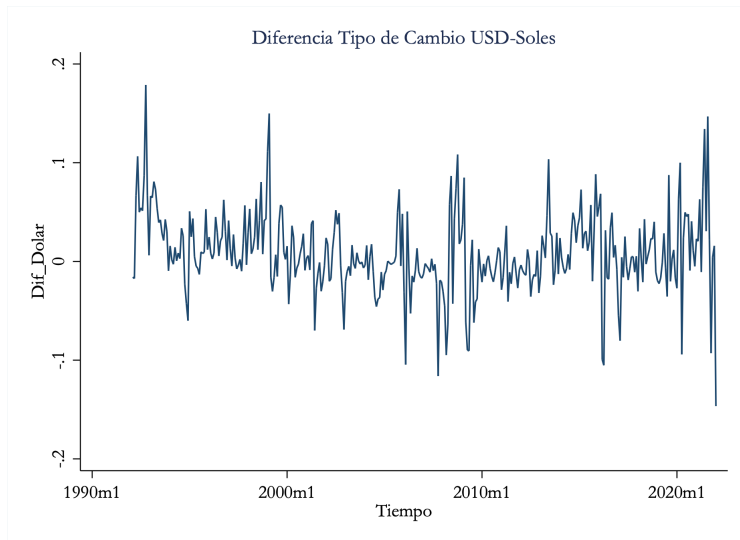
- Las observaciones sucesivas en el tiempo son, en general, no independientes.
- Esto significa que las observaciones pasadas pueden ser usadas para **predecir** futuras observaciones.
- Si, dadas las observaciones x_1, \dots, x_{t-1} , la observación x_t se puede predecir exactamente, la serie de tiempo se dice **determinística**.
- Si las observaciones futuras no se pueden predecir exactamente, entonces se dice que la serie de tiempo es **estocástica**.
- En series estocásticas, las observaciones futuras tendrán una distribución de probabilidad. Si las observaciones son dependientes, entonces esta distribución de probabilidad será dependiente de las observaciones pasadas.

Ejemplos

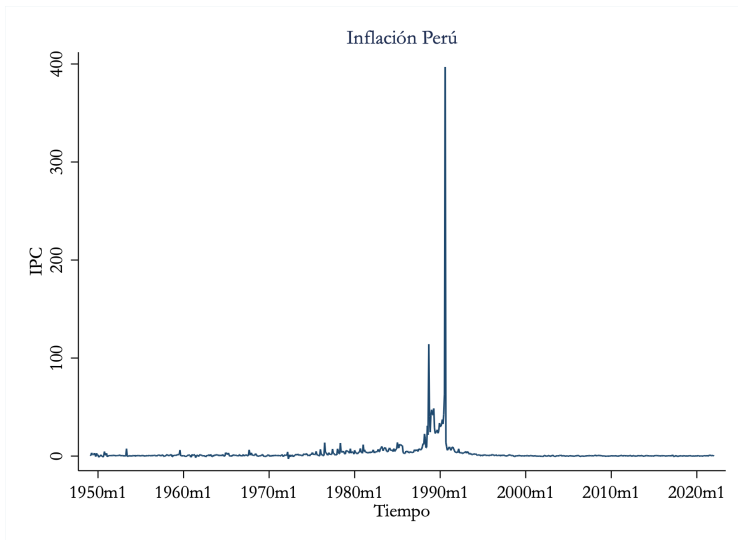
Tipo de Cambio USD-Soles



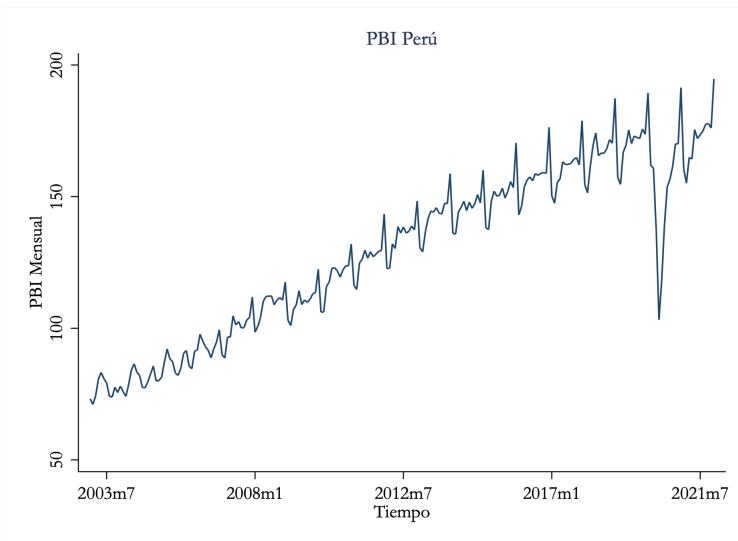
Diferencia Tipo de Cambio USD-Soles



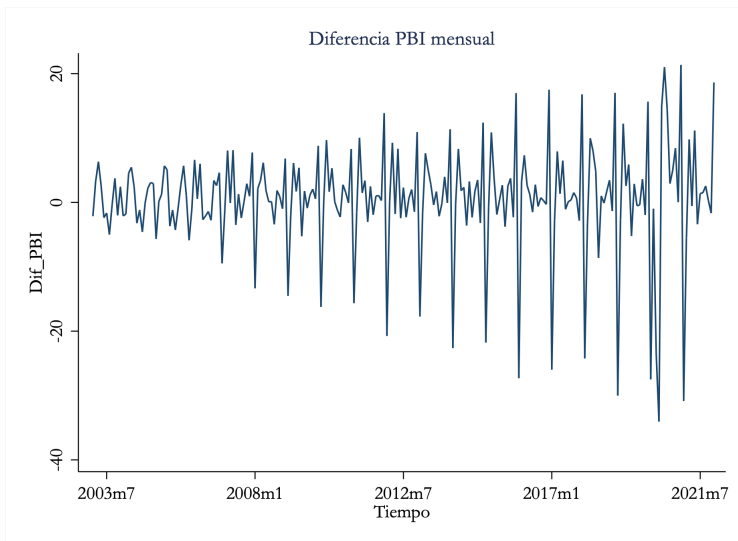
Inflación Perú



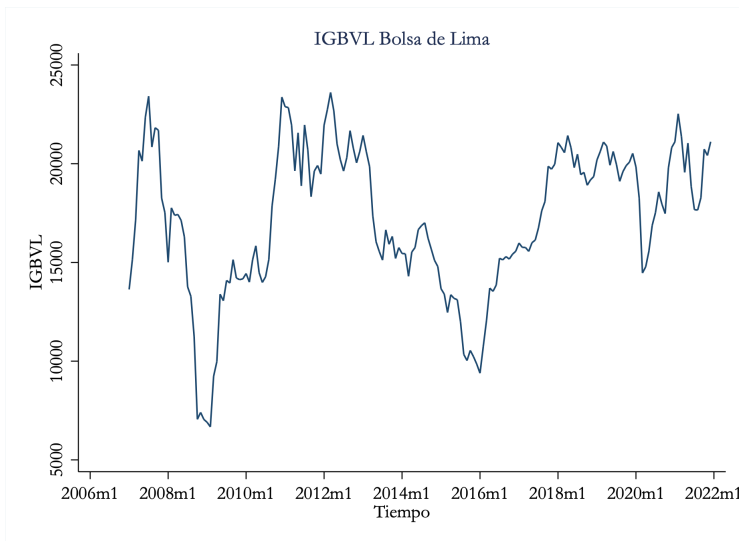
PBI Perú



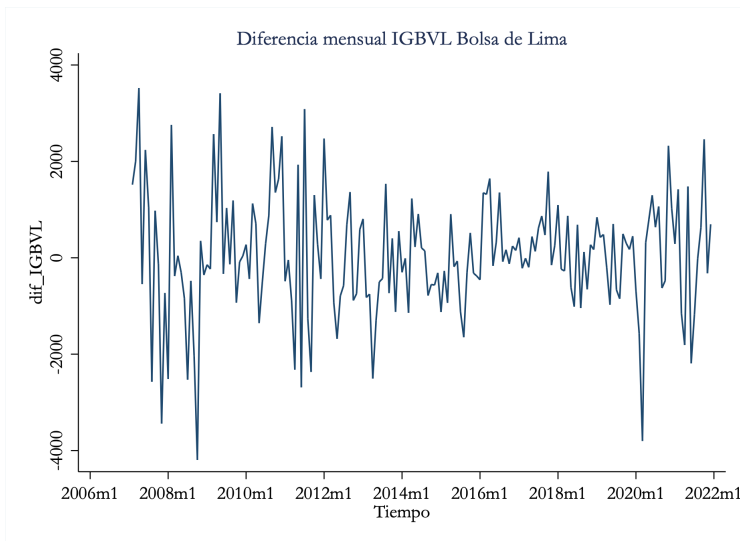
Diferencia mensual del PBI Perú



Indice General Bolsa Valores de Lima



Diferencia Diaria - IGBVL



Objetivos de las series de tiempo

- Entre los objetivos de la series de tiempo podemos mencionar
 - Describir y resumir observaciones de series de tiempo
 - Ajustar modelos con dimensiones reducidas
 - Realizar predicciones

Formato de Series de Tiempo

Formato de Series de Tiempo

- Los datos tienen una frecuencia temporal, la que puede ser mensual, trimestral, anual, etc.
- Comando tsset

Formato	Significado	Valor Numérico e Interpretación		
		Valor = -1	Valor = 0	Valor = 1
%tc	reloj	31dec1959 23:59:59.999	01jan1960 00:00:00.000	01jan1960 00:00:00.001
%td	días	31dec1959	01jan1960	02jan1960
%tw	semanas	1959w52	1960w1	1960w2
%tm	meses	1959m12	1960m1	1960m2
%tq	trimestres	1959q4	1960hq1	1960q2
%th	semestres	1959h2	1960h1	1960h2
%tg	genérico	-1	0	1

Cuadro: Formato de Series de Tiempo

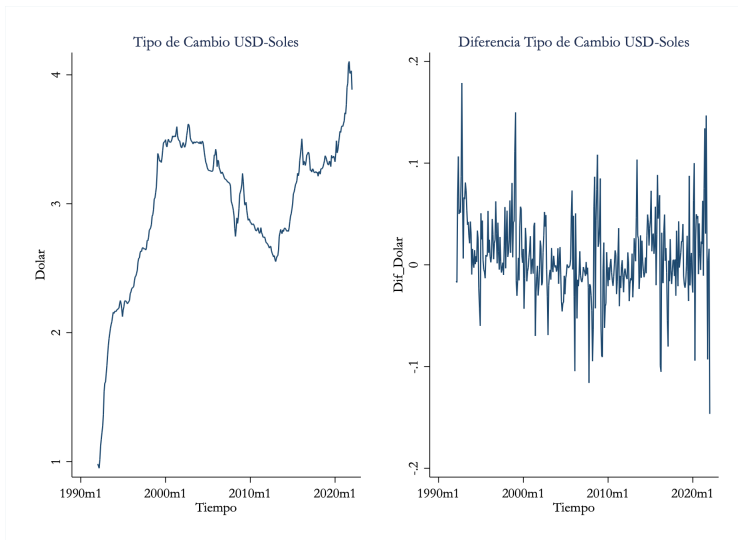
Operadores de Series de Tiempo

Operadores de Series de Tiempo

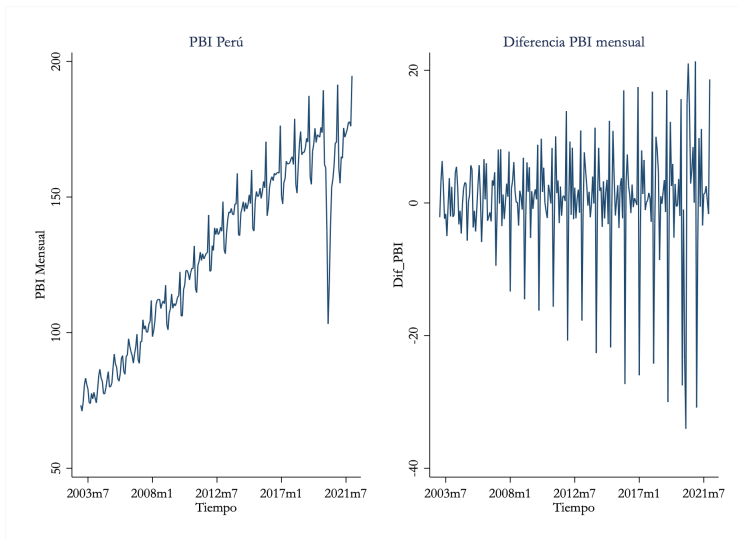
- Variable en el presente: y_t
- Operadores de Rezago (Lag Operator)
 - Variable rezagada un periodo: y_{t-1}
 - Variable rezagada dos periodos: y_{t-2}
- Operadores a futuro (Forward Operator)
 - Variable un periodo hacia adelante: y_{t+1}
 - Variable dos periodos hacia adelante: y_{t+2}
- Operadores de Diferencia:
 - Primera Diferencia: $D_1 = y_t - y_{t-1}$
 - Segunda Diferencia: $D_2 = (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2})$
- Operadores Estacionales:
 - Primera Estación: $S_1 = y_t - y_{t-1}$
 - Segunda Estación: $S_2 = y_t - y_{t-2}$

Procesos Estacionarios y No Estacionarios

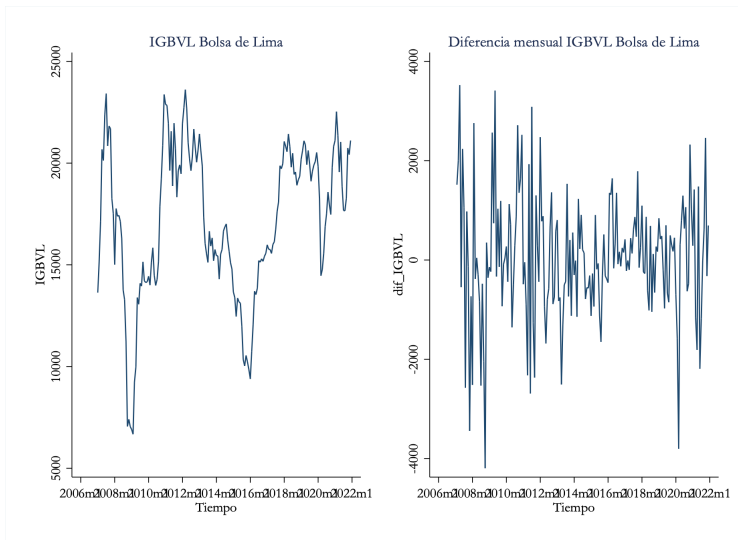
Variables estacionarias y no estacionarias



Variables estacionarias y no estacionarias



Variables estacionarias y no estacionarias



Variables estacionarias y no estacionarias

- Se dice que y_t es estacionario si su esperanza y varianza son constante a lo largo del tiempo, y además si la covarianza entre dos valores de la serie depende sólo del largo de tiempo que separa esos dos valores (y no del momento que es evaluado).
- En otras palabras, la serie de tiempo y_t es estacionaria si para todo t
 - $E(y_t) = \mu$ (media constante)
 - $var(y_t) = \sigma^2$ (varianza constante)
 - $cov(y_t, y_{t+s}) = \gamma_s$ (covarianza depende de s , no de t)

Regresiones Espúreas

- La principal razón de por qué es importante saber si una serie es estacionaria o no estacionaria antes de realizar un análisis de regresión, es que cuando las series usadas son **no estacionarias** existe la problemática de obtener resultados aparentemente significativos sobre data que no tiene relación. Estas regresiones se llaman **espúreas**.
 - En otras palabras, cuando series de tiempo no estacionarias son usadas en un análisis de regresión, el resultado puede indicar una relación significativa cuando en realidad no existe.
 - Estimadores de Mínimos Cuadrados (MC) pierden sus propiedades y los estadísticos t no son confiables.
 - Como muchas variables económicas son **no estacionarias**, es importante tener presente cómo deben ser tratadas.
 - ¿Cómo podemos **testear** si una serie es estacionaria o no?
 - ¿Cómo podemos hacer regresiones cuando tenemos series **no estacionarias**?

Test de estacionariedad

- Existen variados test para determinar si una serie es estacionaria o no.
- Discutiremos uno de los más populares en econometría, test de Dickey-Fuller.

1 Dickey-Fuller, sin constante y sin tendencia

$$y_t = \rho y_{t-1} + v_t$$

2 Dickey-Fuller, con constante y sin tendencia

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + v_t$$

3 Dickey-Fuller, con constante y con tendencia.

$$y_t = \alpha + \lambda t + \rho y_{t-1} + v_t$$

Test de estacionariedad

- 1 Dickey-Fuller, sin constante y sin tendencia.

$$y_t = \rho y_{t-1} + v_t$$

- o alternativamente

$$\Delta y_t = (\rho - 1)y_{t-1} + v_t = \beta y_{t-1} + v_t$$

- Luego, la hipótesis nula puede escribirse en términos de ρ o β

$$H_0 : \rho = 1 \iff H_0 : \beta = 0$$

$$H_1 : \rho < 1 \iff H_1 : \beta < 0$$

- La hipótesis nula es que la serie es no estacionaria. En otras palabras, si no rechazamos la nula, concluimos que no existe evidencia para rechazar que el proceso es no estacionario. Y, por el contrario, si rechazamos la nula, concluimos que la serie es estacionaria.

Test de estacionariedad

- 1 Dickey-Fuller, con constante y sin tendencia

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + v_t$$

- o alternativamente

$$\Delta y_t = \alpha + (\rho - 1)y_{t-1} + v_t = \alpha + \beta y_{t-1} + v_t$$

$$H_0 : \rho = 1 \iff H_0 : \beta = 0$$

$$H_1 : \rho < 1 \iff H_1 : \beta < 0$$

- 1 Dickey-Fuller, con constante y con tendencia

$$y_t = \alpha + \lambda t + \rho y_{t-1} + v_t$$

- o alternativamente

$$\Delta y_t = \alpha + \lambda t + (\rho - 1)y_{t-1} + v_t = \alpha + \lambda t + \beta y_{t-1} + v_t$$

$$H_0 : \rho = 1 \iff H_0 : \beta = 0$$

$$H_1 : \rho < 1 \iff H_1 : \beta < 0$$

Valores críticos del test Dickey-Fuller

- Un camino lógico para testear la hipótesis de DF , sería realizar la regresión por MC y luego construir el estadístico $t = \hat{\beta} / \hat{se}(\hat{\beta})$
 - Desgraciadamente, el estadístico t ya no distribuye bajo una distribución t cuando la nula es cierta
 - Problema: cuando la nula es cierta, y_t es no estacionario y su varianza incrementa a medida que la muestra crece. Este incremento altera la distribución usual.
 - Para reconocer este hecho, usualmente a este estadístico se le llama τ (tau) y su valor debe ser comparado con valores especiales (los cuales cambian dependiendo del tipo de test DF que apliquemos).

Valores críticos del test Dickey-Fuller

Modelo	1 %	5 %	10 %
$\Delta y_t = \beta y_{t-1} + v_t$	-2.56	-1.94	-1.62
$\Delta y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + v_t$	-3.43	-2.86	-2.57
$\Delta y_t = \alpha + \lambda t + \beta y_{t-1} + v_t$	-3.96	-3.41	-3.13
Normal estándar	-2.33	-1.65	-1.28

Cuadro: Valores críticos Dickey-Fuller

Cointegración

Orden de integración

- Podemos llevar nuestro análisis un paso más allá incluyendo el concepto de orden de integración
 - Recordemos que si $y_t = y_{t-1} + v_t$ es un camino aleatorio, entonces es estacionaria.
 - Las series estacionarias, se les dice integradas de orden 0, $I(0)$
 - Series como y_t , que pueden convertirse en estacionarias tomando su primera diferencia, se les llama integradas de orden 1, denotadas por $I(1)$
 - En general, el orden de integración de una serie es el número mínimo de veces que debe ser diferenciada para hacerla estacionaria.

Orden de integración

- Podemos llevar nuestro análisis un paso más allá incluyendo el concepto de orden de integración
 - Recordemos que si $y_t = y_{t-1} + v_t$ es un camino aleatorio, entonces es estacionaria.
 - Las series estacionarias, se les dice integradas de orden 0, $I(0)$
 - Series como y_t , que pueden convertirse en estacionarias tomando su primera diferencia, se les llama integradas de orden 1, denotadas por $I(1)$
 - En general, el orden de integración de una serie es el número mínimo de veces que debe ser diferenciada para hacerla estacionaria.

Orden de integración

- Podemos llevar nuestro análisis un paso más allá incluyendo el concepto de orden de integración
 - Recordemos que si $y_t = y_{t-1} + v_t$ es un camino aleatorio, entonces es estacionaria.
 - Las series estacionarias, se les dice integradas de orden 0, $I(0)$
 - Series como y_t , que pueden convertirse en estacionarias tomando su primera diferencia, se les llama integradas de orden 1, denotadas por $I(1)$
 - En general, el orden de integración de una serie es el número mínimo de veces que debe ser diferenciada para hacerla estacionaria.

Orden de integración

- Podemos llevar nuestro análisis un paso más allá incluyendo el concepto de orden de integración
 - Recordemos que si $y_t = y_{t-1} + v_t$ es un camino aleatorio, entonces es estacionaria.
 - Las series estacionarias, se les dice integradas de orden 0, $I(0)$
 - Series como y_t , que pueden convertirse en estacionarias tomando su primera diferencia, se les llama integradas de orden 1, denotadas por $I(1)$
 - En general, el orden de integración de una serie es el número mínimo de veces que debe ser diferenciada para hacerla estacionaria.

Cointegración

- Regla general: series no estacionarias no deberían usarse en modelos de regresión para evitar regresiones espúreas.
- Sin embargo, existe una excepción a la regla.
 - Si y_t y x_t son variables $I(1)$ no estacionarias, entonces cualquier combinación lineal de ellas $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ también es $I(1)$.
 - En el caso particular en que $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ es estacionaria $I(0)$, se dice que y_t y x_t están cointegradas
- Una forma de testear si y_t y x_t están cointegradas es ver si los errores $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ son estacionarios.
- Como e_t son no observables, testeamos la estacionariedad de los residuos de mínimos cuadrados $\hat{e}_t = y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t$ usando test de Dickey-Fuller.
 - Si los residuos son estacionarios, entonces y_t y x_t están cointegrados.
 - Si los residuos no son estacionarios, entonces las series no están cointegradas y la relación entre ellas es espúrea.

Cointegración

- Regla general: series no estacionarias no deberían usarse en modelos de regresión para evitar regresiones espúreas.
- Sin embargo, existe una excepción a la regla.
 - Si y_t y x_t son variables $I(1)$ no estacionarias, entonces cualquier combinación lineal de ellas $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ también es $I(1)$.
 - En el caso particular en que $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ es estacionaria $I(0)$, se dice que y_t y x_t están cointegradas
- Una forma de testear si y_t y x_t están cointegradas es ver si los errores $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ son estacionarios.
- Como e_t son no observables, testeamos la estacionariedad de los residuos de mínimos cuadrados $\hat{e}_t = y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t$ usando test de Dickey-Fuller.
 - Si los residuos son estacionarios, entonces y_t y x_t están cointegrados.
 - Si los residuos no son estacionarios, entonces las series no están cointegradas y la relación entre ellas es espúrea.

Cointegración

- Regla general: series no estacionarias no deberían usarse en modelos de regresión para evitar regresiones espúreas.
- Sin embargo, existe una excepción a la regla.
 - Si y_t y x_t son variables $I(1)$ no estacionarias, entonces cualquier combinación lineal de ellas $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ también es $I(1)$.
 - En el caso particular en que $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ es estacionaria $I(0)$, se dice que y_t y x_t están cointegradas
- Una forma de testear si y_t y x_t están cointegradas es ver si los errores $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ son estacionarios.
- Como e_t son no observables, testeamos la estacionariedad de los residuos de mínimos cuadrados $\hat{e}_t = y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t$ usando test de Dickey-Fuller.
 - Si los residuos son estacionarios, entonces y_t y x_t están cointegrados.
 - Si los residuos no son estacionarios, entonces las series no están cointegradas y la relación entre ellas es espúrea.

Cointegración

- Regla general: series no estacionarias no deberían usarse en modelos de regresión para evitar regresiones espúreas.
- Sin embargo, existe una excepción a la regla.
 - Si y_t y x_t son variables $I(1)$ no estacionarias, entonces cualquier combinación lineal de ellas $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ también es $I(1)$.
 - En el caso particular en que $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ es estacionaria $I(0)$, se dice que y_t y x_t están cointegradas
- Una forma de testear si y_t y x_t están cointegradas es ver si los errores $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ son estacionarios.
- Como e_t son no observables, testeamos la estacionariedad de los residuos de mínimos cuadrados $\hat{e}_t = y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t$ usando test de Dickey-Fuller.
 - Si los residuos son estacionarios, entonces y_t y x_t están cointegrados.
 - Si los residuos no son estacionarios, entonces las series no están cointegradas y la relación entre ellas es espúrea.

Cointegración

- Regla general: series no estacionarias no deberían usarse en modelos de regresión para evitar regresiones espúreas.
- Sin embargo, existe una excepción a la regla.
 - Si y_t y x_t son variables $I(1)$ no estacionarias, entonces cualquier combinación lineal de ellas $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ también es $I(1)$.
 - En el caso particular en que $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ es estacionaria $I(0)$, se dice que y_t y x_t están cointegradas
- Una forma de testear si y_t y x_t están cointegradas es ver si los errores $e_t = y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t$ son estacionarios.
- Como e_t son no observables, testeamos la estacionariedad de los residuos de mínimos cuadrados $\hat{e}_t = y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t$ usando test de Dickey-Fuller.
 - Si los residuos son estacionarios, entonces y_t y x_t están cointegrados.
 - Si los residuos no son estacionarios, entonces las series no están cointegradas y la relación entre ellas es espúrea.

Cointegración

- El test de estacionariedad de los residuos se basa entonces en la ecuación

$$\Delta \hat{e}_t = \gamma \hat{e}_{t-1} + v_t$$

- donde $\Delta \hat{e}_t = \hat{e}_t - \hat{e}_{t-1}$. Y tal como se explicó anteriormente, se examina el estadístico t (o mejor dicho τ) arrojado por la regresión.
- Como basamos este test en valores estimados del error, los valores críticos para τ difieren de los que vimos anteriormente:

Modelo	1%	5%	10%
$y_t = \beta x_t + e_t$	-3.39	-2.76	-2.45
$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + e_t$	-3.96	-3.37	-3.07
$y_t = \beta_1 + \delta t + \beta_2 x_t + e_t$	-3.98	-3.42	-3.13

Cuadro: Valores críticos Dickey-Fuller para test de cointegración

Cointegración

- El test de estacionariedad de los residuos se basa entonces en la ecuación

$$\Delta \hat{e}_t = \gamma \hat{e}_{t-1} + v_t$$

- donde $\Delta \hat{e}_t = \hat{e}_t - \hat{e}_{t-1}$. Y tal como se explicó anteriormente, se examina el estadístico t (o mejor dicho τ) arrojado por la regresión.
- Como basamos este test en valores estimados del error, los valores críticos para τ difieren de los que vimos anteriormente:

Modelo	1 %	5 %	10 %
$y_t = \beta x_t + e_t$	-3.39	-2.76	-2.45
$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + e_t$	-3.96	-3.37	-3.07
$y_t = \beta_1 + \delta t + \beta_2 x_t + e_t$	-3.98	-3.42	-3.13

Cuadro: Valores críticos Dickey-Fuller para test de cointegración