UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
TALLER DSP Febrero de 2022.

1. EJERCICIOS DE FILTROS IIR TRANSFORMACIONES EN FRECUENCIA

❖ Considere el filtro paso bajo de un polo simple $H(s)=\dfrac{\alpha}{s+\alpha} \Leftrightarrow h_a(t)=e^{-\alpha t}$.

a) Halle la funcion de transferencia digital $H(z)$ usando el método de varianza impulsional para el filtro analógico. Usando $|H(z)|$ calcule la ganancia en continua. Usando $|H(z)|$ calcule el valor de frecuencia digital para la cual la respuesta en frecuencia es cero.

b) Halle la funcion de transferencia digital $H(z)$ usando el método de la transformación bilineal para el filtro analógico. Usando $|H(z)|$ calcule la ganancia en continua. Usando $|H(z)|$ calcule el valor de frecuencia digital para la cual la respuesta en frecuencia es cero.

❖ Utilice la transformación bilineal para convertir el filtro analógico cuya función de sistema es

$$H(s)=\frac{s+0.1}{(s+0.1)^2+9}$$

en un filtro IIR digital. Seleccione T=0.1 y compare la ubicación de los ceros en $H(z)$ con las posiciones de los ceros obtenidos aplicando el método basado en la invarianza al impulso en la conversión de H(s).

❖ En la Figura 1, se muestra el diagrama de polos y ceros en el plano z para un filtro digital específico. El filtro tiene ganancia unidad en frecuencia continua. Determine la función de transferencia de la forma

$$H(z)=A\left[\frac{\left(1+a_1z^{-1}\right)\left(1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}\right)}{\left(1+c_1z^{-1}\right)\left(1+d_1z^{-1}+d_2z^{-2}\right)}\right]$$

calculando valores numéricos a los parámetros A, a_1, b_1, b_2, c_1, d_1 y d_2.

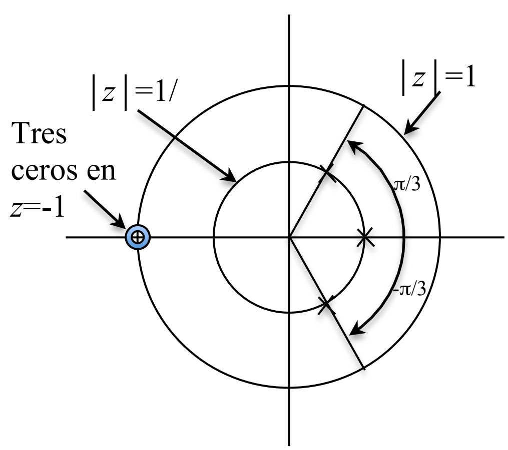

Figura 1.

❖ Convierta el filtro paso bajo analógico de un solo polo Butterworth con función de sistema

$$H(s) = \frac{\Omega_p}{s + \Omega_p}$$

en un filtro pasabanda cuyas frecuencias de corte superior son Ω_u y Ω_l, respectivamente.

- Convierta el filtro analógico paso banda

$$H(s) = \frac{(\Omega_u - \Omega_l)s}{s^2 + (\Omega_u - \Omega_l)s + \Omega_u \Omega_l}$$

cuyas frecuencias de corte superior son Ω_u y Ω_l, respectivamente en un filtro digital mediante la transformación bilineal y explique las características del filtro obtenido.

- Un integrador analógico ideal se describe mediante la función de sistema $H_a(s)=1/s$. Un integrador digital con la función de sistema H(z) puede obtenerse utilizando la transformación bilineal. Es decir,

$$H(z) = \frac{T}{2}\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \equiv H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})}}$$

a) Escriba la ecuación en diferencias para el integrador digital que relaciona la entrada $x(n)$ con la salida y(n).
b) Dibuje el módulo $|H_a(j\Omega)|$ y la fase $\Theta(\Omega)$ del integrador analógico.
c) Dibujar de manera aproximada la respuesta en frecuencia $|H_a(\omega)|$ y $\Theta(\omega)$ del integrador digital.
d) Compare el módulo y la fase obtenidas en los apartados (b) y (c). ¿Cómo adapta el integrador digital el módulo y la fase del integrador analógico?
e) El integrador digital tiene un polo en $z=1$. Si se implementa este filtro en una computadora digital, que restricciones deben imponerse a la señal $x(n)$ para evitar los problemas de cálculo?

2. EJERCICIO CONCEPTUAL DE FILTRADO

- En la Figura 4, se muestra la respuesta impulsional de un filtro analógico.

a) Sea $h(n)=h_a(nT)$, donde $T=1$, la respuesta impulsional del filtro discreto. Determine la función de transferencia $H(z)$ y la respuesta en frecuencia $H(\omega)$ para este filtro.
b) Dibuje $|H(\omega)|$ y $|H_a(j\Omega)|$. Compárelas y de una buena conclusión.
c) Obtenga $h(n)$ a partir de la especificación de $H(\omega_k)$ y compare el resultado obtenido con $h(n)=h_a(nT)$ del punto a) dando una buena conclusión.

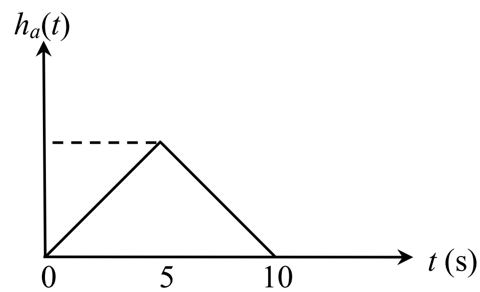

Figura 2

DFT

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j2\pi kn/N} \quad k=0,1,2,\ldots,N-1 \quad Ec.(1)$$

IDFT

$$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{j2\pi kn/N} \quad k=0,1,2,\ldots,N-1 \quad Ec.(2)$$

$$H(k)=G(k)e^{j\pi k/M} \quad k=0,1,2,\ldots,M-1 \quad Ec.(3)$$

$$G(k)=(-1)^k H_r\left(\frac{2\pi k}{M}\right) \quad Ec.(4)$$

$$h(n)=\frac{1}{M}\left\{G(0)+2\sum_{k=1}^{U}G(k)\cos\frac{2\pi k}{M}\left(n+\frac{1}{2}\right)\right\} \qquad U=\begin{cases}\frac{M-1}{2} & M \text{ impar}\\ \frac{M}{2}-1 & M \text{ par}\end{cases} \quad Ec.(5)$$

$$H(z)=\sum_{k=0}^{M-1}h(k)z^{-k}\ Ec.(6) \quad H(\omega)=\sum_{n=0}^{M-1}h(n)e^{-j\omega n}\ Ec.(7) \quad z=e^{sT}=re^{j\omega}\ Ec.(8) \quad s=\sigma+j\Omega\ Ec.(9)$$

Diseño varianza impulsional

$$H_a(s)=\sum_{k=1}^{N}\frac{C_k}{s-p_k}\ Ec.(10) \quad h_a(t)=\sum_{k=1}^{N}c_k e^{p_k t},\ t\geq 0\ Ec.(11) \quad H(z)=\sum\frac{c_k}{1-e^{p_k T}z^{-1}}\ Ec.(12)$$

Diseño transformacion bilineal

$$\Omega=\frac{2}{T}\tan\frac{\omega}{2}\ Ec.(13) \quad s=\frac{2}{T}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)=\frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)Ec.(14)$$

6. RECOMENDACIONES

Se recomienda a los estudiantes haber realizado este taller y el siguiente trabajo independiente listo para el ocho de febrero de 2022.

a) Estudiar el análisis y diseño de filtros IIR digitales con sus respectiva técnicas: Transformación Bilineal, Invarianza impulsional y Técnica de Aproximación por Derivadas. Esta teoría la pueden estudiar del libro de Proakis.
b) Usando la ayuda de Matlab, estudiar cuidadosamente las funciones abs, angle, freqs, freqz, impz, filter, fir1, fir2, butter, cheby1, cheby2, buttord, cheb1ord, cheb2ord, bilinear, impinvar.
c) Hacer el taller a conciencia y evitar solución por terceros que pueden cometer errores; en caso de cometer errores estos se realimentan y causan daño en el proceso de aprendizaje.
d) En la red hay un solucionario del libro, se recomienda no usarlo como referencia debido a que tiene muchos errores.

Por: I.E. Vladimir Mosquera Cerquera Ms. C.