UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
TALLER TRANSFORMADA WAVELETS

Sean las señales

$f_1(t) = sen(t) \quad para\ -1 \le t \le 7$

$f_2(t) = sen(4t) \quad para\ -1 \le t \le 7$

$f_3(t) = f_1(t) + f_2(t)$

$f_2'(t) = sen(4t) \quad para\ \ m \le t \le m + 2\ donde\ m \in \{-1, 0, \ldots 7\}$

$f_3'(t) = f_1(t) + f_2'(t)$

1) Desarrollar una aproximación de $f_3'(t)$ usando la transformada Wavelets usando la función de escala y función de Wavelets Haar definidas como

Función de escala

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\phi\left(2^j t - k\right) = \begin{cases} 2^{j/2},\ si\ t_1 = \dfrac{k}{2^j} \le t < \dfrac{1+k}{2^j} = t_2 \\ 0\ en\ otro\ caso \end{cases}$$

Wavelet Haar

$$h_{j,k}(t) = 2^{j/2}h\left(2^j t - k\right) = \begin{cases} 2^{j/2},\ si\ \dfrac{k}{2^j} \le t < \dfrac{k}{2^j} + \dfrac{1}{2^{j+1}} \\ -2^{j/2},\ si\ \dfrac{k}{2^j} + \dfrac{1}{2^{j+1}} \le t < \dfrac{k+1}{j} \\ 0\ en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Considerando un análisis para un parámetro de escala j=2, ¿cual valor de m seleccionaría para analizar los efectos de $f_2'(t)$ en $f_3'(t)$? Justificar.
b) Realice la gráfica de $f_3'(t)$.
c) Desarrolle el análisis Wavelets de $f_3'(t)$ para j=0. ¿Se pueden observar los efectos de $f_2'(t)$ en $f_3'(t)$? Sintetice $f_3'(t)$ usando $c_{0,k}$ y $d_{0,k}$. Grafique $f_3'(t)$, $c_{0,k}$ y $d_{0,k}$.
d) Considerando el valor de m elegido en a), desarrolle el análisis Wavelets de $f_3'(t)$ para j=2. ¿Se pueden observar los efectos de $f_2'(t)$ en $f_3'(t)$? Sintetice $f_3'(t)$ usando $c_{2,k}$ y $d_{2,k}$. Grafique $f_3'(t)$, $c_{0,k}$ y $d_{0,k}$.

2) Demuestre que el análisis de Fourier de $f_3(t)$ y $f_3'(t)$ define las mismas líneas de espectro. Valor 0.8 puntos. ¿El análisis de Fourier da información de la ubicación temporal de $f_2'(t)$? Justifique.

Por: I.E. Vladimir Mosquera Cerquera M. Sc.

Análisis de Fourier

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2\pi k F_0 t} \qquad c_k = \frac{1}{T_p}\int x(t)e^{-j2\pi F_0 t}dt$$

Analisis Wavelets

$$DWT\ f(j,k) = \langle f, h_{j,k}\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)h_{j,k}(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)2^{j/2}h\left(2^j t - k\right)dt$$

$$f(t) = \sum_j\sum_k c_{j,k}2^{j/2}\varphi\left(2^j t - k\right) + \sum_j\sum_k d_{j,k}2^{j/2}\varphi\left(2^j t - k\right)$$

$$d_{j,k} = \langle f(t), h_{j,k}(t)\rangle = \int_{t_1}^{t_2} f(t)h_{j,k}\left(2^j t - k\right)dt$$

$$c_{j,k} = \langle f(t), \varphi_{j,k}(t)\rangle = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\varphi_{j,k}\left(2^j t - k\right)dt$$