

7



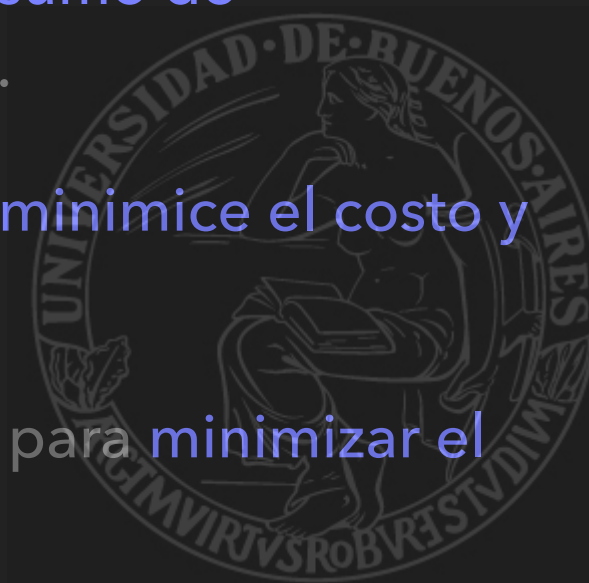
Foto: Cees Bol

# OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS MULTIOBJETIVO (MOPSO)

# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (I)



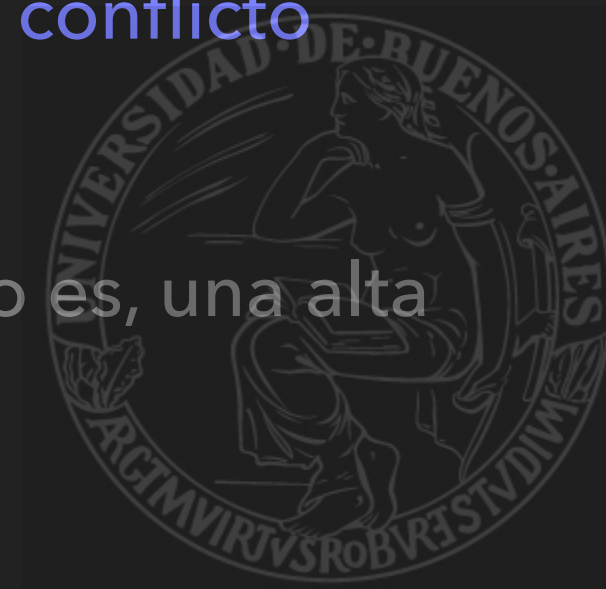
- ▶ ¿Para qué sirve querer optimizar múltiples objetivos?
- ▶ Automóviles: Optimizar el diseño de un automóvil para minimizar el consumo de combustible, maximizar la seguridad y minimizar el costo de producción.
- ▶ Electrónica: Diseñar dispositivos electrónicos que maximice la potencia, minimice el costo y maximice la durabilidad.
- ▶ Construcción: Optimizar la planificación de un proyecto de construcción para minimizar el tiempo, el costo y maximizar la calidad de la obra.
- ▶ Portafolio de Inversiones: Maximizar el retorno de la inversión mientras se minimiza el riesgo.
- ▶ Planificación Fiscal: Optimizar la recaudación de impuestos mientras se minimiza el impacto negativo en la economía.
- ▶ Gestión de Recursos Hídricos: Optimizar el uso de agua para maximizar el abastecimiento humano y agrícola mientras se minimiza el impacto ambiental.



## OPTIMIZACIÓN MULTI OBJETIVO (II)



- ▶ La **optimización multiobjetivo** (MOO) consiste en optimizar simultáneamente varios objetivos que **pueden estar en conflicto** entre sí.
- ▶ Por ejemplo: La **calidad** y el **precio** de un producto, esto es, una alta calidad usualmente implica un alto precio.



# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (III)



- ▶ Se expresa como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})]^T \\ \text{sujeto a} & \mathbf{x} \in \Omega \end{array}$$

- ▶ donde:

- $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  es el vector de funciones objetivo.
- $\mathbf{x}$  es el vector de variables de decisión.
- $\Omega$  es el conjunto de soluciones factibles, definido por un conjunto de restricciones.

- Sujeto a:

$$\begin{array}{ll} g_i(\mathbf{x}) \leq 0, & i = 1, 2, \dots, m \\ h_j(\mathbf{x}) = 0, & j = 1, 2, \dots, p \end{array}$$

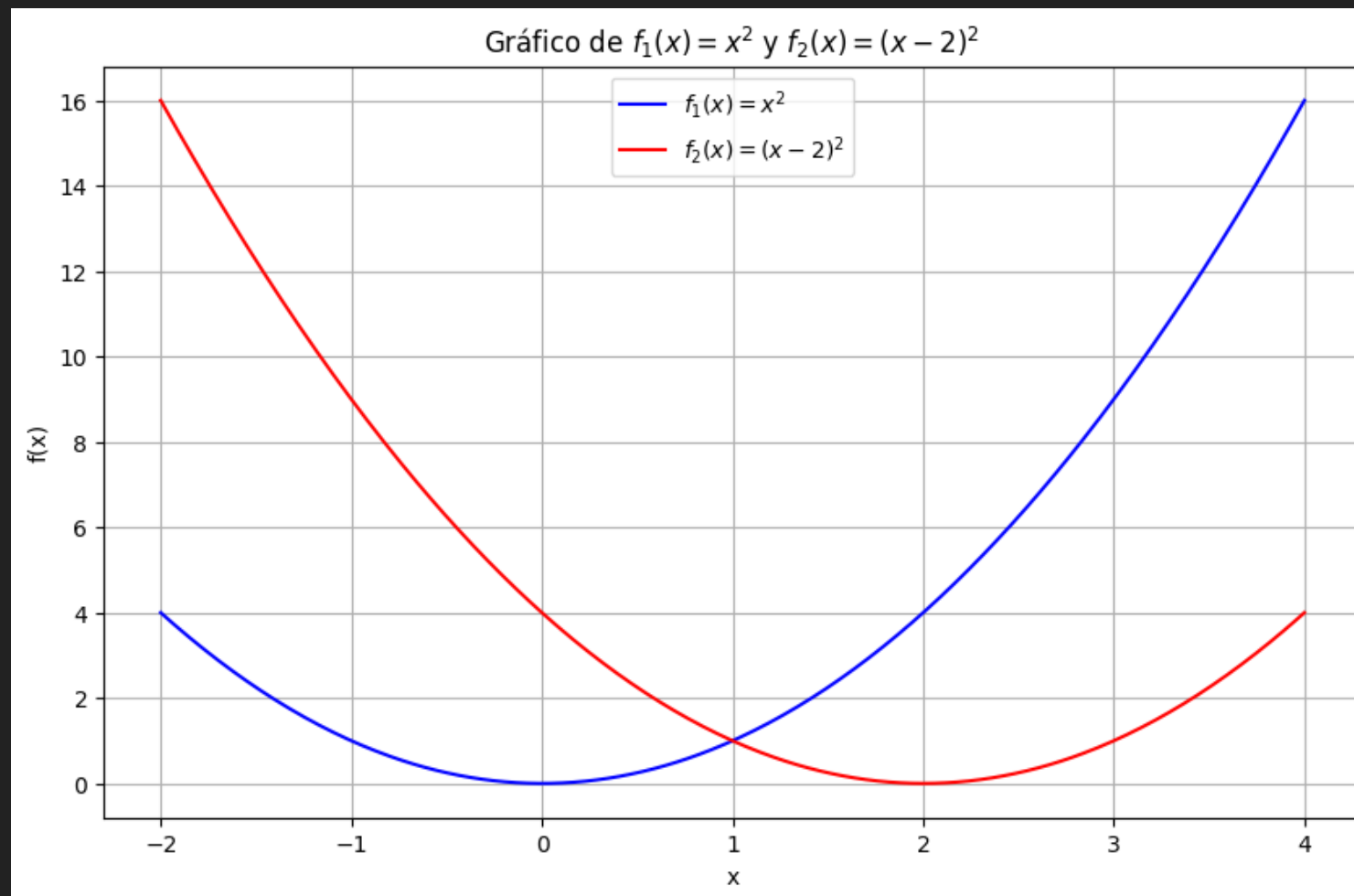
- donde:  $g_i(\mathbf{x})$  son las restricciones de desigualdad y  $h_j(\mathbf{x})$  son las restricciones de igualdad.



## OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (IV)



- ▶ Ejemplo: Dadas 2 funciones  $f_1(x) = x^2$ ,  $f_2(x) = (x-2)^2$ ,  $x \in [-2, 4]$
- ▶ Problema: **Minimizar ambas funciones.**

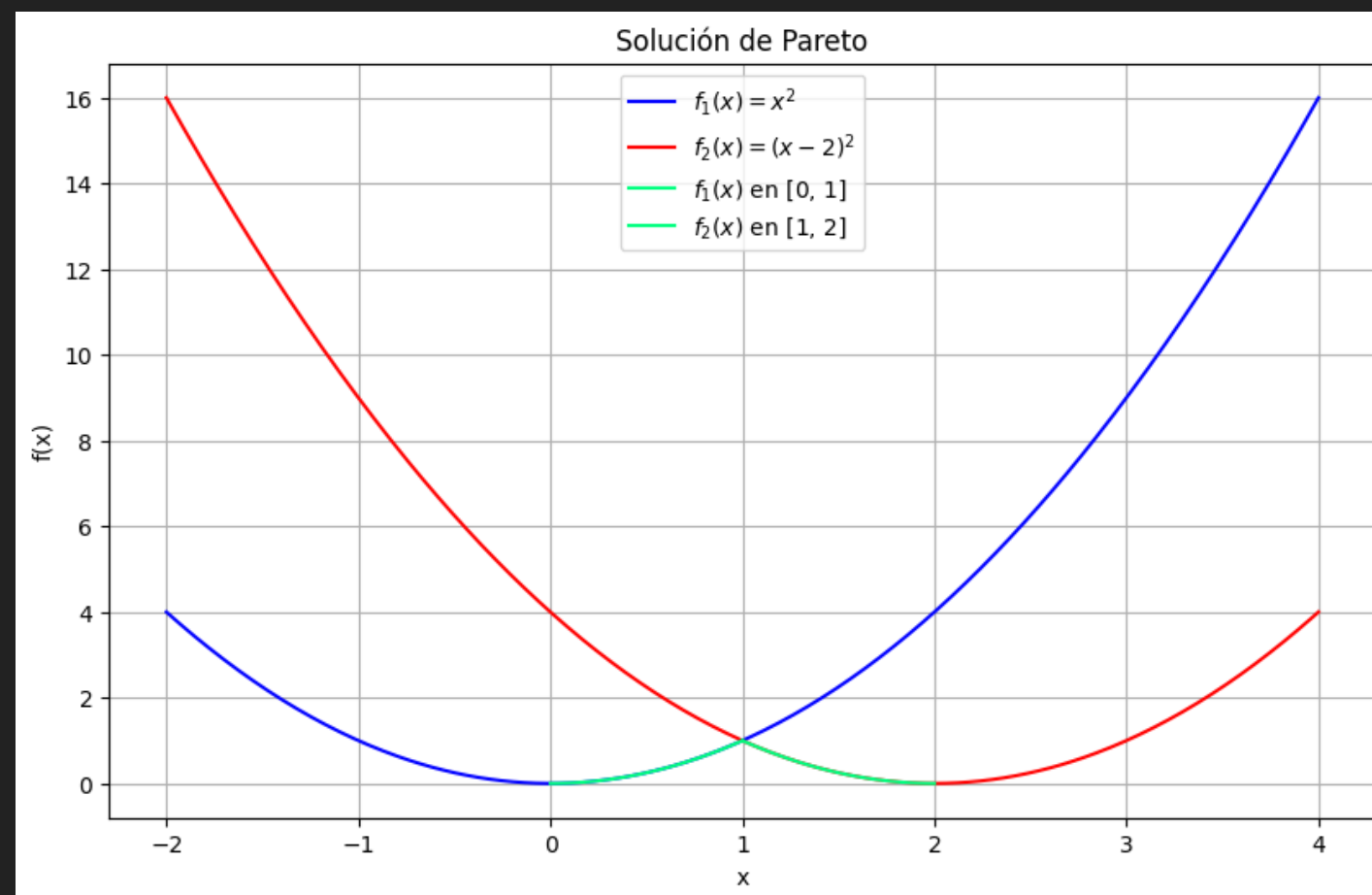




# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (V)

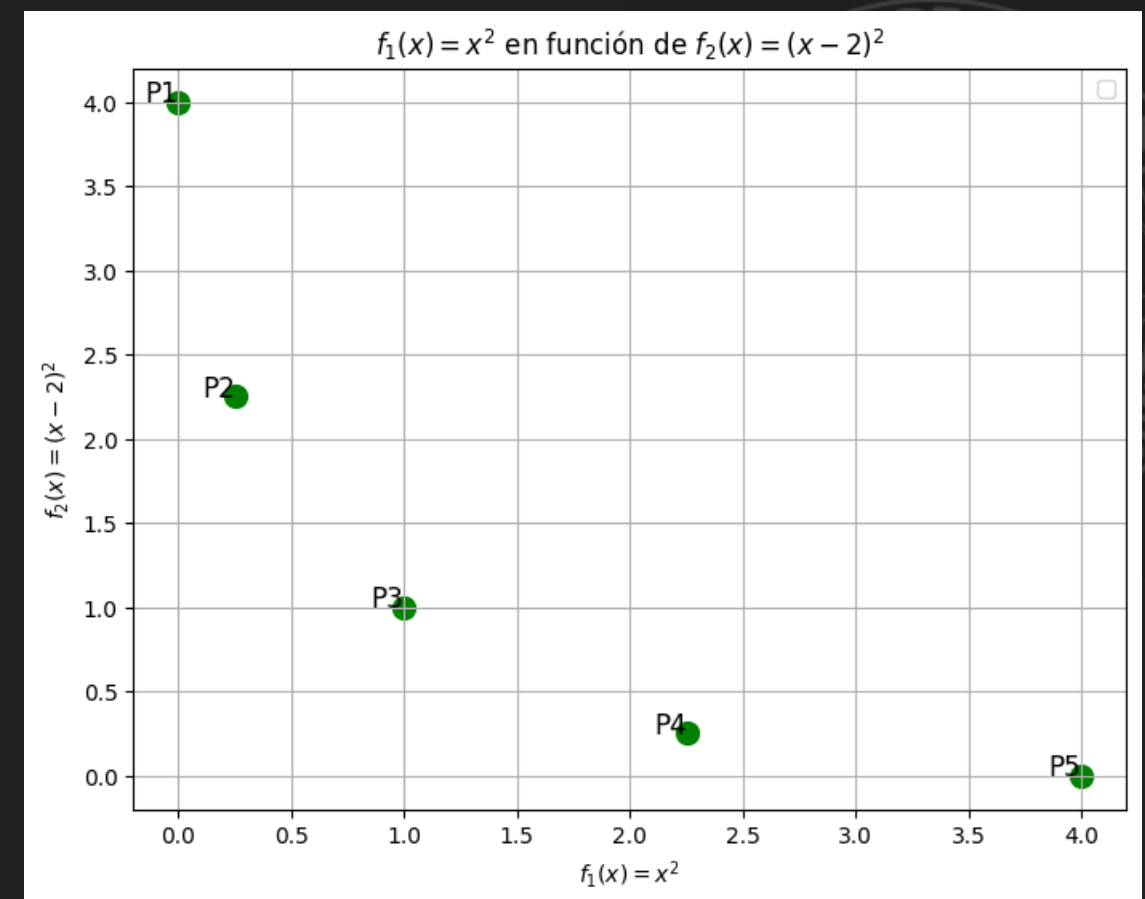
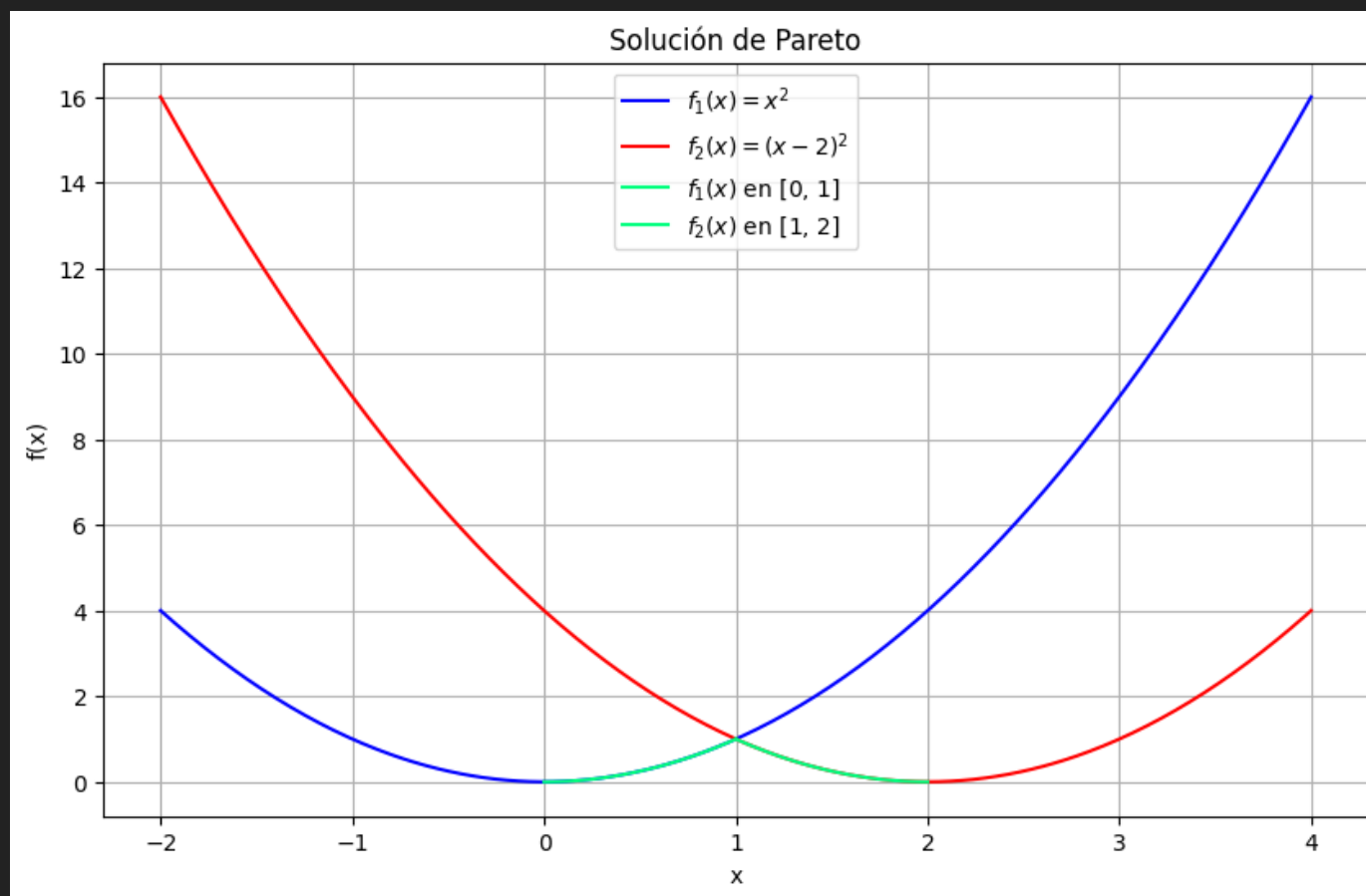


- ▶ Observación: No existe un "x" que minimice simultáneamente ambas funciones
- ▶ Idea: Encontrar soluciones de compromiso, para  $x \in [0, 2]$   $f_1$  y  $f_2$  no empeoran simultáneamente.
- ▶ Tal solución de compromiso se llama **Solución de Pareto**



# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (V)

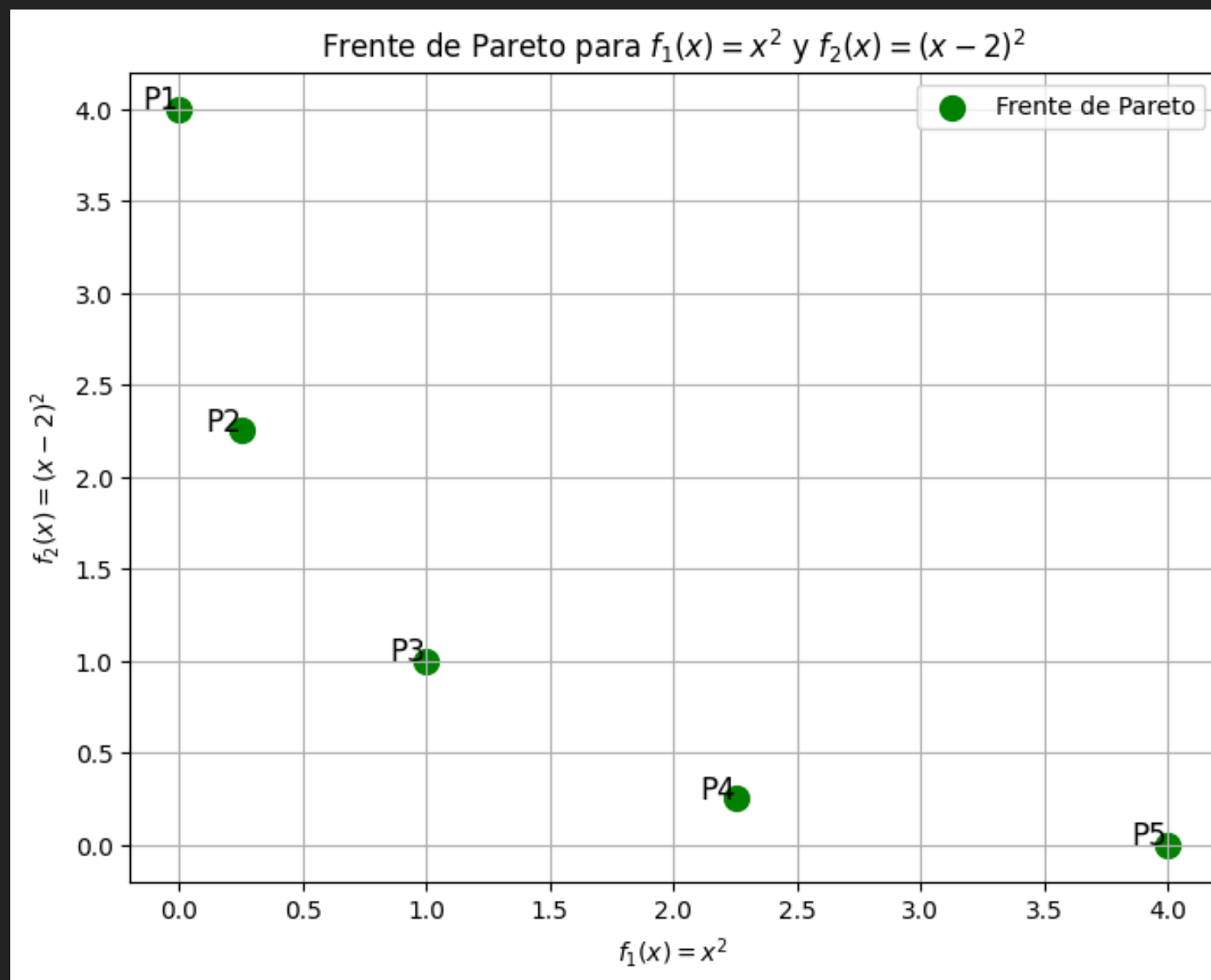
## ► Solución de Pareto



# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (V)



## ► Frente de Pareto

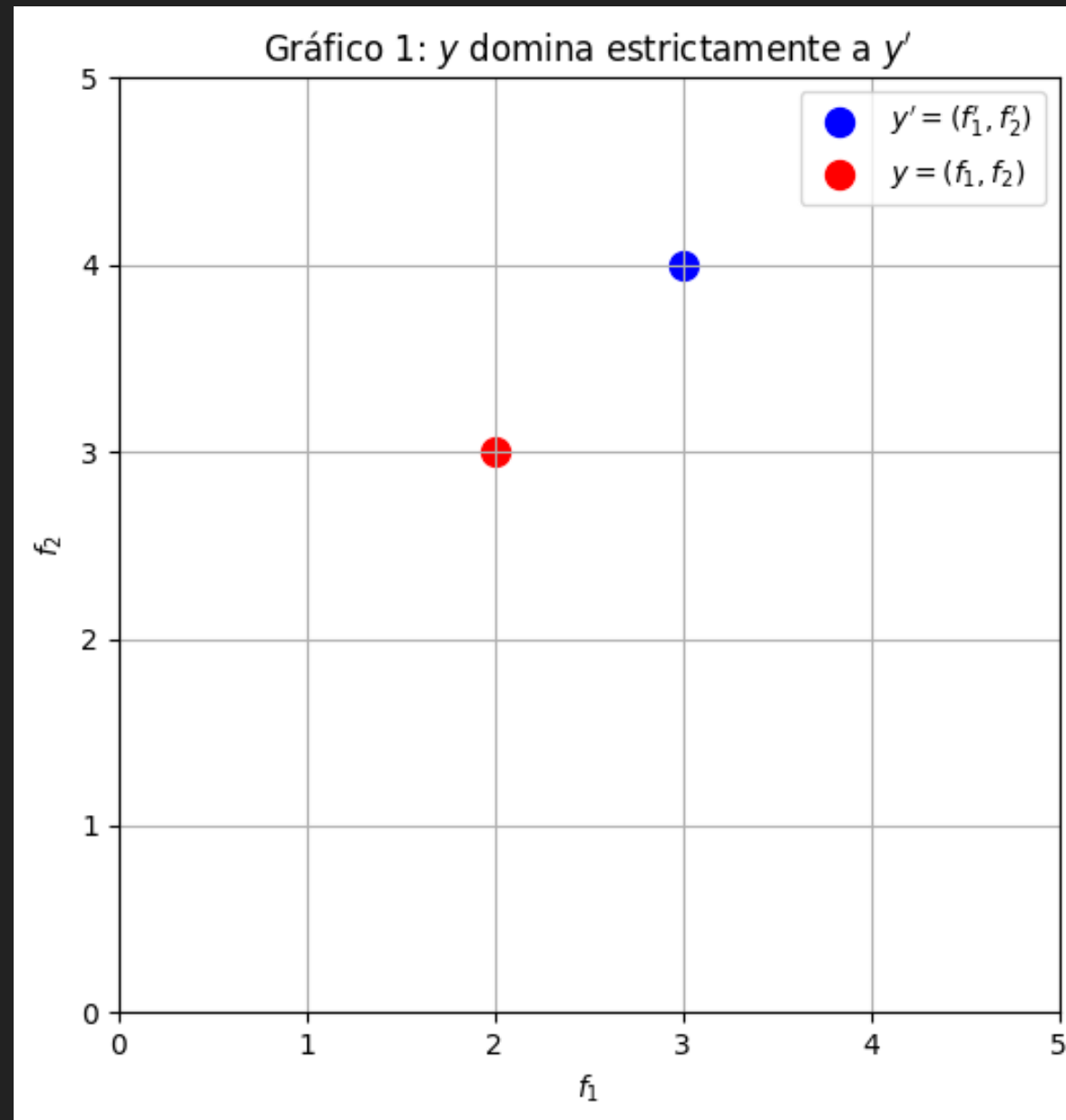




# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (VI)



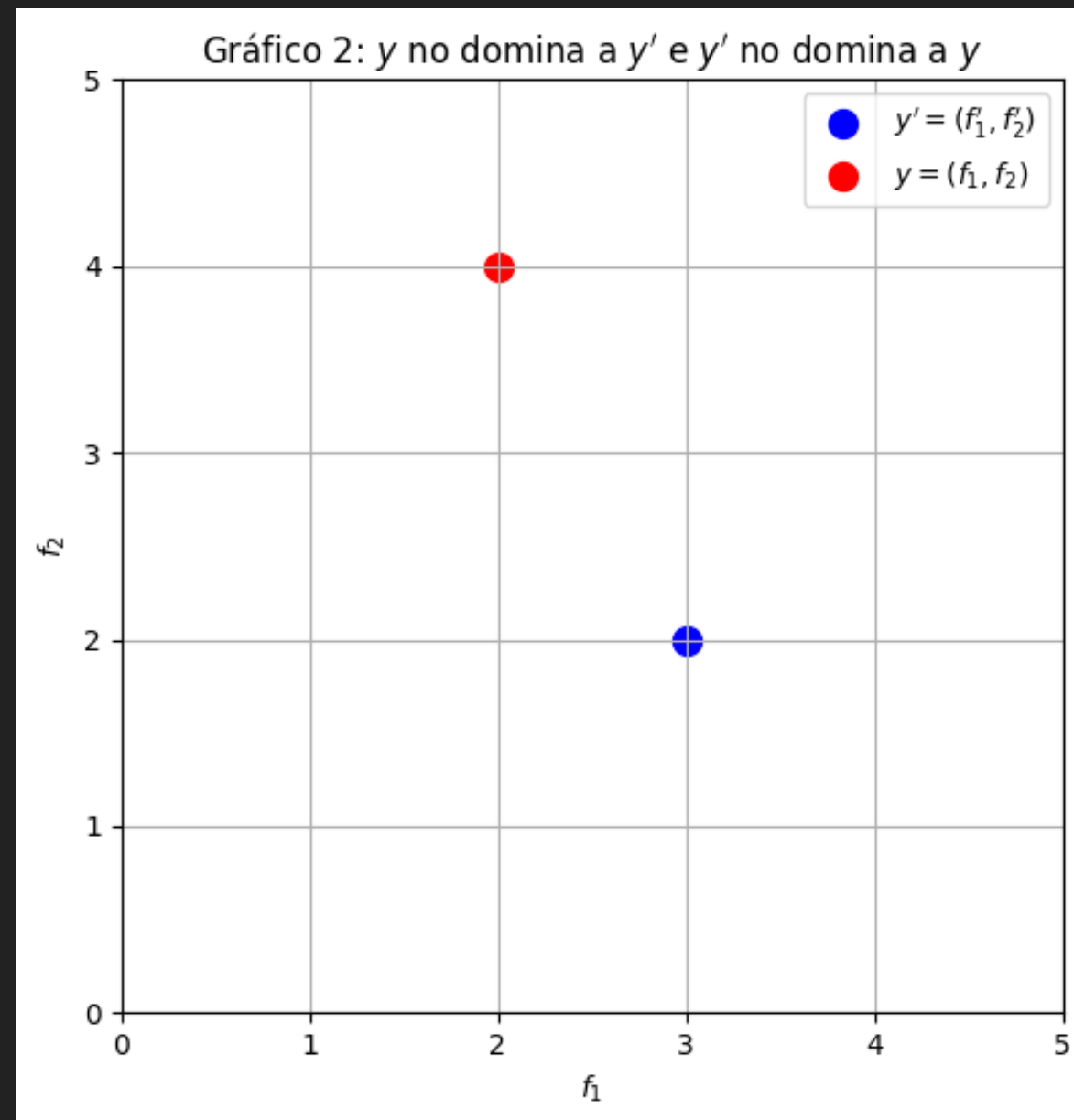
## ► Dominancia



# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (VII)

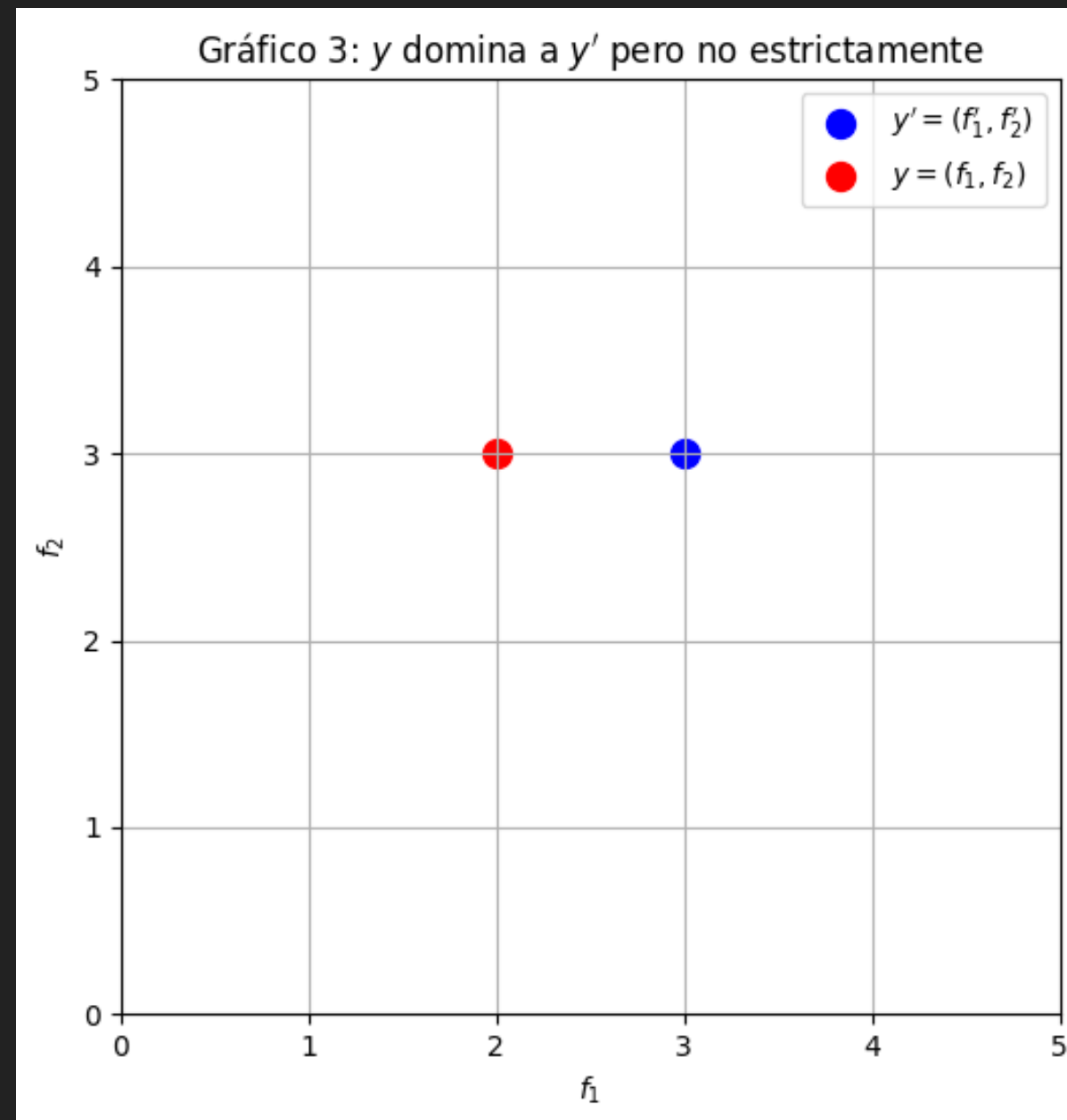


- **Dominancia**, en este caso la relación de dominación es una relación de orden parcial.



# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (VIII)

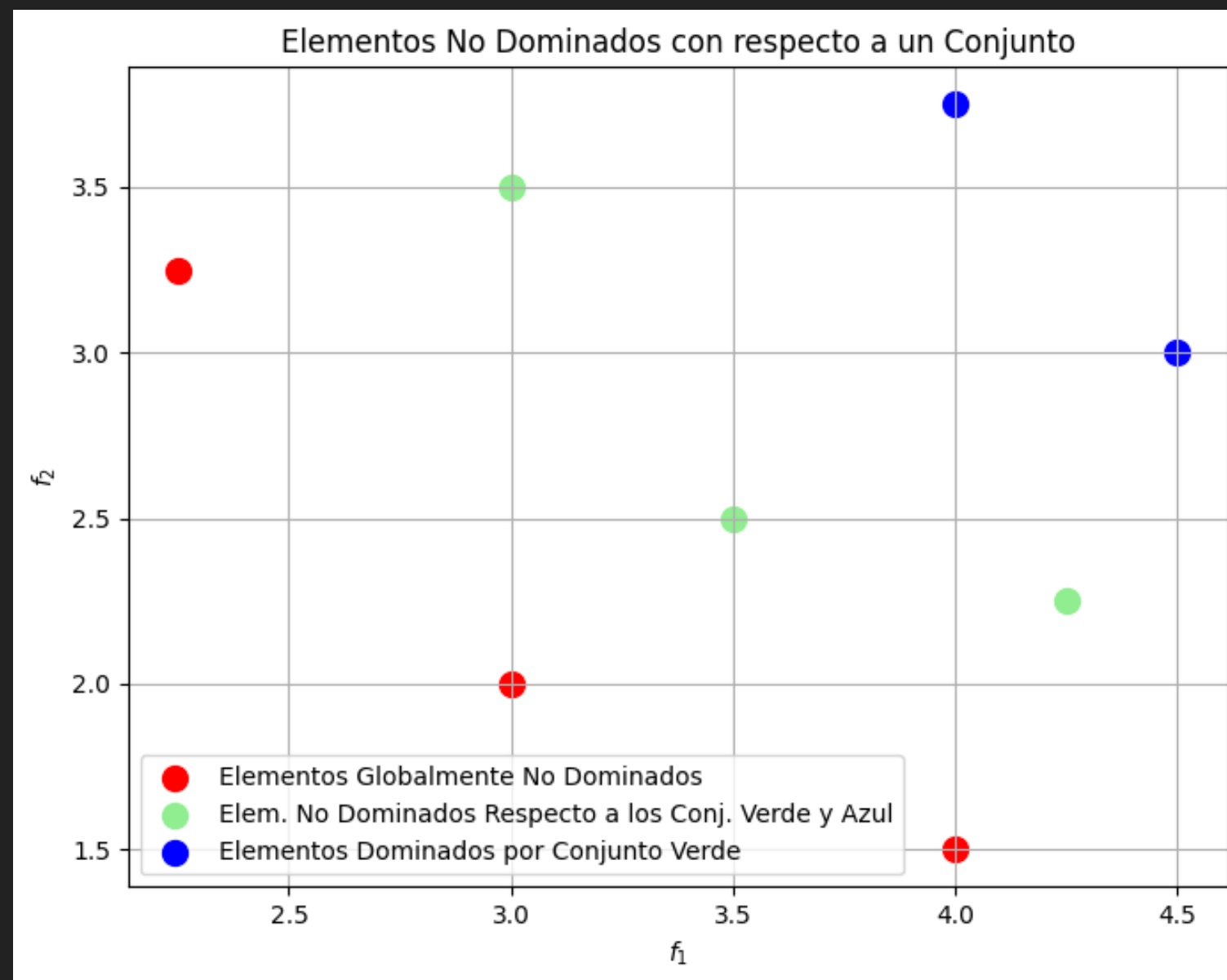
## ► Dominancia



# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (VIII)



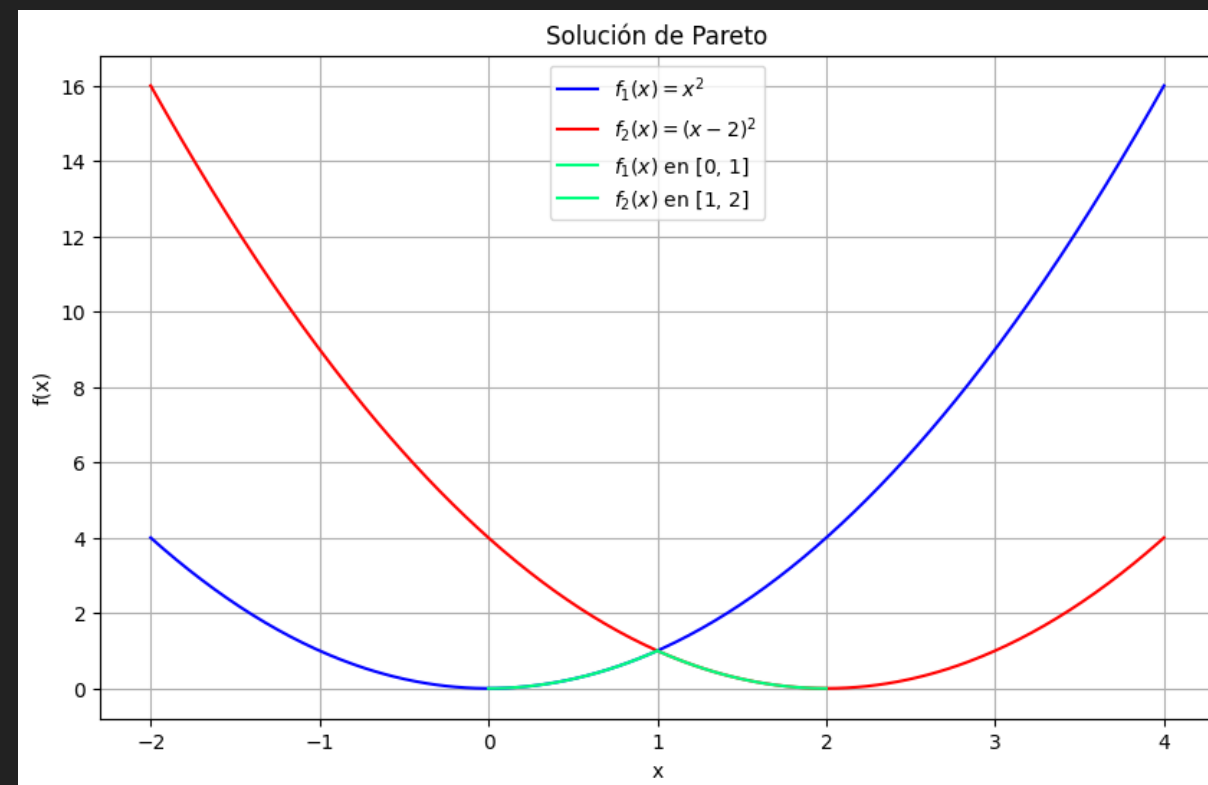
## ► Dominancia



# OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (VIII)



- ▶ **Solución Óptima de Pareto**, un elemento  $x$  es llamado Solución Óptima de Pareto si no existe un elemento  $x'$  tal que  $f(x')$  domine a  $f(x)$ .
- ▶ El conjunto de todos los elementos óptimos de Pareto para un problema de optimización multiobjetivo es llamado **Solución Óptima de Pareto**.
- ▶ En este caso el Conjunto Óptimo de Pareto esta en el intervalo **[0, 2]**



## OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO (VIII)



- ▶ Todas las soluciones pertenecientes al frente de Pareto son igualmente buenas, y no se puede especificar si alguna de las soluciones es preferible a las otras, depende del **Decision Making** (Tomador de decisiones)



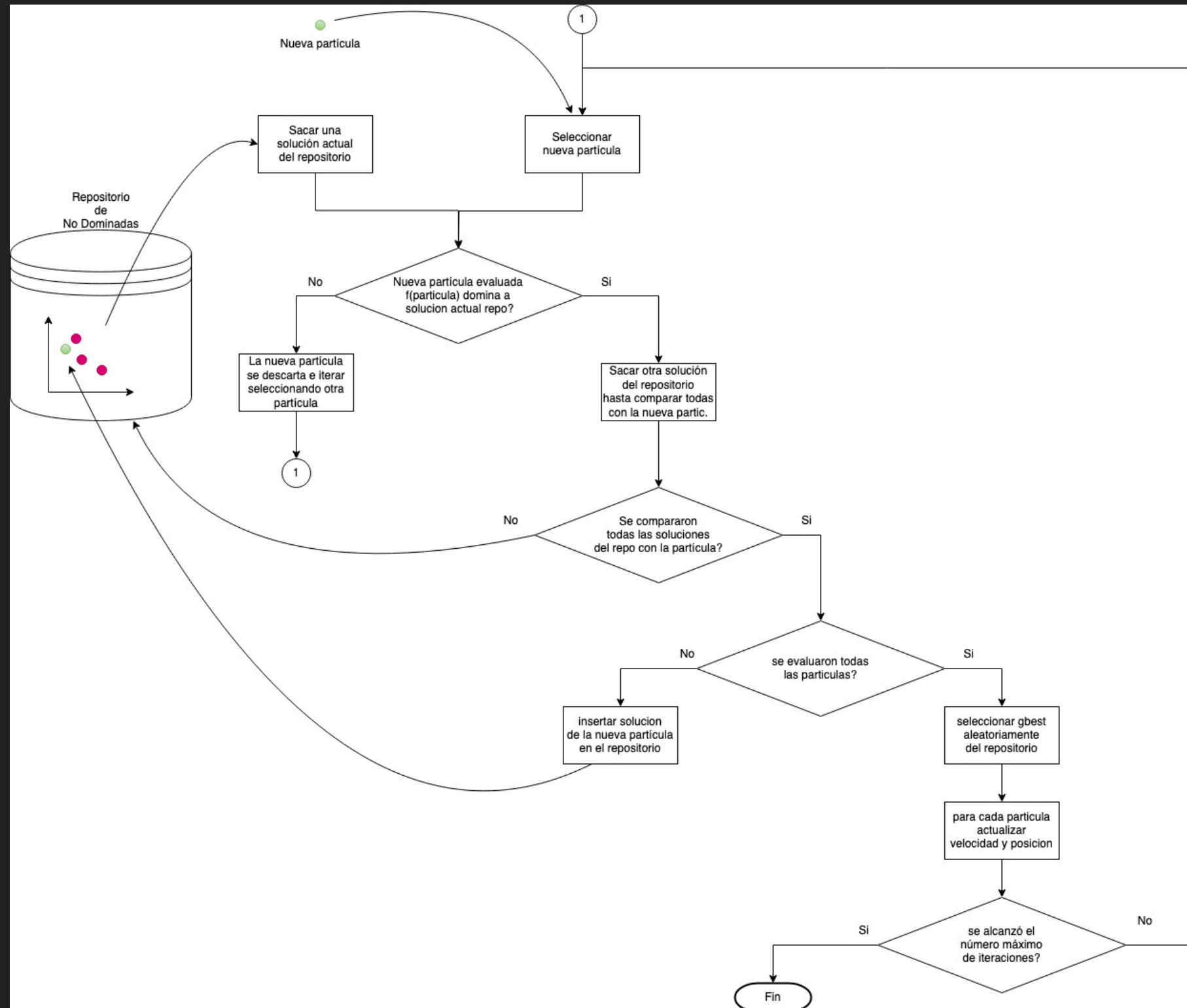


# METAHEURÍSTICAS PARA OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO



- ▶ Las **metaheurísticas** más clásicas para MOO basadas en **Optimalidad de Pareto** son:
- ✓ **NSGA-II** (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) (Deb et al., 2005)
- ✓ **SPEA2** (Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) (Zitzler et al., 2001)
- ✓ **MOPSO** (Multi-Objective Particle Swarm Optimization) (Coello et al., 2002)

## MOPSO (I)



## MOPSO (II)

### ► Pseudocódigo



```
INICIALIZAR PARTICULAS, VELOCIDADES, pbest
INICIALIZAR REPOSITORIO COMO VACIO
MIENTRAS no se alcance el número máximo de iteraciones HACER
    ACTUALIZAR REPOSITORIO
        INICIALIZAR no_dominadas COMO VACIO
        PARA cada solución EN repositorio HACER
            SI nueva_partícula DOMINA solución ENTONCES
                CONTINUAR
            SINO SI solución DOMINA nueva_partícula ENTONCES
                RETORNAR repositorio
            SINO
                AGREGAR solución a no_dominadas

        AGREGAR nueva_partícula a no_dominadas
        ACTUALIZAR repositorio CON no_dominadas

SELECCIONAR gbest ALEATORIAMENTE DEL REPOSITORIO
PARA cada partícula HACER
    CALCULAR velocidad usando w, c1, c2, pbest y gbest
    ACTUALIZAR posición
    EVALUAR nueva posición
    SI nueva posición DOMINA pbest ENTONCES
        ACTUALIZAR pbest
```

FIN



# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEB (I)



- ▶ J. Kennedy, R. Eberhart. (1995). Particle swarm optimization (in Neural Networks). Proceedings., IEEE International Conference on, vol. 4, pp. 1942 -1948 vol.4.
- ▶ Engelbrecht, A. P. (2007). Computational intelligence: an introduction. John Wiley & Sons.
- ▶ Clerc, M. (2010). Particle swarm optimization (Vol. 93). John Wiley & Sons.
- ▶ Shi, Y., & Eberhart, R. (1998). A Modified Particle Swarm Optimizer. Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360), Anchorage, AK, USA, 1998, pp. 69-73. DOI: 10.1109/ICEC.1998.699146.
- ▶ Bratton, D., & Kennedy, J. (2007, April). Defining a standard for particle swarm optimization. In 2007 IEEE swarm intelligence symposium (pp. 120-127). IEEE.
- ▶ Parsopoulos, K. E., & Vrahatis, M. N. (2002). Particle swarm optimization method for constrained optimization problems. Intelligent technologies-theory and application: New trends in intelligent technologies, 76(1), 214-220.
- ▶ Hu, X., Eberhart, R. C., & Shi, Y. (2003, April). Engineering optimization with particle swarm. In Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium. SIS'03 (Cat. No. 03EX706) (pp. 53-57). IEEE.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEB (II)



- ▶ HILLIER, F. LIEBERMAN.(2010). Introducción a la Investigación de Operaciones.
- ▶ Coello Coello, C. A., "Use of a self-adaptive penalty approach for engineering optimization problems", Elsevier Science, Computers in Industry 41, 2000, pp. 113-127.
- ▶ Parsopoulos, K. E., and Vrahatis, M. N., "Particle Swarm Optimization Method for Constrained Optimization Problems", in Proceedings of the Euro-International Symposium on Computational Intelligence, 2002.
- ▶ Engelbrecht, A. P., "Fundamentals of Computational Swarm Intelligence", John Wiley & Sons Ltd, England, 2005.
- ▶ Pareto, V. (1919). Manuale di economia politica con una introduzione alla scienza sociale (Vol. 13). Società editrice libraria.
- ▶ Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. IEEE transactions on evolutionary computation, 6(2), 182-197.
- ▶ Zitzler, E., Laumanns, M., & Thiele, L. (2001). SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm. TIK report, 103.
- ▶ Coello, C. C., & Lechuga, M. S. (2002, May). MOPSO: A proposal for multiple objective particle swarm optimization. In Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. CEC'02 (Cat. No. 02TH8600) (Vol. 2, pp. 1051-1056). IEEE.
- ▶ López, J. (2013). Optimización multiobjetivo: aplicaciones a problemas del mundo real. Buenos Aires, Argentina, Universidad Nacional de la Plata.

