

# Sintonización de controladores por el método de mayor módulo logarítmico (BLT)

**Juan Pablo Requez**  
**juanrequez@gmail.com**  
**jprequez@ucla.edu.ve**  
**jrequez@unexpo.edu.ve**

Para un sistema MIMO, si se tienen N variables controladas y N variables manipuladas, si se desea usar N controladores PI en un esquema diagonal, entonces es necesario determinar 2N parámetros de entonamiento (Luyben W. L., 1999). Las ganancias y tiempos integrales deben ser elegidos de manera que el sistema global sea estable y de una respuesta aceptable para las perturbaciones. El método BLT (por sus siglas en ingles Biggest Log-modulus Tuning) da una metodología estándar para sintonizar estos controladores con poco esfuerzo computacional. El procedimiento garantiza que el sistema será estable con todos los controladores funcionando en modo automático y que el sistema será estable para cada lazo individual si los otros lazos son puestos en manual. El método compensa las interacciones a través de la asignación de un factor de desacoplamiento que actúa de manera similar para cada lazo. (Luyben & Luyben, 1997).

El método de entonamiento para un controlador a través el método del mayor módulo logarítmico BLT es como sigue (Luyben W. L., 1999):

1. Calcular los parámetros de entonamiento según el método de lazo abierto que se desee. Se recomienda el método de Ziegler y Nichols, pero puede usarse cualquier método (En lo que sigue, se supone que se usó el método de Ziegler y Nichols, pero no es necesario usar este método en particular).
2. Se asume un factor F de desacoplamiento. F debe ser mayor que 1. Los valores típicos están entre 1.5 y 4. Las ganancias proporcionales de todos los controladores  $K_c$  se calculan dividiendo todas las ganancias determinadas por el método de Ziegler y Nichols entre F y los tiempos integrales TI se calculan multiplicando los resultados obtenidos del método de Ziegler y Nichols por F.

$$K_{ci} = \frac{K_{ZNi}}{F} \quad y \quad TI_i = TI_{ZNi}F \quad (1)$$

3. Se define W según

$$W(i\omega) = -1 + \text{Det}(I + G(i\omega)G_c(i\omega)) \quad (2)$$

4. Se calcula L según

$$L = 20 \log_{10} \left| \frac{W}{1 + W} \right| \quad (3)$$

El pico de la gráfica de L para toda la frecuencia muestra cual es el módulo logarítmico más grande  $L^{\max}$

5. El factor F en el paso 2 es variado hasta que  $L^{\max}$  es igual a 2N, donde N es el orden del sistema. Si el sistema tiene orden 3,  $L^{\max}$  debe ser 6, por ejemplo.

Este método es sencillo (más allá de las complicaciones computacionales que pueda acarrear), pero es difícil de comprender sin algún comentario adicional. Por esto, se mostrará su utilización en el siguiente ejemplo.

### Ejemplo 1: uso del método BLT

Basado en el procedimiento BLT, obtenga los controladores PI de la temperatura del plato 4 y del plato 17 (desde el fondo) manipulando, según su selección, la corriente de reflujo R y el flujo de vapor S para el modelo propuesto por Luyben y Vinante (Seborg, Edgar, & Mellichamp, 1989).

El modelo en matriz de función de transferencia del proceso es el siguiente

$$\begin{pmatrix} T_{17}(s) \\ T_4(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2.16e^{-s}}{8.5s + 1} & \frac{1.26e^{-0.3s}}{7.05s + 1} \\ \frac{-2.75e^{-1.8s}}{8.25s + 1} & \frac{4.28e^{-0.35s}}{9s + 1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R(s) \\ S(s) \end{pmatrix}$$

La matriz de función de transferencia es

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{-2.16e^{-s}}{8.5s + 1} & \frac{1.26e^{-0.3s}}{7.05s + 1} \\ \frac{-2.75e^{-1.8s}}{8.25s + 1} & \frac{4.28e^{-0.35s}}{9s + 1} \end{pmatrix}$$

Y la matriz de ganancia en estado estacionario puede calcularse como

$$K = G(0) = \begin{pmatrix} -2.16 & 1.26 \\ -2.75 & 4.28 \end{pmatrix}$$

Primero se estudiará el apareamiento de las variables. Para ello, se calculará el RGA

$$K_{invT} = (K^T)^{-1}$$

$$RGA = \overrightarrow{[(K) \cdot (K_{invT})]} = \begin{pmatrix} 1.6 & -0.6 \\ -0.6 & 1.6 \end{pmatrix}$$

	Entrada 1 <b>R</b>	Entrada 2 <b>S</b>
Salida 1 <b>T<sub>17</sub></b>	1.6	-0.6
Salida 2 <b>T<sub>4</sub></b>	-0.6	1.6

El RGA muestra que el apareamiento es como sigue

Variable manipulada	Variable controlada
R	T17
S	T4

Debe analizarse ahora si el sistema de control pueda ser inestable ante acción integral

$$NI = \frac{|K|}{(-2.16) \cdot (4.28)} = 0.625$$

Como el índice de Niederlinski es positivo, el sistema de control descentralizado puede o no ser estable ante acción integral.

Para la realización de la sintonización usando el método BLT, primero es necesario diseñar los controladores a partir del apareamiento indicado. Se usará la fórmula de Lipták para el control PI (O'Dywer, 2009).

Modelo del proceso	$\frac{K}{Ts+1} e^{-tm s}$
Forma del controlador	PI Ideal $K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$
Autor del método	Lipták (2001)
$K_c$	$\frac{0.95T}{K tm}$
$T_i$	$4tm$

En este caso, el diseño del controlador es como sigue:  $K_c$  es una función de la ganancia de la función de transferencia, del tiempo muerto  $t_m$  y de la constante de tiempo  $T$ .

$$K_c(K, t_m, T) = 0.95 \cdot \frac{T}{K \cdot t_m}$$

el tiempo integral es una función solo del tiempo muerto

$$T_i(t_m) = 4t_m$$

Las funciones elegidas para realizar la sintonización son las correspondientes funciones de la matriz de funciones de transferencia resultantes del RGA

$$\frac{T_{17}}{R} = \frac{-2.16e^{-s}}{8.5s+1}$$

$$K_1 = -2.16 \quad t_{m1} = 1 \quad T_1 = 8.5$$

$$K_{c11} = K_c(K_1, t_{m1}, T_1) = -3.738$$

$$T_{i11} = T_i(t_{m1}) = 4$$

$$\frac{T_4}{s} = \frac{4.28e^{-0.35s}}{9s+1}$$

$$K_2 = 4.28 \quad t_{m2} = 0.35 \quad T_2 = 9$$

$$K_{c22} = K_c(K_2, t_{m2}, T_2) = 5.708$$

$$T_{i22} = T_i(t_{m2}) = 1.4$$

se asume que  $F$  tiene el valor

$$F = 1$$

El controlador diagonal que se requiere tiene la siguiente forma que se muestra. Véase que es dependiente del valor de F que se elegirá.

$$G_C(s) = \begin{bmatrix} \frac{K_{c11}}{F} \cdot \left(1 + \frac{1}{F \cdot T_{i11} \cdot s}\right) & 0 \\ 0 & \frac{K_{c22}}{F} \cdot \left(1 + \frac{1}{F \cdot T_{i22} \cdot s}\right) \end{bmatrix}$$

$$G_C(s) = \begin{bmatrix} -\frac{0.935}{s} - 3.74 & 0 \\ 0 & \frac{4.08}{s} + 5.71 \end{bmatrix}$$

Ahora es necesario calcular W. véase que W es una función de la frecuencia  $\omega$

$$W(\omega) = -1 + \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + G(i\omega) \cdot G_C(i\omega) \right|$$

No se recomienda calcular una expresión explícita de W, ya que es complicada y requiere el uso de funciones complejas y determinante. Sin embargo, en software puede evaluarse esta expresión numéricamente. Con los resultados de W para distintas frecuencias puede calcularse L.

$$L(\omega) = 20 \log \left( \left| \frac{W(\omega)}{1 + W(\omega)} \right| \right)$$

Nuevamente, no se recomienda calcular L de forma explícita por las mismas razones que no se recomienda para W. Una manera de calcularla en software es usar distintos valores de  $\omega$  (desde 0 hasta un valor de frecuencia que depende del problema en particular) para calcular los valores de L en forma numérica. Debe hacerse con suficiente resolución para graficar L con la precisión esperada.

La elección del máximo valor de  $\omega$  que se usará para graficar puede hacerse de la siguiente forma: liste todos los valores de constante de tiempo de la matriz de transferencia. Para cada valor de estas constantes de tiempo, determine su inverso.

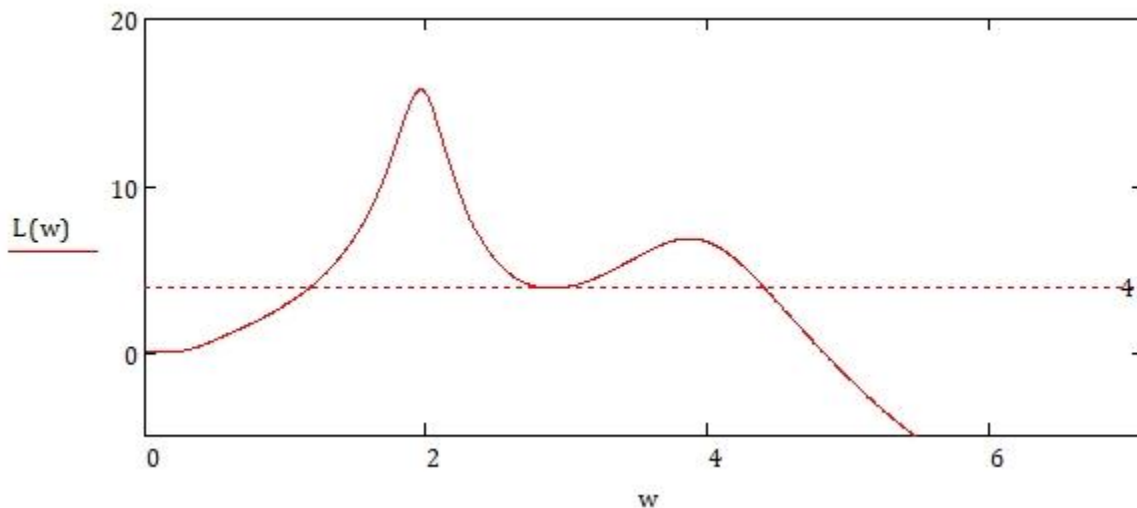
$$\begin{array}{ll} T_{11} = 8.5 & \omega_{11} = \frac{1}{T_{11}} = 0.118 \\ T_{12} = 7.05 & \omega_{12} = \frac{1}{T_{12}} = 0.142 \\ T_{21} = 8.25 & \omega_{21} = \frac{1}{T_{21}} = 0.121 \\ T_{22} = 9 & \omega_{22} = \frac{1}{T_{22}} = 0.111 \end{array}$$

Luego, determine el mayor de estos valores: en este caso es  $\omega=0.142$ .

la frecuencia máxima para el gráfico de L debe ser, por lo menos, 50 veces mayor que este valor

$$\omega_{\max} = 50 \cdot 0.142 = 7.1$$

ahora, con la ayuda de un software, grafique L para este F.



**Figura 1. Gráfica de L para F=1**

El valor máximo de L debe ser 4 (porque el sistema tiene dos entradas y dos salidas, luego es 2x2 y el método BLT pide que el máximo sea igual a  $2N=4$ ). para este caso,  $F=1$ ,  $L_{max}$  es mucho mayor que 4. Debe entonces suponerse otro valor de F y volver a hacer el cálculo de la curva de L

### ***Segunda iteración.***

Se supone ahora un valor de  $F=2$ , por ejemplo.

$$\begin{aligned}
 & F = 2 \\
 G_C(s) &= \begin{bmatrix} \frac{K_{c11}}{F} \cdot \left(1 + \frac{1}{F \cdot T_{i11} \cdot s}\right) & 0 \\ 0 & \frac{K_{c22}}{F} \cdot \left(1 + \frac{1}{F \cdot T_{i22} \cdot s}\right) \end{bmatrix} \\
 G_C(s) &= \begin{bmatrix} -\frac{0.234}{s} - 1.87 & 0 \\ 0 & \frac{1.02}{s} + 2.85 \end{bmatrix} \\
 W(w) &= -1 + \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + G(iw) \cdot G_C(iw) \right| \\
 L(w) &= 20 \log \left( \left| \frac{W(w)}{1 + W(w)} \right| \right)
 \end{aligned}$$

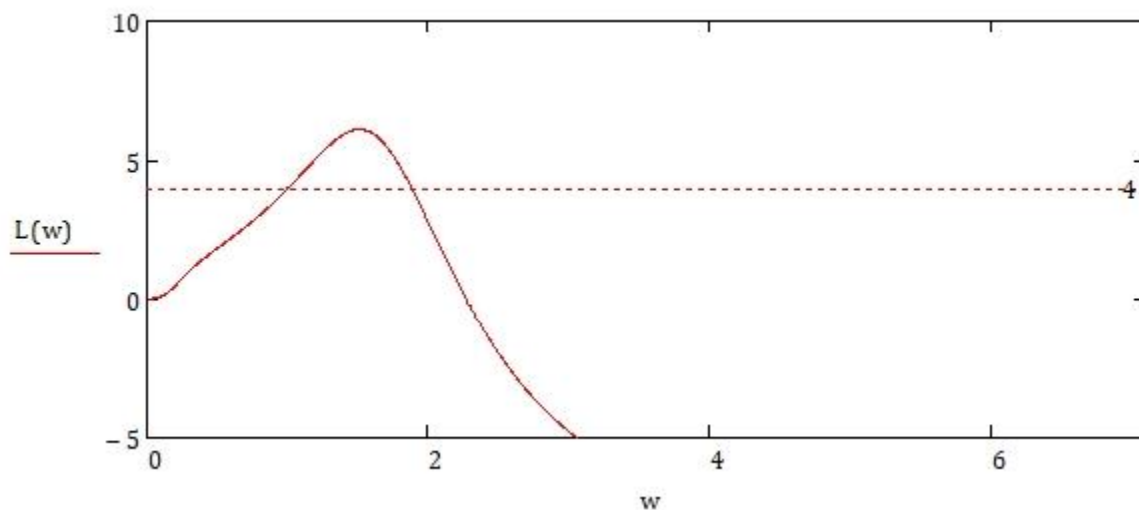


Figura 2. Gráfica de L para F=2

Para F=2, se observa que la curva todavía es mayor que 4.

### **Tercera iteración**

$$F = 3$$

$$G_C(s) = \begin{bmatrix} \frac{K_{c11}}{F} \cdot \left(1 + \frac{1}{F \cdot T_{i11} \cdot s}\right) & 0 \\ 0 & \frac{K_{c22}}{F} \cdot \left(1 + \frac{1}{F \cdot T_{i22} \cdot s}\right) \end{bmatrix}$$

$$G_C(s) = \begin{bmatrix} -\frac{0.104}{s} - 1.25 & 0 \\ 0 & \frac{0.453}{s} + 1.9 \end{bmatrix}$$

$$W(w) = -1 + \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + G(iw) \cdot G_C(iw) \right|$$

$$L(w) = 20 \log \left( \left| \frac{W(w)}{1 + W(w)} \right| \right)$$

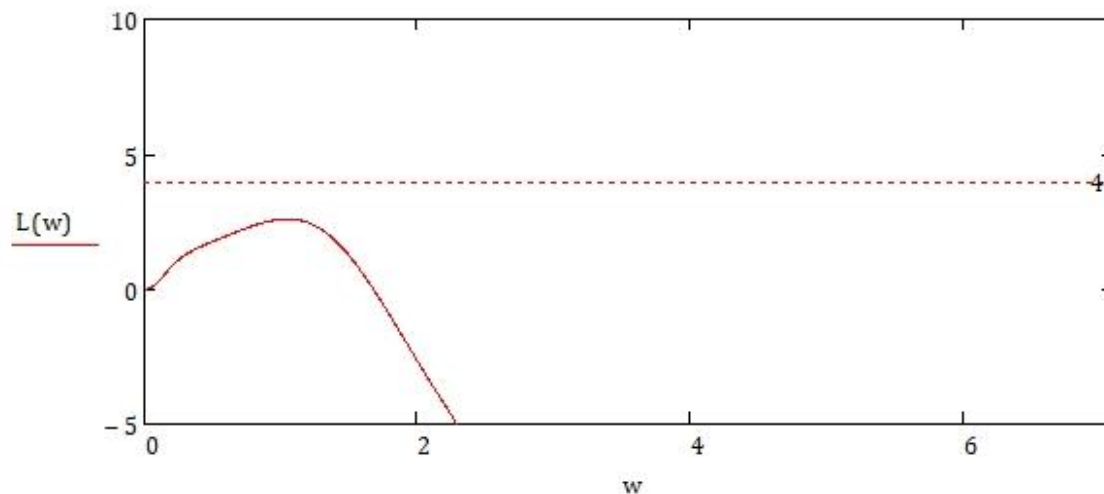


Figura 3. Gráfica de L para F=3

Ahora para  $F=3$ , se observa que el máximo de  $L$  es menor que 4. Luego usemos el punto intermedio entre  $F=2$  y  $F=3$  que es  $F=2.5$

#### Cuarta iteración

$$F = 2.5$$

$$G_C(s) = \begin{bmatrix} \frac{K_{c11}}{F} \cdot \left(1 + \frac{1}{F \cdot T_{i11} \cdot s}\right) & 0 \\ 0 & \frac{K_{c22}}{F} \cdot \left(1 + \frac{1}{F \cdot T_{i22} \cdot s}\right) \end{bmatrix}$$

$$G_C(s) = \begin{bmatrix} -\frac{0.15}{s} - 1.5 & 0 \\ 0 & \frac{0.652}{s} + 2.28 \end{bmatrix}$$

$$W(\omega) = -1 + \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + G(i\omega) \cdot G_C(i\omega) \right|$$

$$L(\omega) = 20 \log \left( \left| \frac{W(\omega)}{1 + W(\omega)} \right| \right)$$

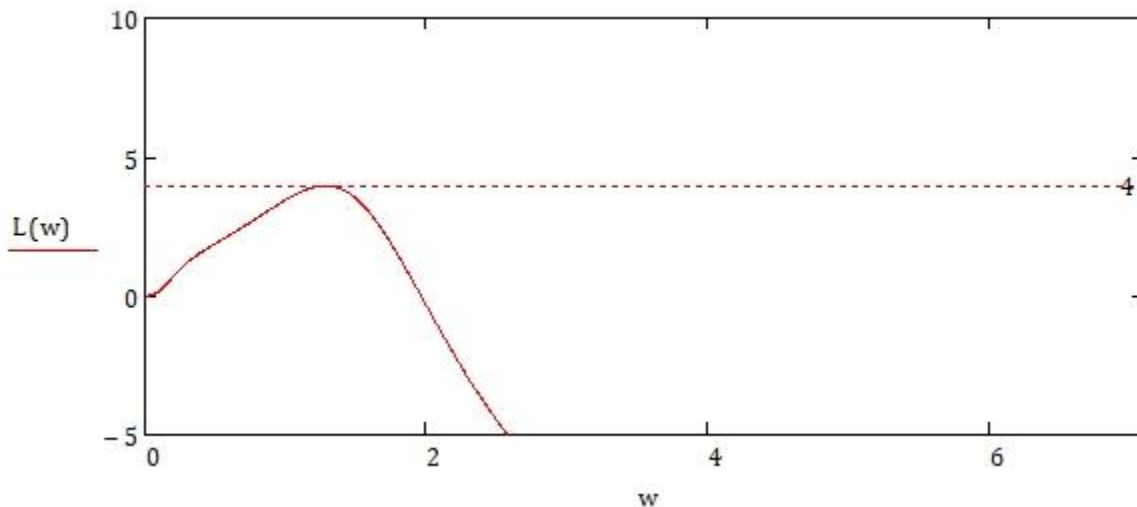
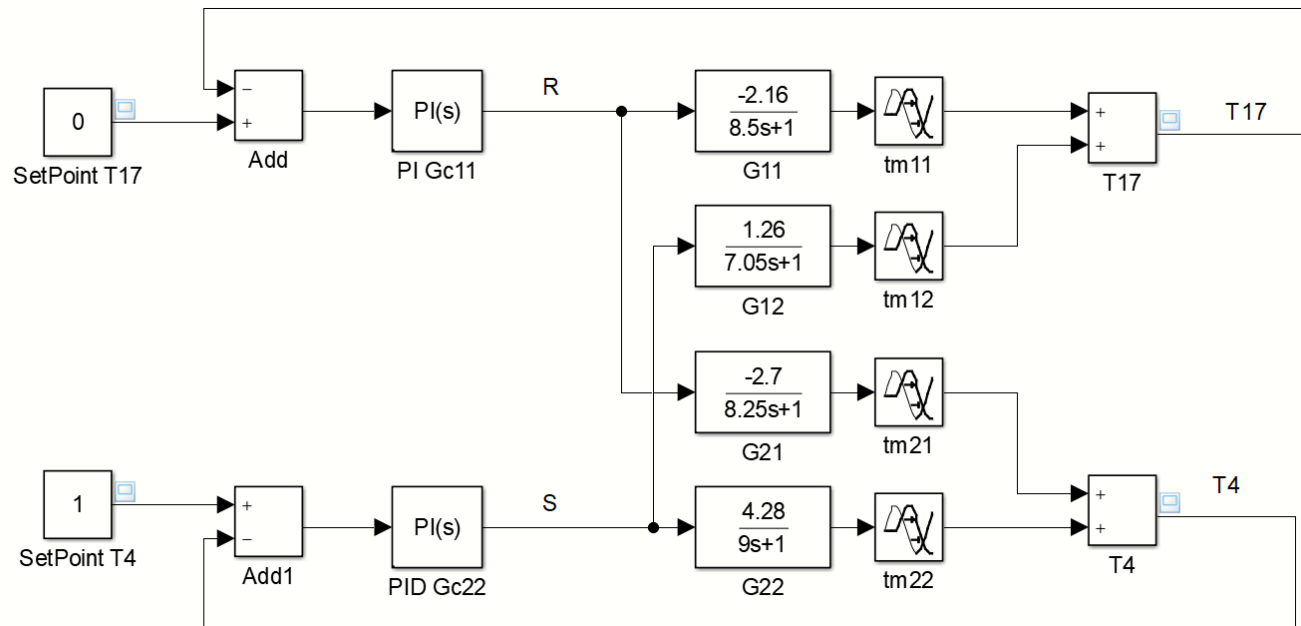


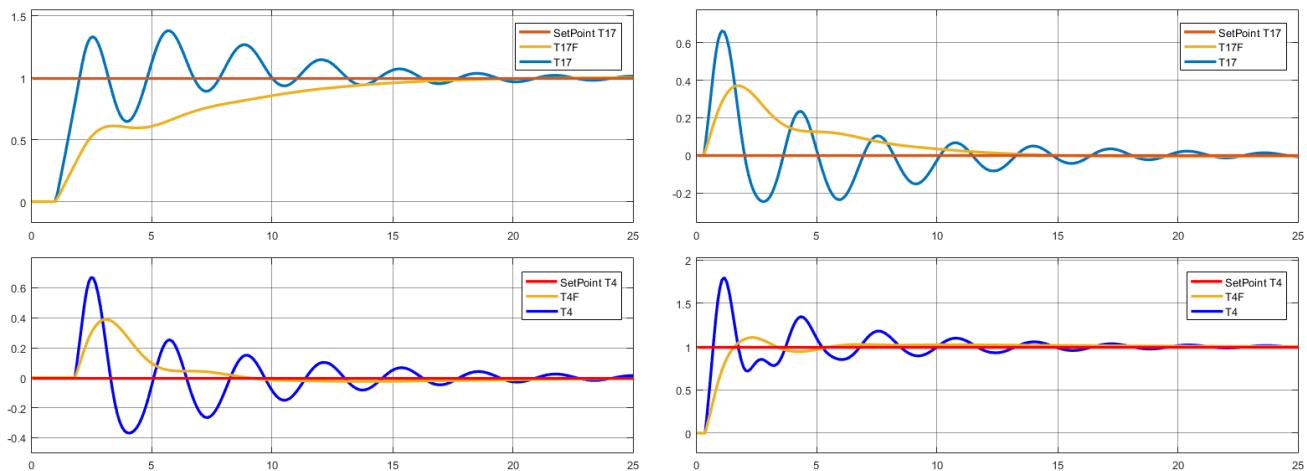
Figura 4. Gráfica de  $L$  para  $F=2.5$

Ahora para  $F=2.5$ , se observa que el máximo de  $L$  es aproximadamente 4. Tomamos el valor de  $F=2.5$  como el factor de desacoplamiento deseado. Con esto, se puede implementar el sistema de control en MATLAB. En la Figura 5 se muestra el diagrama de bloques de la implementación de este sistema de control descentralizado. Los parámetros del controlador PI fueron convertidos a lo requerido por MATLAB (como se indicó en la *lectura 1 - Sistemas de control multivariable*).

En la Figura 6 se presenta la respuesta del sistema de control cuando se utiliza el factor de desacoplamiento  $F$  en el controlador y cuando no se incluye. En la leyenda de las figuras puede verse la  $F$  para indicar que está presente el factor de desacoplamiento  $F$  del método BLT.



**Figura 5. Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado descentralizado**



Cambio del set point de T17

Cambio del set point de T4

**Figura 6. Comparación de los controladores con y sin BLT**

Como puede verse, los sistemas de control que se obtienen al usar este método tienen un tiempo de subida más largo, que disminuye el comportamiento oscilatorio alrededor del valor final.

## Resumen.

Se presentó el método BLT para el diseño de controladores diagonales. El método consiste en el cálculo de un factor F que disminuye la ganancia proporcional y aumenta el tiempo integral. Este efecto es similar al propuesto en la *lectura 1 – Sistemas de control multivariable*, en el que se proponía disminuir la ganancia proporcional del controlador e incrementar el tiempo integral para mejorar el desempeño del controlador, sin embargo, el procedimiento presentado en este



documento es sistemático y no requiere de ensayo y error. Para lograrlo, es necesario implementar funciones dependientes de la frecuencia. Este procedimiento requiere el uso indispensable de un software (ya sea Excel, MATLAB o cualquier otro adecuado) para determinar eficientemente la curva de L, ya que su representación determina el curso del procedimiento iterativo presentado.

## Referencias

- Luyben, W. (1992). *Practical Distillation Control*. New York: Van Nostrand Reinhold.
- Luyben, W. L. (1999). *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*. Singapore: McGraw Hill.
- Luyben, W. L., & Luyben, M. L. (1997). *Essentials of Process Control*. Singapore: McGraw-Hill.
- O'Dywer, A. (2009). *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*. London: Imperial College Press.
- Seborg, D. E., Edgar, T. F., & Mellichamp, D. A. (1989). *Process Dynamics and Control*. John Wiley & Sons.