

Evaluación del valor presente neto de un proyecto en un ambiente inflacionario a través de parámetros difusos

Autores

Juan Pablo Requez, juanrequez@gmail.com

Andy Toro, andytorom@gmail.com

Se propone un modelo difuso para el cálculo de la rentabilidad del proyecto. Para esto es necesario conocer el número de meses requeridos para la ejecución de este, los flujos de caja esperados y la inversión inicial, así como una estimación en lenguaje cotidiano del rango alrededor del cual se encuentran la tasa de descuento y la tasa de inflación. Una mayor descripción de estas cantidades se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1: Variables requeridas en el modelo de cálculo de rentabilidad difuso propuesto

Variable	Significado (unidad)	Tipo de número	Descripción
n	Períodos (meses)	Número nítido	Corresponde al número de meses que durará el proyecto
P_0	Inversión inicial (Bs)	Número Nítido	Corresponde al monto en bolívares que debe utilizarse en la ejecución del proyecto, sin incluir la ganancia esperada del proyecto. Este monto se calcula en el instante cero, es decir, en el punto de inicio del proyecto. Se usa como un número positivo
P_i	Flujos de caja (Bs)	Número nítido	Corresponde a los desembolsos esperados del cliente como parte de pago parcial o total de la obra. Están distribuidos de forma uniforme en los períodos establecidos en la descripción del proyecto
\tilde{r}	Tasa de interés nominal (%)	Número difuso triangular	Corresponde a una estimación de la tasa de descuento nominal mensual aplicable al período. Requiere una cuantificación en lenguaje cotidiano del rango alrededor del cual se encuentra el valor, y un número real positivo r .
\tilde{f}	Tasa de inflación (%)	Número difuso triangular	Corresponde a la tasa de inflación mensual aplicable al lapso de tiempo de ejecución del proyecto. Requiere una cuantificación en lenguaje cotidiano del rango alrededor del cual se encuentra el valor.

La tasa de interés nominal y la tasa de inflación se describen como números difusos asociados con una etiqueta lingüística que puede ser *nítido*, *cercano a*, *alrededor de*, *rango medio* y *rango alto*. Estas etiquetas definen a los números difusos de la inflación y la tasa de interés nominal en forma de números difusos

triangulares, con una implementación de las variables descritas en la Tabla 2 y Tabla 3. El número difuso de etiqueta “*cercano a*” presenta una desviación alrededor del valor central de 25%, el “*alrededor de*” con una desviación del 50%, “*rango medio*” con 75% y “*rango amplio*” con 100% de desviación alrededor del valor central.

Tabla 2: Descripción de tasa de interés nominal difusa

Nombre	Tasa de interés nominal	
Valor central	r	
Valor Lingüístico asociado		
Etiqueta	Extremos del número difuso triangular	Parámetros del número difuso triangular (a_1, a_2, a_3)
Nítido	$r \pm 0$	(r, r, r)
Cercano a	$r \pm 0.25r$	($0.75r, r, 1.25r$)
Alrededor de	$r \pm 0.50r$	($0.5r, r, 1.5r$)
Rango medio	$r \pm 0.75r$	($0.25r, r, 1.75r$)
Rango amplio	$r \pm r$	($0, r, 2r$)

Tabla 3: Descripción de tasa de inflación difusa

Nombre	Tasa de Inflación	
Valor central	f	
Valor Lingüístico asociado		
Etiqueta	Extremos del número difuso triangular	Parámetros del número difuso triangular (a ₁ , a ₂ , a ₃)
Nítido	f ± 0	(f, f, f)
Cercano a	f ± 0.25f	(0.75f, f, 1.25f)
Alrededor de	f ± 0.50f	(0.5f, f, 1.5f)
Rango medio	f ± 0.75f	(0.25f, f, 1.75f)
Rango amplio	f ± f	(0, f, 2f)

A manera de ejemplo, se presenta en la Figura 1 los cuatro números difusos resultantes para un porcentaje de inflación o de tasa de interés de 10% para las etiquetas “*cercano a*”, “*alrededor de*”, “*rango medio*” y “*rango amplio*”. Cuando se utiliza la etiqueta “*nítido*”, el número difuso es un número convencional. Obsérvese que el rango de cobertura del número difuso sobre el eje real es más amplio para la etiqueta “*rango amplio*”. La pertenencia del número difuso triangular representa la medida en la que un valor del eje x corresponde a la característica de la tasa que se considera, es decir, que a medida que el número en el eje x está relacionado con un número mayor de pertenencia, más parecido al valor central es el número. Si el rango o soporte es más amplio, entonces una mayor cantidad de números reales es considerada como parte de un cálculo asociado al número difuso. En general, mientras menos se conozca el valor central o mayor variabilidad se espere del interés o de la inflación, deberá seleccionarse la posibilidad de un rango mayor para él. Esto está asociado con una etiqueta lingüística que caracteriza en el lenguaje cotidiano la incertidumbre que se tiene del número. Por ejemplo, si el número se conoce con precisión se dice que es

cercano al valor esperado, y si se conoce como una estimación muy imprecisa se puede decir que es un valor esperado en un rango amplio.

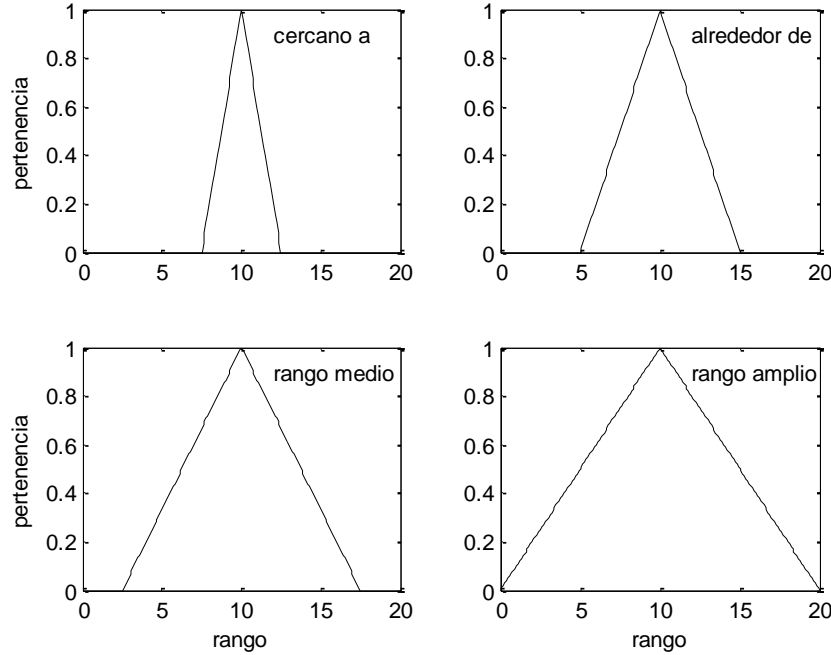


Figura 1. Números difusos triangulares para las etiquetas lingüísticas definidas.

La evaluación del valor presente neto se realiza a través de la implementación de la (1), que está basada en la ecuación del valor presente neto aplicado a parámetros difusos, con las operaciones aritméticas sobre números difusos triangulares.

$$(\widetilde{VPN}) = P_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\tilde{P}_i}{(1 + \tilde{r})^i (1 + \tilde{f})^i} \quad (1)$$

El resultado obtenido (\widetilde{VPN}) es un número difuso triangular, pero cuyo punto central no está en el medio del rango, por lo tanto, es un número triangular no simétrico. La interpretación del número difuso resultante considera los tres parámetros del número difuso, el valor central b y los dos de extremos a , c . Para la aceptación del proyecto asociado a este número difuso $(\widetilde{VPN}) = (a, b, c)$ se establecen los siguientes criterios:

- 1) Si a y c son positivos, el proyecto es rentable y se recomienda aceptarlo
- 2) Si a es negativo y c es positivo, entonces el proyecto puede ser rentable pero con riesgo.

- Si el número ordinario asociado es positivo, entonces el riesgo es aceptable y se recomienda aceptarlo.
- Si el número ordinario asociado es negativo, entonces el riesgo es inaceptable y se recomienda rechazarlo.

El número ordinario asociado corresponde al menor de los tres siguientes números ordinarios: el de Kahraman y Bozdag de la ecuación (2), el de Liou y Wang de la ecuación (3) y el de Chiu y Park de la ecuación (4)

$$VPN_{ord}^1 = \frac{a + 2b + c}{4} \quad (2)$$

$$VPN_{ord}^2 = \frac{w(a + b) + (1 - w)(b + c)}{2} \quad (3)$$

$$VPN_{ord}^3 = \frac{a + b + c}{3} + wb \quad (4)$$

Como ejemplo se presentan dos casos de cálculo del valor presente neto difuso y su evaluación a través de los criterios descritos anteriormente. En la Tabla 4 se describen los datos de los casos de estudio para la evaluación de este índice de rentabilidad. Estos ejemplos muestran lo siguiente: en el primer caso, se tiene una inversión cuyo monto es igual a los flujos de caja esperados en donde es evidente que, como se considera que haya inflación y además con la presencia de interés, el valor presente neto será negativo y el proyecto debe rechazarse; en el segundo caso no se conoce si el proyecto será rentable o no.

Los resultados numéricos de los ejemplos se presentan en la Tabla 5. Para ambos casos, el VPN fue calculado usando números reales nítidos y sus valores difusos. Se observa que el primer ejemplo posee extremo inferior a y superior c negativos, como era de esperarse, y el proyecto se considera no rentable, como se esperaba. Para el segundo, el extremo inferior es negativo y el superior es positivo, lo que implica que existe algún riesgo en la ejecución del proyecto, sin embargo, el número ordinario menor, que en este caso es el de Kahmaran y Bozdag, es positivo, por lo que se recomienda aceptarlo con riesgo. En la Figura 2 se presentan el VPN difuso y su comparación con el VPN convencional para estos dos ejemplos.

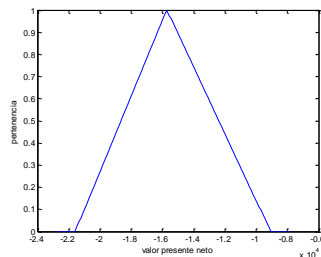
Tabla 4: Datos de los ejemplos de cálculo de VPN difuso

Ejemplo 1	Períodos (meses)	2
	Inversión (Bs.)	100000
	Flujos de caja (Bs.)	50000
	Tasa de interés	Cercano a 2%
	Tasa de inflación	Alrededor de 10%
Ejemplo 2	Períodos (meses)	2

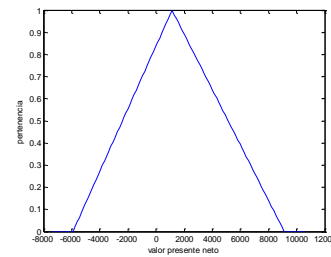
Inversión (Bs.)	100000
Flujos de caja (Bs.)	60000
Tasa de interés	Cercano a 2%
Tasa de inflación	Alrededor de 10%

Tabla 5: Resultados obtenidos para los ejemplos de cálculo

	Ejemplo 1	Ejemplo 2
VPN usando datos nítidos	-15719	1137.19
Extremo inferior (a)	-21596.76	-5916.12
Extremo superior (c)	9063.74	9123.51
Número ordinario Kahmaran y Bozdag	-15663	1370.45
Número ordinario Liou y Wang	-14291	4378.38
Número ordinario Chiu y Park	-17216	1561.92
Conclusión	No aceptar	Aceptar (con riesgo)



(a)



(b)

Figura 2. Números difusos triangulares para los ejemplos de cálculo: (a) para el ejemplo 1 y (b) para el ejemplo 2

Otro de los aspectos relevantes de este par de ejemplos es que el VPN convencional no es capaz de indicar si existe la posibilidad de que el proyecto sea no rentable, aún considerando que exista inflación elevada, como la propuesta. El cálculo del VPN difuso presenta un rango de valores posibles para el resultado, algunos menos promisorios (que poseen una elevación menor en sus representaciones triangulares) pero que representan un grado de incertidumbre. Esto es deseable porque si se estableciera otro criterio en el que se rechace un proyecto con riesgos, el cálculo del VPN ordinario no podría ayudar a decidir. De acuerdo con los requisitos de STARTEL para la evaluación rápida de la rentabilidad, el uso del VPN difuso permite evaluar la rentabilidad y observar la presencia de riesgos que pueden reportarse en el estudio de factibilidad, a fin de establecer estrategias que permitan evitar los riesgos sin rechazar al cliente.

Implementación computacional del modelo de determinación de rentabilidad difuso

Para la evaluación computacional del VPN difuso descrito en la sección anterior, se elaboró un software de cálculo en Matlab. El software consta de una interfaz de usuario en donde se introducen valores de inflación en porcentaje y su etiqueta lingüística; de interés nominal y su etiqueta lingüística, el monto de desembolso

inicial, los desembolsos en períodos mensuales en el futuro y el número de períodos donde se reciben esos pagos. En la misma interfaz gráfica de usuario se presentan los resultados obtenidos por el programa que incluyen el rango de valores y los números ordinarios de Kahraman y Bodgaz, de Liou y Wang, y de Chiu y Park. La interfaz gráfica de usuario se presenta en la Figura 3.

El uso de la interfaz fue programado para que cada cambio que se haga en ella active el motor de cálculos y se presenten los resultados. Esto quiere decir que el usuario no necesita utilizar una tecla de ejecutar, y que los cambios realizados le permiten observar instantáneamente el resultado en la pantalla de la interfaz. La interfaz produce además dos imágenes: en la primera se muestran los números difusos resultantes para el interés nominal y la inflación, lo que permite observar los rangos de estas cantidades. La segunda figura presenta el VPN difuso resultante del cálculo. En la Figura 4 se presentan estas imágenes.

El software implementa las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de números triangulares difusos, así como la operación de potenciación con exponente entero positivo, que es una multiplicación anidada de números difusos. Otras funciones permiten calcular el número ordinario asociado, la evaluación de la pertenencia de un número real al número difuso de interés y el cálculo del valor presente neto. Todas las funciones fueron implementadas en Matlab. En la Tabla 6 se presentan estas funciones.

Figura 3. Interfaz de usuario para el cálculo del VPN difuso

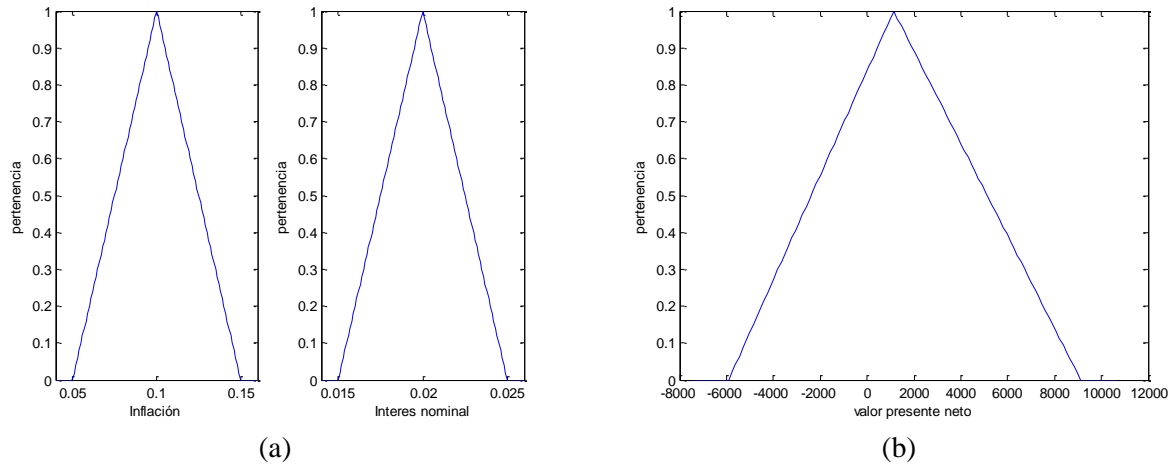


Figura 4. Resultados del software de cálculo del VPN difuso: (a) los números difusos resultantes para la inflación y el interés nominal y (b) el VPN difuso calculado

Tabla 6: funciones implementadas para el cálculo del VPN difuso en Matlab

Función	Descripción
suma.m	calcula la suma de dos números difusos triangulares
producto.m	calcula el producto de dos números difusos triangulares
division.m	calcula la división de dos números difusos triangulares
potencia.m	calcula la multiplicación anidada de un número difuso triangular por si mismo
evaltriangular.m	evalua la pertenencia de un número real a un número difuso triangular
ordinario.m	calcula el número ordinario asociado a un número difuso triangular
valoractualneto.m	calcula el valor presente neto difuso para los elementos necesarios
ValorPresente.m	Ejecuta la interfaz gráfica y las operaciones necesarias para actualizarla y mostrar los resultados para los datos suministrados en ella.

Si al usar el software se eligen interés e inflación nítidas, el resultado obtenido por el índice de Kahraman y Bozdag o el de Liou y Wang corresponden al valor presente neto convencional. Como cada número ordinario es a su vez un número difuso, el índice de Chiu y Park igual puede evaluarse, y no coincide con el valor anterior.

Si se desea usar el software para cálculos más sofisticados, como por ejemplo usando n desembolsos diferentes o tasas de interés nominal y de inflación no simétricas, es posible hacerlos usando las funciones descritas en la Tabla 6.