

# Controladores PID difusos para un proceso de evaporación de circulación forzada

Juan Pablo Requez Vivas

1398086

juanrequez@gmail.com

**Resumen:** Se presenta un análisis experimental del diseño de controladores difusos basados en los controladores clásicos Proporcional-Integral-Derivativo (PID). En particular se describe el procedimiento para la conversión directa de controladores convencionales a tres formas difusas de ellos usando el modelo de inferencia Mamdani, el de Takagi-Sugeno y el de Tsukamoto. Estos controladores son implementados sobre el modelo lineal normalizado de un proceso de evaporación de circulación forzada. Se muestra las diferencias entre la implementación en cada sistema de inferencia y los efectos que estas diferencias tienen sobre el mismo y se compara con otros controladores difusos diseñados previamente para el sistema no lineal asociado.

**Palabras clave:** Control Difuso; Controladores PID difusos; Evaporador de circulación forzada, Modelo difuso Mamdani; Modelo difuso Takagi-Sugeno; Modelo Difuso Tsukamoto.

## I. INTRODUCCIÓN

La mayor cantidad de los controladores utilizados en los procesos industriales son controladores PID [1]. Cuando se desea regular a un proceso alrededor de la referencia, se usa como entrada para el PID el error y su variación, y es de esperarse que estas variables también se usen para un controlador difuso. El problema principal de la utilización de un controlador difuso, es que, por ser un controlador no lineal, presenta dificultades para su diseño, comprobación y verificación de funcionamiento en el momento de diseño.

Se presenta un algoritmo [1] que permite entonar los parámetros de un controlador difuso basado en los parámetros de entonamiento de un controlador PID convencional. Para ello se puede realizar el entonamiento de un controlador PID y luego reemplazarlo por un controlador difuso realizando algunos cálculos sobre los parámetros de entonamiento. El procedimiento descrito permite, conocido un modelo de un proceso, obtener un controlador difuso no lineal basado en el procedimiento de entonamiento de un controlador PID.

### A. Generalidades de la lógica difusa

El concepto de conjunto difuso es una generalización del concepto clásico de conjunto. La diferencia fundamental estriba en que, mientras que en la teoría clásica de conjuntos un determinado elemento puede pertenecer a

un conjunto o no hacerlo, en la teoría de conjuntos difusos un elemento puede pertenecer a más de un conjunto con diferentes grados de pertenencia.

El grado de pertenencia de  $x$  al conjunto  $A$ ,  $\mu_A(x)$ , es un número real dentro del intervalo  $[0, 1]$  que indica en qué proporción pertenece un determinado elemento a un conjunto. De este modo, si un elemento tiene un grado de pertenencia cero respecto a un conjunto dado, será equivalente a decir que dicho elemento no pertenece a dicho conjunto. Análogamente, si un elemento tiene un grado de pertenencia uno, se dirá que dicho elemento se encuentra totalmente dentro del conjunto.

La función de pertenencia describe el grado de pertenencia de los diferentes elementos del universo de discurso al conjunto difuso. La elección de la forma de la función de pertenencia es subjetiva y dependiente del contexto. La Fig. 1 muestra algunas de las funciones de pertenencia más comunes

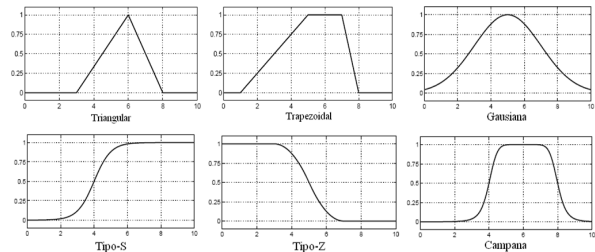


Fig. 1 Funciones de pertenencia usuales [2]

### B. Modelo de inferencia de Mamdani

El modelo de inferencia mamdani posee cuatro pasos básicos:

#### 1) Difusificación (Fuzzification)

Se toman las entradas del sistema y se determina el grado de pertenencia de cada valor a los conjuntos difusos respectivos.

#### 2) Evaluación de reglas

Las entradas difusificadas son aplicadas a los antecedentes de las reglas difusas. Si una regla difusa tiene múltiples antecedentes, el operador AND u OR se usa para obtener un número único que representa a la evaluación de los antecedentes. Para la evaluación numérica de una disyunción por lo general se utiliza el operador de unión, como se muestra en la Eq. (1).

$$\mu_{(A \cup B)}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (1)$$

Para la evaluación de la conjunción se usa el operador de intersección, como se muestra en Eq. (2)

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (2)$$

Luego el resultado de la evaluación del antecedente de la regla se aplica a función de pertenencia del consecuente de la regla. El método más común [3] es el truncamiento de la función de pertenencia al nivel del el grado de verdad del antecedente.

### 3) Agrupación de las salidas de las reglas

Las funciones de pertenencia de todos los consecuentes de las reglas previamente truncadas son combinadas en un conjunto difuso único.

### 4) Desdifusificación (defuzzification)

Se determina el valor de salida a través de la determinación del centro de área resultante del conjunto de agrupación de las salidas. Por lo general, se utiliza un estimado del centro de área a través de la discretización del conjunto de salida.

Una representación del funcionamiento del modelo de inferencia de Mamdani se muestra en la Fig. 2.

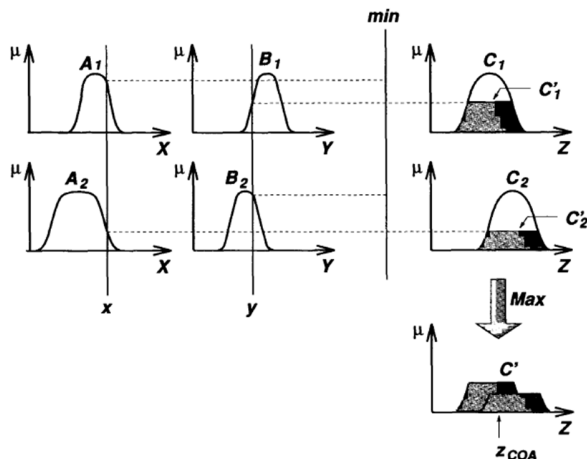


Fig. 2. Ilustración del modelo de inferencia de Mamdani [4]

### C. Modelo de Inferencia de Takagi-Sugeno

El modelo de inferencia de Takagi-Sugeno modifica la evaluación de las reglas al asignar una función matemática al consecuente de cada regla. Es más eficiente computacionalmente y es más conveniente para el análisis matemático y en análisis de sistemas, garantizando continuidad de la superficie de respuesta [5].

#### 1) Difusificación (Fuzzification)

Se toman las entradas del sistema y se determina el grado de pertenencia de cada valor a los conjuntos difusos respectivos.

#### 2) Evaluación de reglas

Las entradas difusificadas son aplicadas a los antecedentes de las reglas difusas.

Para la evaluación de la conjunción se usa el operador de intersección como el producto de las pertenencias de los antecedentes, como se muestra en (3)

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \mu_B(x) \quad (3)$$

Luego el resultado de la evaluación del antecedente de la regla se calcula la función matemática que determina la salida de esa regla en particular, y depende de los valores de las entradas.

### 3) Valor final

El valor final del sistema de inferencia se calcula con la media ponderada de cada uno de los resultados de cada regla.

Una representación del funcionamiento del modelo de inferencia de Takagi-Sugeno se muestra en la Fig. 3

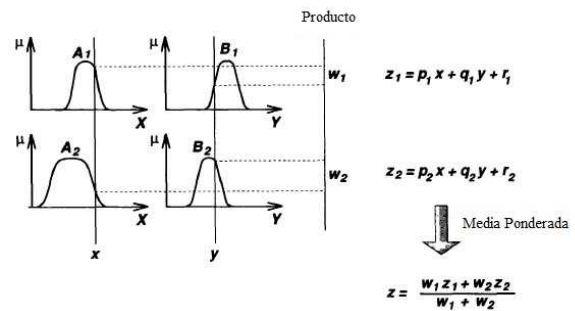


Fig. 3. Ilustración del funcionamiento del modelo de inferencia de Takagi-Sugeno [4]

### D. Modelo de inferencia de Tsukamoto

En el modelo de inferencia de Tsukamoto, el consecuente de cada regla es representado por una función de pertenencia monótonica, por lo tanto, la salida inferida es determinada como el valor de la variable de salida que produce el nivel de activación de la regla determinado en la evaluación del antecedente [4]. Igual que en el modelo de Takagi-Sugeno, la salida completa es la media ponderada de las entradas. Una representación del funcionamiento del modelo de Inferencia de Tsukamoto se muestra en la Fig. 4.

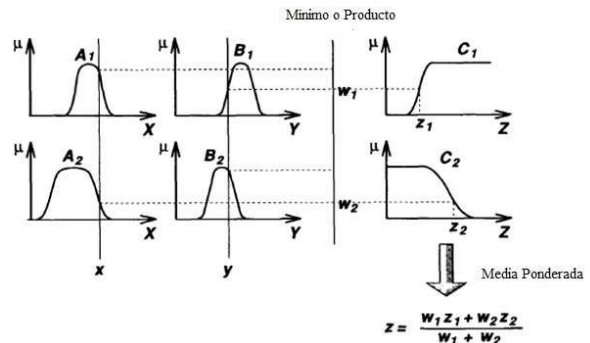


Fig. 4. Ilustración del funcionamiento del modelo de inferencia de Tsukamoto [4]

E. Algoritmo de conversión aproximada de controladores PID en controladores difusos

1) Entonamiento de un controlador PID.

Un controlador PID general está descrito por

$$u = K_p \left( e + \frac{1}{T_i} \int_0^t e * dt + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (4)$$

Donde

$K_p$  es la ganancia proporcional

$T_i$  es el tiempo integral

$T_d$  es el tiempo derivativo

Esta ecuación puede ser discretizada a través de la utilización del período de muestreo del proceso,  $T_s$ , la cual conduce, de forma aproximada, a representarla de esta manera

$$u_n = K_p \left( e_n + \frac{1}{T_i} \sum_{j=1}^n e_j T_s + T_d \frac{e_n - e_{n-1}}{T_s} \right) \quad (5)$$

Esta nueva representación será útil para observar las entradas del controlador difuso.

Se conocen muchos procedimientos para el entonamiento de un controlador PID basado en un modelo de identificación del proceso. Los valores adecuados de  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  se pueden conseguir con distintos procedimientos.

2) Obtención del controlador difuso.

El controlador difuso debe analizarse de acuerdo al tipo de controlador que se requiera para el sistema. Existe una configuración diferente para cada controlador, ya sea Proporcional (P), Proporcional-Derivativo (PD), proporcional-Integral (PI) y proporcional-Integral-Derivativo (PID). A fin de garantizar la conversión se pueden tener en cuenta las siguientes condiciones:

a) Universo de entrada:

- Los conjuntos de entrada deben ser suficientemente grandes para estar contenidas dentro de los límites (no hay saturación)
- Los conjuntos deben ser triangulares y cortar a sus vecinos en el valor de membresía  $\mu=0.5$

b) Número de reglas:

- Debe aplicarse la combinación AND (y) de todos los términos. Los conjuntos de salida deben triangulares con el pico en la posición de la suma los picos de los conjuntos de entrada.
- Las reglas se describen como el producto cartesiano de los conjuntos de entrada.

c) Conectivo lógico:

- Para garantizar la linealidad, se debe escoger el producto algebraico para el conectivo Y (AND). El método de

desdifusificación debe ser el Centro de Gravedad.

F. Procedimiento para convertir las ganancias de un controlador PID a uno difuso:

1) Controlador Proporcional Difuso (FP):

- 1) La entrada es el error  $e$
- 2) Determine el rango del error  $e$ ,  
 $e \in [-e_r, e_r]$  (6)
- 3) Determine el valor de GE de manera que E tenga un rango  $[-1, 1]$ ,  
 $GE = 1/e_r$  (7)
- 4) Calcule GU de manera que  $GE * GU = K_p$   
 $GU = K_p / GE = e_r K_p$  (8)

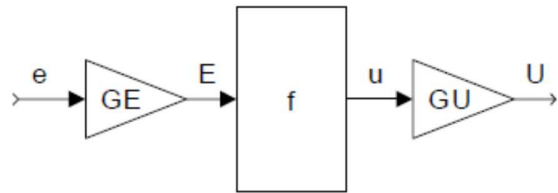


Fig. 5 controlador FP

2) Controlador Proporcional Integral (FPI)

Se representa como un controlador proporcional integral con acción de incremento

- 1) Las entradas son el error  $e$  y el cambio del error  $ce$
- 2) Determine el rango del error  $e$ ,  
 $e \in [-e_r, e_r]$  (9)
- 3) Determine el valor de GE de manera que E tenga un rango  $[-1, 1]$ ,  
 $GE = 1/e_r$  (10)
- 4) Determine el valor de GCE de manera que  $GE/GCE = 1/T_i$   
 $GCE = T_i GE$  (11)
- 5) Determine GCU de manera que  $GCE * GCU = K_p$

$$GCU = \frac{K_p}{GCE} \quad (12)$$

$K_p/GCE$

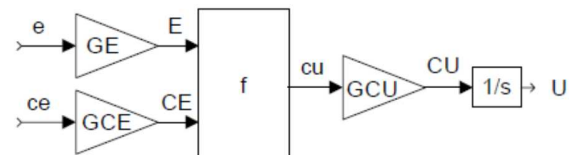


Fig. 6. Controlador FPI

3) Controlador Proporcional Integral derivativo difuso (FPD+I)

- 1) Las entradas son el error  $e$ , el cambio del error  $ce$  y la integral del error  $ie$
- 2) Determine el rango del error  $e$ ,

$$e \in [-e_r, e_r] \quad (13)$$

- 3) Determine el valor de GE de manera que E tenga un rango [-1, 1],

$$GE = 1/e_r \quad (14)$$

- 4) Calcule GU de manera que  $GE \cdot GU = K_p$   
 $GU = K_p/GE$  (15)

- 5) Calcule GCE de manera que  $GCE/GE = T_d$   
 $GCE = T_d \cdot GE = T_d/e_r$  (16)

- 6) Calcule GIE de manera que  $GIE/GE = 1/T_i$   
 $GIE = GE/T_i$  (17)

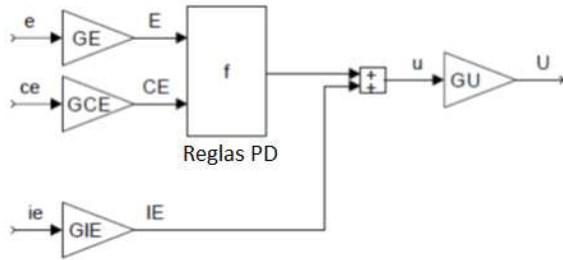


Fig. 7. Controlador FPD+I

Tabla 1. Parámetros de entonamiento de los controladores PID difusos a partir de los parámetros de entonamiento del PID clásico

	GE	GIE	GCE	GU
FP	$1/e_r$			$e_r K_p$
FPI	$1/e_r$		$T_i/e_r$	$e_r K_p/T_i$
FPD+I	$100/e_r$	$1/(e_r \cdot T_i)$	$T_d/e_r$	$e_r \cdot K_p$

## II. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

### A. Modelo del evaporador

En el modelo del evaporador de circulación forzada presentado en [6] [7], la alimentación se mezcla con un gran flujo volumétrico de recirculación de disolución concentrada, y se bombea hacia el intercambiador de calor vertical. En el intercambiador de calor se emplea vapor de agua que condensa en la pared exterior de los tubos. El líquido que pasa por el interior de los tubos, en ebullición, pasa al separador, donde el líquido y el vapor se separan. Parte del líquido concentrado es retirado como producto, mientras la mayor parte es recirculado al sistema. El vapor es condensado por enfriamiento, utilizando agua como refrigerante.

El modelo matemático del evaporador de circulación forzada de tubos verticales descrito por [6], fue obtenido a partir de balances de materia y energía. El modelo está conformado por tres ecuaciones diferenciales y nueve ecuaciones algebraicas. En la Tabla 1 se presentan las variables dinámicas relacionadas con la descripción del proceso, sus valores en estado estacionario y las unidades de ingeniería en que son expresadas, y se muestran esquemáticamente en la figura 1,. En la Tabla 2 se listan

parámetros que son asumidos como constantes en el modelo.

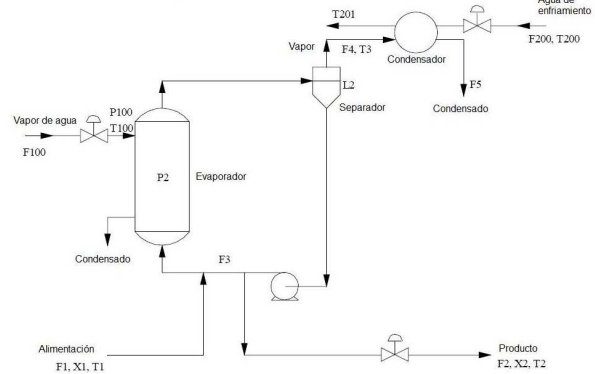


Fig. 8. Diagrama del proceso

Tabla 2. Variables del evaporador [6].

	Descripción	Valor	Unidad
F1	Flujo másico de alimento diluido	10,0	kg/min
F2	Flujo másico de alimento concentrado	2,0	kg/min
F3	Flujo másico de recirculación	50,0	kg/min
F4	Flujo de vapor	8,0	kg/min
F5	Flujo de condensado	8,0	kg/min
X1	Concentración de soluto en el alimento diluido	5,0	%
X2	Concentración de soluto en el alimento concentrado	25,0	%
T1	Temperatura del alimento diluido	40,0	°C
T2	Temperatura del alimento concentrado	84,6	°C
T3	Temperatura del vapor	80,6	°C
L2	Nivel en el separador	1,0	m
P2	Presión de operación del evaporador	50,5	kPa
F100	Flujo de vapor de agua	9,3	kg/min
T100	Temperatura de vapor de agua	119,9	°C
P100	Presión de vapor de agua	194,7	kPa
Q100	Potencia del rehervidor	339,0	kW
F200	Flujo de agua de enfriamiento	208,0	kg/min
T200	Temperatura de entrada del agua de enfriamiento	25,0	°C
T201	Temperatura de salida del agua de enfriamiento	46,1	°C
Q200	Potencia del condensador	307,9	kW

Tabla 3. Parámetros constantes del modelo [6].

	Descripción	Valor	Unidad
$\rho A$	Producto de la densidad del líquido y el área de la sección transversal del separador	20,0	kg/m
M	Cantidad de líquido en el evaporador	20,0	kg
C	Constante que convierte la masa de vapor en su equivalente de presión	4,0	kg/kPa
$C_p$	Capacidad calorífica del líquido y del agua de enfriamiento	0,07	kW/(K.kg.min)
$\lambda$	Calor latente de vaporización del líquido y del agua de enfriamiento	38,5	kW/(kg.min)
$\lambda_s$	Calor latente del vapor de agua a las condiciones de saturación.	36,6	kW/(kg.min)

$$\rho A \frac{dL2}{dt} = F1 - F4 - F2 \quad (18)$$

$$\frac{MdX2}{dt} = F1X1 - F2X2 \quad (19)$$

$$C \frac{dP2}{dt} = F4 - F5 \quad (20)$$

$$T2 = 0.5616P2 + 0.3126X2 + 48.43 \quad (21)$$

$$T3 = 0.507P2 + 55 \quad (22)$$

$$F4 = \frac{Q100 - F1 C_p (T2 - T1)}{\lambda} \quad (23)$$

$$T100 = 0.1538 P100 + 90 \quad (24)$$

$$Q100 = UA1 (T100 - T2) \quad (25)$$

$$UA1 = 0.16(F1 + F3) \quad (26)$$

$$F100 = \frac{Q100}{\lambda_s} \quad (27)$$

$$T201 = T200 + \frac{Q200}{F200 C_p} \quad (28)$$

$$F5 = \frac{Q200}{\lambda} \quad (29)$$

También [6] suministra un modelo linealizado y normalizado para el proceso de evaporación.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.10455 & 0.37935 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & -0.10340 \times 10^{-1} & -0.54738 \times 10^{-1} \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} -0.1 & -0.37266 & 0 \\ -0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.36914 \times 10^{-1} & -0.75272 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} -0.3667 & 0.3860 & 0 & -0.3636 \times 10^{-1} & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.3630 \times 10^{-1} & 0.3226 \times 10^{-2} & 0 & 0.35972 \times 10^{-2} & 0.1778 \times 10^{-1} \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{dX}{dt} = AX + B_1 U_1 + B_2 U_2 \quad (31)$$

$$Y = CX$$

$$X = [L2^N \ X2^N \ P2^N]^T$$

$$U_1 = [F2^N \ P100^N \ F200^N]^T$$

$$U_2 = [F3^N \ F1^N \ X1^N \ T1^N \ T200^N]^T \quad (32)$$

Donde, para cada variable  $W^N$  normalizada en la ecuación 15, referida a la tabla 2, se puede calcular usando su valor de estado estacionario  $W_{ss}$  según:

$$W^N = \frac{W - W_{ss}}{W_{ss}} \quad (33)$$

El sistema descrito [6] posee ocho entradas y tres salidas y se indica que el apareamiento adecuado para las variables es el siguiente

Tabla 4. Apareamiento sugerido de las variables del proceso

Variable manipulada	Variable Controlada
F2	L2
F200	P2
P100	X2

La implementación en Simulink del modelo lineal de la planta se muestra en la Fig. 9.

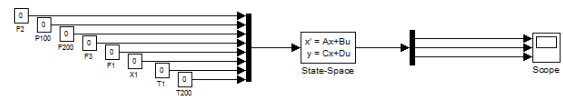


Fig. 9 diagrama de bloques en lazo abierto del sistema lineal normalizado

### III. RESULTADOS

#### A. Controladores PID

Trabajando sobre el modelo lineal normalizado, se obtienen las funciones de transferencia que permitan entonar controladores PID adecuados para cada variable. Estas funciones de transferencia son obtenidas a través de la introducción de perturbaciones de forma de escalón unitario sobre las variables manipuladas como se indica en la Tabla 4.

Las respuestas de las variables del proceso se muestran en la Fig. 10. Se observa que la respuesta de la variable L2 es no autoregulado, y el sistema es aproximadamente un integrador, en cambio las variables L2 y X2 son autoreguladas BIBO estables. La respuesta de L2 es inversa y la de X2 es directa. Las funciones de transferencia obtenidas, de primer orden más tiempo muerto, se presentan en la Tabla 5.

Los controladores PID fueron entonados usando el procedimiento descrito en [8]. Los tres controladores fueron implementados en simulink sobre el proceso como se muestra en la Fig. 11.

Tabla 5. Parametros de controladores PID convencionales para el proceso

Función de transferencia	Kp	Ti
$\frac{L2(s)}{F2(s)} \approx -\frac{0.15}{s}$	-7.5	0
$\frac{P2(s)}{F200(s)} = -\frac{0.2112}{33s + 1} e^{-3.3s}$	42.61364	10.989
$\frac{X2(s)}{P100(s)} = \frac{1.822}{6s + 1} e^{-0.8s}$	3.70472	2.664

#### B. Controladores difusos aproximados

Conocidos los parámetros de entonamiento de los controladores PID, se calculan los parámetros de ajuste de los controladores PID difusos correspondientes y se convierten los controladores PID en controladores difusos de Tipo Mamdani, tipo Takagi-Sugeno y de tipo Tsukamoto. Los controladores de cada tipo son implementados en matlab. Se implementan las reglas establecidas para el sistema de control sobre el modelo lineal.

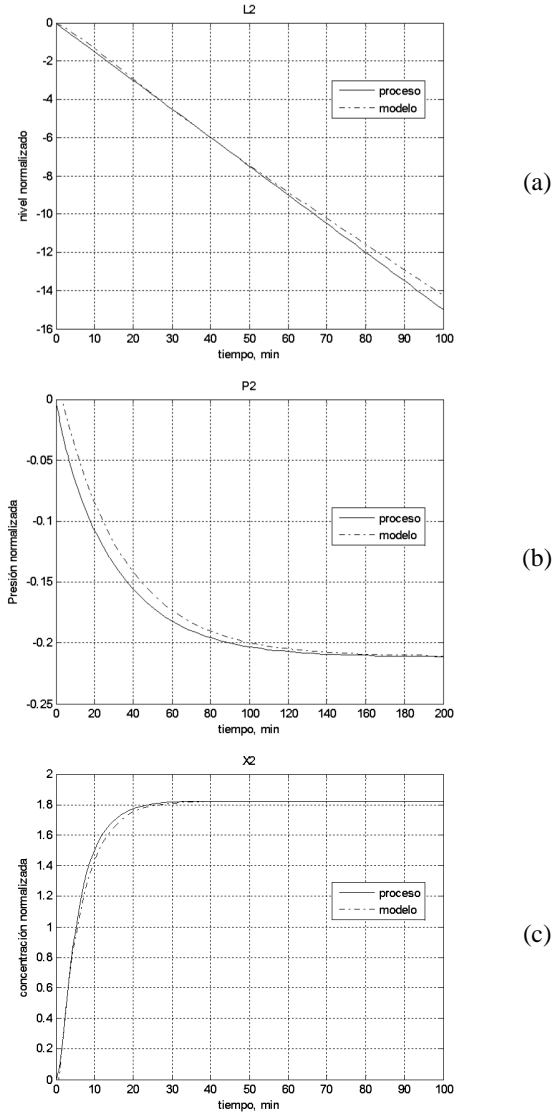


Fig. 10. Modelos de identificación por prueba escalón para (a) Nivel L2, (b) Presión P2, (c) concentración X2

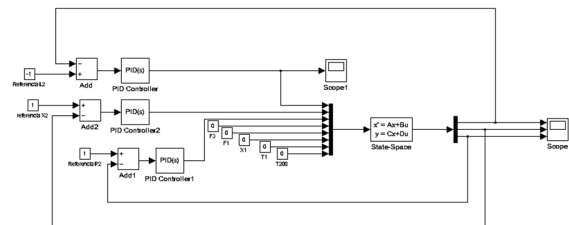


Fig. 11. Diagrama de bloques en simulink del sistema lineal controlado usando PID convencionales.

### 1) Controladores P difusos (FP)

Para la implementación de un controlador P, la entrada definida es solamente el error, la cual fue dividida en 5 subconjuntos difusos como se muestra en la Fig. 12. Esta división es útil para el Modelo de Inferencia de Mamdani (MIM), para el Modelo de Inferencia de Takagi-Sugeno (MIS) y para el Modelo de Inferencia de Tsukamoto (MIT). Las etiquetas utilizadas sobre el conjunto de error son: Muy negativo (MN), negativo (N), Cero (C), positivo (P), muy positivo (MP). Todos son subconjuntos triangulares.

Las funciones que representan a la variable de salida del controlador se presentan en la Fig. 13. Las etiquetas lingüísticas utilizadas tienen el mismo significado que las mostradas para la variable error, y para MIM son funciones triangulares con corte en  $\mu = 0.5$ . El procedimiento de [1] no describe la forma de las funciones para la utilización con MIT, así que la forma de las funciones de pertenencia y sus intervalos fueron elegidos para intentar reproducir los resultados numéricos de la experimentación con MIM. Los subconjuntos de la variable de salida para MIT son funciones S.

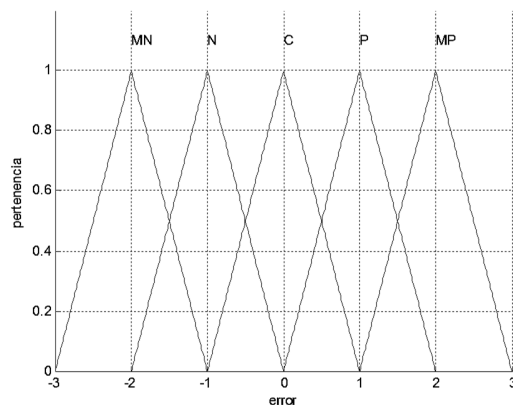


Fig. 12. Subconjuntos difusos para la variable de entrada error

Las reglas establecidas para el diseño de los controladores FP dependen del tipo de modelo de inferencia utilizado. Para MIM y MIS se presentan en la Tabla 6 y para MIT se presentan en la Tabla 7. La aplicación de estas reglas conduce a las curvas de respuesta del controlador FP respecto al error mostradas en la Fig. 14

Tabla 6. Reglas del controlador FP usando MIM y MIT

Si error es	Entonces salida es
Muy negativo	Muy negativo
Negativo	Negativo
Cero	Cero
Positivo	Positivo
muy positivo	Muy positivo

Tabla 7. Reglas del controlador P usando MIT.

Si error es	Salida es
Muy negativo	-2
Negativo	-1
Cero	0
Positivo	1
Muy positivo	2

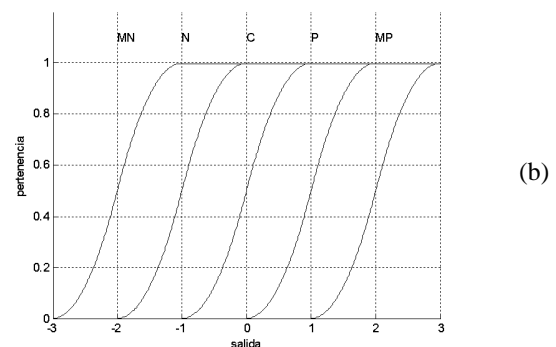
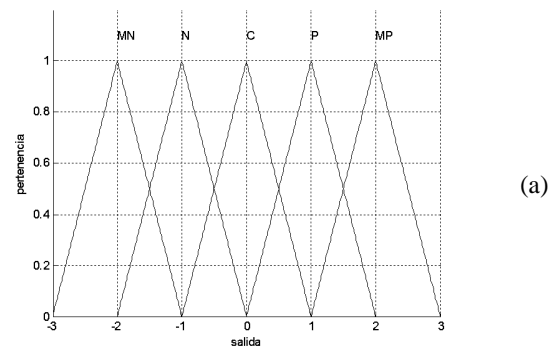


Fig. 13. Subconjuntos difusos para la variable salida de controladores FP (a) para MIM, (b) para MIS.

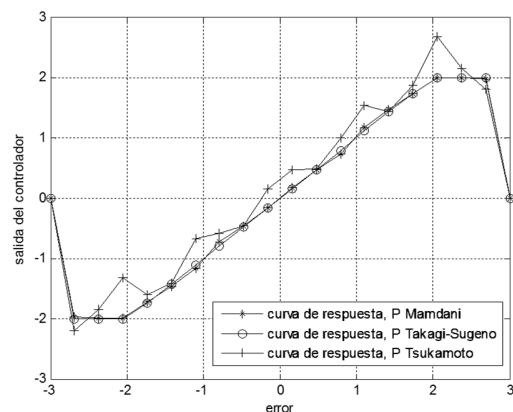


Fig. 14. Curva de respuesta para el controlador FP

La curva de respuesta para MIM y MIS es muy similar, lo que conduce a que el desempeño de los controladores FP sea muy parecido. El controlador MIT tiene diferencias en su comportamiento en algunos puntos respecto a los otros, sin embargo la cantidad de desviaciones indica que el desempeño del controlador es semejante a los MIM y MIS. Es posible que una selección cuidadosa de los subconjuntos difusos y una revisión del código de implementación durante la búsqueda del valor de pertenencia para MIT pueda acercar la curva de respuesta a la de los otros métodos.

## 2) Controladores PI difusos incrementales (FPI)

Para la descripción de los modelos de inferencia, se incluye ahora la variable de cambio del error. Esta definición a través de sus subconjuntos y etiquetas es igual a la definición hecha para la variable error y se usa para los tres modelos de inferencia y se muestra en la Fig. 15.

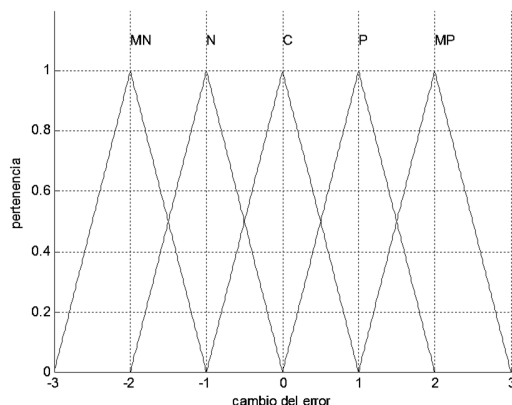


Fig. 15. Subconjuntos difusos para la variable de entrada cambio de error

Para la descripción de la variable de salida del controlador, es necesario definir el producto cartesiano entre los conjuntos de entrada, es decir, la combinación de dos elementos de los conjuntos de entrada. Esto conduce a la descripción de nueve subconjuntos para la variable de salida, etiquetados como Negativo muy grande (NMG), Negativo grande (NG), Negativo (N), Negativo Pequeño (NP), Cero (C), Positivo Pequeño (PP), Positivo (P), Positivo Grande (PG), Positivo Muy Grande (PMG). Para MIM, se muestra que los conjuntos son triangulares en la Fig. 16. Para MIT se eligieron nuevamente funciones S con las mismas etiquetas lingüísticas intentando replicar el resultado de MIM. La selección es la que se observa en la Fig. 17.

Las reglas elegidas se componen como la combinación de todas las entradas, como se muestra en la Tabla 8 para MIM y MIT y en la Tabla 9 para MIS.

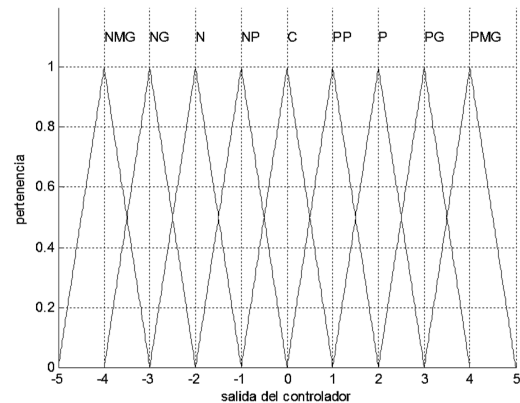


Fig. 16. Subconjuntos difusos para la variable de salida incremental para controlador Mamdani

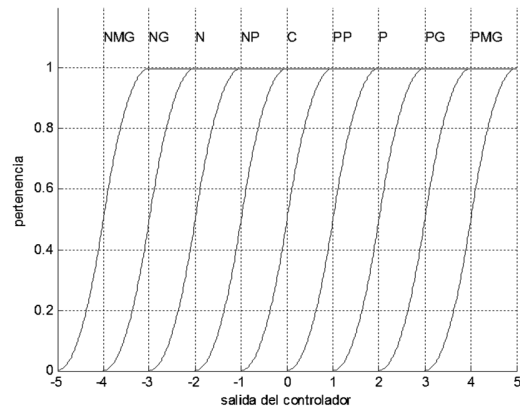


Fig. 17. Subconjuntos difusos para la variable de salida incremental para controlador Tsukamoto

Tabla 8. Reglas del controlador PI usando modelo de inferencia de Mamdani y Tsukamoto

$e \backslash \Delta e$	MN	N	C	P	MP
MN	NMG	NG	N	NP	C
N	NG	N	NP	C	PP
C	N	NP	C	PP	P
P	NP	C	PP	P	PG
MP	C	PP	P	PG	PMG

Tabla 9. Reglas de controlador PI usando modelo de inferencia de Takagi-Sugeno

$e \backslash \Delta e$	MN	N	C	P	MP
MN	-4	-3	-2	-1	0
N	-3	-2	-1	0	1
C	-2	-1	0	1	2
P	-1	0	1	2	3
MP	0	1	2	3	4



La utilización de estos conjuntos en la obtención de la superficie que relaciona las entradas y salida de estos controladores FPI se muestra en la Fig. 18. Superficie de respuesta para los controladores FPI. (a) usando modelo de inferencia Mamdani. (b) usando modelo de inferencia Takagi-Sugeno (c) Usando modelo de inferencia Tsukamoto. Fig. 18. La respuesta cualitativa de los tres modelos de inferencia es similar, lo que conduce a esperar que la respuesta de los controladores en lazo cerrado también lo sea.

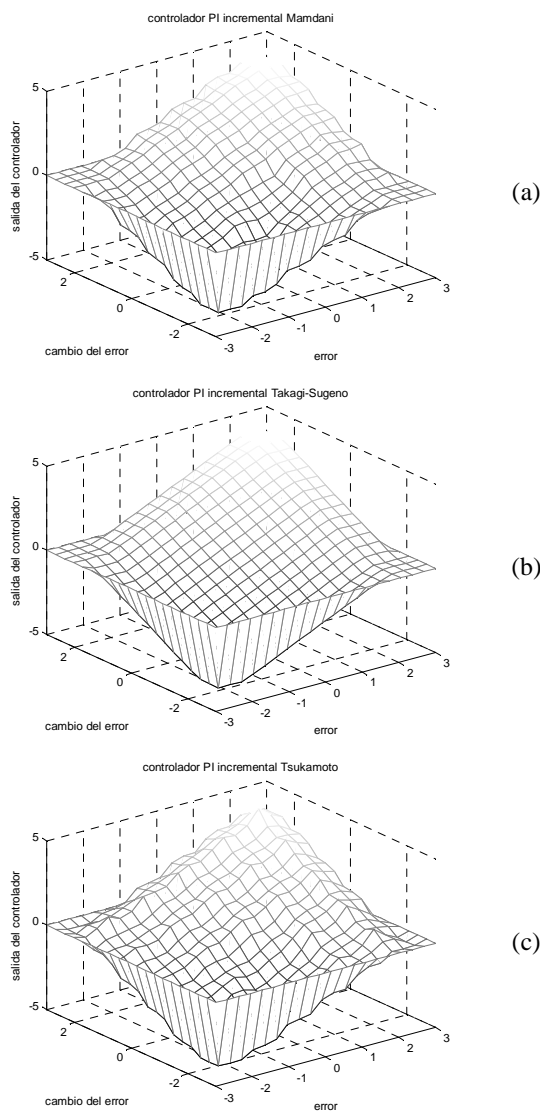


Fig. 18. Superficie de respuesta para los controladores FPI. (a) usando modelo de inferencia Mamdani. (b) usando modelo de inferencia Takagi-Sugeno (c) Usando modelo de inferencia Tsukamoto.

### C. Comparación entre los tres controladores difusos diseñados

Para la implementación de los controladores difusos se requiere la conversión de los parámetros de entonamiento de la Tabla 5 usando el resumen mostrado en la Tabla 1. Debido a que el sistema está normalizado, se supone que el rango del error es de  $[-1,1]$  lo que permite escribir los nuevos parámetros de los controladores FP y FPI como se presentan en la Tabla 10 y Tabla 11.

Tabla 10. Parámetros del controlador FP

Función de transferencia	GE	GU
$\frac{L2(s)}{F2(s)} \approx -\frac{0.15}{s}$	1	-7.5

Tabla 11. Parámetros de los controladores FPI

Función de transferencia	GE	GCE	GCU
$\frac{P2(s)}{F200(s)} = -\frac{0.2112}{33s+1} e^{-3.3s}$	1	10.989	-3.877
$\frac{X2(s)}{P100(s)} = \frac{1.822}{6s+1} e^{-0.8s}$	1	2.664	1.390

La implementación de estos tres controladores diseñados MIM, MIS y MIT se realizó en simulink a través de un diagrama de bloques como el que se muestra en la Fig. 19. La respuesta del sistema multivariable ante cambios en la referencia de las tres variables controladas se presenta en la Fig. 20. Como es posible observar, el error de estado estacionario para L2 usando MIT es más grande que para los otros dos controladores y la respuesta de P2 es más lenta. De resto, aunque hay diferencias entre los tres controladores, puede verse que el comportamiento de ellos es aproximado como se esperaba en el análisis de la superficie de respuesta de ellos. Desde el punto de vista de desempeño del algoritmo, la implementación del algoritmo de MIS es más eficiente, requiriendo menos tiempo de cálculo. El MIM estuvo en un lugar intermedio y MIT requirió mas tiempo debido a la búsqueda de valores sobre una curva, que requiere la implementación de un procedimiento de resolución de ecuaciones no lineales.

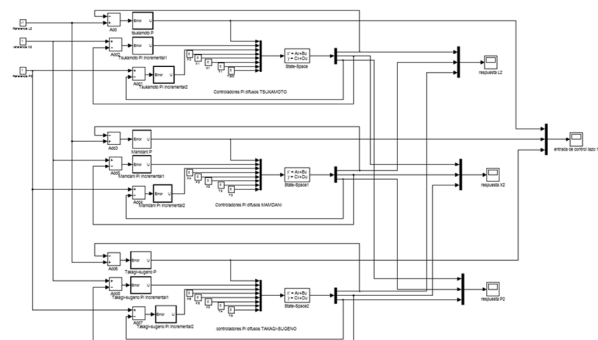


Fig. 19 diagrama de bloques para la comparación de los controladores difusos

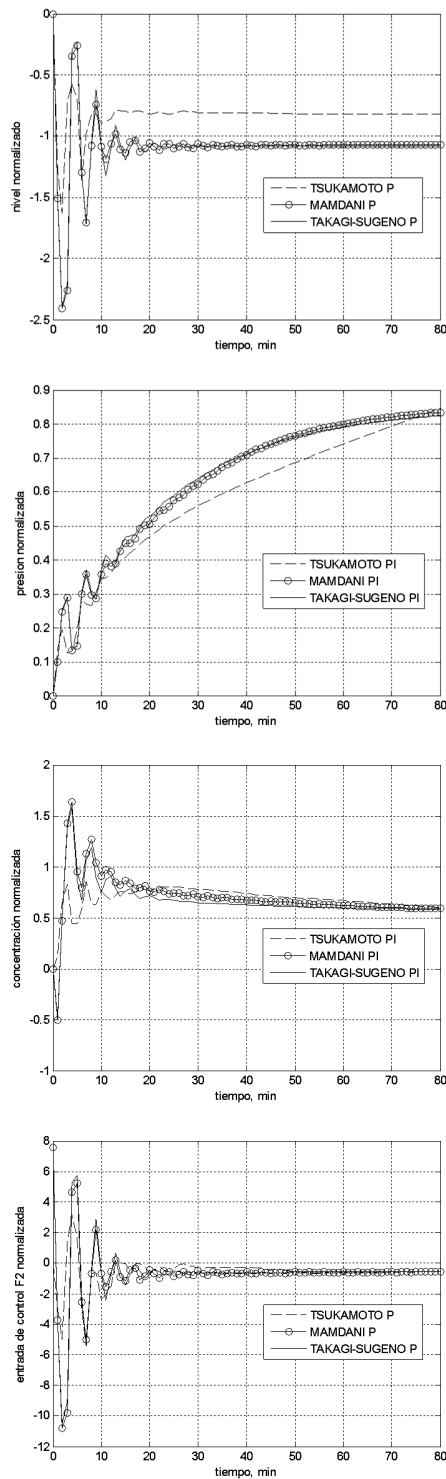


Fig. 20. Respuesta comparativa de entrada de los controladores FPI usando MIM, MIT y MIS para (a) Nivel L2, (b) Presión P2, (c) Concentración X2, (d) Entrada de control F2 (actúa sobre L2)

#### D. Comparación entre los controladores difusos y los controladores PID clásicos

Para la comparación de los controladores FPI y FP contra P y PI clásicos, se eligió la utilización de MIM y MIS ya que MIT requiere mayor tiempo de cálculo y es más exigente con los recursos computacionales. El diagrama de bloques utilizado para la implementación y comparación de estos controladores se muestra en la Fig. 21 y la respuesta de las tres variables de estado en la Fig. 22.

Como puede observarse la conversión de los controladores a sus aproximados difusos no es perfecta, es decir, no logra reproducir el comportamiento de los controladores clásicos. Esto puede deberse a tres factores:

- Período de Muestreo de los controladores difusos diseñados. Los controladores difusos diseñados realizan el cálculo de la entrada cada minuto, mientras que el controlador clásico es una estructura continua que afecta de manera continua a la variable de control. Aunque esto no es posible apreciarlo en las respuestas graficas debido a la cantidad de puntos utilizados, en la ecuación (5) se observa que el período de muestreo afecta al comportamiento del controlador excepto en el controlador P, donde la respuesta entre el clásico y los difusos es esencialmente equivalente.
- Validez de la equivalencia entre los controladores clásicos y difusos. Como describe [1], la equivalencia entre los controladores ocurre solamente en el sector de la superficie de respuesta donde el comportamiento puede aproximarse por un plano, esto es en el rango entre  $[-2,2]$  para el error y el cambio del error. Cuando estas variables salen de este rango, la equivalencia cesa, y los controladores presentan diferencia.
- Algoritmo de implementación de los controladores difusos: para la implementación en esta investigación se crearon versiones del código de funcionamiento de los controladores difusos que no se han analizado en cuanto a rendimiento ni a la introducción de errores en el cálculo.

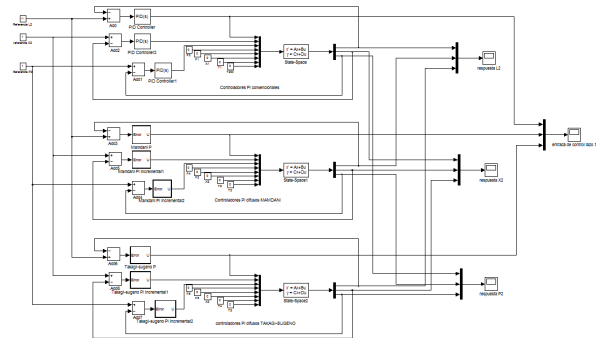


Fig. 21 diagrama de bloques para la comparación entre controladores difusos y clásicos

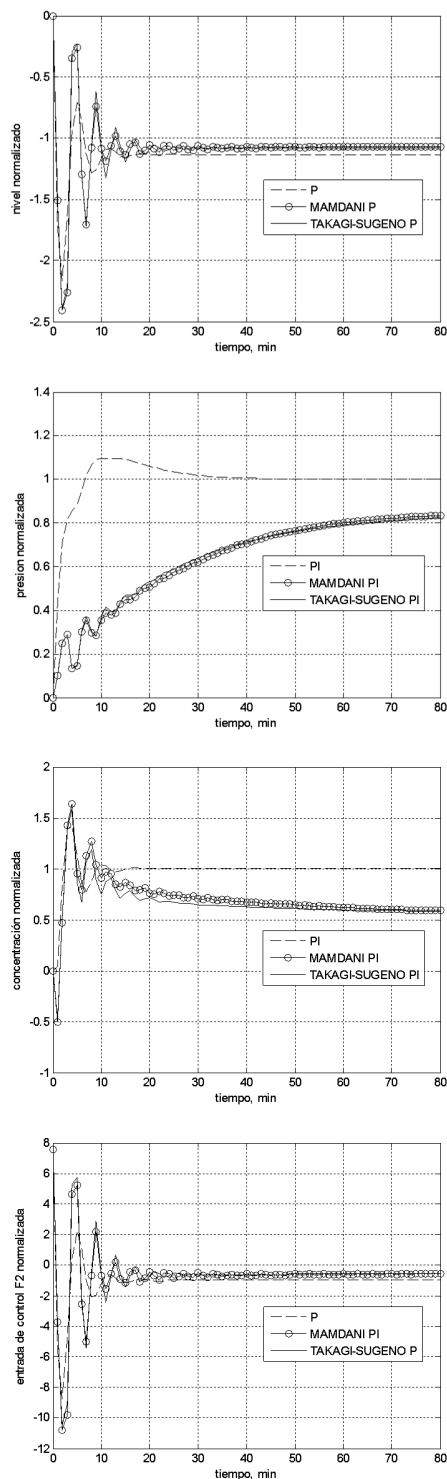
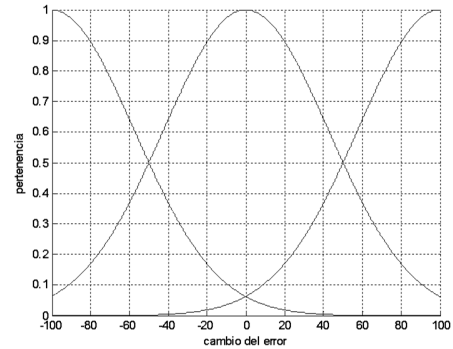


Fig. 22. Respuesta comparativa de entrada de los controladores PI, FPI usando Mamdani y FPI usando Takagi-Sugeno para (a) Nivel L2, (b) Presión P2, (c) Concentración X2, (d) Entrada de control F2 (actúa sobre L2)

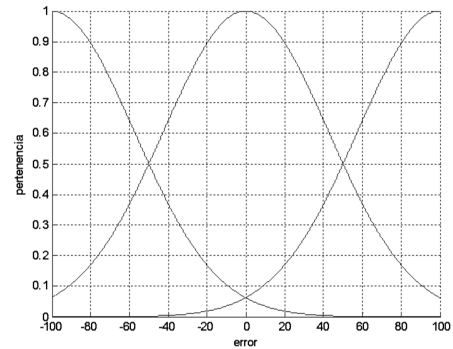
#### E. Comparación con otro controlador difuso:

En [7] se estableció un controlador difuso no lineal de la forma FPD+I para la variable X2 manipulando P100, sin control en P2 y con un controlador PID convencional para L2. El controlador difuso descrito posee tres subconjuntos difusos para la entrada error y variación del error con curvas gaussianas con etiquetas Negativo (N), Cero (C), Positivo (P) como se observan en la Fig. 23.

(a)



(b)



(c)

(d)

Fig. 23. Subconjuntos difusos para el controlador [7]. (a) Subconjunto para la variable error. (b) Subconjunto para la variable cambio de error

Los subconjuntos de salida están dados por funciones de campana generalizadas etiquetadas como Muy negativo (MN), negativo (N), Cero (C), positivo (P), muy positivo (MP) como se muestra en la Fig. 24.

El controlador implementado por [7], siguiendo la metodología descrita por [1], es un controlador FPD+I, implementado sobre el modelo lo lineal del proceso. El conjunto de reglas establecidas para este controlador se muestran en la Tabla 12.

Tabla 12. Reglas para el controlador FPD+I [7]

$e/\Delta e$	N	C	P
N	MN	N	C
C	N	C	P
P	C	P	MP

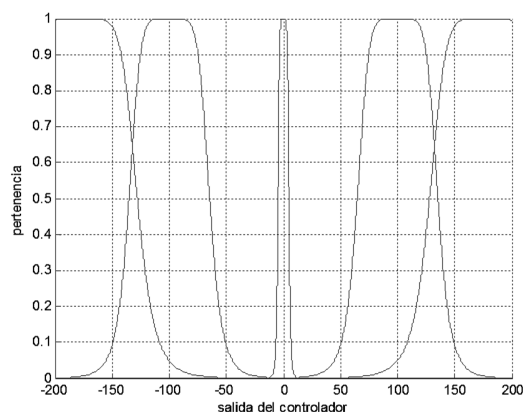


Fig. 24. Subconjuntos difusos de la variable de salida del controlador [7]

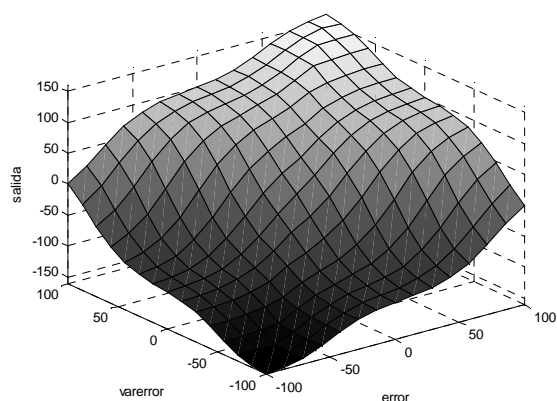


Fig. 25. Superficie del controlador presentado en [7]  
Los parámetros reportados (sobre variables no normalizadas) para GE, GU, GCE y GIE son

La superficie de respuesta del controlador FPD+I es el la que se muestra en la Fig. 25. Los parámetros de entonamiento descritos en la Tabla 1 para este controlador se presentan en la Tabla 13.

Tabla 13. Parámetros del controlador FPD+I [7]

Parámetro	Valor
GE	20
GU	10
GCE	10
GIE	3

Usando los controladores P y PI correspondientes a las variables L2 y X2 del sistema se comparan las respuestas del controlador obtenido por [7] contra los MIM y MIS desarrollados en esta investigación usando el diagrama de bloques de Fig. 26 y con resultados mostrados en la Fig. 27.

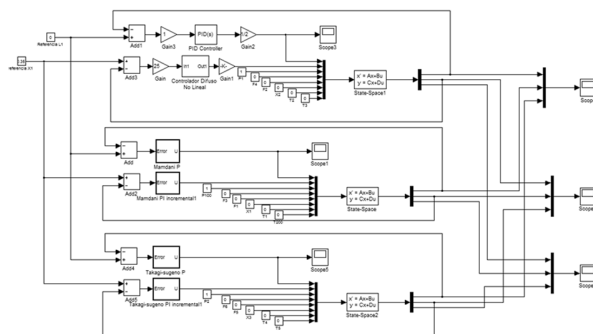
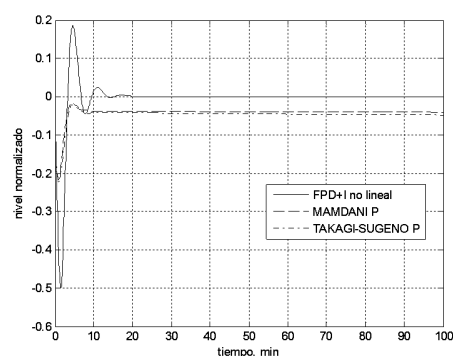
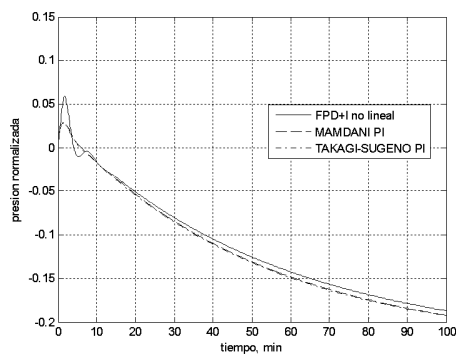


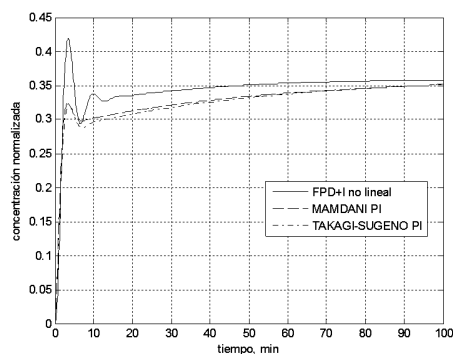
Fig. 26. Diagrama de bloques para comparación con [7]



(a)



(b)



(c)

Fig. 27. Respuesta comparativa de entrada de los controladores FPD+I, FPI usando Mamdani y FPI usando Takagi-Sugeno para (a) Nivel L2, (b) Presión P2, (c) Concentración X2

Para cambios en la referencia de X2, se observa que el controlador de L2 usando MIM y MIS es más rápido y con menos oscilaciones que el presentado por [7] pero con error de estado estacionario. La respuesta de X2, en cambio, es mas lenta que el FPD+I. La P2 cambia sin control hasta su nuevo valor de estado estacionario, que en el FPD+I cambia con menos oscilaciones. En general, debido a la presencia de error de estado estacionario y a la diferencia de velocidad del control de X2, se podría decir que el controlador FPD+I es mejor para el sistema. Para desarrollar un análisis más exhaustivo es necesario modificar el controlador FPD+I para trabajar con otro período de muestreo similar al utilizado en esta investigación, lo que está más allá del alcance de la misma.

#### IV. CONCLUSIONES

El procedimiento descrito por [1] para la conversión de controladores difusos aproximados a controladores PID convencionales fue implementado sobre el modelo lineal multivariable de un proceso de evaporación. Esta metodología descrita permite, conocidos los parámetros de entonamiento de los controladores PID, describir inmediatamente controladores difusos a través de la conversión de sus parámetros de entonamiento.

La conversión de controladores es posible usando sistemas de inferencias difusos de Mamdani, de Takagi-Sugeno y de Tsukamoto, que producen resultados similares sobre la señal de control y sobre los procesos cuando se implementan controladores proporcionales puros. Para el caso de controladores PI, la conversión y superposición depende de la utilización del mismo período de muestreo y solo es válida en una región del espacio bidimensional descrito por la variable error y la variable cambio del error.

El sistema de inferencia de Takagi-Sugeno tiene una implementación computacional mucho más simple y que requiere menor número de cálculos que el de Mamdani y el de Tsukamoto. En general, el sistema de inferencia de Tsukamoto requiere vincular el algoritmo a especificaciones de la forma de las funciones de pertenencia del subconjunto de salida a fin de mejorar el procedimiento de búsqueda de la solución de cada regla asociada. Debido a esto, el controlador FPI de Tsukamoto presenta diferencias apreciables respecto al de Mamdani y Takagi-Sugeno, que resultaron ser muy similares como sistemas de control.

#### V. REFERENCIAS

- [1] J. Jantzen, «Tunning of Fuzzy PID controllers,» Universidad Técnica de Dinamarca, Copenhagen, 1999.
- [2] J. E. Rodríguez y J. P. Requez, «Conrol Difuso de las temperaturas de fondo y de tope en una torre de destilación binaria Etanol-Agua,» UNEXPO, Barquisimeto, 2012.
- [3] I. Iancu, «A Mamdani Type Fuzzy Logic Controller,» de *Fuzzy Logic - Controls, Concepts, Theories and Applications*, E. Dadios, Ed., 2002.
- [4] J.-S. R. Jang, C.-T. Sun y E. Mizutani, *Neuro-Fuzzy and Soft Computing*, Prentice-Hall, 1997.
- [5] L. Reznik, *Fuzzy Controllers*, Melbourne: Elsevier, 1997.
- [6] R. B. Newell y P. L. Lee, *Applied Process Control*, Melbourne: Prentice Hall, 1989.
- [7] E. Barreto y J. P. Requez, «Sistema de control PID-difuso de la concentración de soluto a la salida de un evaporador de circulación forzada de tubos verticales,» UNEXPO, Venezuela, Barquisimeto, 2012.
- [8] A. O'Dwyer, *Handbook of PI and PID controller tuning rules.*, Dublín: Instituto de Tecnología de Dublín, 2009.