

**MÁSTER UNIVERSITARIO EN ESTADÍSTICA APLICADA.****CURSO: CÁLCULO Y MODELIZACIÓN ESTOCÁSTICA. PROCESOS DE DIFUSIÓN****Tercera relación de ejercicios propuestos****Inferencia en procesos de difusión**

1. *Proceso lognormal homogéneo.* (Ver el ejercicio 3 de la relación propuesta del tema 2, considerando  $h(t) = m$ ).

Sea  $\{X(t); t \geq t_0 > 0\}$  el proceso de difusión con momentos infinitesimales  $A_1(x) = mx$ ,  $A_2(x) = \sigma^2 x^2$ , definido en  $I = \mathbb{R}^+$  y donde  $m \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma^2 > 0$ .

Para dicho proceso se dispone de  $d$  trayectorias, cada una con  $n_i$  datos, tomadas en los instantes de tiempo  $t_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, d$ ,  $j = 1, \dots, n_i$  ( $t_{i1} = t_1$ ,  $i = 1, \dots, d$ ). Llamemos  $x_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, d$ ,  $j = 1, \dots, n_i$  a los valores observados.

Siguiendo la misma técnica empleada en los ejemplos del resumen teórico se pide estimar los parámetros  $m$  y  $\sigma^2$  por máxima verosimilitud. Para ello:

- Suponiendo que la distribución inicial en  $t_1$  es degenerada, dar la expresión de la función de verosimilitud de la muestra. ¿Qué cambios se producirían en ella si la distribución fuera lognormal  $\Lambda_1(\mu_1, \sigma_1^2)$ ?
- Para los dos casos anteriores plantear las ecuaciones de verosimilitud y resolverlas (si es factible de forma explícita).
- Dar la expresión de la función media del proceso y su correspondiente estimación máximo verosímil.