

MÁSTER UNIVERSITARIO EN ESTADÍSTICA APLICADA.**CURSO: CÁLCULO Y MODELIZACIÓN ESTOCÁSTICA. PROCESOS DE DIFUSIÓN****Tercera relación de ejercicios propuestos****Inferencia en procesos de difusión**

1. *Proceso lognormal homogéneo.* (Ver el ejercicio 3 de la relación propuesta del tema 2, considerando $h(t) = m$).

Sea $\{X(t); t \geq t_0 > 0\}$ el proceso de difusión con momentos infinitesimales $A_1(x) = mx$, $A_2(x) = \sigma^2 x^2$, definido en $I = \mathbb{R}^+$ y donde $m \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$.

Para dicho proceso se dispone de d trayectorias, cada una con n_i datos, tomadas en los instantes de tiempo t_{ij} , $i = 1, \dots, d$, $j = 1, \dots, n_i$ ($t_{i1} = t_1$, $i = 1, \dots, d$). Llámese x_{ij} , $i = 1, \dots, d$, $j = 1, \dots, n_i$ a los valores observados.

Siguiendo la misma técnica empleada en los ejemplos del resumen teórico se pide estimar los parámetros m y σ^2 por máxima verosimilitud. Para ello:

- Suponiendo que la distribución inicial en t_1 es degenerada, dar la expresión de la función de verosimilitud de la muestra. ¿Qué cambios se producirían en ella si la distribución fuera lognormal $\Lambda_1(\mu_1, \sigma_1^2)$?
- Para los dos casos anteriores plantear las ecuaciones de verosimilitud y resolverlas (si es factible de forma explícita).
- Dar la expresión de la función media del proceso y su correspondiente estimación máximo verosímil.