Ret

Sea $\tau_{Ret} = (\emptyset, \{\mathsf{s}^2, \mathsf{i}^2\}, \{\leq^2\}, a)$. Y sea $Ret = (\Sigma_{Ret}, \tau_{Ret})$, donde Σ_{Ret} es el siguiente conjunto de sentencias:

Ret

Sea $\tau_{Ret} = (\emptyset, \{\mathsf{s}^2, \mathsf{i}^2\}, \{\leq^2\}, a)$. Y sea $Ret = (\Sigma_{Ret}, \tau_{Ret})$, donde Σ_{Ret} es el siguiente conjunto de sentencias:

$$A_{\leq R} = \forall x \; x \leq x$$

$$A_{\leq A} = \forall x \forall y \; ((x \leq y \wedge y \leq x) \rightarrow x \equiv y)$$

$$A_{\leq T} = \forall x \forall y \forall z \; ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$$

$$A_{\mathsf{s}esC} = \forall x \forall y \, (x \leq x \,\mathsf{s}\, y \wedge y \leq x \,\mathsf{s}\, y)$$

$$A_{\mathsf{s}\leq C} = \forall x \forall y \forall z \; ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \,\mathsf{s}\, y \leq z)$$

$$A_{\mathsf{i}esC} = \forall x \forall y \, (x \,\mathsf{i}\, y \leq x \wedge x \,\mathsf{i}\, y \leq y)$$

$$A_{\mathsf{i}\geq C} = \forall x \forall y \forall z \; ((z \leq x \wedge z \leq y) \rightarrow z \leq x \,\mathsf{i}\, y)$$

Ret

Daremos pruebas formales para las siguientes sentencias:

Ret

Daremos pruebas formales para las siguientes sentencias:

- $\phi = \forall x \forall y \forall z \; (x \mathrel{\mathsf{s}} y) \mathrel{\mathsf{s}} z \leq x \mathrel{\mathsf{s}} (y \mathrel{\mathsf{s}} z)$

Ret

Daremos pruebas formales para las siguientes sentencias:

- $\phi = \forall x \forall y \forall z \; (x \mathrel{\mathsf{s}} y) \mathrel{\mathsf{s}} z \leq x \mathrel{\mathsf{s}} (y \mathrel{\mathsf{s}} z)$
- $\psi = \mathit{Dis}1 \rightarrow \mathit{CancDobl}$
  Donde
  $\mathit{Dis}1 = \forall xyz \; (x \mathrel{\mathsf{i}} y) \mathrel{\mathsf{s}} (x \mathrel{\mathsf{i}} z) \equiv x \mathrel{\mathsf{i}} (y \mathrel{\mathsf{s}} z)$
  $\mathit{CancDobl} = \forall xy \; (\exists z (x \mathrel{\mathsf{i}} z \equiv y \mathrel{\mathsf{i}} z \wedge x \mathrel{\mathsf{s}} z \equiv y \mathrel{\mathsf{s}} z) \rightarrow x \equiv y)$

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}$

- $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ si y sólo si $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ es un poset

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}$

- $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ si y sólo si $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ es un poset
- **Observación:** Una estructura $\mathbf{A}$ de tipo τ puede satisfacer los 3 axiomas pero esto no significa que las operaciones $s^{\mathbf{A}}$ e $i^{\mathbf{A}}$ sean las operaciones supremo e ínfimo respecto al orden $\leq^{\mathbf{A}}$.

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\mathsf{ses}C}, A_{\mathsf{s}\leq C}$

Si $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ entonces:

- $\mathbf{A} \models A_{\mathsf{ses}C}$ si y sólo si $(a\ s^{\mathbf{A}}\ b)$ es cota superior de $\{a, b\}$ en $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ cualesquiera sean a y b.

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\mathsf{ses}C}, A_{\mathsf{s}\leq C}$

Si $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ entonces:

- $\mathbf{A} \models A_{\mathsf{ses}C}$ si y sólo si $(a\ s^{\mathbf{A}}\ b)$ es cota superior de $\{a, b\}$ en $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ cualesquiera sean a y b.
- $\mathbf{A} \models A_{\mathsf{s}\leq C}$ si y sólo si $(a\ s^{\mathbf{A}}\ b)$ es menor o igual a toda cota superior de $\{a, b\}$ cualesquiera sean a y b

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\mathsf{ses}C}, A_{\mathsf{s}\leq C}$

Si $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ entonces:

- $\mathbf{A} \models A_{\mathsf{ses}C}$ si y sólo si $(a\ s^{\mathbf{A}}\ b)$ es cota superior de $\{a, b\}$ en $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ cualesquiera sean a y b.
- $\mathbf{A} \models A_{\mathsf{s}\leq C}$ si y sólo si $(a\ s^{\mathbf{A}}\ b)$ es menor o igual a toda cota superior de $\{a, b\}$ cualesquiera sean a y b
- $\mathbf{A}$ cumplirá los axiomas $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\mathsf{ses}C}$ *y* $A_{\mathsf{s}\leq C}$ si y sólo si $\leq^{\mathbf{A}}$ es un orden parcial y $s^{\mathbf{A}}$ es la operación supremo respecto del orden $\leq^{\mathbf{A}}$.

Modelos de Ret

A es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

Modelos de Ret

$\mathbf{A}$ es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

- $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ es un orden parcial

Modelos de Ret

$\mathbf{A}$ es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

- $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ es un orden parcial
- $s^{\mathbf{A}}$ es el supremo en el poset $(A, \leq^{\mathbf{A}})$

Modelos de Ret

$\mathbf{A}$ es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

- $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ es un orden parcial
- $s^{\mathbf{A}}$ es el supremo en el poset $(A, \leq^{\mathbf{A}})$
- $i^{\mathbf{A}}$ es el ínfimo en el poset $(A, \leq^{\mathbf{A}})$

Estructura de Prueba

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z \; (x \mathrel{\mathsf{s}} y) \mathrel{\mathsf{s}} z \leq x \mathrel{\mathsf{s}} (y \mathrel{\mathsf{s}} z)$$

Estructura de Prueba

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z \; (x \mathsf{\ s\ } y) \mathsf{\ s\ } z \leq x \mathsf{\ s\ } (y \mathsf{\ s\ } z)$$

Forma de encontrar la prueba formal:

Estructura de Prueba

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathsf{s} y) \mathsf{s} z \leq x \mathsf{s} (y \mathsf{s} z)$$

Forma de encontrar la prueba formal:

1. Prueba Matemática

Estructura de Prueba

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z \; (x \mathsf{~s~} y) \mathsf{~s~} z \leq x \mathsf{~s~} (y \mathsf{~s~} z)$$

Forma de encontrar la prueba formal:

1. Prueba Matemática
2. Prueba Formal

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathbin{\mathrm{s}} y) \mathbin{\mathrm{s}} z \leq x \mathbin{\mathrm{s}} (y \mathbin{\mathrm{s}} z)$: Prueba Matemática

- Sean a, b, c elementos de A fijos.

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Matemática

- Sean a, b, c elementos de A fijos.
- Probaremos que

$$(a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$$

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: **Prueba Matemática**

- Sean a, b, c elementos de A fijos.
- Probaremos que

$$(a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$$

- Sabemos por A_{sesC} que

$$a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{1}$$

$$b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{2}$$

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Matemática

- Sean a, b, c elementos de A fijos.
- Probaremos que

$$(a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$$

- Sabemos por A_{sesC} que

$$a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{1}$$
$$b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{2}$$

- Aplicandolo nuevamente, sabemos que

$$b \leq (b\ s\ c) \tag{3}$$
$$c \leq (b\ s\ c) \tag{4}$$

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Matemática

- Luego, por (2), (3) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$b \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{5}$$

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Matemática

- Luego, por (2), (3) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$b \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{5}$$

- Y por (2), (4) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$c \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{6}$$

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Matemática

- Luego, por (2), (3) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$b \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{5}$$

- Y por (2), (4) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$c \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{6}$$

- Es decir, hasta aquí hemos probado que

$$a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{7}$$

$$b \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{8}$$

$$c \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{9}$$

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathsf{\ s\ } y) \mathsf{\ s\ } z \leq x \mathsf{\ s\ } (y \mathsf{\ s\ } z)$: Prueba Matemática

- Por $A_{\mathsf{s} \leq C}$, tomando

$$x = a$$
$$y = b$$
$$z = a \ s \ (b \ s \ c)$$

tenemos que

$$a \ s \ b \leq a \ s \ (b \ s \ c) \tag{10}$$

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathrm{s}\ y) \mathrm{s}\ z \leq x \mathrm{s}\ (y \mathrm{s}\ z)$: Prueba Matemática

- Por $A_{\mathrm{s} \leq C}$, tomando

$$x = a$$
$$y = b$$
$$z = a\ s\ (b\ s\ c)$$

tenemos que

$$a\ s\ b \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{10}$$

- Finalmente, si aplicamos nuevamente $A_{\mathrm{s} \leq C}$ tomando

$$x = a\ s\ b$$
$$y = c$$
$$z = a\ s\ (b\ s\ c)$$

obtenemos

$$(a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{11}$$

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathsf{\ s\ } y) \mathsf{\ s\ } z \leq x \mathsf{\ s\ } (y \mathsf{\ s\ } z)$: Prueba Matemática

- Por $A_{\mathsf{s}\leq C}$, tomando

$$x = a$$
$$y = b$$
$$z = a\ s\ (b\ s\ c)$$

tenemos que

$$a\ s\ b \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{10}$$

- Finalmente, si aplicamos nuevamente $A_{\mathsf{s}\leq C}$ tomando

$$x = a\ s\ b$$
$$y = c$$
$$z = a\ s\ (b\ s\ c)$$

obtenemos

$$(a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c) \tag{11}$$

- Como a, b, c eran elementos cualesquiera, probamos que

$$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathsf{\ s\ } y) \mathsf{\ s\ } z \leq x \mathsf{\ s\ } (y \mathsf{\ s\ } z)$$

$\forall x \forall y \forall z \; (x \mathrel{\mathsf{s}} y) \mathrel{\mathsf{s}} z \leq x \mathrel{\mathsf{s}} (y \mathrel{\mathsf{s}} z)$: Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en *Ret* de la sentencia en cuestión

$\forall x \forall y \forall z \; (x \mathrm{~s~} y) \mathrm{~s~} z \leq x \mathrm{~s~} (y \mathrm{~s~} z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y \; (x \leq x \mathrm{~s~} y \wedge y \leq x \mathrm{~s~} y)$ (AXIOMAPROPIO)

$\forall x \forall y \forall z \; (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y \; (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a \; s \; (b \; s \; c) \wedge (b \; s \; c) \leq a \; s \; (b \; s \; c)$ (PARTICULARIZACION×2(1))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
4. $b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathsf{s}\ y) \mathsf{s}\ z \leq x \mathsf{s}\ (y \mathsf{s}\ z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \mathsf{s}\ y \wedge y \leq x \mathsf{s}\ y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
4. $b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
5. $b \leq b\ s\ c \wedge c \leq b\ s\ c$ (PARTICULARIZACION×2(1))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
4. $b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
5. $b \leq b\ s\ c \wedge c \leq b\ s\ c$ (PARTICULARIZACION×2(1))
6. $b \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
4. $b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
5. $b \leq b\ s\ c \wedge c \leq b\ s\ c$ (PARTICULARIZACION×2(1))
6. $b \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
7. $c \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathrm{\ s\ } y) \mathrm{\ s\ } z \leq x \mathrm{\ s\ } (y \mathrm{\ s\ } z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \mathrm{\ s\ } y \wedge y \leq x \mathrm{\ s\ } y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
4. $b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
5. $b \leq b\ s\ c \wedge c \leq b\ s\ c$ (PARTICULARIZACION×2(1))
6. $b \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
7. $c \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
8. $b \leq (b\ s\ c) \wedge b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(6,4))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathrm{~s~} y) \mathrm{~s~} z \leq x \mathrm{~s~} (y \mathrm{~s~} z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \mathrm{~s~} y \wedge y \leq x \mathrm{~s~} y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
4. $b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
5. $b \leq b\ s\ c \wedge c \leq b\ s\ c$ (PARTICULARIZACION×2(1))
6. $b \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
7. $c \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
8. $b \leq (b\ s\ c) \wedge b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(6,4))
9. $\forall x \forall y \forall z\ ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1.	$\forall x \forall y\ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$	(AXIOMAPROPIO)
2.	$a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$	(PARTICULARIZACION×2(1))
3.	$a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$	(CONJELIM(2))
4.	$b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$	(CONJELIM(2))
5.	$b \leq b\ s\ c \wedge c \leq b\ s\ c$	(PARTICULARIZACION×2(1))
6.	$b \leq (b\ s\ c)$	(CONJELIM(5))
7.	$c \leq (b\ s\ c)$	(CONJELIM(5))
8.	$b \leq (b\ s\ c) \wedge b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$	(CONJINT(6,4))
9.	$\forall x \forall y \forall z\ ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$	(AXIOMAPROPIO)
10.	$(b \leq (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow (b \leq a\ s\ (b\ s\ c))$	(PARTICULARIZACION×3(9))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1.	$\forall x \forall y\ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$	(AXIOMAPROPIO)
2.	$a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$	(PARTICULARIZACIONx2(1))
3.	$a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$	(CONJELIM(2))
4.	$b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$	(CONJELIM(2))
5.	$b \leq b\ s\ c \wedge c \leq b\ s\ c$	(PARTICULARIZACIONx2(1))
6.	$b \leq (b\ s\ c)$	(CONJELIM(5))
7.	$c \leq (b\ s\ c)$	(CONJELIM(5))
8.	$b \leq (b\ s\ c) \wedge b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$	(CONJINT(6,4))
9.	$\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$	(AXIOMAPROPIO)
10.	$(b \leq (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow (b \leq a\ s\ (b\ s\ c))$	(PARTICULARIZACIONx3(9))
11.	$b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$	(MODUSPONENS(8,10))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
4. $b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
5. $b \leq b\ s\ c \wedge c \leq b\ s\ c$ (PARTICULARIZACIONx2(1))
6. $b \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
7. $c \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
8. $b \leq (b\ s\ c) \wedge b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(6,4))
9. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
10. $(b \leq (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow (b \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(9))
11. $b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(8,10))
12. $c \leq (b\ s\ c) \wedge b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(7,4))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
4. $b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
5. $b \leq b\ s\ c \wedge c \leq b\ s\ c$ (PARTICULARIZACIONx2(1))
6. $b \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
7. $c \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
8. $b \leq (b\ s\ c) \wedge b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(6,4))
9. $\forall x \forall y \forall z\ ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
10. $(b \leq (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow (b \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(9))
11. $b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(8,10))
12. $c \leq (b\ s\ c) \wedge b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(7,4))
13. $(c \leq (b\ s\ c) \wedge (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow (c \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(9))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y\ (x \leq x \text{ s } y \land y \leq x \text{ s } y)$ (AXIOMAPROPIO)
2. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \land (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx2(1))
3. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
4. $b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJELIM(2))
5. $b \leq b\ s\ c \land c \leq b\ s\ c$ (PARTICULARIZACIONx2(1))
6. $b \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
7. $c \leq (b\ s\ c)$ (CONJELIM(5))
8. $b \leq (b\ s\ c) \land b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(6,4))
9. $\forall x \forall y \forall z\ ((x \leq y \land y \leq z) \to x \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
10. $(b \leq (b\ s\ c) \land (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \to (b \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(9))
11. $b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(8,10))
12. $c \leq (b\ s\ c) \land b\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(7,4))
13. $(c \leq (b\ s\ c) \land (b\ s\ c) \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \to (c \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(9))
14. $c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(12,13))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathrm{\ s\ } y) \mathrm{\ s\ } z \leq x \mathrm{\ s\ } (y \mathrm{\ s\ } z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathrm{~s~} y) \mathrm{~s~} z \leq x \mathrm{~s~} (y \mathrm{~s~} z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a \ s\ (b \ s\ c) \wedge b \leq a \ s\ (b \ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \to x \mathrm{~s~} y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACION×3(16))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \land b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \land y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \land b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACION×3(16))
18. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACION×3(16))
18. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
19. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathrm{~s~} y) \mathrm{~s~} z \leq x \mathrm{~s~} (y \mathrm{~s~} z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \mathrm{~s~} y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACION×3(16))
18. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
19. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
20. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \mathrm{~s~} y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
18. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
19. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
20. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
21. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACION×3(16))
18. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
19. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
20. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
21. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACION×3(16))
22. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \mathrm{~s}\ y) \mathrm{~s}\ z \leq x \mathrm{~s}\ (y \mathrm{~s}\ z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \mathrm{~s}\ y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
18. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
19. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
20. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \mathrm{~s}\ y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
21. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
22. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
23. $((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge c \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
18. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
19. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
20. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
21. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
22. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
23. $((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge c \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
24. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(18,14))

$\forall x \forall y \forall z \; (x \; \mathsf{s} \; y) \; \mathsf{s} \; z \leq x \; \mathsf{s} \; (y \; \mathsf{s} \; z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a \; s \; (b \; s \; c) \wedge b \leq a \; s \; (b \; s \; c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z \; ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \; \mathsf{s} \; y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a \; s \; (b \; s \; c) \wedge b \leq a \; s \; (b \; s \; c)) \rightarrow ((a \; s \; b) \leq a \; s \; (b \; s \; c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
18. $(a \; s \; b) \leq a \; s \; (b \; s \; c)$ (MODUSPONENS(15,17))
19. $a \leq a \; s \; (b \; s \; c) \wedge b \leq a \; s \; (b \; s \; c)$ (CONJINT(3,11))
20. $\forall x \forall y \forall z \; ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \; \mathsf{s} \; y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
21. $(a \leq a \; s \; (b \; s \; c) \wedge b \leq a \; s \; (b \; s \; c)) \rightarrow ((a \; s \; b) \leq a \; s \; (b \; s \; c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
22. $(a \; s \; b) \leq a \; s \; (b \; s \; c)$ (MODUSPONENS(15,17))
23. $((a \; s \; b) \leq a \; s \; (b \; s \; c) \wedge c \leq a \; s \; (b \; s \; c)) \rightarrow ((a \; s \; b) \; s \; c \leq a \; s \; (b \; s \; c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
24. $(a \; s \; b) \leq a \; s \; (b \; s \; c) \wedge c \leq a \; s \; (b \; s \; c)$ (CONJINT(18,14))
25. $(a \; s \; b) \; s \; c \leq a \; s \; (b \; s \; c)$ (MODUSPONENS(20,19))

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
18. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
19. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
20. $\forall x \forall y \forall z\ \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
21. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
22. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
23. $((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge c \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
24. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(18,14))
25. $(a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(20,19))
26. $\forall x \forall y \forall z (x\ s\ y)\ s\ z \leq x\ s\ (y\ s\ z)$ (GENERALIZACIÓNx3(21))

$\forall x \forall y \forall z\ (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$: Prueba Formal

15. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
16. $\forall x \forall y \forall z\ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
17. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
18. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
19. $a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(3,11))
20. $\forall x \forall y \forall z\ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$ (AXIOMAPROPIO)
21. $(a \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge b \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
22. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(15,17))
23. $((a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge c \leq a\ s\ (b\ s\ c)) \rightarrow ((a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c))$ (PARTICULARIZACIONx3(16))
24. $(a\ s\ b) \leq a\ s\ (b\ s\ c) \wedge c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (CONJINT(18,14))
25. $(a\ s\ b)\ s\ c \leq a\ s\ (b\ s\ c)$ (MODUSPONENS(20,19))
26. $\forall x \forall y \forall z (x\ s\ y)\ s\ z \leq x\ s\ (y\ s\ z)$ (GENERALIZACIÓNx3(21))
27. $\forall x \forall y \forall z (x\ s\ y)\ s\ z \leq x\ s\ (y\ s\ z)$ (CONCLUSION(22))

Ahora encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia ψ:

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

Ahora encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia ψ:

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

Utilizaremos la misma forma de encontrar la prueba formal usada para probar ϕ

Para probar ψ, probaremos primero un teorema auxiliar:

$$\forall x \forall y((x\ s\ y)\ i\ x \equiv x)$$

Para probar ψ, probaremos primero un teorema auxiliar:

$$\forall x \forall y ((x\ s\ y)\ i\ x \equiv x)$$

- Sean a, b elementos de A fijos.

Para probar ψ, probaremos primero un teorema auxiliar:

$$\forall x \forall y((x\ s\ y)\ i\ x \equiv x)$$

- Sean a, b elementos de A fijos.
- Probaremos que

$$(a\ s\ b)\ i\ a \equiv a$$

- Sabemos, por axioma A_{sesC} que

$$a \leq a \text{ s } b \tag{1}$$

- Sabemos, por axioma A_{sesC} que

$$a \leq a \text{ s } b \tag{1}$$

- Y por $A_{\leq R}$ sabemos que

$$a \leq a \tag{2}$$

- Sabemos, por axioma A_{sesC} que

$$a \leq a \ s \ b \tag{1}$$

- Y por $A_{\leq R}$ sabemos que

$$a \leq a \tag{2}$$

- Luego, por (1), (2) y aplicando el axioma $A_{\text{i}\geq C}$ sabemos

$$a \leq (a \ s \ b) \ i \ a \tag{3}$$

- Por otra parte, por $A_{\mathrm{i}esC}$ tenemos que

$$(a\ s\ b)\ i\ a \leq a \tag{4}$$

- Por otra parte, por $A_{\text{ies}C}$ tenemos que

$$(a\ s\ b)\ i\ a \leq a \tag{4}$$

- Finalmente, por (3), (4) y aplicando el axioma $A_{\leq A}$ obtenemos

$$(a\ s\ b)\ i\ a \equiv a \tag{5}$$

- Por otra parte, por $A_{\text{ies}C}$ tenemos que

$$(a\ s\ b)\ i\ a \leq a \tag{4}$$

- Finalmente, por (3), (4) y aplicando el axioma $A_{\leq A}$ obtenemos

$$(a\ s\ b)\ i\ a \equiv a \tag{5}$$

- Como a, b eran elementos cualesquiera, probamos que

$$\forall x \forall y((x\ s\ y)\ i\ x \equiv x)$$

  A partir de ahora, llamaremos $(*)$ a este teorema

Ahora si probaremos

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

Ahora si probaremos

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

- Primero, supongamos que se cumple que

$$\forall x \forall y \forall z (x\ i\ y) s\ (x\ i\ z) \equiv x\ i\ (y\ s\ z) \tag{6}$$

Ahora si probaremos

$$Dis1 \to CancDobl$$

- Primero, supongamos que se cumple que

$$\forall x \forall y \forall z (x\ i\ y) s\ (x\ i\ z) \equiv x\ i\ (y\ s\ z) \tag{6}$$

- Probaremos que

$$\forall x \forall y (\exists z ((x\ i\ z \equiv y\ i\ z \wedge x\ s\ z \equiv y\ s\ z) \to x \equiv y))$$

$\forall xyz\ (x \mathbin{\mathsf{i}} y) \mathbin{\mathsf{s}} (x \mathbin{\mathsf{i}} z) \equiv x \mathbin{\mathsf{i}} (y \mathbin{\mathsf{s}} z) \to \forall x\ \forall y\ (\exists z (x \mathbin{\mathsf{i}} z \equiv y \mathbin{\mathsf{i}} z \wedge x \mathbin{\mathsf{s}} z \equiv y \mathbin{\mathsf{s}} z) \to x \equiv y)$:

Prueba Matemática

- Sean a, b dos elementos de A fijos

- Sean a, b dos elementos de A fijos
- Probaremos que

$$\exists z(a\ i\ z \equiv b\ i\ z \wedge a\ s\ z \equiv b\ s\ z) \to a \equiv b$$

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \ \equiv y)$:

Prueba Matemática

- Sean a, b dos elementos de A fijos
- Probaremos que

$$\exists z(a\ i\ z \equiv b\ i\ z \wedge a\ s\ z \equiv b\ s\ z) \rightarrow a \equiv b$$

- Supongamos que:

$$\exists z(a\ i\ z \equiv b\ i\ z \wedge a\ s\ z \equiv b\ s\ z)$$

Prueba Matemática

- Sean a, b dos elementos de A fijos
- Probaremos que

$$\exists z(a\ i\ z \equiv b\ i\ z \wedge a\ s\ z \equiv b\ s\ z) \to a \equiv b$$

- Supongamos que:

$$\exists z(a\ i\ z \equiv b\ i\ z \wedge a\ s\ z \equiv b\ s\ z)$$

- Supongamos c un elemento que cumple

$$(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c) \tag{7}$$

- Sean a, b dos elementos de A fijos
- Probaremos que

$$\exists z(a\ i\ z \equiv b\ i\ z \wedge a\ s\ z \equiv b\ s\ z) \to a \equiv b$$

- Supongamos que:

$$\exists z(a\ i\ z \equiv b\ i\ z \wedge a\ s\ z \equiv b\ s\ z)$$

- Supongamos c un elemento que cumple

$$(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c) \tag{7}$$

- Probaremos que

$$a \equiv b$$

- Por teorema $(*)$ sabemos que

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b \tag{8}$$

- Por teorema $(*)$ sabemos que

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b \tag{8}$$

- Por (7):

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv (a\ s\ c)\ i\ b \tag{9}$$

- Por teorema $(*)$ sabemos que

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b \tag{8}$$

- Por (7):

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv (a\ s\ c)\ i\ b \tag{9}$$

- Por (6):

$$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv (a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ b) \tag{10}$$

- Por teorema $(*)$ sabemos que

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b \tag{8}$$

- Por (7):

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv (a\ s\ c)\ i\ b \tag{9}$$

- Por (6):

$$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv (a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ b) \tag{10}$$

- Nuevamente por (7):

$$(a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ b) \equiv (a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ a) \tag{11}$$

- Por teorema $(*)$ sabemos que

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b \tag{8}$$

- Por (7):

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv (a\ s\ c)\ i\ b \tag{9}$$

- Por (6):

$$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv (a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ b) \tag{10}$$

- Nuevamente por (7):

$$(a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ b) \equiv (a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ a) \tag{11}$$

- Nuevamente por (6) y por conmutatividad de i:

$$(a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ a) \equiv (b\ s\ c)\ i\ a \tag{12}$$

- Por teorema ($*$) sabemos que

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b \tag{8}$$

- Por (7):

$$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv (a\ s\ c)\ i\ b \tag{9}$$

- Por (6):

$$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv (a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ b) \tag{10}$$

- Nuevamente por (7):

$$(a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ b) \equiv (a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ a) \tag{11}$$

- Nuevamente por (6) y por conmutatividad de i:

$$(a\ i\ b)\ s\ (c\ i\ a) \equiv (b\ s\ c)\ i\ a \tag{12}$$

- Y así, por (7):

$$(b\ s\ c)\ i\ a \equiv (a\ s\ c)\ i\ a \tag{13}$$

- Finalmente, por $(*)$:

$$(a\ s\ c)\ i\ a \equiv a \tag{14}$$

- Finalmente, por $(*)$:

$$(a\ s\ c)\ i\ a \equiv a \tag{14}$$

- Es decir,

$$a \equiv b$$

- Finalmente, por $(*)$:

$$(a\ s\ c)\ i\ a \equiv a \tag{14}$$

- Es decir,

$$a \equiv b$$

- Por lo tanto, se cumple que

$$Dis1 \to CancDobl$$

Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en Ret de la sentencia en cuestión

Ahora daremos la prueba formal en Ret de la sentencia en cuestión

Utilizaremos los siguientes teoremas cuyas pruebas formales son dejadas al lector

- $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TeoremaAbsorv)

Ahora daremos la prueba formal en Ret de la sentencia en cuestión

Utilizaremos los siguientes teoremas cuyas pruebas formales son dejadas al lector

- $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TeoremaAbsorv)
- $\forall x\ \forall y\ (x\ i\ y) \equiv (y\ i\ x)$ (TeoremaConmut)

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \to \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \to x \ \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x\ \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACIONx2(4))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACIONx2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACION×2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))
7. $(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$ (CONJELIM(3))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1.	$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$	(HIPÓTESIS1)
2.	$\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$	(HIPÓTESIS2)
3.	$((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$	(ELECCION(2))
4.	$\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$	(TEOREMAABSORV)
5.	$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(PARTICULARIZACION×2(4))
6.	$(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$	(CONJELIM(3))
7.	$(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$	(CONJELIM(3))
8.	$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(REEMP(6,5))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1.	$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$	(HIPÓTESIS1)
2.	$\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$	(HIPÓTESIS2)
3.	$((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$	(ELECCION(2))
4.	$\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$	(TEOREMAABSORV)
5.	$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(PARTICULARIZACION×2(4))
6.	$(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$	(CONJELIM(3))
7.	$(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$	(CONJELIM(3))
8.	$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(REEMP(6,5))
9.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$	(PARTICULARIZACION×3(1))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \to \forall x\ \forall y\ (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \to x \ \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACION×2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))
7. $(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$ (CONJELIM(3))
8. $(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (REEMP(6,5))
9. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×3(1))
10. $b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(8))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \to \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \to x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACIONx2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))
7. $(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$ (CONJELIM(3))
8. $(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (REEMP(6,5))
9. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx3(1))
10. $b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(8))
11. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(9,10))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1.	$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$	(HIPÓTESIS1)
2.	$\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$	(HIPÓTESIS2)
3.	$((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$	(ELECCION(2))
4.	$\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$	(TEOREMAABSORV)
5.	$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(PARTICULARIZACION×2(4))
6.	$(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$	(CONJELIM(3))
7.	$(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$	(CONJELIM(3))
8.	$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(REEMP(6,5))
9.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$	(PARTICULARIZACION×3(1))
10.	$b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$	(TEOREMACONMUT(8))
11.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(9,10))
12.	$(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(7,11))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \ \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACION×2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))
7. $(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$ (CONJELIM(3))
8. $(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (REEMP(6,5))
9. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×3(1))
10. $b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(8))
11. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(9,10))
12. $(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(7,11))
13. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(12))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1.	$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$	(HIPÓTESIS1)
2.	$\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$	(HIPÓTESIS2)
3.	$((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$	(ELECCION(2))
4.	$\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$	(TEOREMAABSORV)
5.	$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(PARTICULARIZACIONx2(4))
6.	$(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$	(CONJELIM(3))
7.	$(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$	(CONJELIM(3))
8.	$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(REEMP(6,5))
9.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$	(PARTICULARIZACIONx3(1))
10.	$b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$	(TEOREMACONMUT(8))
11.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(9,10))
12.	$(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(7,11))
13.	$(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$	(TEOREMACONMUT(12))
14.	$(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv a\ i\ (b\ s\ c)$	(PARTICULARIZACIONx3(1))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACIONx2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))
7. $(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$ (CONJELIM(3))
8. $(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (REEMP(6,5))
9. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx3(1))
10. $b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(8))
11. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(9,10))
12. $(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(7,11))
13. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(12))
14. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv a\ i\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx3(1))
15. $a\ i\ (b\ s\ c) \equiv b$ (REEMP(14,13))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \ \equiv y)$:

Prueba Formal

1.	$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$	(HIPÓTESIS1)
2.	$\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$	(HIPÓTESIS2)
3.	$((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$	(ELECCION(2))
4.	$\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$	(TEOREMAABSORV)
5.	$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(PARTICULARIZACIONx2(4))
6.	$(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$	(CONJELIM(3))
7.	$(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$	(CONJELIM(3))
8.	$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(REEMP(6,5))
9.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$	(PARTICULARIZACIONx3(1))
10.	$b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$	(TEOREMACONMUT(8))
11.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(9,10))
12.	$(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(7,11))
13.	$(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$	(TEOREMACONMUT(12))
14.	$(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv a\ i\ (b\ s\ c)$	(PARTICULARIZACIONx3(1))
15.	$a\ i\ (b\ s\ c) \equiv b$	(REEMP(14,13))
16.	$a\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$	(REEMP(6,15))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1.	$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$	(HIPÓTESIS1)
2.	$\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$	(HIPÓTESIS2)
3.	$((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$	(ELECCION(2))
4.	$\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$	(TEOREMAABSORV)
5.	$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(PARTICULARIZACIONx2(4))
6.	$(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$	(CONJELIM(3))
7.	$(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$	(CONJELIM(3))
8.	$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(REEMP(6,5))
9.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$	(PARTICULARIZACIONx3(1))
10.	$b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$	(TEOREMACONMUT(8))
11.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(9,10))
12.	$(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(7,11))
13.	$(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$	(TEOREMACONMUT(12))
14.	$(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv a\ i\ (b\ s\ c)$	(PARTICULARIZACIONx3(1))
15.	$a\ i\ (b\ s\ c) \equiv b$	(REEMP(14,13))
16.	$a\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$	(REEMP(6,15))
17.	$(a\ s\ c)\ i\ a \equiv b$	(TEOREMACONMUT(16))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACIONx2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))
7. $(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$ (CONJELIM(3))
8. $(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (REEMP(6,5))
9. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx3(1))
10. $b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(8))
11. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(9,10))
12. $(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(7,11))
13. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(12))
14. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv a\ i\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx3(1))
15. $a\ i\ (b\ s\ c) \equiv b$ (REEMP(14,13))
16. $a\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (REEMP(6,15))
17. $(a\ s\ c)\ i\ a \equiv b$ (TEOREMACONMUT(16))
18. $(a\ s\ c)\ i\ a \equiv a$ (PARTICULARIZACIONx2(4))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACION×2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))
7. $(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$ (CONJELIM(3))
8. $(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (REEMP(6,5))
9. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×3(1))
10. $b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(8))
11. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(9,10))
12. $(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(7,11))
13. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(12))
14. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv a\ i\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACION×3(1))
15. $a\ i\ (b\ s\ c) \equiv b$ (REEMP(14,13))
16. $a\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (REEMP(6,15))
17. $(a\ s\ c)\ i\ a \equiv b$ (TEOREMACONMUT(16))
18. $(a\ s\ c)\ i\ a \equiv a$ (PARTICULARIZACION×2(4))
19. $a \equiv b$ (TESIS2REEMP(18,17))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACIONx2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))
7. $(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$ (CONJELIM(3))
8. $(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (REEMP(6,5))
9. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx3(1))
10. $b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(8))
11. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(9,10))
12. $(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(7,11))
13. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(12))
14. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv a\ i\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx3(1))
15. $a\ i\ (b\ s\ c) \equiv b$ (REEMP(14,13))
16. $a\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (REEMP(6,15))
17. $(a\ s\ c)\ i\ a \equiv b$ (TEOREMACONMUT(16))
18. $(a\ s\ c)\ i\ a \equiv a$ (PARTICULARIZACIONx2(4))
19. $a \equiv b$ (TESIS2REEMP(18,17))
20. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z)) \rightarrow a \equiv b$ (CONCLUSION)

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1.	$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$	(HIPÓTESIS1)
2.	$\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$	(HIPÓTESIS2)
3.	$((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$	(ELECCION(2))
4.	$\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$	(TEOREMAABSORV)
5.	$(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(PARTICULARIZACIONx2(4))
6.	$(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$	(CONJELIM(3))
7.	$(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$	(CONJELIM(3))
8.	$(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$	(REEMP(6,5))
9.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$	(PARTICULARIZACIONx3(1))
10.	$b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$	(TEOREMACONMUT(8))
11.	$(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(9,10))
12.	$(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$	(REEMP(7,11))
13.	$(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$	(TEOREMACONMUT(12))
14.	$(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv a\ i\ (b\ s\ c)$	(PARTICULARIZACIONx3(1))
15.	$a\ i\ (b\ s\ c) \equiv b$	(REEMP(14,13))
16.	$a\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$	(REEMP(6,15))
17.	$(a\ s\ c)\ i\ a \equiv b$	(TEOREMACONMUT(16))
18.	$(a\ s\ c)\ i\ a \equiv a$	(PARTICULARIZACIONx2(4))
19.	$a \equiv b$	(TESIS2REEMP(18,17))
20.	$\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z)) \rightarrow a \equiv b$	(CONCLUSION)
21.	$\forall x\ \forall y\ (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$	(TESIS1GENERALIZACIÓNx2(20))

$\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \to \forall x\ \forall y\ (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \to x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ (HIPÓTESIS1)
2. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z))$ (HIPÓTESIS2)
3. $((a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c) \wedge (a\ s\ c) \equiv (b\ i\ c))$ (ELECCION(2))
4. $\forall x\ \forall y\ (x\ s\ y)\ i\ x \equiv x$ (TEOREMAABSORV)
5. $(b\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (PARTICULARIZACIONx2(4))
6. $(a\ s\ c) \equiv (b\ s\ c)$ (CONJELIM(3))
7. $(a\ i\ c) \equiv (b\ i\ c)$ (CONJELIM(3))
8. $(a\ s\ c)\ i\ b \equiv b$ (REEMP(6,5))
9. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b\ i\ (a\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx3(1))
10. $b\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(8))
11. $(b\ i\ a)\ s\ (b\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(9,10))
12. $(b\ i\ a)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (REEMP(7,11))
13. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv b$ (TEOREMACONMUT(12))
14. $(a\ i\ b)\ s\ (a\ i\ c) \equiv a\ i\ (b\ s\ c)$ (PARTICULARIZACIONx3(1))
15. $a\ i\ (b\ s\ c) \equiv b$ (REEMP(14,13))
16. $a\ i\ (a\ s\ c) \equiv b$ (REEMP(6,15))
17. $(a\ s\ c)\ i\ a \equiv b$ (TEOREMACONMUT(16))
18. $(a\ s\ c)\ i\ a \equiv a$ (PARTICULARIZACIONx2(4))
19. $a \equiv b$ (TESIS2REEMP(18,17))
20. $\exists z\ ((a\ i\ z) \equiv (b\ i\ z) \wedge (a\ s\ z) \equiv (b\ i\ z)) \to a \equiv b$ (CONCLUSION)
21. $\forall x\ \forall y\ (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \to x \equiv y)$ (TESIS1GENERALIZACIÓNx2(20))
22. $\forall xyz\ (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \to \forall x\ \forall y\ (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \to x \equiv y)$ (CONCLUSION)