

Sea  $\tau_{Ret} = (\emptyset, \{s^2, i^2\}, \{\leq^2\}, a)$ . Y sea  $Ret = (\Sigma_{Ret}, \tau_{Ret})$ , donde  $\Sigma_{Ret}$  es el siguiente conjunto de sentencias:

Sea  $\tau_{Ret} = (\emptyset, \{s^2, i^2\}, \{\leq^2\}, a)$ . Y sea  $Ret = (\Sigma_{Ret}, \tau_{Ret})$ , donde  $\Sigma_{Ret}$  es el siguiente conjunto de sentencias:

$$A_{\leq R} = \forall x \ x \leq x$$

$$A_{\leq A} = \forall x \forall y \ ((x \leq y \wedge y \leq x) \rightarrow x \equiv y)$$

$$A_{\leq T} = \forall x \forall y \forall z \ ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$$

$$A_{sesC} = \forall x \forall y \ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$$

$$A_{s \leq C} = \forall x \forall y \forall z \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$$

$$A_{iesC} = \forall x \forall y \ (x \text{ i } y \leq x \wedge x \text{ i } y \leq y)$$

$$A_{i \geq C} = \forall x \forall y \forall z \ ((z \leq x \wedge z \leq y) \rightarrow z \leq x \text{ i } y)$$

Daremos pruebas formales para las siguientes sentencias:

Daremos pruebas formales para las siguientes sentencias:

- $\phi = \forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$

Daremos pruebas formales para las siguientes sentencias:

- $\phi = \forall x \forall y \forall z (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$
- $\psi = \text{Dis1} \rightarrow \text{CancDobl}$

Donde

$$\text{Dis1} = \forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$$

$$\text{CancDobl} = \forall xy (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$$

## Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}$

- $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$  si y sólo si  $(A, \leq^{\mathbf{A}})$  es un poset

## Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}$

- $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$  si y sólo si  $(A, \leq^{\mathbf{A}})$  es un poset
- **Observación:** Una estructura  $\mathbf{A}$  de tipo  $\tau_{Ret}$  puede satisfacer los 3 axiomas pero esto no significa que las operaciones  $s^{\mathbf{A}}$  e  $i^{\mathbf{A}}$  sean las operaciones supremo e ínfimo respecto al orden  $\leq^{\mathbf{A}}$ .

## Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\text{ses}C}, A_{s \leq C}$

Si  $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$  entonces:

- $\mathbf{A} \models A_{\text{ses}C}$  si y sólo si  $(a s^{\mathbf{A}} b)$  es cota superior de  $\{a, b\}$  en  $(A, \leq^{\mathbf{A}})$  cualesquiera sean  $a$  y  $b$ .



## Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\text{ses}C}, A_{s\leq C}$

Si  $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$  entonces:

- $\mathbf{A} \models A_{\text{ses}C}$  si y sólo si  $(a \text{ } s^{\mathbf{A}} \text{ } b)$  es cota superior de  $\{a, b\}$  en  $(A, \leq^{\mathbf{A}})$  cualesquiera sean  $a$  y  $b$ .
- $\mathbf{A} \models A_{s\leq C}$  si y sólo si  $(a \text{ } s^{\mathbf{A}} \text{ } b)$  es menor o igual a toda cota superior de  $\{a, b\}$  cualesquiera sean  $a$  y  $b$

## Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\text{ses}C}, A_{s \leq C}$

Si  $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$  entonces:

- $\mathbf{A} \models A_{\text{ses}C}$  si y sólo si  $(a \ s^{\mathbf{A}} \ b)$  es cota superior de  $\{a, b\}$  en  $(A, \leq^{\mathbf{A}})$  cualesquiera sean  $a$  y  $b$ .
- $\mathbf{A} \models A_{s \leq C}$  si y sólo si  $(a \ s^{\mathbf{A}} \ b)$  es menor o igual a toda cota superior de  $\{a, b\}$  cualesquiera sean  $a$  y  $b$ .
- $\mathbf{A}$  cumplirá los axiomas  $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\text{ses}C}$  y  $A_{s \leq C}$  si y sólo si  $\leq^{\mathbf{A}}$  es un orden parcial y  $s^{\mathbf{A}}$  es la operación supremo respecto del orden  $\leq^{\mathbf{A}}$ .

**A** es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

**A** es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

- $(A, \leq^A)$  es un orden parcial

$\mathbf{A}$  es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

- $(A, \leq^{\mathbf{A}})$  es un orden parcial
- $s^{\mathbf{A}}$  es el supremo en el poset  $(A, \leq^{\mathbf{A}})$

**A** es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

- $(A, \leq^A)$  es un orden parcial
- $s^A$  es el supremo en el poset  $(A, \leq^A)$
- $i^A$  es el ínfimo en el poset  $(A, \leq^A)$

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$$

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$$

Forma de encontrar la prueba formal:



Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$$

Forma de encontrar la prueba formal:

1. Prueba Matemática

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$$

Forma de encontrar la prueba formal:

1. Prueba Matemática
2. Prueba Formal

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Matemática

- Sean  $a, b, c$  elementos de  $A$  fijos.

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Matemática

- Sean  $a, b, c$  elementos de  $A$  fijos.
- Probaremos que

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$$

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Matemática

- Sean  $a, b, c$  elementos de  $A$  fijos.
- Probaremos que

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$$

- Sabemos por Axioma que

$$a \leq a \wedge (b \leq c) \tag{1}$$

$$b \leq c \Rightarrow a \leq c \tag{2}$$

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Matemática

- Sean  $a, b, c$  elementos de  $A$  fijos.
- Probaremos que

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$$

- Sabemos por A<sub>trans</sub> que

$$a \leq a \leq (b \leq c) \tag{1}$$

$$b \leq c \Rightarrow a \leq c \tag{2}$$

- Aplicandolo nuevamente, sabemos que

$$b \leq (b \leq c) \tag{3}$$

$$c \leq (b \leq c) \tag{4}$$

- Luego, por (2), (3) y  $A_{\leq T}$  tenemos

$$b \leq a \wedge (b \leq c) \quad (5)$$

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Matemática

- Luego, por (2), (3) y  $A_{\leq T}$  tenemos

$$b \leq a \wedge (b \leq c) \quad (5)$$

- Y por (2), (4) y  $A_{\leq T}$  tenemos

$$c \leq a \wedge (b \leq c) \quad (6)$$



## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Matemática

- Luego, por (2), (3) y  $A_{\leq T}$  tenemos

$$b \leq a \wedge (b \leq c) \quad (5)$$

- Y por (2), (4) y  $A_{\leq T}$  tenemos

$$c \leq a \wedge (b \leq c) \quad (6)$$

- Es decir, hasta aquí hemos probado que

$$a \leq a \wedge (b \leq c) \quad (7)$$

$$b \leq a \wedge (b \leq c) \quad (8)$$

$$c \leq a \wedge (b \leq c) \quad (9)$$

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Matemática

- Por  $A_{\leq C}$ , tomando

$$x = a$$

$$y = b$$

$$z = a \wedge (b \wedge c)$$

tenemos que

$$a \wedge b \leq a \wedge (b \wedge c) \tag{10}$$

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Matemática

- Finalmente, si aplicamos nuevamente  $A_{s \leq c}$  tomando

$$x = a \leq b$$

$$y = c$$

$$z = a \leq (b \leq c)$$

obtenemos

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c \quad (11)$$

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Matemática

- Finalmente, si aplicamos nuevamente  $A_{s \leq c}$  tomando

$$x = a \leq b$$

$$y = c$$

$$z = a \leq (b \leq c)$$

obtenemos

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c \quad (11)$$

- Como  $a, b, c$  eran elementos cualesquiera, probamos que

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$$

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$ : Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en *Ret* de la sentencia en cuestión

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$ : Prueba Formal

1.  $\forall x \forall y (x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y)$

AXIOMAPROPIO

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$ : Prueba Formal

1.  $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$

AXIOMAS PROPIOS

2.  $a \leq b \wedge b \leq c \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACION (1)

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$ : Prueba Formal

1.  $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$

AXIOMAS PROPIOS

2.  $a \leq b \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACION (1)

3.  $b \leq c \Rightarrow a \leq c$

CONJUNCION (2)



## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

1.  $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$

AXIOMAS PROPIOS

2.  $a \leq b \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACION (1)

3.  $b \leq c \wedge (c \leq a) \Rightarrow b \leq a$

CONJUNCIÓN (2)

4.  $b \leq c \wedge c \leq b \Rightarrow b = c$

PARTICULARIZACION (1)

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

1.  $\forall x \forall y (x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y)$

AXIOMAPROPIO

2.  $a \leq b \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACION(1)

3.  $b \leq c \wedge a \leq b \Rightarrow a \leq c$

CONJELIM(2)

4.  $b \leq c \wedge c \leq b \Rightarrow b = c$

PARTICULARIZACION(1)

5.  $b \leq c$

CONJELIM(4)

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

1.  $\forall x \forall y (x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y)$

AXIOMAPROPIO

2.  $a \leq b \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACIONx2(1)

3.  $b \leq c \wedge a \leq b \Rightarrow a \leq c$

CONJELIM(2)

4.  $b \leq c \wedge c \leq b \Rightarrow b = c$

PARTICULARIZACIONx2(1)

5.  $b \leq c$

CONJELIM(4)

6.  $b \leq c \wedge c \leq a \Rightarrow b \leq a$

CONJINT(5,3)

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$ : Prueba Formal

- |  |                        |
|--|------------------------|
| 1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$                                  | AXIOMAPROPIO           |
| 2. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge (c \leq a) \rightarrow b \leq a$               | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 3. $b \leq c \wedge a \leq b \rightarrow a \leq c$                                   | CONJELIM(2)            |
| 4. $b \leq c \wedge c \leq b \rightarrow b = c$                                      | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 5. $b \leq (b \leq c)$   | CONJELIM(4)            |
| 6. $b \leq (b \leq c) \wedge b \leq c \rightarrow b \leq c$                          | CONJINT(5,3)           |
| 7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$ | AXIOMAPROPIO           |

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \leq z \leq x \leq (y \leq z)$ : Prueba Formal

- |  |                        |
|--|------------------------|
| 1. $\forall x \forall y (x \leq x \leq y \wedge y \leq x \leq y)$  | AXIOMAPROPIO           |
| 2. $a \leq a \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \leq (b \leq c)$                                   | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 3. $b \leq c \leq a \leq (b \leq c)$   | CONJELIM(2)            |
| 4. $b \leq b \leq c \wedge c \leq b \leq c$  | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 5. $b \leq (b \leq c)$   | CONJELIM(4)            |
| 6. $b \leq (b \leq c) \wedge b \leq c \leq a \leq (b \leq c)$  | CONJINT(5,3)           |
| 7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$                     | AXIOMAPROPIO           |
| 8. $(b \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow (b \leq a \leq (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(7) |

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \leq z \leq x \leq (y \leq z)$ : Prueba Formal

- |  |                        |
|--|------------------------|
| 1. $\forall x \forall y (x \leq x \leq y \wedge y \leq x \leq y)$  | AXIOMAPROPIO           |
| 2. $a \leq a \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \leq (b \leq c)$                                   | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 3. $b \leq c \leq a \leq (b \leq c)$   | CONJELIM(2)            |
| 4. $b \leq b \leq c \wedge c \leq b \leq c$  | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 5. $b \leq (b \leq c)$   | CONJELIM(4)            |
| 6. $b \leq (b \leq c) \wedge b \leq c \leq a \leq (b \leq c)$  | CONJINT(5,3)           |
| 7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$                     | AXIOMAPROPIO           |
| 8. $(b \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow (b \leq a \leq (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(7) |
| 9. $b \leq a \leq (b \leq c)$  | MODUSPONENS(6,8)       |

# $\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$ : Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$	AXIOMAPROPIO
2. $a \leq a \wedge (b \leq c \rightarrow a \leq b) \rightarrow a \leq c$	PARTICULARIZACIONx2(1)
3. $b \leq c \rightarrow a \leq b$	CONJELIM(2)
4. $b \leq c \wedge c \leq b \rightarrow b = c$	PARTICULARIZACIONx2(1)
5. $b \leq c$	CONJELIM(4)
6. $b \leq c \wedge b \leq a \rightarrow b \leq a$	CONJINT(5,3)
7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$	AXIOMAPROPIO
8. $(b \leq c \wedge (b \leq a \rightarrow b \leq c)) \rightarrow (b \leq a)$	PARTICULARIZACIONx3(7)
9. $b \leq a$	MODUSPONENS(6,8)
10. $c \leq b$	CONJELIM(4)

# $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq x \wedge y)$	AXIOMAPROPIO
2. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \wedge (b \leq c)$	PARTICULARIZACIONx2(1)
3. $b \leq c \leq a \wedge (b \leq c)$	CONJELIM(2)
4. $b \leq b \wedge c \leq b \wedge c$	PARTICULARIZACIONx2(1)
5. $b \leq (b \wedge c)$	CONJELIM(4)
6. $b \leq (b \wedge c) \wedge b \wedge c \leq a \wedge (b \wedge c)$	CONJINT(5,3)
7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$	AXIOMAPROPIO
8. $(b \leq (b \wedge c) \wedge (b \wedge c) \leq a \wedge (b \wedge c)) \rightarrow (b \leq a \wedge (b \wedge c))$	PARTICULARIZACIONx3(7)
9. $b \leq a \wedge (b \wedge c)$	MODUSPONENS(6,8)
10. $c \leq (b \wedge c)$	CONJELIM(4)
11. $c \leq (b \wedge c) \wedge b \wedge c \leq a \wedge (b \wedge c)$	CONJINT(10,3)



# $\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$ : Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq x \wedge y \leq y)$	AXIOMAPROPIO
2. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \wedge (b \leq c)$	PARTICULARIZACIONx2(1)
3. $b \leq c \leq a \wedge (b \leq c)$	CONJELIM(2)
4. $b \leq b \wedge c \leq b \wedge c$	PARTICULARIZACIONx2(1)
5. $b \leq (b \wedge c)$	CONJELIM(4)
6. $b \leq (b \wedge c) \wedge b \wedge c \leq a \wedge (b \wedge c)$	CONJINT(5,3)
7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$	AXIOMAPROPIO
8. $(b \leq (b \wedge c) \wedge (b \wedge c) \leq a \wedge (b \wedge c)) \rightarrow (b \leq a \wedge (b \wedge c))$	PARTICULARIZACIONx3(7)
9. $b \leq a \wedge (b \wedge c)$	MODUSPONENS(6,8)
10. $c \leq (b \wedge c)$	CONJELIM(4)
11. $c \leq (b \wedge c) \wedge b \wedge c \leq a \wedge (b \wedge c)$	CONJINT(10,3)
12. $(c \leq (b \wedge c) \wedge (b \wedge c) \leq a \wedge (b \wedge c)) \rightarrow (c \leq a \wedge (b \wedge c))$	PARTICULARIZACIONx3(7)

# $\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$ : Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$	AXIOMAPROPIO
2. $a \leq a \wedge (b \leq c \rightarrow a \leq b \wedge a \leq c)$	PARTICULARIZACIONx2(1)
3. $b \leq c \rightarrow a \leq b \wedge a \leq c$	CONJELIM(2)
4. $b \leq c \wedge c \leq a \rightarrow b \leq a$	PARTICULARIZACIONx2(1)
5. $b \leq c$	CONJELIM(4)
6. $b \leq c \wedge b \leq a \rightarrow a \leq c$	CONJINT(5,3)
7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$	AXIOMAPROPIO
8. $(b \leq c \wedge (b \leq a \rightarrow b \leq c)) \rightarrow (b \leq a)$	PARTICULARIZACIONx3(7)
9. $b \leq a$	MODUSPONENS(6,8)
10. $c \leq a$	CONJELIM(4)
11. $c \leq a \wedge b \leq c \rightarrow b \leq a$	CONJINT(10,3)
12. $(c \leq a \wedge (b \leq c \rightarrow b \leq a)) \rightarrow (b \leq a)$	PARTICULARIZACIONx3(7)
13. $c \leq a$	MODUSPONENS(11,12)

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

14.  $a \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJELIM(2)

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

14.  $a \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJELIM(2)

15.  $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJINT(14,9)

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

14.  $a \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJELIM(2)

15.  $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJINT(14,9)

16.  $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \Rightarrow x \leq y \leq z)$

AXIOMAPROPIO

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

14.  $a \leq a \vee (b \leq c)$

CONJELIM(2)

15.  $a \leq a \vee (b \leq c) \wedge b \leq a \vee (b \leq c)$

CONJINT(14,9)

16.  $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \vee y \leq z)$

AXIOMAPROPIO

17.  $(a \leq a \vee (b \leq c) \wedge b \leq a \vee (b \leq c)) \rightarrow ((a \vee b) \leq a \vee (b \leq c))$

PARTICULARIZACIONx3(16)

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

- |  |                         |
|--|-------------------------|
| 14. $a \leq a \wedge b \leq c$   | CONJELIM(2)             |
| 15. $a \leq a \wedge b \leq c \wedge b \leq a \wedge b \leq c$   | CONJINT(14,9)           |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$                     | AXIOMAPROPIO            |
| 17. $(a \leq a \wedge b \leq c) \wedge b \leq a \wedge b \leq c \rightarrow ((a \leq b) \leq a \wedge b \leq c)$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \wedge b \leq c$  | MODUSPONENS(15,17)      |

## $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

- |  |                         |
|--|-------------------------|
| 14. $a \leq a \wedge (b \leq c)$   | CONJELIM(2)             |
| 15. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$   | CONJINT(14,9)           |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$   | AXIOMAPROPIO            |
| 17. $(a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c))$                 | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c)$  | MODUSPONENS(15,17)      |
| 19. $((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |



# $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

- |  |                         |
|--|-------------------------|
| 14. $a \leq a \wedge (b \leq c)$   | CONJELIM(2)             |
| 15. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$   | CONJINT(14,9)           |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$   | AXIOMAPROPIO            |
| 17. $(a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c))$                 | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c)$  | MODUSPONENS(15,17)      |
| 19. $((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 20. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)$  | CONJINT(18,13)          |

# $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \leq z \leq x \leq (y \leq z)$ : Prueba Formal

- |  |                         |
|--|-------------------------|
| 14. $a \leq a \leq (b \leq c)$   | CONJELIM(2)             |
| 15. $a \leq a \leq (b \leq c) \wedge b \leq a \leq (b \leq c)$   | CONJINT(14,9)           |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$                                     | AXIOMAPROPIO            |
| 17. $(a \leq a \leq (b \leq c) \wedge b \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq a \leq (b \leq c))$                 | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \leq (b \leq c)$  | MODUSPONENS(15,17)      |
| 19. $((a \leq b) \leq a \leq (b \leq c) \wedge c \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq c \leq a \leq (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 20. $(a \leq b) \leq a \leq (b \leq c) \wedge c \leq a \leq (b \leq c)$  | CONJINT(18,13)          |
| 21. $(a \leq b) \leq c \leq a \leq (b \leq c)$   | MODUSPONENS(20,19)      |

# $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

- |  |                         |
|--|-------------------------|
| 14. $a \leq a \wedge (b \leq c)$   | CONJELIM(2)             |
| 15. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$   | CONJINT(14,9)           |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$   | AXIOMAPROPIO            |
| 17. $(a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c))$                 | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c)$  | MODUSPONENS(15,17)      |
| 19. $((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 20. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)$  | CONJINT(18,13)          |
| 21. $(a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c)$   | MODUSPONENS(20,19)      |
| 22. $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$  | GENERALIZACIÓNx3(21)    |

# $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ : Prueba Formal

- |  |                         |
|--|-------------------------|
| 14. $a \leq a \wedge (b \leq c)$   | CONJELIM(2)             |
| 15. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$   | CONJINT(14,9)           |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$   | AXIOMAPROPIO            |
| 17. $(a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c))$                 | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c)$  | MODUSPONENS(15,17)      |
| 19. $((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 20. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)$  | CONJINT(18,13)          |
| 21. $(a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c)$   | MODUSPONENS(20,19)      |
| 22. $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$  | GENERALIZACIÓNx3(21)    |
| 23. $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$  | CONCLUSION(22)          |

$$\forall xyz (x \dot{\vdash} y) \text{ s } (x \dot{\vdash} z) \equiv x \dot{\vdash} (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \dot{\vdash} z \equiv y \dot{\vdash} z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$$

Ahora encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia  $\psi$ :

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Ahora encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia  $\psi$ :

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

Utilizaremos la misma forma de encontrar la prueba formal usada para probar  $\phi$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Matemática

Para probar  $\psi$ , será útil un teorema auxiliar:

$$\forall x \forall y ((x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x)$$

A partir de ahora, lo llamaremos (\*). Queda como ejercicio su prueba.

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Matemática

Ahora si probaremos

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$



$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Matemática

Ahora si probaremos

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

- Primero, supongamos que se cumple que

$$\forall x \forall y \forall z (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \quad (1)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

Ahora si probaremos

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

- Primero, supongamos que se cumple que

$$\forall x \forall y \forall z (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \quad (1)$$

- Probaremos que

$$\forall x \forall y (\exists z ((x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y))$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Matemática

- Sean  $a, b$  dos elementos de  $A$  fijos

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Matemática

- Sean  $a, b$  dos elementos de  $A$  fijos
- Probaremos que

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z) \rightarrow a \equiv b$$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

- Sean  $a, b$  dos elementos de  $A$  fijos
- Probaremos que

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z) \rightarrow a \equiv b$$

- Supongamos que:

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

- Sean  $a, b$  dos elementos de  $A$  fijos
- Probaremos que

$$\exists z(a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z) \rightarrow a \equiv b$$

- Supongamos que:

$$\exists z(a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z)$$

- Supongamos  $c$  un elemento que cumple

$$(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a \text{ s } c) \equiv (b \text{ s } c) \quad (2)$$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

- Sean  $a, b$  dos elementos de  $A$  fijos
- Probaremos que

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z) \rightarrow a \equiv b$$

- Supongamos que:

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z)$$

- Supongamos  $c$  un elemento que cumple

$$(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a \text{ s } c) \equiv (b \text{ s } c) \quad (2)$$

- Probaremos que

$$a \equiv b$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Matemática

- Por teorema (\*) sabemos que

$$(b \text{ s } c) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$



$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

- Por teorema (\*) sabemos que

$$(b \text{ s } c) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$

- Por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } b \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } b \quad (4)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

- Por teorema (\*) sabemos que

$$(b s c) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$

- Por (2):

$$(b s c) \text{ i } b \equiv (a s c) \text{ i } b \quad (4)$$

- Por (1):

$$(a s c) \text{ i } b \equiv (a \text{ i } b) s (c \text{ i } b) \quad (5)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Matemática

- Por teorema (\*) sabemos que

$$(b s c) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$

- Por (2):

$$(b s c) \text{ i } b \equiv (a s c) \text{ i } b \quad (4)$$

- Por (1):

$$(a s c) \text{ i } b \equiv (a \text{ i } b) s (c \text{ i } b) \quad (5)$$

- Nuevamente por (2):

$$(a \text{ i } b) s (c \text{ i } b) \equiv (a \text{ i } b) s (c \text{ i } a) \quad (6)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Matemática

- Por teorema (\*) sabemos que

$$(b s c) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$

- Por (2):

$$(b s c) \text{ i } b \equiv (a s c) \text{ i } b \quad (4)$$

- Por (1):

$$(a s c) \text{ i } b \equiv (a \text{ i } b) s (c \text{ i } b) \quad (5)$$

- Nuevamente por (2):

$$(a \text{ i } b) s (c \text{ i } b) \equiv (a \text{ i } b) s (c \text{ i } a) \quad (6)$$

- Nuevamente por (1) y por conmutatividad de  $i$ :

$$(a \text{ i } b) s (c \text{ i } a) \equiv (b s c) \text{ i } a \quad (7)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

- Y así, por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } a \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } a \quad (8)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

- Y así, por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } a \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } a \quad (8)$$

- Finalmente, por (\*):

$$(a \text{ s } c) \text{ i } a \equiv a \quad (9)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

- Y así, por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } a \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } a \quad (8)$$

- Finalmente, por (\*):

$$(a \text{ s } c) \text{ i } a \equiv a \quad (9)$$

- Es decir,

$$a \equiv b$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$ :

## Prueba Matemática

- Y así, por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } a \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } a \quad (8)$$

- Finalmente, por (\*):

$$(a \text{ s } c) \text{ i } a \equiv a \quad (9)$$

- Es decir,

$$a \equiv b$$

- Por lo tanto, se cumple que

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$



$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en Ret de la sentencia en cuestión

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en Ret de la sentencia en cuestión

Utilizaremos los siguientes teoremas cuyas pruebas formales son dejadas al lector

- $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$  (TeoremaAbsorv)

$\forall x y z (x \dot{\vdash} y) \dot{\vdash} (x \dot{\vdash} z) \equiv x \dot{\vdash} (y \dot{\vdash} z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \dot{\vdash} z \equiv y \dot{\vdash} z \wedge x \dot{\vdash} z \equiv y \dot{\vdash} z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en Ret de la sentencia en cuestión

Utilizaremos los siguientes teoremas cuyas pruebas formales son dejadas al lector

- $\forall x \forall y (x \dot{\vdash} y) \dot{\vdash} x \equiv x$  (TeoremaAbsorv)
- $\forall x \forall y (x \dot{\vdash} y) \equiv (y \dot{\vdash} x)$  (TeoremaConmut)

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1.  $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$

HIPÓTESIS1

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1.  $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$
2.  $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ i } z))$

HIPÓTESIS1

HIPÓTESIS2

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1.  $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$
2.  $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ i } z))$
3.  $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a \text{ s } c) \equiv (b \text{ i } c))$

HIPÓTESIS1

HIPÓTESIS2

ELECCION(2)

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1.  $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$
2.  $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ i } z))$
3.  $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a \text{ s } c) \equiv (b \text{ i } c))$
4.  $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$

HIPÓTESIS1

HIPÓTESIS2

ELECCION(2)

TEOREMAABSORV

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

$$1. \quad \forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$$

HIPÓTESIS1

$$2. \quad \exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ i } z))$$

HIPÓTESIS2

$$3. \quad ((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a \text{ s } c) \equiv (b \text{ i } c))$$

ELECCION(2)

$$4. \quad \forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$$

TEOREMAABSORV

$$5. \quad (b \text{ s } c) \text{ i } b \equiv b$$

PARTICULARIZACIONx2(4)



$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

- |   |                        |
|---|------------------------|
| 1. $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$        | HIPÓTESIS1             |
| 2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ i } z))$ | HIPÓTESIS2             |
| 3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a \text{ s } c) \equiv (b \text{ i } c))$           | ELECCION(2)            |
| 4. $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$   | TEOREMAABSORV          |
| 5. $(b \text{ s } c) \text{ i } b \equiv b$   | PARTICULARIZACIONx2(4) |
| 6. $(a \text{ s } c) \equiv (b \text{ s } c)$   | CONJELIM(3)            |

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

- |  |                        |
|--|------------------------|
| 1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$                 | HIPÓTESIS1             |
| 2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$ | HIPÓTESIS2             |
| 3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$           | ELECCION(2)            |
| 4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$  | TEOREMAABSORV          |
| 5. $(b s c) i b \equiv b$  | PARTICULARIZACIONx2(4) |
| 6. $(a s c) \equiv (b s c)$  | CONJELIM(3)            |
| 7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$  | CONJELIM(3)            |
| 8. $(a s c) i b \equiv b$  | REEMP(6,5)             |

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)



$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)
14. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv a \text{ i } (b s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)

$\forall x y z (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall x y z (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)
14. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv a \text{ i } (b s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
15. $a \text{ i } (b s c) \equiv b$	REEMP(14,13)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)
14. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv a \text{ i } (b s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
15. $a \text{ i } (b s c) \equiv b$	REEMP(14,13)
16. $a \text{ i } (a s c) \equiv b$	REEMP(6,15)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)
14. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv a \text{ i } (b s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
15. $a \text{ i } (b s c) \equiv b$	REEMP(14,13)
16. $a \text{ i } (a s c) \equiv b$	REEMP(6,15)
17. $(a s c) i a \equiv b$	TEOREMACONMUT(16)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)
14. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv a \text{ i } (b s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
15. $a \text{ i } (b s c) \equiv b$	REEMP(14,13)
16. $a \text{ i } (a s c) \equiv b$	REEMP(6,15)
17. $(a s c) i a \equiv b$	TEOREMACONMUT(16)
18. $(a s c) i a \equiv a$	PARTICULARIZACIONx2(4)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)
14. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv a \text{ i } (b s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
15. $a \text{ i } (b s c) \equiv b$	REEMP(14,13)
16. $a \text{ i } (a s c) \equiv b$	REEMP(6,15)
17. $(a s c) i a \equiv b$	TEOREMACONMUT(16)
18. $(a s c) i a \equiv a$	PARTICULARIZACIONx2(4)
19. $a \equiv b$	TESIS2REEMP(18,17)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)
14. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv a \text{ i } (b s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
15. $a \text{ i } (b s c) \equiv b$	REEMP(14,13)
16. $a \text{ i } (a s c) \equiv b$	REEMP(6,15)
17. $(a s c) i a \equiv b$	TEOREMACONMUT(16)
18. $(a s c) i a \equiv a$	PARTICULARIZACIONx2(4)
19. $a \equiv b$	TESIS2REEMP(18,17)
20. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z)) \rightarrow a \equiv b$	CONCLUSION

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c) \wedge (a s c) \equiv (b \text{ i } c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a \text{ i } c) \equiv (b \text{ i } c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b \text{ i } (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b \text{ i } (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b \text{ i } a) s (a \text{ i } c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)
14. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } c) \equiv a \text{ i } (b s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
15. $a \text{ i } (b s c) \equiv b$	REEMP(14,13)
16. $a \text{ i } (a s c) \equiv b$	REEMP(6,15)
17. $(a s c) i a \equiv b$	TEOREMACONMUT(16)
18. $(a s c) i a \equiv a$	PARTICULARIZACIONx2(4)
19. $a \equiv b$	TESIS2REEMP(18,17)
20. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b \text{ i } z)) \rightarrow a \equiv b$	CONCLUSION
21. $\forall x \forall y (\exists z(x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$	TESIS1GENERALIZACIÓNx2(20)



$\forall xyz (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z(x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

## Prueba Formal

1. $\forall xyz (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a i z) \equiv (b i z) \wedge (a s z) \equiv (b i z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a i c) \equiv (b i c) \wedge (a s c) \equiv (b i c))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s c) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s c) \equiv (b s c)$	CONJELIM(3)
7. $(a i c) \equiv (b i c)$	CONJELIM(3)
8. $(a s c) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
9. $(b i a) s (b i c) \equiv b i (a s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
10. $b i (a s c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(8)
11. $(b i a) s (b i c) \equiv b$	REEMP(9,10)
12. $(b i a) s (a i c) \equiv b$	REEMP(7,11)
13. $(a i b) s (a i c) \equiv b$	TEOREMACONMUT(12)
14. $(a i b) s (a i c) \equiv a i (b s c)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
15. $a i (b s c) \equiv b$	REEMP(14,13)
16. $a i (a s c) \equiv b$	REEMP(6,15)
17. $(a s c) i a \equiv b$	TEOREMACONMUT(16)
18. $(a s c) i a \equiv a$	PARTICULARIZACIONx2(4)
19. $a \equiv b$	TESIS2REEMP(18,17)
20. $\exists z ((a i z) \equiv (b i z) \wedge (a s z) \equiv (b i z)) \rightarrow a \equiv b$	CONCLUSION
21. $\forall x \forall y (\exists z(x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$	TESIS1GENERALIZACIÓNx2(20)
22. $\forall xyz (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z(x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$	CONCLUSION