1. Sea $\tau_{Ret} = (\emptyset, \{\mathsf{s}^2, \mathsf{i}^2\}, \{\leq^2\}, a)$. Y sea $Ret = (\Sigma_{Ret}, \tau_{Ret})$, donde Σ_{Ret} es el siguiente conjunto de sentencias:

$$A_{\leq R} = \forall x\ x \leq x \tag{1}$$
$$A_{\leq A} = \forall x \forall y\ \left((x \leq y \wedge y \leq x) \rightarrow x \equiv y\right) \tag{2}$$
$$A_{\leq T} = \forall x \forall y \forall z\ \left((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z\right) \tag{3}$$
$$A_{\mathsf{s}esC} = \forall x \forall y\ (x \leq x\ \mathsf{s}; y \wedge y \leq x\ \mathsf{s}\ y) \tag{4}$$
$$A_{\mathsf{s}\leq C} = \forall x \forall y \forall z\ \left((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x\ \mathsf{s}\ y \leq z\right) \tag{5}$$
$$A_{\mathsf{i}esC} = \forall x \forall y\ (x\ \mathsf{i}\ y \leq x \wedge x\ \mathsf{i}\ y \leq y) \tag{6}$$
$$A_{\mathsf{i}\geq C} = \forall x \forall y \forall z\ \left((z \leq x \wedge z \leq y) \rightarrow z \leq x\ \mathsf{i}\ y\right) \tag{7}$$
$$\tag{8}$$

(a) Note que dada una estructura $\mathbf{A}$ de tipo τ_{Ret}, se tiene que $\mathbf{A}$ satisface los axiomas $A_{\leq R}$, $A_{\leq A}$ y $A_{\leq T}$ sii $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ es un poset.

(b) Describa las estructuras que satisfacen las sentencias $A_{\leq R}$, $A_{\leq A}$, $A_{\leq T}$ y $A_{\mathsf{s}esC}$

(c) Describa las estructuras que satisfacen las sentencias $A_{\leq R}$, $A_{\leq A}$, $A_{\leq T}$ y $A_{\mathsf{s}\leq C}$

(d) Describa las estructuras que son modelos de Ret

(e) De una prueba en Ret de la sentencia $\forall x \forall y \forall z\ (x\ \mathsf{s}\ y)\ \mathsf{s}\ z \leq x\ \mathsf{s}\ (y\ \mathsf{s}\ z)$

(f) De una prueba en Ret de la sentencia
$(\forall xyz\ (x\ \mathsf{i}\ y)\ \mathsf{s}\ (x\ \mathsf{i}\ z) \equiv x\ \mathsf{i}\ (y\ \mathsf{s}\ z) \rightarrow \forall xy\ (\exists z(x\ \mathsf{i}\ z \equiv y\ \mathsf{i}\ z \wedge x\ \mathsf{s}\ z \equiv y\ \mathsf{s}\ z) \rightarrow x \equiv y))$