

Sea $\tau_{Ret} = (\emptyset, \{s^2, i^2\}, \{\leq^2\}, a)$. Y sea $Ret = (\Sigma_{Ret}, \tau_{Ret})$, donde Σ_{Ret} es el siguiente conjunto de sentencias:

Sea $\tau_{Ret} = (\emptyset, \{s^2, i^2\}, \{\leq^2\}, a)$. Y sea $Ret = (\Sigma_{Ret}, \tau_{Ret})$, donde Σ_{Ret} es el siguiente conjunto de sentencias:

$$A_{\leq R} = \forall x \ x \leq x$$

$$A_{\leq A} = \forall x \forall y \ ((x \leq y \wedge y \leq x) \rightarrow x \equiv y)$$

$$A_{\leq T} = \forall x \forall y \forall z \ ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$$

$$A_{sesC} = \forall x \forall y \ (x \leq x \text{ s } y \wedge y \leq x \text{ s } y)$$

$$A_{s \leq C} = \forall x \forall y \forall z \ ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \text{ s } y \leq z)$$

$$A_{iesC} = \forall x \forall y \ (x \text{ i } y \leq x \wedge x \text{ i } y \leq y)$$

$$A_{i \geq C} = \forall x \forall y \forall z \ ((z \leq x \wedge z \leq y) \rightarrow z \leq x \text{ i } y)$$

Daremos pruebas formales para las siguientes sentencias:

Daremos pruebas formales para las siguientes sentencias:

- $\phi = \forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$

Daremos pruebas formales para las siguientes sentencias:

- $\phi = \forall x \forall y \forall z (x \text{ s } y) \text{ s } z \leq x \text{ s } (y \text{ s } z)$
- $\psi = \text{Dis1} \rightarrow \text{CancDobl}$

Donde

$$\text{Dis1} = \forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$$

$$\text{CancDobl} = \forall xy (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$$

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}$

- $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ si y sólo si $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ es un poset

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}$

- $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ si y sólo si $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ es un poset
- **Observación:** Una estructura \mathbf{A} de tipo τ_{Ret} puede satisfacer los 3 axiomas pero esto no significa que las operaciones $s^{\mathbf{A}}$ e $i^{\mathbf{A}}$ sean las operaciones supremo e ínfimo respecto al orden $\leq^{\mathbf{A}}$.

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\text{ses}C}, A_{s\leq C}$

Si $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ entonces:

- $\mathbf{A} \models A_{\text{ses}C}$ si y sólo si $(a s^{\mathbf{A}} b)$ es cota superior de $\{a, b\}$ en $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ cualesquiera sean a y b .

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\text{ses}C}, A_{s\leq C}$

Si $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ entonces:

- $\mathbf{A} \models A_{\text{ses}C}$ si y sólo si $(a \text{ } s^{\mathbf{A}} \text{ } b)$ es cota superior de $\{a, b\}$ en $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ cualesquiera sean a y b .
- $\mathbf{A} \models A_{s\leq C}$ si y sólo si $(a \text{ } s^{\mathbf{A}} \text{ } b)$ es menor o igual a toda cota superior de $\{a, b\}$ cualesquiera sean a y b

Modelos de Ret: $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\text{ses}C}, A_{s \leq C}$

Si $\mathbf{A} \models A_{\leq R} \wedge A_{\leq A} \wedge A_{\leq T}$ entonces:

- $\mathbf{A} \models A_{\text{ses}C}$ si y sólo si $(a \ s^{\mathbf{A}} \ b)$ es cota superior de $\{a, b\}$ en $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ cualesquiera sean a y b .
- $\mathbf{A} \models A_{s \leq C}$ si y sólo si $(a \ s^{\mathbf{A}} \ b)$ es menor o igual a toda cota superior de $\{a, b\}$ cualesquiera sean a y b .
- \mathbf{A} cumplirá los axiomas $A_{\leq R}, A_{\leq A}, A_{\leq T}, A_{\text{ses}C}$ y $A_{s \leq C}$ si y sólo si $\leq^{\mathbf{A}}$ es un orden parcial y $s^{\mathbf{A}}$ es la operación supremo respecto del orden $\leq^{\mathbf{A}}$.

A es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

A es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

- (A, \leq^A) es un orden parcial

\mathbf{A} es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

- $(A, \leq^{\mathbf{A}})$ es un orden parcial
- $s^{\mathbf{A}}$ es el supremo en el poset $(A, \leq^{\mathbf{A}})$

A es un modelo de *Ret* si y sólo si se cumple que:

- (A, \leq^A) es un orden parcial
- s^A es el supremo en el poset (A, \leq^A)
- i^A es el ínfimo en el poset (A, \leq^A)

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$$

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$$

Forma de encontrar la prueba formal:

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$$

Forma de encontrar la prueba formal:

1. Prueba Matemática

Encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia:

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$$

Forma de encontrar la prueba formal:

1. Prueba Matemática
2. Prueba Formal

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Matemática

- Sean a, b, c elementos de A fijos.

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Matemática

- Sean a, b, c elementos de A fijos.
- Probaremos que

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$$

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Matemática

- Sean a, b, c elementos de A fijos.
- Probaremos que

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$$

- Sabemos por Axioma que

$$a \leq a \wedge (b \leq c) \tag{1}$$

$$b \leq c \Rightarrow a \wedge (b \leq c) \tag{2}$$

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Matemática

- Sean a, b, c elementos de A fijos.
- Probaremos que

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$$

- Sabemos por A_{\leq} que

$$a \leq a \leq (b \leq c) \tag{1}$$

$$b \leq c \leq a \leq (b \leq c) \tag{2}$$

- Aplicandolo nuevamente, sabemos que

$$b \leq (b \leq c) \tag{3}$$

$$c \leq (b \leq c) \tag{4}$$

- Luego, por (2), (3) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$b \leq a \wedge (b \leq c) \quad (5)$$

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Matemática

- Luego, por (2), (3) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$b \leq a \wedge (b \leq c) \quad (5)$$

- Y por (2), (4) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$c \leq a \wedge (b \leq c) \quad (6)$$

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Matemática

- Luego, por (2), (3) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$b \leq a \wedge (b \leq c) \quad (5)$$

- Y por (2), (4) y $A_{\leq T}$ tenemos

$$c \leq a \wedge (b \leq c) \quad (6)$$

- Es decir, hasta aquí hemos probado que

$$a \leq a \wedge (b \leq c) \quad (7)$$

$$b \leq a \wedge (b \leq c) \quad (8)$$

$$c \leq a \wedge (b \leq c) \quad (9)$$

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Matemática

- Por $A_{\leq C}$, tomando

$$x = a$$

$$y = b$$

$$z = a \leq (b \leq c)$$

tenemos que

$$a \leq b \leq a \leq (b \leq c) \tag{10}$$

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Matemática

- Finalmente, si aplicamos nuevamente $A_{s \leq c}$ tomando

$$x = a \leq b$$

$$y = c$$

$$z = a \leq (b \leq c)$$

obtenemos

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c \quad (11)$$

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Matemática

- Finalmente, si aplicamos nuevamente $A_{s \leq c}$ tomando

$$x = a \leq b$$

$$y = c$$

$$z = a \leq (b \leq c)$$

obtenemos

$$(a \leq b) \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c \quad (11)$$

- Como a, b, c eran elementos cualesquiera, probamos que

$$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$$

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$: Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en *Ret* de la sentencia en cuestión

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y)$

AXIOMAS PROPIOS

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \vee y \leq x \vee y)$

AXIOMAS PROPIOS

2. $a \leq b \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACION (1)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$

AXIOMAS PROPIOS

2. $a \leq b \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACION (1)

3. $b \leq c \Rightarrow a \leq c$

CONJUNCION (2)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$

AXIOMAS PROPIOS

2. $a \leq b \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACION (1)

3. $b \leq c \wedge a \leq b \Rightarrow a \leq c$

CONJUNCIÓN (2)

4. $b \leq c \wedge c \leq b \Rightarrow b = c$

PARTICULARIZACION (1)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y)$

AXIOMAPROPIO

2. $a \leq b \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACION(1)

3. $b \leq c \wedge (c \leq a) \Rightarrow b \leq a$

CONJELIM(2)

4. $b \leq c \wedge c \leq b \Rightarrow b = c$

PARTICULARIZACION(1)

5. $b \leq (b \leq c)$

CONJELIM(4)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y)$

AXIOMAPROPIO

2. $a \leq b \wedge (b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

PARTICULARIZACIONx2(1)

3. $b \leq c \wedge a \leq b \Rightarrow a \leq c$

CONJELIM(2)

4. $b \leq c \wedge c \leq b \Rightarrow b = c$

PARTICULARIZACIONx2(1)

5. $b \leq c$

CONJELIM(4)

6. $b \leq c \wedge c \leq a \Rightarrow b \leq a$

CONJINT(5,3)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$: Prueba Formal

- | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$ | AXIOMAPROPIO |
| 2. $a \leq a \wedge (b \leq c \wedge c \leq a \rightarrow b \leq a)$ | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 3. $b \leq a \wedge a \leq c \rightarrow b \leq c$ | CONJELIM(2) |
| 4. $b \leq a \wedge c \leq b \rightarrow c \leq a$ | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 5. $b \leq (a \wedge c)$ | CONJELIM(4) |
| 6. $b \leq (a \wedge c) \wedge a \leq c \rightarrow b \leq c$ | CONJINT(5,3) |
| 7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$ | AXIOMAPROPIO |

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \leq z \leq x \leq (y \leq z)$: Prueba Formal

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $\forall x \forall y (x \leq x \leq y \wedge y \leq x \leq y)$ | AXIOMAPROPIO |
| 2. $a \leq a \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \leq (b \leq c)$ | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 3. $b \leq c \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJELIM(2) |
| 4. $b \leq b \leq c \wedge c \leq b \leq c$ | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 5. $b \leq (b \leq c)$ | CONJELIM(4) |
| 6. $b \leq (b \leq c) \wedge b \leq c \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJINT(5,3) |
| 7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$ | AXIOMAPROPIO |
| 8. $(b \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow (b \leq a \leq (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(7) |

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \leq z \leq x \leq (y \leq z)$: Prueba Formal

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $\forall x \forall y (x \leq x \leq y \wedge y \leq x \leq y)$ | AXIOMAPROPIO |
| 2. $a \leq a \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \leq (b \leq c)$ | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 3. $b \leq c \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJELIM(2) |
| 4. $b \leq b \leq c \wedge c \leq b \leq c$ | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 5. $b \leq (b \leq c)$ | CONJELIM(4) |
| 6. $b \leq (b \leq c) \wedge b \leq c \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJINT(5,3) |
| 7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$ | AXIOMAPROPIO |
| 8. $(b \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow (b \leq a \leq (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(7) |
| 9. $b \leq a \leq (b \leq c)$ | MODUSPONENS(6,8) |

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$: Prueba Formal

- | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$ | AXIOMAPROPIO |
| 2. $a \leq a \wedge (b \leq c \wedge c \leq a \rightarrow b \leq a)$ | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 3. $b \leq c \wedge a \leq b \rightarrow a \leq c$ | CONJELIM(2) |
| 4. $b \leq c \wedge c \leq b \rightarrow b = c$ | PARTICULARIZACIONx2(1) |
| 5. $b \leq c$ | CONJELIM(4) |
| 6. $b \leq c \wedge b \leq a \rightarrow b \leq a \wedge c$ | CONJINT(5,3) |
| 7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$ | AXIOMAPROPIO |
| 8. $(b \leq c \wedge (b \leq a \rightarrow b \leq c)) \rightarrow (b \leq a)$ | PARTICULARIZACIONx3(7) |
| 9. $b \leq a$ | MODUSPONENS(6,8) |
| 10. $c \leq b$ | CONJELIM(4) |

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq x \wedge y \leq y)$	AXIOMAPROPIO
2. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \wedge (b \leq c)$	PARTICULARIZACIONx2(1)
3. $b \leq c \leq a \wedge (b \leq c)$	CONJELIM(2)
4. $b \leq b \wedge c \leq b \wedge c$	PARTICULARIZACIONx2(1)
5. $b \leq (b \wedge c)$	CONJELIM(4)
6. $b \leq (b \wedge c) \wedge b \wedge c \leq a \wedge (b \wedge c)$	CONJINT(5,3)
7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$	AXIOMAPROPIO
8. $(b \leq (b \wedge c) \wedge (b \wedge c) \leq a \wedge (b \wedge c)) \rightarrow (b \leq a \wedge (b \wedge c))$	PARTICULARIZACIONx3(7)
9. $b \leq a \wedge (b \wedge c)$	MODUSPONENS(6,8)
10. $c \leq (b \wedge c)$	CONJELIM(4)
11. $c \leq (b \wedge c) \wedge b \wedge c \leq a \wedge (b \wedge c)$	CONJINT(10,3)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq x \wedge y \leq y)$	AXIOMAPROPIO
2. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge (b \leq c) \leq a \wedge (b \leq c)$	PARTICULARIZACIONx2(1)
3. $b \leq c \leq a \wedge (b \leq c)$	CONJELIM(2)
4. $b \leq b \wedge c \leq b \wedge c$	PARTICULARIZACIONx2(1)
5. $b \leq (b \wedge c)$	CONJELIM(4)
6. $b \leq (b \wedge c) \wedge b \wedge c \leq a \wedge (b \wedge c)$	CONJINT(5,3)
7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$	AXIOMAPROPIO
8. $(b \leq (b \wedge c) \wedge (b \wedge c) \leq a \wedge (b \wedge c)) \rightarrow (b \leq a \wedge (b \wedge c))$	PARTICULARIZACIONx3(7)
9. $b \leq a \wedge (b \wedge c)$	MODUSPONENS(6,8)
10. $c \leq (b \wedge c)$	CONJELIM(4)
11. $c \leq (b \wedge c) \wedge b \wedge c \leq a \wedge (b \wedge c)$	CONJINT(10,3)
12. $(c \leq (b \wedge c) \wedge (b \wedge c) \leq a \wedge (b \wedge c)) \rightarrow (c \leq a \wedge (b \wedge c))$	PARTICULARIZACIONx3(7)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$: Prueba Formal

1. $\forall x \forall y (x \leq x \wedge y \leq y)$	AXIOMAPROPIO
2. $a \leq a \wedge (b \leq c \rightarrow a \leq b \wedge a \leq c)$	PARTICULARIZACIONx2(1)
3. $b \leq c \rightarrow a \leq b \wedge a \leq c$	CONJELIM(2)
4. $b \leq c \wedge c \leq a \rightarrow b \leq a$	PARTICULARIZACIONx2(1)
5. $b \leq (b \leq c)$	CONJELIM(4)
6. $b \leq (b \leq c) \wedge b \leq c \rightarrow a \leq (b \leq c)$	CONJINT(5,3)
7. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq y \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq z)$	AXIOMAPROPIO
8. $(b \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \rightarrow a \leq (b \leq c)) \rightarrow (b \leq a \wedge (b \leq c))$	PARTICULARIZACIONx3(7)
9. $b \leq a \wedge (b \leq c)$	MODUSPONENS(6,8)
10. $c \leq (b \leq c)$	CONJELIM(4)
11. $c \leq (b \leq c) \wedge b \leq c \rightarrow a \leq (b \leq c)$	CONJINT(10,3)
12. $(c \leq (b \leq c) \wedge (b \leq c) \rightarrow a \leq (b \leq c)) \rightarrow (c \leq a \wedge (b \leq c))$	PARTICULARIZACIONx3(7)
13. $c \leq a \wedge (b \leq c)$	MODUSPONENS(11,12)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

14. $a \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJELIM(2)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

14. $a \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJELIM(2)

15. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJINT(14,9)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

14. $a \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJELIM(2)

15. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$

CONJINT(14,9)

16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$

AXIOMAPROPIO

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge (y \leq z) \rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

14. $a \leq a \vee (b \leq c)$

CONJELIM(2)

15. $a \leq a \vee (b \leq c) \wedge b \leq a \vee (b \leq c)$

CONJINT(14,9)

16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \vee y \leq z)$

AXIOMAPROPIO

17. $(a \leq a \vee (b \leq c) \wedge b \leq a \vee (b \leq c)) \rightarrow ((a \vee b) \leq a \vee (b \leq c))$

PARTICULARIZACIONx3(16)

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

- | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 14. $a \leq a \wedge b \leq c$ | CONJELIM(2) |
| 15. $a \leq a \wedge b \leq c \wedge b \leq a \wedge b \leq c$ | CONJINT(14,9) |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$ | AXIOMAPROPIO |
| 17. $(a \leq a \wedge b \leq c) \wedge b \leq a \wedge b \leq c \rightarrow ((a \leq b) \leq a \wedge b \leq c)$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \wedge b \leq c$ | MODUSPONENS(15,17) |

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

- | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 14. $a \leq a \wedge b \leq c$ | CONJELIM(2) |
| 15. $a \leq a \wedge b \leq c$ | CONJINT(14,9) |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \Rightarrow x \leq y)$ | AXIOMAPROPIO |
| 17. $(a \leq a \wedge b \leq c) \Rightarrow ((a \leq b) \Rightarrow a \leq c)$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \Rightarrow a \leq c$ | MODUSPONENS(15,17) |
| 19. $((a \leq b) \wedge c \leq a) \Rightarrow ((a \leq c) \wedge c \leq a)$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \leq z \leq x \leq (y \leq z)$: Prueba Formal

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 14. $a \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJELIM(2) |
| 15. $a \leq a \leq (b \leq c) \wedge b \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJINT(14,9) |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$ | AXIOMAPROPIO |
| 17. $(a \leq a \leq (b \leq c) \wedge b \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq a \leq (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \leq (b \leq c)$ | MODUSPONENS(15,17) |
| 19. $((a \leq b) \leq a \leq (b \leq c) \wedge c \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq c \leq a \leq (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 20. $(a \leq b) \leq a \leq (b \leq c) \wedge c \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJINT(18,13) |

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \leq z \leq x \leq (y \leq z)$: Prueba Formal

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 14. $a \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJELIM(2) |
| 15. $a \leq a \leq (b \leq c) \wedge b \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJINT(14,9) |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$ | AXIOMAPROPIO |
| 17. $(a \leq a \leq (b \leq c) \wedge b \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq a \leq (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \leq (b \leq c)$ | MODUSPONENS(15,17) |
| 19. $((a \leq b) \leq a \leq (b \leq c) \wedge c \leq a \leq (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq c \leq a \leq (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 20. $(a \leq b) \leq a \leq (b \leq c) \wedge c \leq a \leq (b \leq c)$ | CONJINT(18,13) |
| 21. $(a \leq b) \leq c \leq a \leq (b \leq c)$ | MODUSPONENS(20,19) |

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 14. $a \leq a \wedge (b \leq c)$ | CONJELIM(2) |
| 15. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$ | CONJINT(14,9) |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$ | AXIOMAPROPIO |
| 17. $(a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c)$ | MODUSPONENS(15,17) |
| 19. $((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 20. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)$ | CONJINT(18,13) |
| 21. $(a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c)$ | MODUSPONENS(20,19) |
| 22. $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ | GENERALIZACIÓNx3(21) |

$\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$: Prueba Formal

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 14. $a \leq a \wedge (b \leq c)$ | CONJELIM(2) |
| 15. $a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)$ | CONJINT(14,9) |
| 16. $\forall x \forall y \forall z ((x \leq z \wedge y \leq z) \rightarrow x \leq y \leq z)$ | AXIOMAPROPIO |
| 17. $(a \leq a \wedge (b \leq c) \wedge b \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 18. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c)$ | MODUSPONENS(15,17) |
| 19. $((a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)) \rightarrow ((a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c))$ | PARTICULARIZACIONx3(16) |
| 20. $(a \leq b) \leq a \wedge (b \leq c) \wedge c \leq a \wedge (b \leq c)$ | CONJINT(18,13) |
| 21. $(a \leq b) \leq c \leq a \wedge (b \leq c)$ | MODUSPONENS(20,19) |
| 22. $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ | GENERALIZACIÓNx3(21) |
| 23. $\forall x \forall y \forall z (x \leq y) \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ | CONCLUSION(22) |

$$\forall xyz (x \dot{\vdash} y) \text{ s } (x \dot{\vdash} z) \equiv x \dot{\vdash} (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \dot{\vdash} z \equiv y \dot{\vdash} z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$$

Ahora encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia ψ :

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Ahora encontraremos una prueba formal en Ret de la sentencia ψ :

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

Utilizaremos la misma forma de encontrar la prueba formal usada para probar ϕ

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Matemática

Para probar ψ , será útil un teorema auxiliar:

$$\forall x \forall y ((x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x)$$

A partir de ahora, lo llamaremos TeoremaAbsorv. Queda como ejercicio su prueba.

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

Ahora si probaremos

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

Ahora si probaremos

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

- Primero, supongamos que se cumple que

$$\forall x \forall y \forall z (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \quad (1)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Matemática

Ahora si probaremos

$$Dis1 \rightarrow CancDobl$$

- Primero, supongamos que se cumple que

$$\forall x \forall y \forall z (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \quad (1)$$

- Probaremos que

$$\forall x \forall y (\exists z ((x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y))$$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Sean a, b dos elementos de A fijos

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Matemática

- Sean a, b dos elementos de A fijos
- Probaremos que

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z) \rightarrow a \equiv b$$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Matemática

- Sean a, b dos elementos de A fijos
- Probaremos que

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z) \rightarrow a \equiv b$$

- Supongamos que:

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z)$$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Sean a, b dos elementos de A fijos
- Probaremos que

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z) \rightarrow a \equiv b$$

- Supongamos que:

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z)$$

- Sea e un elemento que cumple

$$(a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e) \quad (2)$$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Sean a, b dos elementos de A fijos
- Probaremos que

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z) \rightarrow a \equiv b$$

- Supongamos que:

$$\exists z (a \text{ i } z \equiv b \text{ i } z \wedge a \text{ s } z \equiv b \text{ s } z)$$

- Sea e un elemento que cumple

$$(a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e) \quad (2)$$

- Probaremos que

$$a \equiv b$$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Por Teorema Absorv sabemos que

$$(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Por Teorema Absorv sabemos que

$$(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$

- Por (2):

$$(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv (a \text{ s } e) \text{ i } b \quad (4)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Por Teorema Absorv sabemos que

$$(b s e) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$

- Por (2):

$$(b s e) \text{ i } b \equiv (a s e) \text{ i } b \quad (4)$$

- Por Dis1:

$$(a s e) \text{ i } b \equiv (a \text{ i } b) s (e \text{ i } b) \quad (5)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Por Teorema Absorv sabemos que

$$(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$

- Por (2):

$$(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv (a \text{ s } e) \text{ i } b \quad (4)$$

- Por Dis1:

$$(a \text{ s } e) \text{ i } b \equiv (a \text{ i } b) \text{ s } (e \text{ i } b) \quad (5)$$

- Nuevamente por (2):

$$(a \text{ i } b) \text{ s } (e \text{ i } b) \equiv (a \text{ i } b) \text{ s } (e \text{ i } a) \quad (6)$$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Por Teorema Absorv sabemos que

$$(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b \quad (3)$$

- Por (2):

$$(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv (a \text{ s } e) \text{ i } b \quad (4)$$

- Por Dis1:

$$(a \text{ s } e) \text{ i } b \equiv (a \text{ i } b) \text{ s } (e \text{ i } b) \quad (5)$$

- Nuevamente por (2):

$$(a \text{ i } b) \text{ s } (e \text{ i } b) \equiv (a \text{ i } b) \text{ s } (e \text{ i } a) \quad (6)$$

- Nuevamente por Dis1 y por conmutatividad de i:

$$(a \text{ i } b) \text{ s } (e \text{ i } a) \equiv (b \text{ s } e) \text{ i } a \quad (7)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Y así, por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } a \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } a \quad (8)$$

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Matemática

- Y así, por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } a \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } a \quad (8)$$

- Finalmente, por Teorema Absorv:

$$(a \text{ s } c) \text{ i } a \equiv a \quad (9)$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Matemática

- Y así, por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } a \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } a \quad (8)$$

- Finalmente, por TeoremaAbsorv:

$$(a \text{ s } c) \text{ i } a \equiv a \quad (9)$$

- Es decir,

$$a \equiv b$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Matemática

- Y así, por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } a \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } a \quad (8)$$

- Finalmente, por TeoremaAbsorv:

$$(a \text{ s } c) \text{ i } a \equiv a \quad (9)$$

- Es decir,

$$a \equiv b$$

- Como a y b eran elementos cualesquiera, se cumple *CancDobl*

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Matemática

- Y así, por (2):

$$(b \text{ s } c) \text{ i } a \equiv (a \text{ s } c) \text{ i } a \quad (8)$$

- Finalmente, por TeoremaAbsorv:

$$(a \text{ s } c) \text{ i } a \equiv a \quad (9)$$

- Es decir,

$$a \equiv b$$

- Como a y b eran elementos cualesquiera, se cumple *CanCDobl*
- Por lo tanto, hemos demostrado

$$Dis1 \rightarrow CanCDobl$$

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en Ret de la sentencia en cuestión

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en Ret de la sentencia en cuestión

Utilizaremos los siguientes teoremas cuyas pruebas formales son dejadas al lector

- $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$ (TeoremaAbsorv)

$\forall x y z (x \dot{\vdash} y) \dot{\vdash} (x \dot{\vdash} z) \equiv x \dot{\vdash} (y \dot{\vdash} z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \dot{\vdash} z \equiv y \dot{\vdash} z \wedge x \dot{\vdash} z \equiv y \dot{\vdash} z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

Ahora daremos la prueba formal en Ret de la sentencia en cuestión

Utilizaremos los siguientes teoremas cuyas pruebas formales son dejadas al lector

- $\forall x \forall y (x \dot{\vdash} y) \dot{\vdash} x \equiv x$ (TeoremaAbsorv)
- $\forall x \forall y (x \dot{\vdash} y) \equiv (y \dot{\vdash} x)$ (TeoremaConmut)

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$

HIPÓTESIS1

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$

HIPÓTESIS1

2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ s } z))$

HIPÓTESIS2

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$

HIPÓTESIS1

2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ s } z))$

HIPÓTESIS2

3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e))$

ELECCION(2)

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$

HIPÓTESIS1

2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ s } z))$

HIPÓTESIS2

3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e))$

ELECCION(2)

4. $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$

TEOREMA ABSORV

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ | HIPÓTESIS1 |
| 2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ s } z))$ | HIPÓTESIS2 |
| 3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e))$ | ELECCION(2) |
| 4. $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$ | TEOREMAABSORV |
| 5. $(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b$ | PARTICULARIZACIONx2(4) |

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| 1. $\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ | HIPÓTESIS1 |
| 2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ s } z))$ | HIPÓTESIS2 |
| 3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e))$ | ELECCION(2) |
| 4. $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$ | TEOREMA ABSORV |
| 5. $(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b$ | PARTICULARIZACION(4) |
| 6. $(a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e)$ | CONJELIM(3) |

$\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| 1. $\forall xyz (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ | HIPÓTESIS1 |
| 2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ s } z))$ | HIPÓTESIS2 |
| 3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e))$ | ELECCION(2) |
| 4. $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$ | TEOREMA ABSORV |
| 5. $(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b$ | PARTICULARIZACION(4) |
| 6. $(a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e)$ | CONJELIM(3) |
| 7. $(a \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b$ | REEMP(6,5) |

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$ | HIPÓTESIS1 |
| 2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b s z))$ | HIPÓTESIS2 |
| 3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a s e) \equiv (b s e))$ | ELECCION(2) |
| 4. $\forall x \forall y (x s y) \text{ i } x \equiv x$ | TEOREMAABSORV |
| 5. $(b s e) \text{ i } b \equiv b$ | PARTICULARIZACIONx2(4) |
| 6. $(a s e) \equiv (b s e)$ | CONJELIM(3) |
| 7. $(a s e) \text{ i } b \equiv b$ | REEMP(6,5) |
| 8. $(b \text{ i } a) s (b \text{ i } e) \equiv b \text{ i } (a s e)$ | PARTICULARIZACIONx3(1) |

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ | HIPÓTESIS1 |
| 2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ s } z))$ | HIPÓTESIS2 |
| 3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e))$ | ELECCION(2) |
| 4. $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$ | TEOREMA ABSORV |
| 5. $(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b$ | PARTICULARIZACIONx2(4) |
| 6. $(a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e)$ | CONJELIM(3) |
| 7. $(a \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b$ | REEMP(6,5) |
| 8. $(b \text{ i } a) \text{ s } (b \text{ i } e) \equiv b \text{ i } (a \text{ s } e)$ | PARTICULARIZACIONx3(1) |
| 9. $\forall x \forall y (x \text{ i } y) \equiv (y \text{ i } x)$ | TEOREMA CONMUT |

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z)$ | HIPÓTESIS1 |
| 2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ s } z))$ | HIPÓTESIS2 |
| 3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e))$ | ELECCION(2) |
| 4. $\forall x \forall y (x \text{ s } y) \text{ i } x \equiv x$ | TEOREMA ABSORV |
| 5. $(b \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b$ | PARTICULARIZACIONx2(4) |
| 6. $(a \text{ s } e) \equiv (b \text{ s } e)$ | CONJELIM(3) |
| 7. $(a \text{ s } e) \text{ i } b \equiv b$ | REEMP(6,5) |
| 8. $(b \text{ i } a) \text{ s } (b \text{ i } e) \equiv b \text{ i } (a \text{ s } e)$ | PARTICULARIZACIONx3(1) |
| 9. $\forall x \forall y (x \text{ i } y) \equiv (y \text{ i } x)$ | TEOREMA CONMUT |
| 10. $b \text{ i } (a \text{ s } e) \equiv (a \text{ s } e) \text{ i } b$ | PARTICULARIZACIONx2(9) |

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$ | HIPÓTESIS1 |
| 2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b s z))$ | HIPÓTESIS2 |
| 3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a s e) \equiv (b s e))$ | ELECCION(2) |
| 4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$ | TEOREMAABSORV |
| 5. $(b s e) i b \equiv b$ | PARTICULARIZACIONx2(4) |
| 6. $(a s e) \equiv (b s e)$ | CONJELIM(3) |
| 7. $(a s e) i b \equiv b$ | REEMP(6,5) |
| 8. $(b i a) s (b i e) \equiv b i (a s e)$ | PARTICULARIZACIONx3(1) |
| 9. $\forall x \forall y (x i y) \equiv (y i x)$ | TEOREMACONMUT |
| 10. $b i (a s e) \equiv (a s e) i b$ | PARTICULARIZACIONx2(9) |
| 11. $b i (a s e) \equiv b$ | REEMP(7,10) |

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b s z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a s e) \equiv (b s e))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMA ABSORV
5. $(b s e) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s e) \equiv (b s e)$	CONJELIM(3)
7. $(a s e) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
8. $(b i a) s (b i e) \equiv b i (a s e)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
9. $\forall x \forall y (x i y) \equiv (y i x)$	TEOREMA CONMUT
10. $b i (a s e) \equiv (a s e) i b$	PARTICULARIZACIONx2(9)
11. $b i (a s e) \equiv b$	REEMP(7,10)
12. $(b i a) s (b i e) \equiv b$	REEMP(8,11)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

1. $\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a s z) \equiv (b s z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a \text{ i } e) \equiv (b \text{ i } e) \wedge (a s e) \equiv (b s e))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s e) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s e) \equiv (b s e)$	CONJELIM(3)
7. $(a s e) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
8. $(b i a) s (b i e) \equiv b i (a s e)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
9. $\forall x \forall y (x i y) \equiv (y i x)$	TEOREMACONMUT
10. $b i (a s e) \equiv (a s e) i b$	PARTICULARIZACIONx2(9)
11. $b i (a s e) \equiv b$	REEMP(7,10)
12. $(b i a) s (b i e) \equiv b$	REEMP(8,11)
13. $(a i e) \equiv (b i e)$	CONJELIM(3)

$\forall x y z (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

1. $\forall x y z (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a i z) \equiv (b i z) \wedge (a s z) \equiv (b s z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a i e) \equiv (b i e) \wedge (a s e) \equiv (b s e))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s e) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s e) \equiv (b s e)$	CONJELIM(3)
7. $(a s e) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
8. $(b i a) s (b i e) \equiv b i (a s e)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
9. $\forall x \forall y (x i y) \equiv (y i x)$	TEOREMACONMUT
10. $b i (a s e) \equiv (a s e) i b$	PARTICULARIZACIONx2(9)
11. $b i (a s e) \equiv b$	REEMP(7,10)
12. $(b i a) s (b i e) \equiv b$	REEMP(8,11)
13. $(a i e) \equiv (b i e)$	CONJELIM(3)
14. $(b i a) s (a i e) \equiv b$	REEMP(12,13)

$\forall xyz (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

1. $\forall xyz (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a i z) \equiv (b i z) \wedge (a s z) \equiv (b s z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a i e) \equiv (b i e) \wedge (a s e) \equiv (b s e))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s e) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s e) \equiv (b s e)$	CONJELIM(3)
7. $(a s e) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
8. $(b i a) s (b i e) \equiv b i (a s e)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
9. $\forall x \forall y (x i y) \equiv (y i x)$	TEOREMACONMUT
10. $b i (a s e) \equiv (a s e) i b$	PARTICULARIZACIONx2(9)
11. $b i (a s e) \equiv b$	REEMP(7,10)
12. $(b i a) s (b i e) \equiv b$	REEMP(8,11)
13. $(a i e) \equiv (b i e)$	CONJELIM(3)
14. $(b i a) s (a i e) \equiv b$	REEMP(12,13)
15. $a i b \equiv b i a$	PARTICULARIZACIONx2(9)

$\forall xyz (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$:

Prueba Formal

1. $\forall xyz (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z)$	HIPÓTESIS1
2. $\exists z ((a i z) \equiv (b i z) \wedge (a s z) \equiv (b s z))$	HIPÓTESIS2
3. $((a i e) \equiv (b i e) \wedge (a s e) \equiv (b s e))$	ELECCION(2)
4. $\forall x \forall y (x s y) i x \equiv x$	TEOREMAABSORV
5. $(b s e) i b \equiv b$	PARTICULARIZACIONx2(4)
6. $(a s e) \equiv (b s e)$	CONJELIM(3)
7. $(a s e) i b \equiv b$	REEMP(6,5)
8. $(b i a) s (b i e) \equiv b i (a s e)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
9. $\forall x \forall y (x i y) \equiv (y i x)$	TEOREMACONMUT
10. $b i (a s e) \equiv (a s e) i b$	PARTICULARIZACIONx2(9)
11. $b i (a s e) \equiv b$	REEMP(7,10)
12. $(b i a) s (b i e) \equiv b$	REEMP(8,11)
13. $(a i e) \equiv (b i e)$	CONJELIM(3)
14. $(b i a) s (a i e) \equiv b$	REEMP(12,13)
15. $a i b \equiv b i a$	PARTICULARIZACIONx2(9)
16. $(a i b) s (a i e) \equiv b$	REEMP(14,15)

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

17. $(a \text{ i } b) \text{ s } (a \text{ i } e) \equiv a \text{ i } (b \text{ s } e)$

PARTICULARIZACION₃(1)

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

17. $(a \text{ i } b) \text{ s } (a \text{ i } e) \equiv a \text{ i } (b \text{ s } e)$

PARTICULARIZACION_{x3}(1)

18. $a \text{ i } (b \text{ s } e) \equiv b$

REEMP(16,17)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

17. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } e) \equiv a \text{ i } (b s e)$

PARTICULARIZACION₃(1)

18. $a \text{ i } (b s e) \equiv b$

REEMP(16,17)

19. $a \text{ i } (a s e) \equiv b$

REEMP(6,18)

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

17. $(a \text{ i } b) \text{ s } (a \text{ i } e) \equiv a \text{ i } (b \text{ s } e)$

PARTICULARIZACION_{x3}(1)

18. $a \text{ i } (b \text{ s } e) \equiv b$

REEMP(16,17)

19. $a \text{ i } (a \text{ s } e) \equiv b$

REEMP(6,18)

20. $a \text{ i } (a \text{ s } e) \equiv (a \text{ s } e) \text{ i } a$

PARTICULARIZACION_{x2}(9)

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

17. $(a \text{ i } b) \text{ s } (a \text{ i } e) \equiv a \text{ i } (b \text{ s } e)$

PARTICULARIZACION_{x3}(1)

18. $a \text{ i } (b \text{ s } e) \equiv b$

REEMP(16,17)

19. $a \text{ i } (a \text{ s } e) \equiv b$

REEMP(6,18)

20. $a \text{ i } (a \text{ s } e) \equiv (a \text{ s } e) \text{ i } a$

PARTICULARIZACION_{x2}(9)

21. $(a \text{ s } e) \text{ i } a \equiv b$

REEMP(19,20)

$\forall xyz (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| 17. $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } e) \equiv a \text{ i } (b s e)$ | PARTICULARIZACION $\times 3$ (1) |
| 18. $a \text{ i } (b s e) \equiv b$ | REEMP(16,17) |
| 19. $a \text{ i } (a s e) \equiv b$ | REEMP(6,18) |
| 20. $a \text{ i } (a s e) \equiv (a s e) \text{ i } a$ | PARTICULARIZACION $\times 2$ (9) |
| 21. $(a s e) \text{ i } a \equiv b$ | REEMP(19,20) |
| 22. $(a s e) \text{ i } a \equiv a$ | PARTICULARIZACION $\times 2$ (4) |

$\forall x y z (x \text{ i } y) s (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | | |
|-----|-------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 17. | $(a \text{ i } b) s (a \text{ i } e) \equiv a \text{ i } (b s e)$ | PARTICULARIZACIONx3(1) |
| 18. | $a \text{ i } (b s e) \equiv b$ | REEMP(16,17) |
| 19. | $a \text{ i } (a s e) \equiv b$ | REEMP(6,18) |
| 20. | $a \text{ i } (a s e) \equiv (a s e) \text{ i } a$ | PARTICULARIZACIONx2(9) |
| 21. | $(a s e) \text{ i } a \equiv b$ | REEMP(19,20) |
| 22. | $(a s e) \text{ i } a \equiv a$ | PARTICULARIZACIONx2(4) |
| 23. | $a \equiv b$ | TESIS2REEMP(21,22) |

$\forall x y z (x \text{ i } y) \text{ s } (x \text{ i } z) \equiv x \text{ i } (y \text{ s } z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x \text{ i } z \equiv y \text{ i } z \wedge x \text{ s } z \equiv y \text{ s } z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

17.	$(a \text{ i } b) \text{ s } (a \text{ i } e) \equiv a \text{ i } (b \text{ s } e)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
18.	$a \text{ i } (b \text{ s } e) \equiv b$	REEMP(16,17)
19.	$a \text{ i } (a \text{ s } e) \equiv b$	REEMP(6,18)
20.	$a \text{ i } (a \text{ s } e) \equiv (a \text{ s } e) \text{ i } a$	PARTICULARIZACIONx2(9)
21.	$(a \text{ s } e) \text{ i } a \equiv b$	REEMP(19,20)
22.	$(a \text{ s } e) \text{ i } a \equiv a$	PARTICULARIZACIONx2(4)
23.	$a \equiv b$	TESIS2REEMP(21,22)
24.	$\exists z ((a \text{ i } z) \equiv (b \text{ i } z) \wedge (a \text{ s } z) \equiv (b \text{ i } z)) \rightarrow a \equiv b$	CONCLUSION

$\forall x y z (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

17.	$(a i b) s (a i e) \equiv a i (b s e)$	PARTICULARIZACIONx3(1)
18.	$a i (b s e) \equiv b$	REEMP(16,17)
19.	$a i (a s e) \equiv b$	REEMP(6,18)
20.	$a i (a s e) \equiv (a s e) i a$	PARTICULARIZACIONx2(9)
21.	$(a s e) i a \equiv b$	REEMP(19,20)
22.	$(a s e) i a \equiv a$	PARTICULARIZACIONx2(4)
23.	$a \equiv b$	TESIS2REEMP(21,22)
24.	$\exists z ((a i z) \equiv (b i z) \wedge (a s z) \equiv (b i z)) \rightarrow a \equiv b$	CONCLUSION
25.	$\forall x \forall y (\exists z (x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$	TESIS1GENERALIZACIÓNx2(24)

$\forall xyz (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y):$

Prueba Formal

- | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| 17. $(a i b) s (a i e) \equiv a i (b s e)$ | PARTICULARIZACIONx3(1) |
| 18. $a i (b s e) \equiv b$ | REEMP(16,17) |
| 19. $a i (a s e) \equiv b$ | REEMP(6,18) |
| 20. $a i (a s e) \equiv (a s e) i a$ | PARTICULARIZACIONx2(9) |
| 21. $(a s e) i a \equiv b$ | REEMP(19,20) |
| 22. $(a s e) i a \equiv a$ | PARTICULARIZACIONx2(4) |
| 23. $a \equiv b$ | TESIS2REEMP(21,22) |
| 24. $\exists z ((a i z) \equiv (b i z) \wedge (a s z) \equiv (b i z)) \rightarrow a \equiv b$ | CONCLUSION |
| 25. $\forall x \forall y (\exists z (x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$ | TESIS1GENERALIZACIÓNx2(24) |
| 26. $\forall xyz (x i y) s (x i z) \equiv x i (y s z) \rightarrow \forall x \forall y (\exists z (x i z \equiv y i z \wedge x s z \equiv y s z) \rightarrow x \equiv y)$ | CONCLUSION |