

Si  $\mathbb{P}$  es un procedimiento efectivo cuyo conjunto de datos de entrada es  $\omega \times \Sigma^*$ , entonces el conjunto  $\{(x, \alpha) \in \omega \times \Sigma^* : \mathbb{P} \text{ termina partiendo de } (x, \alpha)\}$  es  $\Sigma$ -efectivamente enumerable.

- Supongamos  $\mathbb{P}$  un procedimiento efectivo cuyo conjunto de datos de entrada es  $\omega \times \Sigma^*$

- Supongamos  $\mathbb{P}$  un procedimiento efectivo cuyo conjunto de datos de entrada es  $\omega x \Sigma^*$
- Probaremos entonces, que el conjunto  $S = \{(x, \alpha) \in \Sigma^* : \mathbb{P} \text{ termina partiendo de } (x, \alpha)\}$  es  $\Sigma$ -efectivamente enumerable

## Prueba: dos casos

- Si  $S = \emptyset$ :  $S$  es  $\Sigma$ -efectivamente enumerable por definición

## Prueba: dos casos

- Si  $S = \emptyset$ :  $S$  es  $\Sigma$ -efectivamente enumerable por definición
- Si  $S \neq \emptyset$ : daremos un procedimiento efectivo,  $\mathbb{P}_S$  que enumere a  $S$

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Por definición, como  $\mathbb{P}_S$  debe enumerar a  $S$ , entonces debe cumplir que:

1. El conjunto de entrada de  $\mathbb{P}_S$  es  $\omega$

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Por definición, como  $\mathbb{P}_S$  debe enumerar a  $S$ , entonces debe cumplir que:

1. El conjunto de entrada de  $\mathbb{P}_S$  es  $\omega$
2.  $\mathbb{P}_S$  siempre termina

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Por definición, como  $\mathbb{P}_S$  debe enumerar a  $S$ , entonces debe cumplir que:

1. El conjunto de entrada de  $\mathbb{P}_S$  es  $\omega$
2.  $\mathbb{P}_S$  siempre termina
3. El conjunto de salida de  $\mathbb{P}_S$  es  $S$



## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Daremos explícitamente el procedimiento  $\mathbb{P}_S$

- Como  $S \neq \emptyset$  entonces existe, al menos, un elemento en  $S$ . Sea  $(x_1, \alpha_1)$  un elemento de  $S$

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Daremos explícitamente el procedimiento  $\mathbb{P}_S$

- Como  $S \neq \emptyset$  entonces existe, al menos, un elemento en  $S$ . Sea  $(x_1, \alpha_1)$  un elemento de  $S$
- Supongamos  $<$  un orden sobre  $\Sigma^*$

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Daremos explícitamente el procedimiento  $\mathbb{P}_S$

- Como  $S \neq \emptyset$  entonces existe, al menos, un elemento en  $S$ . Sea  $(x_1, \alpha_1)$  un elemento de  $S$
- Supongamos  $<$  un orden sobre  $\Sigma^*$
- Recordemos:  $(x)_i = \max_t (pr(i)^t \text{ divide a } x)$

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

$\mathbb{P}_s$  : Toma como entrada un valor  $x \in \omega$

Etapa 1: Si el valor de entrada,  $x$ , es igual a 0, devolver  $(x_1, \alpha_1)$  y detenerse.

Si no, correr  $\mathbb{P}$  una cantidad  $(x)_1$  pasos con entrada  $((x)_2, *^<((x)_3))$ . Si luego de una cantidad  $(x)_1$  de pasos,  $\mathbb{P}$  termina, devolver  $((x)_2, *^<((x)_3))$  y detenerse. Si no termina, devolver  $(x_1, \alpha_1)$  y detenerse.

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que  $\mathbb{P}_S$  es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que  $\mathbb{P}_S$  es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:
  - Si  $(x, \alpha)$  es un elemento cualquiera de  $S$ , por definición,  $\mathbb{P}$  termina partiendo de  $(x, \alpha)$ .

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que  $\mathbb{P}_S$  es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:
  - Si  $(x, \alpha)$  es un elemento cualquiera de  $S$ , por definición,  $\mathbb{P}$  termina partiendo de  $(x, \alpha)$ .
  - Sea  $p$  la cantidad de pasos que necesita  $\mathbb{P}$  para terminar partiendo de  $(x, \alpha)$

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que  $\mathbb{P}_S$  es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:
  - Si  $(x, \alpha)$  es un elemento cualquiera de  $S$ , por definición,  $\mathbb{P}$  termina partiendo de  $(x, \alpha)$ .
  - Sea  $p$  la cantidad de pasos que necesita  $\mathbb{P}$  para terminar partiendo de  $(x, \alpha)$
  - Entonces, para el valor de entrada  $z = 2^{p+1} * 3^x * 5^{\#^{<}(\alpha)}$   $\mathbb{P}_S$  termina y da como salida  $(x, \alpha)$ .



## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que  $\mathbb{P}_S$  es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:
  - Si  $(x, \alpha)$  es un elemento cualquiera de  $S$ , por definición,  $\mathbb{P}$  termina partiendo de  $(x, \alpha)$ .
  - Sea  $p$  la cantidad de pasos que necesita  $\mathbb{P}$  para terminar partiendo de  $(x, \alpha)$
  - Entonces, para el valor de entrada  $z = 2^{p+1} * 3^x * 5^{\#^{<}(\alpha)}$   $\mathbb{P}_S$  termina y da como salida  $(x, \alpha)$ .
- Luego, se cumple 1, 2 y 3

## Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Como dimos un procedimiento efectivo,  $\mathbb{P}_S$  que cumple con 1, 2 y 3, este enumera a  $S$ .

Por lo tanto,  $S$  es efectivamente enumerable