Enunciado

Si $\mathbb{P}$ es un procedimiento efectivo cuyo conjunto de datos de entrada es $\omega x \Sigma^*$, entonces el conjunto $\{(x,\alpha) \in \omega x \Sigma^* : \mathbb{P}$ *termina partiendo de* $(x,\alpha)\}$ es Σ-efectivamente enumerable.

Planteo

- Supongamos $\mathbb{P}$ un procedimiento efectivo cuyo conjunto de datos de entrada es $\omega x \Sigma^*$.

Planteo

- Supongamos $\mathbb{P}$ un procedimiento efectivo cuyo conjunto de datos de entrada es $\omega x \Sigma^*$.
- Probaremos entonces, que el conjunto $S = \{(x, \alpha) \in \Sigma^* : \mathbb{P}$ *termina partiendo de* $(x, \alpha)\}$ es Σ-efectivamente enumerable.

Prueba: dos casos

- Si $S = \emptyset$, entonces S es Σ-efectivamente enumerable por definición.

Prueba: dos casos

- Si $S = \emptyset$, entonces S es Σ-efectivamente enumerable por definición.
- Si $S \neq \emptyset$, entonces daremos un procedimiento efectivo, $\mathbb{P}_s$ que enumere a S.

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Por definición, como $\mathbb{P}_s$ debe enumerar a S, entonces debe cumplir que:

1. El conjunto de entrada de $\mathbb{P}_s$ es ω.

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Por definición, como $\mathbb{P}_s$ debe enumerar a S, entonces debe cumplir que:

1. El conjunto de entrada de $\mathbb{P}_s$ es ω.
2. $\mathbb{P}_s$ siempre termina.

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Por definición, como $\mathbb{P}_s$ debe enumerar a S, entonces debe cumplir que:

1. El conjunto de entrada de $\mathbb{P}_s$ es ω.
2. $\mathbb{P}_s$ siempre termina.
3. El conjunto de salida de $\mathbb{P}_s$ es S.

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Daremos explicitamente el procedimiento $\mathbb{P}_s$

- Como $S \neq \emptyset$ entonces existe, al menos, un elemento en S. Sea (x_1, α_1) un elemento de S.

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Daremos explicitamente el procedimiento $\mathbb{P}_s$

- Como $S \neq \emptyset$ entonces existe, al menos, un elemento en S. Sea (x_1, α_1) un elemento de S.
- Supongamos $<$ un orden sobre Σ^*.

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Daremos explicitamente el procedimiento $\mathbb{P}_s$

- Como $S \neq \emptyset$ entonces existe, al menos, un elemento en S. Sea (x_1, α_1) un elemento de S.
- Supongamos $<$ un orden sobre Σ^*.
- Recordemos: $(x)_i = max_t(pr(i)^t \; divide \; a \; x)$.

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

$\underline{\mathbb{P}_s}$: Toma como entrada un valor $x \in \omega$.

Etapa 1: Si el valor de entrada, x, es igual a 0, devolver (x_1, α_1) y detenerse.
Si no, correr $\mathbb{P}$ una cantidad $(x)_1$ pasos con entrada $(\ (x)_2,\ *^<(\ (x)_3)\ )$. Si luego de una cantidad $(x)_1$ de pasos, $\mathbb{P}$ termina, devolver $(\ (x)_2,\ *^<(\ (x)_3)\ )$ y detenerse. Si no termina, devolver (x_1, α_1) y detenerse.

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que $\mathbb{P}_s$ es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3.

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que $\mathbb{P}_s$ es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3.

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:
  - Si (x, α) es un elemento cualquiera de S, por definición, $\mathbb{P}$ termina partiendo de (x, α).

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que $\mathbb{P}_s$ es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3.

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:
  - Si (x, α) es un elemento cualquiera de S, por definición, $\mathbb{P}$ termina partiendo de (x, α).
  - Sea p la cantidad de pasos que necesita $\mathbb{P}$ para terminar partiendo de (x, α).

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que $\mathbb{P}_s$ es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3.

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:
    - Si (x, α) es un elemento cualquiera de S, por definición, $\mathbb{P}$ termina partiendo de (x, α).
    - Sea p la cantidad de pasos que necesita $\mathbb{P}$ para terminar partiendo de (x, α).
    - Entonces, para el valor de entrada $z = 2^{p+1} * 3^x * 5^{\#^<(\alpha)}$, $\mathbb{P}_s$ termina y da como salida (x, α).

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Dado que $\mathbb{P}_s$ es claramente efectivo, veamos que cumple con 1, 2 y 3.

- 1 y 2 se cumplen trivialmente. Veamos 3:
    - Si (x, α) es un elemento cualquiera de S, por definición, $\mathbb{P}$ termina partiendo de (x, α).
    - Sea p la cantidad de pasos que necesita $\mathbb{P}$ para terminar partiendo de (x, α).
    - Entonces, para el valor de entrada $z = 2^{p+1} * 3^x * 5^{\#^<(\alpha)}$, $\mathbb{P}_s$ termina y da como salida (x, α).
- Luego, se cumple 1, 2 y 3.

Prueba: caso $S \neq \emptyset$

Como dimos un procedimiento efectivo, $\mathbb{P}_s$ que cumple con 1, 2 y 3, este enumera a S.
Por lo tanto, S es efectivamente enumerable.