4. $\text{bell}(x;a,b,c) = \dfrac{1}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}}$

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}} = \frac{\cancel{1}+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b} - \cancel{1}}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}} = \frac{1}{\left|\frac{x-c}{a}\right|^{-2b}+1} = \text{bell}(x;a,-b,c)$$

7. Norma-T

i) $T(0,0)=0$
ii) $T(a,1)=T(1,a)=a$
iii) $T(a,b)\le T(c,d),\ a\le c,\ b\le d$
iv) $T(a,b)=T(b,a)$
v) $T(T(a,b),c)=T(a,T(b,c))$

$T_{min}(a,b) = \min(a,b)$

i) $\min(0,0)=0$
ii) $\min(a,1) \overset{?}{=} a,\ a\in[0,1]$
iii) $\min(a,b) \overset{?}{\le} \min(c,d)$ con $a\le c,\ b\le d$.

Supongamos $a<b,\ c<d \to$ Se cumple porque $a\le c$ (Hipót.)
Análogo a: $b<a,\ d<c$
Supongamos $a<b$ y $d<c$.

$a<\underbrace{b\le d}_{\text{Hipót.}} \Rightarrow$ Se cumple

Supongamos $b<a$ y $c<d$:

$b<\underbrace{a\le c}_{\text{Hipót.}} \Rightarrow$ Se cumple.

iv) $\min(a,b)=\min(b,a)$

v) Ya está hecha.

$T_{ap}(a,b)=ab$

i) $T(0,0)=0\cdot 0=0$ ✓
ii) $T(1,a)=a$ ✓
iii) Si $a\le c$ y $b\le d \Rightarrow ab\le cd \longleftrightarrow T(a,b)\le T(c,d)$
iv) $T(a,b)=ab=ba=T(b,a)$
v) $T(T(a,b),c)=T(ab,c)=abc$
$=T(a,bc)=T(a,T(b,c))$

$T_{bp}(a,b)=\max\{0,a+b-1\}$

i) $T(0,0)=\max\{0,-1\}=0$
ii) $T(a,1)=\max\{0,a+1-1\}=a$.
iii) $T(a,b)\overset{?}{\le} T(c,d)$

Supongamos $a+b-1\ge 0$
Luego, $c+d-1\ge 0$ } Se cumple.

Supongamos $a+b-1<0$.
Luego, $\max\{a+b-1,0\}=0\le \max\{c+d-1,0\}$. ✓

iv) $\max\{a+b-1,0\}=\max\{b+a-1,0\}$ ✓

v) $\max\{\max\{a+b-1,0\}+c-1,0\} \overset{?}{=} \max\{a+\max\{b+c-1,0\}-1,0\}$

Supongamos $a+b-1\le 0,\ b+c-1\le 0$ $\qquad a+b+c-2,0$

$\max\{c-1,0\}=0$, dado que $c\in[0,1]$
$=\max\{a-1+0,0\}$
$=\max\{a+\max\{b+c-1,0\}-1,0\}$ ✓

Supongamos $a+b-1\le 0$ y $b+c-1\ge 0$

$\max\{\max\{a+b-1,0\}+c-1,0\}=\max\{c-1,0\}$
$=\max\{(a+b-1)+c-1,0\}$
$=\max\{a+(b+c-1)-1,0\}$
$=\max\{a+\max\{b+c-1,0\}-1,0\}$ ✓

Supongamos $a+b-1\ge 0,\ b+c-1\le 0$

$\max\{\max\{a+b-1,0\}+c-1,0\}=\max\{a+b-1+c-1,0\}$
$=\max\{b+c-1+a-1,0\}$
$=0=\max\{a-1+0,0\}$
$=\max\{a-1+\max\{b+c-1,0\},0\}$
$=\max\{a+\max\{b+c-1,0\}-1,0\}$ ✓

Supongamos $a+b-1\ge 0$ & $b+c-1\ge 0$

$\max\{\max\{a+b-1,0\}+c-1,0\}=\max\{a+b-1+c-1,0\}$
$=\max\{a+(b+c-1)-1,0\}$
$=\max\{a+\max\{b+c-1,0\}-1,0\}$.

$$T_{dp}(a,b)=\begin{cases} a, & b=1\\ b, & a=1\\ 0, & a,b<1\end{cases}$$

i) $T(0,0)=0$
ii) $T(a,1)=a$
iii) $T(a,b)\le T(c,d)\quad a\le c,\ b\le d$

Supongamos $a=1\Rightarrow c=1$
$\Downarrow \qquad \Downarrow$
$T(1,b)=b\le d=T(1,d)$
Análogo a $b=1$

Supongamos $a,b<1 \Rightarrow T(a,b)=0\le T(c,d)$

iv) Supongamos $a=1$:
$T(a,b)=b$
$T(b,a)=b$
Análogo $b=1$.

Supongamos $a,b<1$
$T(a,b)=0=T(b,a)$.

v) $$T(T(a,b),c)=\begin{cases} T(a,b), & c=1\\ c, & T(a,b)=1\\ 0, & c,T(a,b)<1\end{cases} = \begin{cases} a, & c=1\wedge b=1\\ b, & c=1\wedge a=1\\ c, & a=1\wedge b=1\\ 0, & a,b,c<1\end{cases}$$

$$T(a,T(b,c))=\begin{cases} a, & T(b,c)=1\\ T(b,c), & a=1\\ 0, & a,T(b,c)<1\end{cases} = \begin{cases} a, & b=c=1\\ b, & a=1\wedge c=1\\ c, & a=1\wedge b=1\\ 0, & a,b,c<1\end{cases}$$