Predicción de precios de acciones mediante simulación estocástica: Aplicación de cadenas de Markov y métodos de Monte Carlo

Juan Sebastián Ramírez Quintero*

(Dated: March 29, 2025)

En este trabajo se presenta un modelo estocástico para la predicción del precio de acciones en el mercado bursátil, basado en el Movimiento Geométrico Browniano y el método de simulación de Montecarlo. Se implementó una clase en Python que automatiza la descarga de datos históricos, estimación de parámetros, simulación de trayectorias y análisis probabilístico. El modelo fue validado utilizando datos reales de empresas como Apple, Microsoft y Google, mostrando una buena capacidad para capturar tendencias a corto y mediano plazo. Los resultados destacan la utilidad del enfoque como herramienta de análisis bajo incertidumbre, así como sus limitaciones para predicciones a largo plazo.

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el mercado financiero se caracteriza por su alta volatilidad, complejidad e imprevisibilidad en sus procesos. En particular, los precios de las acciones en el mercado bursátil fluctúan en respuesta a una gran variedad de factores internos y externos como lo son las noticias económicas, eventos políticos, decisiones empresariales, emociones del mercado, entre otros. Dado esto, los analistas e inversionistas enfrentan un gran desafió al intentar prever el comportamiento futuro del mercado con el fin de maximizar beneficios y minimizar riesgos. Tradicionalmente, muchos enfoques de predicción se han basado en modelos deterministas como sistemas de ecuaciones diferenciales para modelar trayectorias futuras a partir de variables macro-económicas o de análisis técnicos como las medias móviles, el índice de fuerza relativa, las bandas de Bollinger entre otros citebollinger2006bandas. Sin embargo, a pesar de ofrecer ciertas ventajas, no capturan adecuadamente la incertidumbre inherente al comportamiento bursátil [1].

Ante esta situación, el uso de modelos probabilísticos, como los estudiados en este proyecto, se vuelve una herramienta esencial para capturar la naturaleza estocástica de los precios de los activos financieros. En particular, las Cadenas de Markov y la Simulación de Monte Carlo se han posicionado como métodos potentes para modelar procesos aleatorios y generar escenarios de predicción cercanos a los esperados en un contexto real. Donde, las cadenas de Markov permiten modelar sistemas cuya evolución depende solo del estado actual, sin necesidad de conocer toda su historia pasada, mientras que la simulación de Montecarlo permite considerar numerosos caminos posibles que un activo podría seguir en el tiempo, bajo ciertas condiciones de mercado impuestas al modelo[2].

Este artículo presenta un estudio aplicado basado en un enfoque probabilístico que combina estos dos métodos para simular y predecir la evolución del precio de acciones de empresas tecnológicas reconocidas como Apple (AAPL), Microsoft (MSFT) y Google (GOOGL). El modelo propuesto se basa en el movimiento geométrico Browniano simulando las fluctuaciones aleatorias diarias de las acciones en base a su comportamiento histórico[3]. Este análisis permite no solo predecir trayectorias posibles, sino también identificar zonas de riesgo, medir volatilidad futura y evaluar métricas de error respecto a datos reales.

* Del Instituto de Física, Universidad de Antioquia.; juan.ramirez114@udea.edu.co

II. MARCO TEÓRICO

A. Procesos Estocásticos y Cadenas de Markov

Un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias $\{X_t\}_{t\geq 0}$ que describe la evolución de un sistema en el tiempo partiendo de un punto inicial conocido. A diferencia de un proceso determinista, en un proceso estocástico el estado futuro del sistema no puede preverse con certeza, sino que está gobernado por una distribución de probabilidad y por ende sus estados pueden o no estar correlacionados entre sí.

En el contexto financiero, el precio de una acción es una variable que cambia en el tiempo influenciada por factores inciertos, por lo que bajo la definición dada puede modelarse razonablemente como un proceso estocástico [4].

Por otro lado, una Cadena de Markov es un tipo particular de proceso estocástico que cumple con la propiedad de Markov, la cual indica que la probabilidad de transitar a un nuevo estado depende únicamente del estado actual y no de la trayectoria previa (conocido como memoria reciente) [5]. Esta se puede expresar matemáticamente como:

$$\begin{aligned} P(X_{t+1} = x_{n+1} \mid X_t = x_t, X_{t-1} = x_{t-1}, \ldots, X_0 = x_0) \\ = P(X_{t+1} = x \mid X_t = x_t) \end{aligned} \tag{1}$$

Esta propiedad permite simplificar el modelado de sistemas complejos, por lo cual es ampliamente utilizada en economía, biología, ingeniería y finanzas. En particular en el ámbito bursátil, se ha demostrado que permite modelar de forma aproximada la transición del precio de una acción de un día a otro basándose solo en su valor actual y el comportamiento aleatorio histórico observado.

B. Movimiento Geométrico Browniano (MGB)

El Movimiento Geométrico Browniano es uno de los modelos más comunes para representar la dinámica de los precios de acciones en mercados financieros [6]. Matemáticamente se define como el proceso estocástico a tiempo continuo que satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \tag{2}$$

Donde S_t es el precio del activo en el tiempo, μ el retorno medio (esperanza de crecimiento), σ la: volatilidad del activo y dW_t el incremento de un proceso de Wiener (ruido blanco). Haciendo uso del lema de Itô se llega a la solución estocástica de esta ecuación diferencial, la cual esta dada por la siguiente expresión [7]:

$$S_t = S_0 \exp((\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W_t) \tag{3}$$

Donde S_0 corresponde al punto inicial considerado, en nuestro caso el valor inicial de la acción.

Este modelo garantiza que S_t sigue una distribución log-normal, lo cual es coherente con la observación empírica de que los precios no pueden ser negativos. Sin embargo, MGB asume continuidad y suavidad en el cambio de precios, lo que limita su realismo.

C. Métodos de Montecarlo

El método de Montecarlo consiste en realizar una gran cantidad de experimentos aleatorios para estimar el comportamiento esperado de un sistema estocástico. En nuestro caso, permite generar cientos o miles de trayectorias posibles de precios de acciones a futuro. dado que trabajamos con una representación discreta del tiempo con pasos diarios, es necesario discretizar la ecuación diferencial estocástica del modelo MGB.

Para esto se hace uso del método de Euler-Maruyama [8], el cual brinda una solución numérica aproximada a la ecuación diferencial en estudio, dada por la siguiente expresión:

$$S_{t+1} = S_t \exp((\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} Z_t) \tag{4}$$

Donde $Z_t \sim \mathcal{N}(0,1)$ corresponde a una variable aleatoria normal estándar y Δt al paso de variación temporal considerado. Esta formulación de la solución discreta a la ecuación diferencial estocástica del MGB permite simular múltiples trayectorias del precio de las acciones y a partir de estas trayectorias, construir una distribución probabilística de resultados posibles que facilita el análisis de bandas de confianza y la evaluación de distintos escenarios futuros, tal como se propone en el presente estudio.

III. METODOLOGÍA

Con el fin de implementar el modelo estocástico en base a la solución numérica brindada por el método de Euler-Maruyama y hallar, haciendo uso del método de Montecarlo, la distribución de posibles trayectorias de variación del precio de una acción, se propone la siguiente metodología basa en cuatro etapas, primero la adquisición y procesamiento de datos, en segundo lugar la aplicación de la solución del modelo estocástico y simulación de trayectorias bajo el método de Montecarlo, posteriormente la visualización de trayectorias y análisis probabilístico y finalmente una evaluación de la volatilidad y error del modelo :

A. Adquisición y procesamiento de datos

Para la adquisición de los datos históricos de variación del precio de la acción en estudio, se hace uso de la librería `yfinance` de Python, la cual brinda acceso a la base de datos de *Yahoo Finance* retornando una tabla con el precio de apertura, cierre, máximo y mínimo por día de la acción.

En este estudio nos enfocaremos solo en la evolución diaria del precio de cierre de la acción, para el cual se calculara en un rango de cuatro años ($2020-01-01$ a $2024-01-01$), a partir de los retornos logarítmicos dados por $R_t = \ln(\frac{P_t}{P_{t-1}})$, su media o retorno promedio (μ) y su desviación estándar o volatilidad de la acción diaria (σ). Parámetros estadísticos claves que describen la distribución normal aleatoria considerada en la solución discreta propuesta y por tanto el comportamiento estocástico de la acción en estudio.

B. Modelo estocástico y simulación de trayectorias bajo el método de Montecarlo

En base a la solución discreta planteada y los parámetros estadísticos determinados a partir del histórico del precio de la acción en el paso anterior, la ecuación 4 es evaluada iterativamente a partir del último precio histórico analizado (S_0) correspondiente al precio de la acción el día $2024-01-01$, generando así trayectorias futuras posibles del precio de la acción entre la fecha correspondiente a S_0 hasta la fecha $2025-01-01$ con paso de un día.

Para obtener una distribución estadísticamente representativa, se realiza un número elevado de simulaciones independientes (hasta 10^4 trayectorias), lo que permite caracterizar el comportamiento estocástico del activo bajo estudio.

C. Visualización de trayectorias y análisis probabilístico

Una vez generadas las trayectorias simuladas, se realiza una visualización de los resultados que permite comprender la dispersión y las tendencias esperadas del precio de la acción. Para ello se construyen las siguientes gráficas:

- **Curvas percentiles del 5%, 50% y 95%**, que representan el intervalo de confianza donde se concentra el 90% de las trayectorias simuladas y la mediana como tendencia central esperada.
- **Mapa de calor de densidad de trayectorias**, generado mediante un histograma bidimensional que permite identificar visualmente las regiones con mayor concentración de trayectorias dentro del intervalo interpercentil.

Finalmente, el análisis estos gráficos se complementan con los datos reales observados en el periodo de predicción permitiendo comparar la predicción con la evolución real del mercado.

D. Métricas de error y volatilidad

Para el último paso de la metodología, se valida la precisión del modelo, para esto se comparan los precios reales observados en el intervalo de predicción con la mediana de las trayectorias simuladas. Esta comparación se realiza utilizando dos métricas estadísticas:

- **Error Absoluto Medio (MAE)**: mide la desviación promedio entre la mediana simulada y el valor real.
- **Error Cuadrático Medio (RMSE)**: mide las desviaciones cuadráticas promedio, identificando de mejor forma las discrepancias entre la mediana simulada y el valor real.

Adicionalmente, se evalúa la volatilidad de la predicción realizada analizando el incremento en la desviación estándar de la distribución de curvas simuladas en el tiempo.

IV. RESULTADOS

A. Implementación computacional del modelo

Para llevar a cabo la simulación de las trayectorias estocásticas del precio de la acción, se desarrolló una clase en Python denominada `MonteCarloStockPredictor`. Esta clase fue diseñada con un enfoque modular basado en métodos, permitiendo reproducir de manera estructurada cada una de las etapas definidas en la metodología. Para esto la clase recibe como parámetros de inicialización los siguientes datos:

- `ticker`: identificador bursátil de la empresa (por ejemplo, "AAPL" para Apple).
- `start_date` y `end_date`: rango histórico para la estimación de parámetros aleatorios (σ y μ).
- `end_prediction_date`: fecha final del periodo de predicción.
- `num_simulations`: número total de trayectorias que se desea simular (de forma estándar 10^4).

Una vez instanciada, la clase contiene los siguientes métodos acordes a las diferentes fases de la metodología propuesta:

- `load_data()`: descarga los datos históricos y de validación, y calcula los retornos logarítmicos.
- `estimate_parameters()`: estima los valores de μ y σ a partir de los datos históricos.
- `simulate()`: genera las trayectorias estocásticas mediante el método de Montecarlo usando la ecuación del modelo MGB discretizado.
- `plot_simulation()`: grafica las trayectorias simuladas junto a los datos reales y la banda de confianza (percentiles 5% y 95%).
- `heat_plot_simulation()`: construye un mapa de calor de la densidad de trayectorias dentro del intervalo de confianza.
- `analyze_volatility()`: calcula y gráfica la evolución de la volatilidad simulada en el periodo de predicción.
- `evaluate_prediction_accuracy()`: calcula las métricas de error MAE y RMSE comparando la mediana simulada con los datos reales.

B. Aplicación del modelo al caso Apple (AAPL)

La clase fue implementada para estudiar el comportamiento del precio de las acciones de la empresa Apple Inc. (AAPL). Para ello, se consideró el periodo comprendido entre el 1 de enero de 2020 y el 1 de enero de 2024 como rango histórico para la estimación de parámetros estadísticos (μ y σ), y se simuló el comportamiento futuro hasta el 1 de enero de 2025. En total, se generaron 10.000 trayectorias simuladas.

En la Figura 1, se presenta el rango de confiabilidad del 90% hallado a partir de las trayectorias simuladas, junto con los datos reales de precios y las curvas de los percentiles 5%, 50% y 95%. Estas curvas permiten observar la región en la cual se concentra el 90% de las trayectorias y por ende su región más probable de existencia. Por otro lado, la curva mediana actúa como predicción más probable bajo el modelo asumido, permitiendo una comparación directa de los resultados obtenidos con los valores reales. De esta se puede observar que la confiabilidad en su cota superior crece exponencialmente, lo cual es consecuencia de la aproximación bajo el MGB el cual presenta un crecimiento de la varianza medio exponencial, aun así se aprecia que la mediana refleja un crecimiento promedio de precio de la acción lo cual es reflejado por los datos reales visualizados.

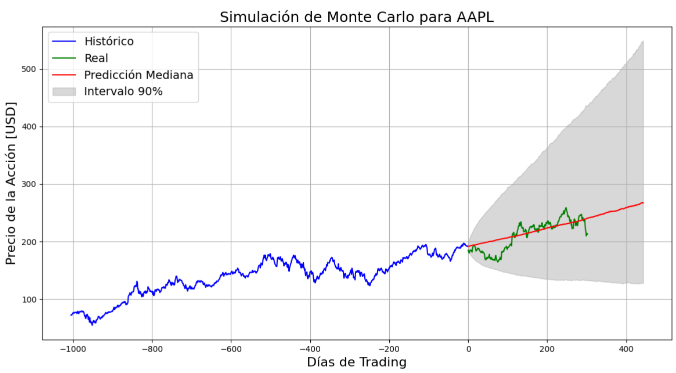

FIG. 1. Trayectorias simuladas para AAPL. Se muestra la mediana de predicción, las bandas de confianza al 90%, los precios históricos (azul) y los precios reales en el periodo de predicción (verde).

Adicionalmente, en la Figura 3 se observa el mapa de calor generado a partir de la densidad de trayectorias dentro del intervalo $5\% - 95\%$, evidenciando una mayor concentración de trayectorias en torno a la media y disminuyendo hacia los extremos, lo que respalda visualmente la construcción de las bandas de confianza y revela la estructura probabilística del modelo, la cual al basarse en un MGB conserva siempre su mediana pero aumenta su volatilidad con el tiempo.

Por otro lado, en la Figura **??** se presenta la evolución de la volatilidad simulada a lo largo del periodo de predicción. Esta métrica permite identificar regiones con mayor incertidumbre futura en el precio, siendo de utilidad para analizar el riesgo asociado a cada horizonte temporal. Es de notar que bajo el modelo considerado, esta crece de forma constante alcanzando valores cercano a $80\,USD$ al año de predicción, es decir al rededor del 50%, del valor de la acción medio, evidenciando la falta de precisión del modelo para largos periodos de tiempo.

Al comparar la mediana simulada con los precios reales observados entre 2024 y 2025, se obtuvieron las siguientes métricas:

- Error Absoluto Medio (MAE): **24.54** USD
- Error Cuadrático Medio (RMSE): **29.61** USD

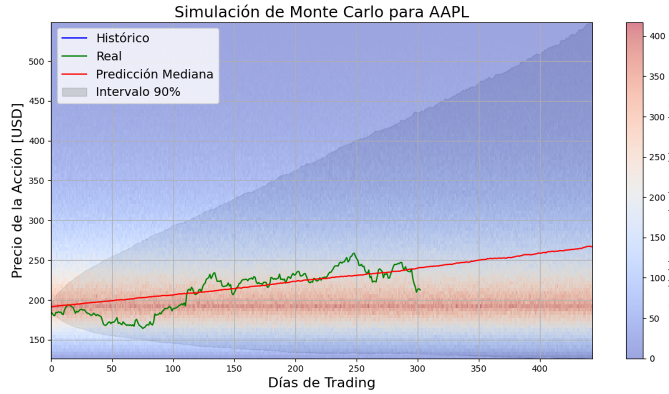

FIG. 2. Evolución de la volatilidad simulada de AAPL durante el periodo de predicción (2024–2025).

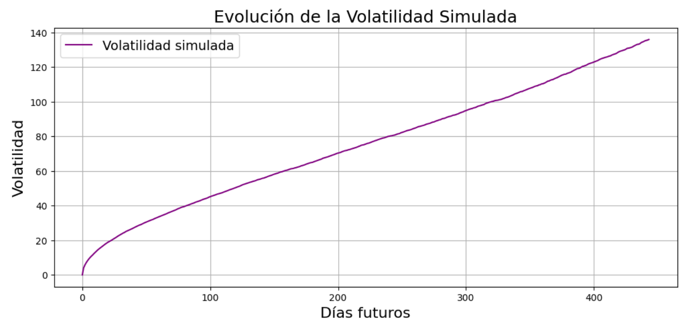

FIG. 3. Mapa de calor de la densidad de trayectorias simuladas dentro del intervalo 5%–95% para AAPL. Se observa mayor densidad alrededor de la mediana.

De lo cual se observa un error en la predicción considerable, pero útil para un análisis inicial y aproximado del comportamiento de la acción y por ende para toma de decisiones correspondiente a casos extremos en las variaciones de la acción.

Además del estudio con Apple, se realizó la misma simulación para las empresas Microsoft (MSFT) y Google (GOOGL), siguiendo los mismos parámetros de simulación y duración de los periodos. La Figura **??** muestra la comparación entre las trayectorias simuladas para las tres empresas. En esta se evidencian diferencias en el rango de dispersión y comportamiento esperado, lo cual se relaciona con la volatilidad y retorno medio histórico de cada activo, pero se observa una correspondencia entre la mediana y la trayectoria real para cada caso, evidenciando una capacidad de predicción de tendencia del modelo estudiado. Esta comparación permite analizar la consistencia del modelo entre diferentes compañías, observando la capacidad las bondades del modelo en cuanto a predicción de la tendencia promedio y los rangos de confiabilidad en los que estara contenido el precio de cada acción en el tiempo.

Los resultados obtenidos reflejan que el modelo implementado es capaz de capturar adecuadamente la tendencia del precio de las acciones, especialmente en corto y

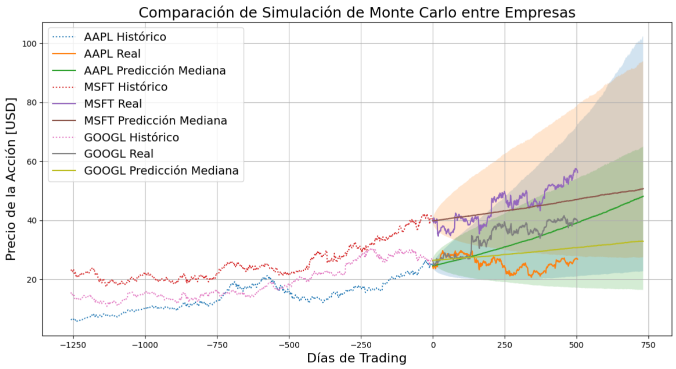

FIG. 4. Comparación de las trayectorias simuladas para Apple (AAPL), Microsoft (MSFT) y Google (GOOGL), incluyendo sus bandas de confianza y datos reales.

mediano plazo. Adicionalmente, la mediana hallada refleja la tendencia observada con los datos reales, y el uso de intervalos de confianza permite cuantificar la incertidumbre inherente al proceso aleatorio. Sin embargo, se observa que la dispersión de las trayectorias tiende a aumentar de forma exponencial en el tiempo, lo cual es característico del modelo de Movimiento Geométrico Browniano y representa una limitación al momento de realizar predicciones a largo plazo, lo cual se refleja en la evolución de la volatilidad simulada y en los errores de predicción cuantificados mediante MAE y RMSE. Asimismo, el modelo muestra un comportamiento similar entre distintas empresas, lo que demuestra la viabilidad del modelo en diferentes casos de uso. Por lo tanto, estos resultados validan el uso del enfoque probabilístico implementado como una herramienta útil para la exploración y análisis del comportamiento futuro de activos financieros bajo la premisa de una primera aproximación a la predicción de resultados reales.

V. CONCLUSIONES

A lo largo de este proyecto se implementó un modelo estocástico basado en el Movimiento Geométrico Browniano y el método de Monte Carlo para simular trayectorias futuras del precio de acciones. La clase `MonteCarloStockPredictor`, desarrollada en Python, permitió automatizar todo el proceso de simulación y análisis, validando el modelo sobre datos reales de empresas como Apple, Microsoft y Google.

Los resultados muestran que el modelo es capaz de capturar adecuadamente la tendencia promedio del precio en el corto y mediano plazo. Sin embargo, la creciente dispersión de las trayectorias en el tiempo refleja la limitación del modelo ante predicciones a largo plazo, debido a su naturaleza exponencial. Permitiendo concluir así que el enfoque propuesto constituye una herramienta computacional útil para el análisis inicial de mercados financieros, sirviendo como base para modelos más complejos en futuras investigaciones.

[1] J. C. Hull, *Options, Futures, and Other Derivatives*, 10th ed. (Pearson, 2018).

[2] R. D. Estember and M. J. R. Maraña, Forecasting of stock prices using brownian motion–monte carlo simulation, in *International conference on industrial engineering and operations management* (2016) pp. 8–10.

[3] N. Parungrojrat and A. Kidsom, Stock price forecasting: geometric brownian motion and monte carlo simulation techniques, MUT Journal of Business Administration **16**, 90 (2019).

[4] S. Karlin and H. M. Taylor, *A First Course in Stochastic Processes*, 2nd ed. (Academic Press, 1975).

[5] M. Frendahl and I. Rychlik, Rainflow analysis: Markov method, International journal of fatigue **15**, 265 (1993).

[6] K. Suganthi and G. Jayalalitha, Geometric brownian motion in stock prices, in *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1377 (IOP Publishing, 2019) p. 012016.

[7] V. Lakshmikantham and G. Ladde, Stochastic differential inequalities of ito type, (1978).

[8] X. Mao, The truncated euler–maruyama method for stochastic differential equations, Journal of Computational and Applied Mathematics **290**, 370 (2015).

[9] R. C. Merton, Option pricing when underlying stock returns are discontinuous, Journal of Financial Economics **3**, 125 (1976).

[10] J. Bollinger, *Las bandas de Bollinger* (Netbiblo, 2006).

[11] R. Cont and P. Tankov, *Financial Modelling with Jump Processes* (Chapman and Hall/CRC, 2004).

[12] R. S. Tsay, *Analysis of Financial Time Series*, 3rd ed. (John Wiley & Sons, 2010).