

PROYECTO INTEGRADOR DE AUTÓMATAS Y CONTROL DISCRETO

Juan Pablo Sibecas
juan.sibecas@gmail.com

Matias Gaviño
matias.linares.g@gmail.com

Autómatas y Control Discreto, Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de Cuyo,
Mendoza, Argentina

Junio de 2024

Resumen

1. Introducción

El presente informe aborda el control de una grúa portuaria destinada a la carga, descarga y reubicación de contenedores entre el barco y las bahías de carga. El objetivo es mejorar la eficiencia del sistema mediante trayectorias de movimiento que sean tanto suaves como rápidas.

Para desarrollar este control, se comienza con el modelado del sistema físico, que consta de un carro para el movimiento horizontal y un sistema de izaje para el movimiento vertical. Ambos movimientos están acoplados por la carga, la cual consiste en un contenedor y un "spreader" que lo sostiene. La traslación y el izaje son accionados por motores eléctricos, lo que permite un control preciso de las trayectorias.

El desarrollo del informe incluye el modelado del sistema físico, obteniendo las ecuaciones de movimiento y utilizando Simulink para simular su comportamiento. A continuación, se diseña un control híbrido de tres niveles: el nivel 2 se encarga del control en tiempo discretizado para los motores que accionan el izaje y el carro; el nivel 1 consiste en un controlador discreto basado en eventos, que genera trayectorias suaves y eficientes; y el nivel 0 actúa como sistema de seguridad, asegurando que el sistema entre en un estado seguro en caso de fallas. Para la simulación del controlador, se emplea el software Matlab/Simulink, y luego se implementa en Codesys para simular su ejecución en un PLC.

2. Desarrollo

2.1. Modelo del Sistema Físico

El modelo del sistema se simplifica a un control de posición de la carga en el plano. No se tendrán en cuenta grados de libertad que no están contemplados en el plano perpendicular al eje longitudinal del muelle. Se considera que la estructura de la grúa es rígida y que no se producen vibraciones, no así los cables que se consideran flexibles. Para el desarrollo de las ecuaciones se parte desde lo desarrollado en el enunciado del trabajo práctico.

2.1.1. Subsistema de Izaje

Segunda ley de Newton del lado tambor:

$$J_{hd+heb} \frac{d\omega_{hd}}{dt} = T_{hd}(t) + T_{heb}(t) - b_{hd}\omega_{hd}(t) - T_{hdl}(t) \quad (1)$$

Segunda ley de Newton del lado motor:

$$J_{hm+hb} \frac{d\omega_{hm}}{dt} = T_{hm}(t) + T_{hb}(t) - b_{hm}\omega_{hm}(t) - T_{hml}(t) \quad (2)$$

relación de transmisión

$$i_h = \frac{\omega_{hm}(t)}{\omega_{hd}(t)} = \frac{T_{hd}(t)}{T_{hml}(t)} \quad (3)$$

si reemplazo 3 en 2 y despejo $T_{hd}(t)$

$$T_{hd}(t) = J_{hm+hb} \frac{d\omega_{hd}}{dt} i_h^2 - b_{hm}\omega_{hd}(t) i_h^2 + i_h(T_{hm}(t) + T_{hb}(t)) \quad (4)$$

reemplazando en 1 y operando se obtiene

$$(J_{hd+heb} + J_{hm+hb} i_h^2) \frac{d\omega_{hd}}{dt} = -(b_{hd} + b_{hm} i_h^2) \omega_{hd}(t) + i_h(T_{hm}(t) + T_{hb}(t)) + T_{heb}(t) - T_{hdl}(t) \quad (5)$$

como $T_{hdl}(t) = F_{hw}(t) * r_{hd}$, $2V_h = r_{hd} * \omega_{hd}(t)$ y $V_h = -\frac{dl_h(t)}{dt}$ y dividiendo por r_{hd} :

$$2 \frac{(J_{hd+heb} + J_{hm+hb} i_h^2)}{r_{hd}^2} \frac{d^2 l_h(t)}{dt^2} = -2 \frac{(b_{hd} + b_{hm} i_h^2)}{r_{hd}^2} \frac{dl_h(t)}{dt} - \frac{i_h}{r_{hd}} (T_{hm}(t) + T_{hb}(t)) - \frac{T_{heb}(t)}{r_{hd}} + F_{hw}(t) \quad (6)$$

Reemplazando por parametros equivalentes:

$$M_{Eh}\ddot{l}_h(t) = -b_{Eh}\dot{l}_h(t) - \frac{i_h}{r_{hd}}(T_{hm}(t) + T_{hb}(t)) - \frac{T_{hEb}(t)}{r_{hd}} + F_{hw}(t) \quad (7)$$

Donde

$$M_{Eh} = 2 \frac{(J_{hd+hEb} + J_{hm+hbi_h^2})}{r_{hd}^2} \quad (8)$$

$$b_{Eh} = 2 \frac{(b_{hd} + b_{hm}i_h^2)}{r_{hd}^2} \quad (9)$$

$$(10)$$

En la figura 1 se presenta el modelo de Simulink del subsistema de izaje. En este modelo, se implementa la ecuación 7 junto con sus correspondientes parámetros equivalentes. Además, se incluye el modelo del sistema de freno y del freno de emergencia.

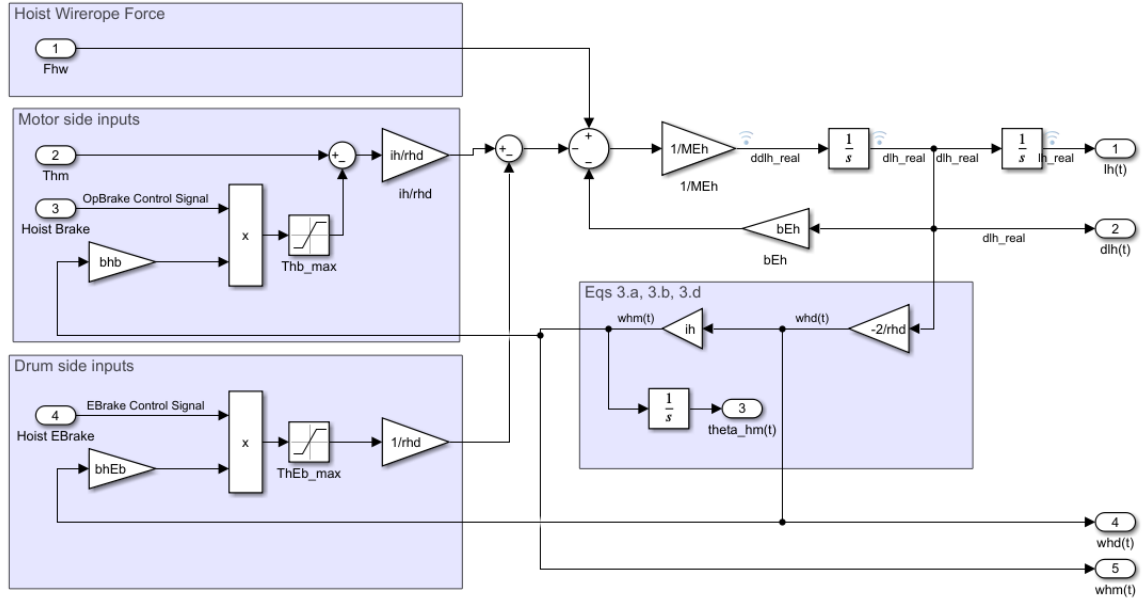


Figura 1: Modelo de Simulink del subsistema de izaje

Modelo del cable de izaje

El modelo del cable de izaje se obtiene a partir de la ecuación 2/2.a. Se considera que el cable solo soporta cargas de tracción; por lo tanto, si el resultado de la tensión obtenido de dicha ecuación es negativo, se toma como cero. En la figura 2 se presenta el modelo implementado en Simulink del cable de izaje.

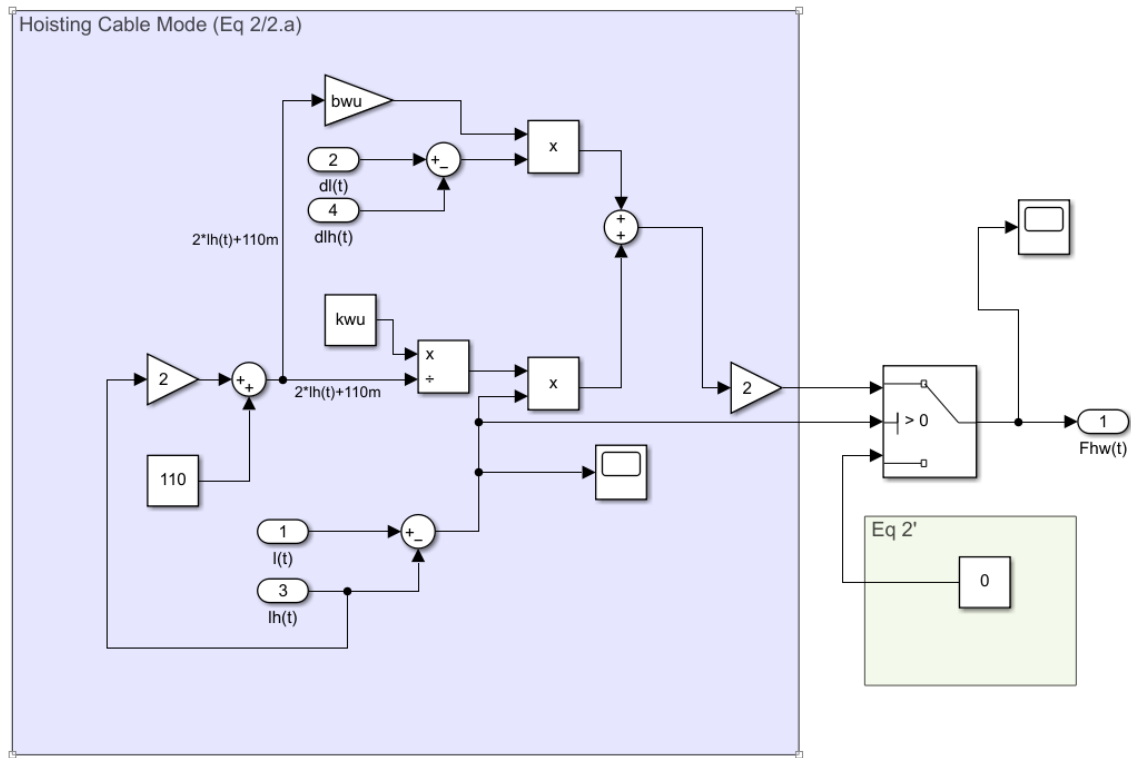


Figura 2: Modelo de Simulink del cable de izaje

2.1.2. Subsistema Carro

La conducción de carro se modela como tres subsistemas, el de accionamiento del motor, el del tambor y el del cable. En la figura 3 se muestra el modelo de Simulink de estos subsistemas.

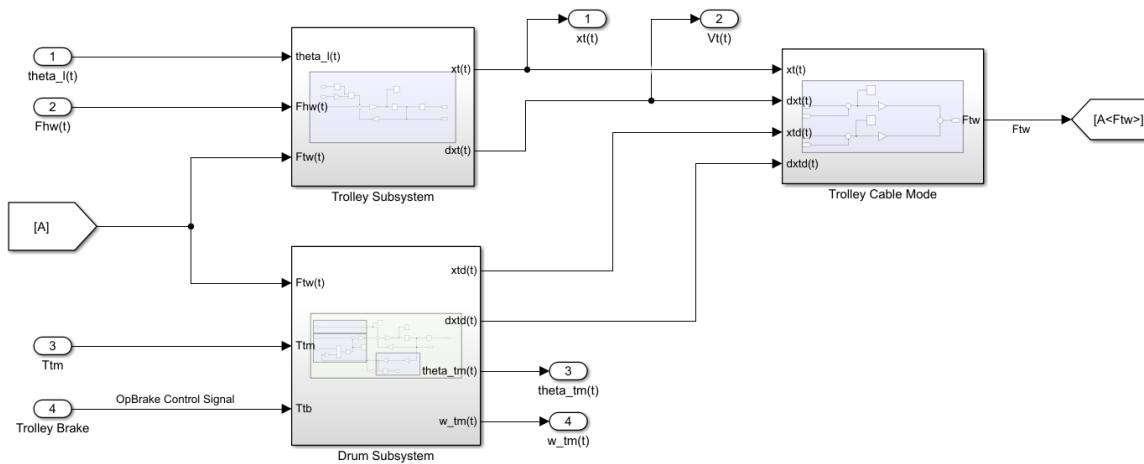


Figura 3: Modelo de Simulink del subsistema carro

Motor del carro

El modelo se obtiene a partir de la ecuación 4 del enunciado. En la figura 3 se muestra el modelo implementado en Simulink.

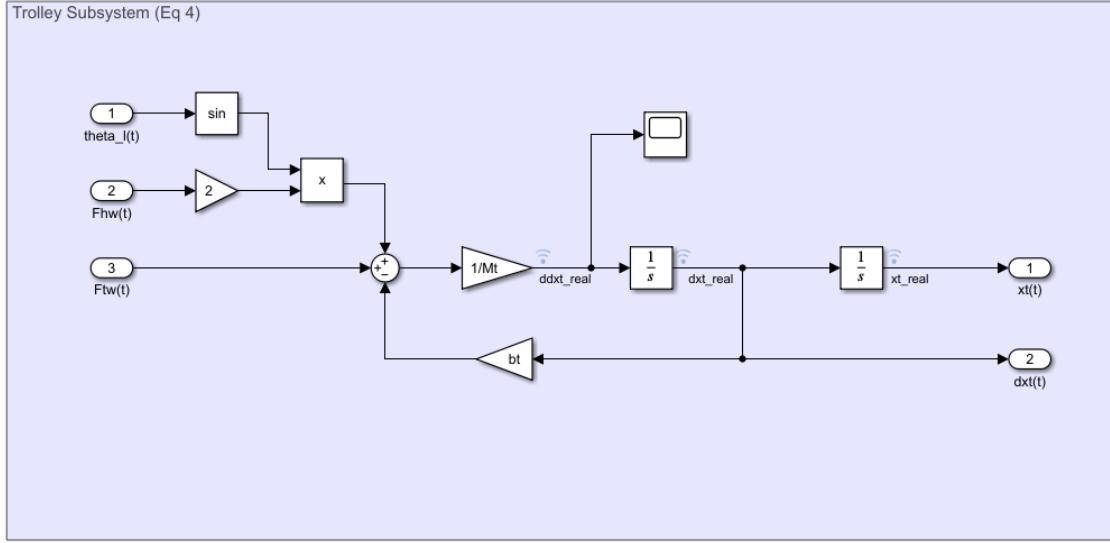


Figura 4: Modelo de Simulink del subsistema carro

Tambor del carro

Segunda ley de Newton del lado tambor:

$$J_{td} \frac{d\omega_{td}(t)}{dt} = T_{td}(t) - b_{td}\omega_{td}(t) - T_{tdl}(t) \quad (11)$$

Segunda ley de Newton del lado motor:

$$J_{tm+tb} \frac{d\omega_{tm}(t)}{dt} = T_{tm}(t) + T_{tb}(t) - b_{tm}\omega_{tm}(t) - T_{tml}(t) \quad (12)$$

relacion de transmision

$$i_t = \frac{\omega_{tm}(t)}{\omega_{td}(t)} = \frac{T_{td}(t)}{T_{tml}(t)} \quad (13)$$

si reemplazo 13 en 12 y despejo $T_{td}(t)$

$$T_{td}(t) = J_{tm+tb} \frac{d\omega_{td}(t)}{dt} i_t^2 - b_{tm}\omega_{td}(t) i_t^2 + i_t(T_{tm}(t) + T_{tb}(t)) \quad (14)$$

Reemplazo 14 en 11 y reordeno:

$$(J_{td} + J_{tm+tb} * i_t^2) \frac{d\omega_{td}(t)}{dt} = i_t(T_{tm}(t) + T_{tb}(t)) - (b_{td} + b_{tm}i_t^2)\omega_{td}(t) - T_{tdl}(t) \quad (15)$$

Como $\omega_{td}(t)r_{td} = V_{td}(t)$, $F_{tw}(t)r_{td} = T_{tdl}(t)$ y $V_{td}(t) = \frac{dx_{td}}{dt}$ y dividiendo por r_{td} :

$$\frac{(J_{td} + J_{tm+tb} * i_t^2)}{r_{td}^2} \frac{d^2x_{td}(t)}{dt^2} = -\frac{(b_{td} + b_{tm}i_t^2)}{r_{td}^2} \frac{dx_{td}(t)}{dt} + \frac{i_t}{r_{td}}(T_{tm}(t) + T_{tb}(t)) - F_{tw}(t) \quad (16)$$

Reemplazando por parametros equivalentes se obtiene la ecuacion del tambor del subsistema carro:

$$M_{Etd}\ddot{x}_{td}(t) = -b_{Etd}\dot{x}_{td}(t) + \frac{i_t}{r_{td}}(T_{tm}(t) + T_{tb}(t)) - F_{tw}(t) \quad (17)$$

La ecuacion de movimiento del carro es:

$$M_t\ddot{x}_t(t) = -b_t\dot{x}_t(t) + F_{tw}(t) + 2F_{hw}(t) \sin \theta_l(t) \quad (18)$$

Y la fuerza transmitida por el cable del subsistema carro es:

$$F_{tw}(t) = K_{tw}(x_{td}(t) - x_t(t)) + b_{tw}(\dot{x}_{td}(t) - \dot{x}_t(t)) \quad (19)$$

En la figura 5 se muestra el modelo de Simulink que responde a la ecuación 18 con sus respectivos parametros equivalentes. Además, se introduce el modelo del freno del tambor.

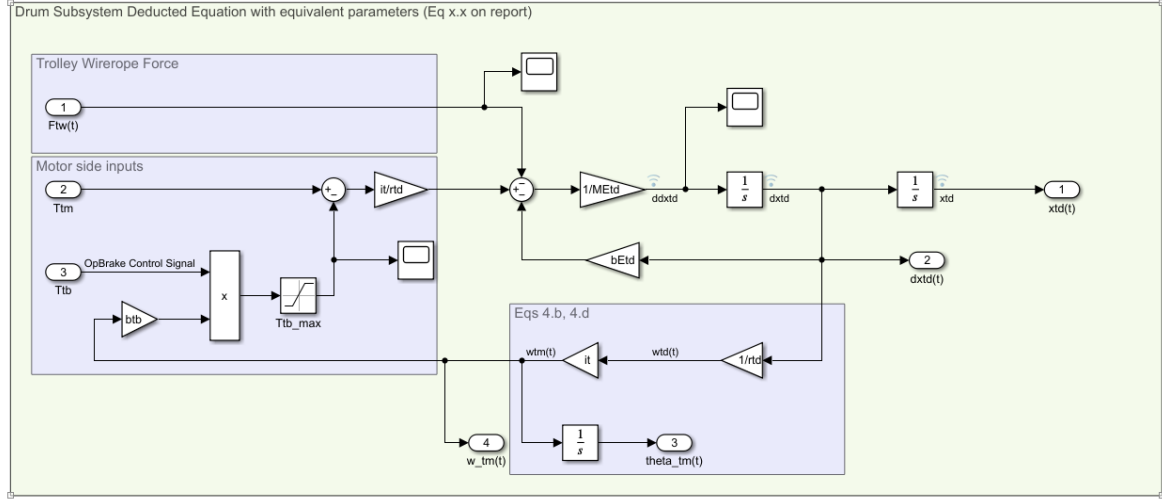


Figura 5: Modelo de Simulink del tambor del subsistema carro

Modelo del cable del carro

La figura 6 muestra el modelo de Simulink del cable del subsistema carro. Se observa que se implementa la ecuación 4.a del enunciado para su modelado.

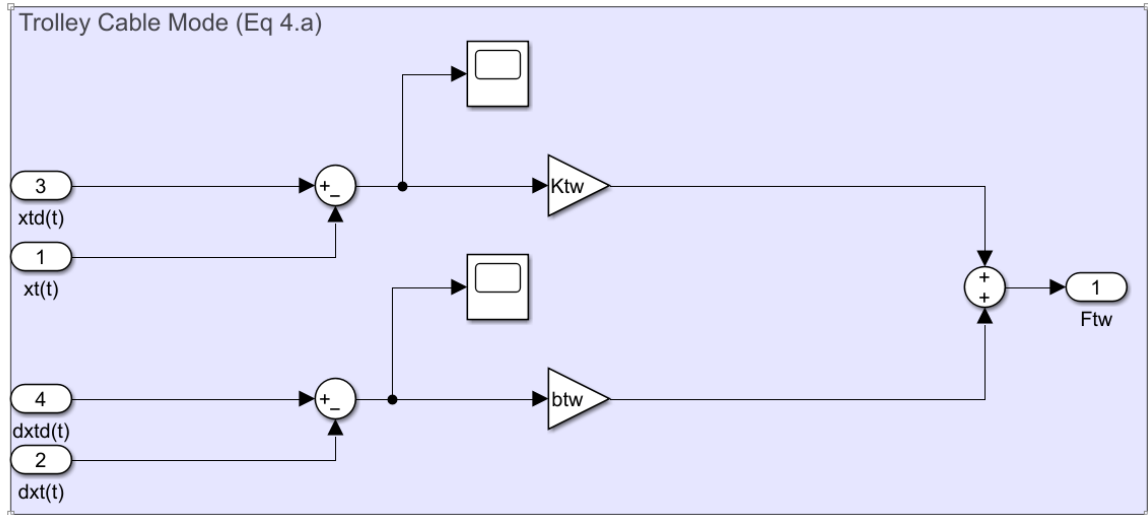


Figura 6: Modelo de Simulink del cable del subsistema carro

2.1.3. Perfil de obstáculos

El perfil de obstaculos se modela como una matriz de Nx2 donde la primera columna representa la posicion en x y la segunda la altura del obstáculos perfil del obstáculo. El perfil esta discretizado en x segun un dx determinado. AL iniciar la simulacion se inicializa esta matriz con el perfil de los obstáculos inmoviles. Luego se actualiza la matiz teneniendo en cuenta la cantidad de containes en cada comunma del barco o en la bahía de carga inicialmente. Cuando durante la simulación se recoje o se deja un contenedor se actualiza la matriz de obstáculos mediante el modelo en stateflow que se muestra en la figura 7.

El ángulo del cable de izaje respecto de la vertical se obtiene a partir de la posición de la carga y el carro, así como indica la ecuación 0.d del enunciado. En la figura 9 se muestra el modelo de Simulink del balanceo de la carga.

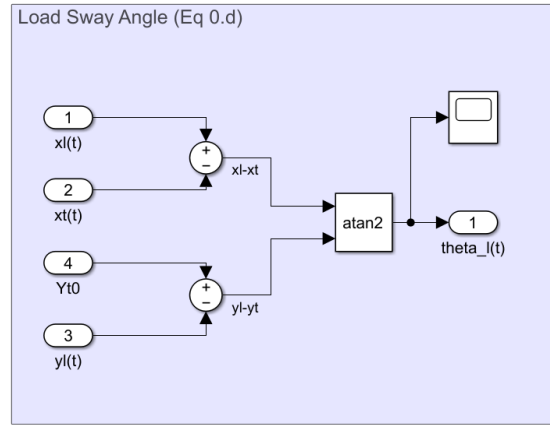


Figura 9: Modelo de Simulink del balanceo de la carga

Al igual que el ángulo del cable de izaje, el largo del mismo se obtiene a partir de la posición de la carga y el carro, así como indica la ecuación 0.c del enunciado. La velocidad de cambio de esta longitud se calcula de forma analítica utilizando la ecuación 1.c'. En la figura 10 se muestra el modelo de Simulink lo anteriormente mencionado.

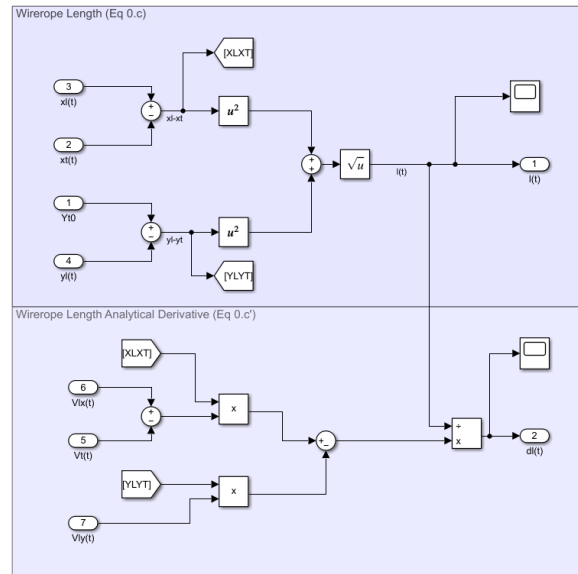


Figura 10: Modelo de Simulink del largo del cable de izaje

Modelo de la fuerza de contacto

El modelo de la fuerza de contacto se refiere al análisis de las interacciones entre la carga suspendida (spreader o contenedor) y la superficie de apoyo durante las maniobras de izaje o descenso en una grúa portuaria. Este modelo tiene en cuenta los estados del cable de izaje (tenso o flojo) y los modos de contacto (carga suspendida o apoyada). Se consideran las fuerzas de fricción horizontal y las reacciones elásticas verticales que ocurren cuando la carga toca la superficie de apoyo, así como el comportamiento dinámico del sistema para evitar tirones bruscos en el cable.

El modelo se implementa en Simulink, como se muestra en la Figura 11, y utiliza parámetros como la rigidez de compresión (K_{cy}) y la fricción (b_{cx}, b_{cy}) para simular las fuerzas de contacto bajo diferentes condiciones operativas.

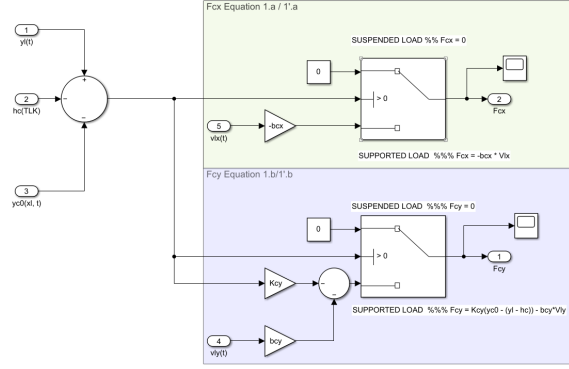


Figura 11: Modelo de Simulink de la fuerza de contacto

Las ecuaciones que definen el comportamiento de la fuerza de contacto son las siguientes:

$$F_{cx}(t) = -b_{cx} \cdot v_{lx}(t) \quad (20)$$

$$F_{cy}(t) = K_{cy} \cdot (y_{c0}(x_l, t) - (y_l(t) - h_c(TLK))) - b_{cy} \cdot v_{ly}(t) \quad (21)$$

Donde:

- F_{cx} es la fuerza de fricción horizontal.
- F_{cy} es la fuerza de reacción elástica vertical.
- b_{cx} y b_{cy} son los coeficientes de fricción horizontal y vertical, respectivamente.
- K_{cy} es la rigidez de compresión vertical.
- v_{lx} y v_{ly} son las velocidades horizontales y verticales de la carga.
- $y_{c0}(x_l, t)$ representa el perfil de obstáculos o la altura de apoyo vertical.
- $h_c(TLK)$ indica la altura inferior de la carga, dependiendo del estado de los twistlocks (abiertos o cerrados).

2.2. Diseño del controlador

En esta sección se presenta el desarrollo de los controladores para los distintos subsistemas de la grúa portuaria. Cada controlador se diseña para asegurar un desempeño eficiente y seguro, cumpliendo con las especificaciones operativas del sistema. Los subsistemas controlados incluyen el carro, el mecanismo de izaje y el balanceo de la carga, abordados en las siguientes subsecciones.

2.2.1. Control del Carro

Según el modelo del sistema, la ecuación de movimiento del carro se describe por:

$$M_t \ddot{x}_t(t) = -b_E \dot{x}_t(t) + \frac{i_t}{r_{td}} T_{tm}(t) - F_L(t) \quad (22)$$

Para simplificar el análisis, se desacopla el primer término sustituyendo:

$$T_m(t) = T_{tm}^*(t) + \frac{r_{td} b_E}{i_t} \dot{x}_t(t) \quad (23)$$

Cuando se desprecia la fuerza externa $F_L(t)$, se obtiene la ecuación simplificada:

$$M_E \ddot{x}_t(t) = \frac{i_t}{r_{td}} T_{tm}^*(t) \quad (24)$$

Aplicando la transformada de Laplace y definiendo la ley de control mediante un controlador PID, se tiene:

$$M_E s^2 X_t(s) = \frac{i_t}{r_{td}} T_{tm}^*(s) \quad (25)$$

La expresión para $T_m^*(s)$ bajo un control PID queda definida como:

$$T_m^*(s) = G_T(s) \left(b_{at} + \frac{k_{sat}}{s} + \frac{k_{siat}}{s^2} \right) (v_t^*(s) - v_t(s)) \quad (26)$$

Sustituyendo en la ecuación del movimiento y reorganizando, se obtiene:

$$M_E s^2 X_t(s) = \frac{i_t}{r_{td}} G_T(s) \left(b_{at} + \frac{k_{sat}}{s} + \frac{k_{siat}}{s^2} \right) (v_t^*(s) - v_t(s)) \quad (27)$$

Despejando $\frac{v_t(s)}{v_t^*(s)}$, se llega a:

$$\frac{v_t(s)}{v_t^*(s)} = \frac{b_{at}s^2 + k_{sat}s + k_{siat}}{s^3 \frac{r_{td}}{i_t} M_E + s^2 b_{at} + s k_{sat} + k_{siat}} \quad (28)$$

Al igualar el denominador con el polinomio característico deseado, se define:

$$p(s) = s^3 + \omega_n \eta s^2 + \omega_n^2 \eta s + \omega_n^3 \quad (29)$$

Lo que lleva a las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} \omega_n \eta = \frac{b_{at} i_t}{r_{td} M_E} \\ \omega_n^2 \eta = \frac{k_{sat} i_t}{r_{td} M_E} \\ \omega_n^3 = \frac{k_{siat} i_t}{r_{td} M_E} \end{cases} \quad (30)$$

Finalmente, las constantes del controlador PID se determinan como:

$$\begin{cases} b_{at} = \frac{r_{td} M_E \omega_n \eta}{i_t} \\ k_{sat} = \frac{r_{td} M_E \omega_n^2 \eta}{i_t} \\ k_{siat} = \frac{r_{td} M_E \omega_n^3}{i_t} \end{cases} \quad (31)$$

Los parámetros ω_n y η se ajustan para garantizar la estabilidad del sistema, considerando también el control del balanceo de la carga. En la Figura 12, se muestra la implementación del controlador PID en Simulink, donde se ha realizado una discretización temporal aplicando la integral por el método de trapecios.

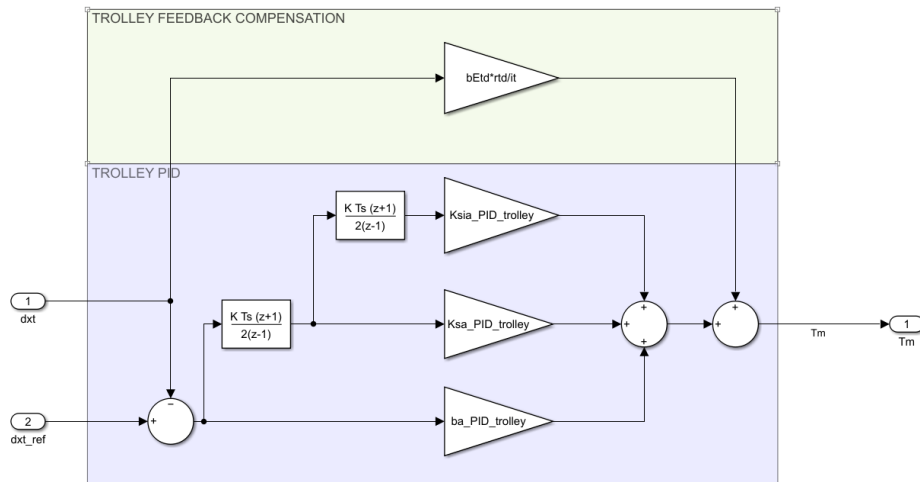


Figura 12: Controlador PID para el carro de la grúa

2.2.2. Control del Izaje

De forma similar al control del carro, se obtiene la ecuación dinámica para el control del izaje:

$$M_{Eh}\ddot{l}_h(t) = -b_{Eh}\dot{l}_h(t) - \frac{i_h}{r_{hd}}T_{hm}(t) \quad (32)$$

La ley de control PID en el dominio de Laplace es:

$$T_{hm}(s) = G_T(s) \left(b_{ah} + \frac{k_{sah}}{s} + \frac{k_{siah}}{s^2} \right) (v_h^*(s) - v_h(s)) \quad (33)$$

Aplicando la transformada de Laplace y despejando $\frac{v_h(s)}{v_h^*(s)}$, se obtiene:

$$\frac{v_h(s)}{v_h^*(s)} = \frac{b_{ah}s^2 + k_{sah}s + k_{siah}}{M_{Eh}\frac{r_{hd}}{i_h}s^3 + b_{ah}s^2 + k_{sah}s + k_{siah}} \quad (34)$$

Igualando el denominador con el polinomio característico deseado:

$$s^3 + 2\zeta\omega_n s^2 + \omega_n^2 s + \omega_n^3 = 0 \quad (35)$$

Se obtienen las siguientes ecuaciones de comparación:

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_n = \frac{b_{ah}i_h}{r_{hd}M_{Eh}} \\ \omega_n^2 = \frac{k_{sah}i_h}{r_{hd}M_{Eh}} \\ \omega_n^3 = \frac{k_{siah}i_h}{r_{hd}M_{Eh}} \end{cases} \quad (36)$$

Finalmente, las constantes del controlador PID son:

$$\begin{cases} b_{ah} = \frac{2\zeta\omega_n r_{hd}M_{Eh}}{i_h} \\ k_{sah} = \frac{\omega_n^2 r_{hd}M_{Eh}}{i_h} \\ k_{siah} = \frac{\omega_n^3 r_{hd}M_{Eh}}{i_h} \end{cases} \quad (37)$$

Finalmente, se observa en la figura 13 la implementación del controlador en Simulink. Al igual que en el caso del carro, se realizó una discretización de tiempo aplicando la integral por el método de trapecios.

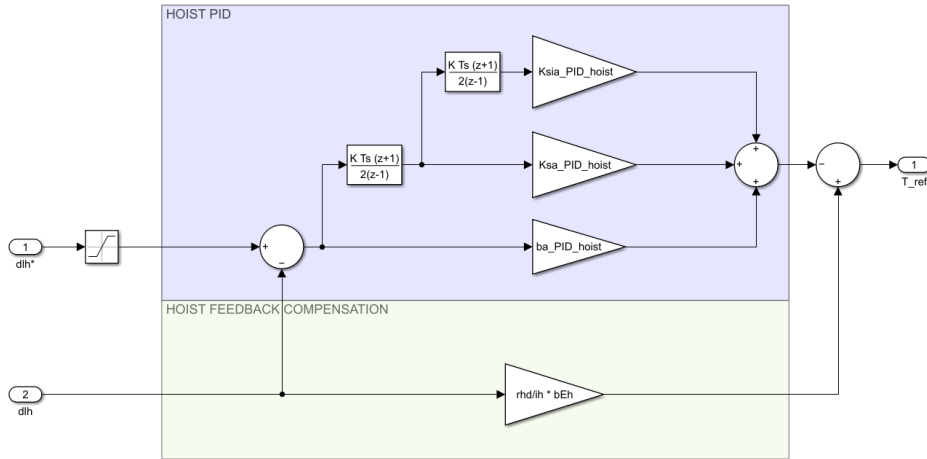


Figura 13: Controlador PID para el izaje de la grúa

2.2.3. Control de balanceo

Modelo simplificado de sistema físico Péndulo-Carro

A continuación se derivan las ecuaciones que modelan el sistema carro-péndulo. Se utilizará el método de Lagrange definiendo las coordenadas generalizadas x_t y θ . Donde x_t es la posición del

carro y θ es el angulo del pendulo respecto a la vertical. A modo de simplificaion se toma l como un parametro y no como una funcion del tiempo. El sistema se modela siguiendo el modelo físico de la figura 3 del enunciado.

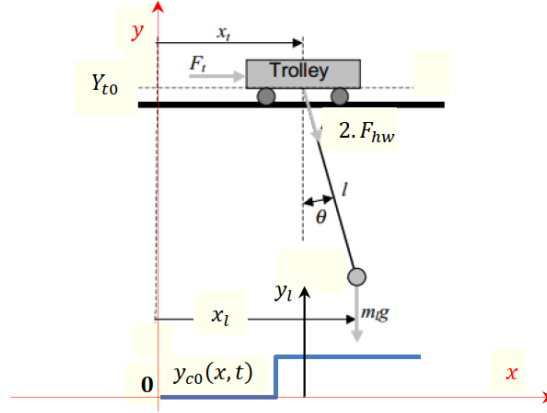


Figura 14: Modelo físico simplificado del subsistema Carro – Cable – Carga y Perfil de Obstáculos

$$K = K_t + K_{lx} + K_{ly} \quad (38)$$

$$x_l = x_t + l \sin \theta \quad (39)$$

$$\dot{x}_l = \dot{x}_t + l \cos \theta \dot{\theta} \quad (40)$$

$$y_l = Y_{t0} - l \cos \theta \quad (41)$$

$$\dot{y}_l = -l \sin \theta \dot{\theta} \quad (42)$$

$$K = \frac{1}{2} m_t \dot{x}_t^2 + \frac{1}{2} m_l \dot{x}_l^2 + \frac{1}{2} m_l \dot{y}_l^2 \quad (43)$$

$$K = \frac{1}{2} m_t \dot{x}_t^2 + \frac{1}{2} m_l (\dot{x}_t + l \cos \theta \dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} m_l (-l \sin \theta \dot{\theta})^2 \quad (44)$$

$$K = \frac{1}{2} m_t \dot{x}_t^2 + \frac{1}{2} m_l (\dot{x}_t^2 + l^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 + 2 \dot{x}_t \cos \theta \dot{\theta}) + \frac{1}{2} m_l l^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2 \quad (45)$$

$$U = -m_l g l \cos \theta \quad (46)$$

$$L = K - U \quad (47)$$

$$L = \frac{1}{2} m_t \dot{x}_t^2 + \frac{1}{2} m_l (\dot{x}_t^2 + l^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 + 2 \dot{x}_t \cos \theta \dot{\theta}) + \frac{1}{2} m_l l^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2 + m_l g l \cos \theta \quad (48)$$

$$L = \frac{1}{2} m_t \dot{x}_t^2 + \frac{1}{2} m_l \dot{x}_t^2 + \frac{1}{2} m_l l^2 \dot{\theta}^2 + m_l \dot{x}_t l \cos \theta \dot{\theta} + m_l g l \cos \theta \quad (49)$$

Se define el sistema de ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (50)$$

Para $q_i = x_t$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_t} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_t} = Q_t \quad (51)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_t} = (m_t + m_l) \dot{x}_t + m_l l \cos \theta \dot{\theta} \quad (52)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_t} \right) = (m_t + m_l) \ddot{x}_t + m_l l \cos \theta \ddot{\theta} - m_l l \sin \theta \dot{\theta}^2 \quad (53)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_t} = 0 \quad (54)$$

Entonces:

$$(m_t + m_l) \ddot{x}_t + m_l l \cos \theta \ddot{\theta} - m_l l \sin \theta \dot{\theta}^2 = F_t(t) - b_{eqt} \dot{x}_t \quad (55)$$

Para $q_i = \theta$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_\theta \quad (56)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = m_l \dot{x}_t l \cos \theta + m_l l^2 \dot{\theta} \quad (57)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = m_l \ddot{x}_t l \cos \theta - m_l \dot{x}_t l \sin \theta \dot{\theta} + m_l l^2 \ddot{\theta} \quad (58)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -m_l \dot{x}_t l \sin \theta - m_l g l \sin \theta \quad (59)$$

Entonces:

$$m_l \ddot{x}_t l \cos \theta - m_l \dot{x}_t l \sin \theta \dot{\theta} + m_l l^2 \ddot{\theta} + m_l \dot{x}_t l \sin \theta \dot{\theta} + m_l g l \sin \theta = 0 \quad (60)$$

Finalmente, el sistema de ecuaciones que define el modelo del sistema carro-pendulo es:

$$\begin{cases} (m_t + m_l) \ddot{x}_t + m_l l \cos \theta \ddot{\theta} - m_l l \sin \theta \dot{\theta}^2 = F_t(t) - b_{eqt} \dot{x}_t \\ m_l \ddot{x}_t l \cos \theta - m_l \dot{x}_t l \sin \theta \dot{\theta} + m_l l^2 \ddot{\theta} + m_l \dot{x}_t l \sin \theta \dot{\theta} + m_l g l \sin \theta = 0 \end{cases} \quad (61)$$

$$\boxed{\begin{cases} (m_t + m_l) \ddot{x}_t + m_l l \cos \theta \ddot{\theta} - m_l l \sin \theta \dot{\theta}^2 = F_t(t) - b_{eqt} \dot{x}_t \\ \ddot{x}_t \cos \theta + l \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0 \end{cases}} \quad (62)$$

Diseño del control de balanceo

Se parte de la segunda ecuación de 62 y de la ecuación que modela la dinámica del carro 63.

$$M_{Etd} \ddot{x}_{td}(t) = -b_{Etd} \dot{x}_{td}(t) + F_t(t) \quad (63)$$

$$\frac{F_t - b_e \dot{x}_{td}}{M_{Etd}} \cos \theta + l \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0 \quad (64)$$

Igualando con la primera ecuación de 62

$$(m_t + m_l) \ddot{x}_{td} + m_l l \cos \theta \ddot{\theta} - m_l l \sin \theta \dot{\theta}^2 = \frac{-M_{Etd} l \ddot{\theta}}{\cos \theta} - M_{Etd} g \tan \theta \quad (65)$$

Se linealiza la ecuación 65 con respecto al punto $\theta = \theta_0$, $\dot{\theta} = 0$, $\ddot{\theta} = 0$ y $\ddot{x}_{td} = 0$.

$$-m_l l \sin \theta_0 (\theta - \theta_0) + m_l l \cos \theta_0 \ddot{\theta} + (m_t + m_l) \ddot{x}_t = \frac{-M_{Etd} g}{\cos^2 \theta_0} (\theta - \theta_0) - \frac{-M_{Etd} l}{\cos \theta_0} \ddot{\theta} \quad (66)$$

Se realizó la transformada de Laplace y se reordenan los términos según $\Theta(s)$ y $V_t(s)$.

$$\Theta \left[s^2 \left(m_l l \cos \theta_0 + \frac{M_{Etd} l}{\cos \theta_0} \right) + \left(-m_l - \sin \theta_0 + \frac{M_{Etd} g}{\cos^2 \theta_0} \right) \right] = V_t \left[(m_t + m_l) s \right] + \frac{M_{Etd} g}{\cos^2 \theta_0} - m_l l \sin \theta_0 \theta_0 \quad (67)$$

Se obtiene la función de transferencia 68:

$$G_c(s) = \frac{\Theta}{V_t} = \frac{(m_t + m_l) s}{s^2 \left(m_l l \cos \theta_0 + \frac{M_{Etd} l}{\cos \theta_0} \right) + \left(-m_l - \sin \theta_0 + \frac{M_{Etd} g}{\cos^2 \theta_0} \right)} \quad (68)$$

La función de transferencia de un controlador PD en el dominio de Laplace se expresa como:

$$G_{PD}(s) = K_p + K_d s \quad (69)$$

En este sistema, el control de balanceo de carga está en serie con el controlador PD de traslación del carro y con la planta. Por lo tanto, la función de transferencia del sistema de control completo es:

$$G_t(s) = \frac{G_c(s)G_{PD}(s)}{1 + G_c(s)G_{PD}(s)} \quad (70)$$

Desarrollando el denominador de la ecuación 70 se obtiene:

$$\text{den}(G_t(s)) = s^2 \left(-K_d(m_t + m_l) + m_l l \cos \theta_0 + \frac{M_{Etd}l}{\cos \theta_0} \right) + s \left(-K_p(m_t + m_l) \right) + \left(-m_l - \sin \theta_0 + \frac{M_{Etd}g}{\cos^2 \theta_0} \right) \quad (71)$$

Comparando la ecuación 71 con el polinomio deseado $s^2 + 2\zeta\omega + \omega^2$ se obtiene el valor de K_p y K_d :

$$K_d = \frac{\frac{m_l l \sin \theta_0 - \frac{M_{Etd}g}{\cos^2 \theta_0}}{\omega^2} + \left(m_l l \cos \theta_0 + \frac{M_{Etd}l}{\cos \theta_0} \right)}{m_t + m_l} \quad (72)$$

$$K_p = \frac{2\zeta\omega \left(K_d(m_t + m_l) + m_l l \cos \theta_0 + \frac{M_{Etd}l}{\cos \theta_0} \right)}{m_t + m_l} \quad (73)$$

El sistema se configura con un coeficiente de amortiguamiento de $\zeta = 1$, y la frecuencia $\omega = 2$ se determina experimentalmente mediante un proceso de prueba y error, asegurando que no anule el control de posición del carro.

2.2.4. Nivel 1 - Control Supervisor

Como se mencionó antes el Nivel 1 se basa en un autómata de estados discretos activados por eventos (DEDS - Discrete Event Dynamic System). Este nivel coordina las operaciones de la grúa portuaria gestionando estados lógicos y comandos, garantizando transiciones seguras y eficientes entre modos operativos. Este control opera mediante un autómata secuencial, que gestiona las transiciones entre diferentes modos de funcionamiento. Además, se estructura de forma jerárquica o concurrente para coordinar varios componentes de manera eficiente.

Entre sus funciones de supervisión, monitorea los comandos emitidos por el operador y las señales provenientes de sensores. También se encarga de gestionar los límites operativos normales, tales como posiciones máximas de movimiento y velocidades permitidas, asegurando que la operación se mantenga dentro de parámetros seguros. El Nivel 1 optimiza las trayectorias del movimiento para garantizar una operación eficiente y sin interrupciones. Gestiona la coordinación de frenos y el uso de *twistlocks* para evitar errores operativos. Además, permite realizar transiciones suaves entre los modos manual y automático sin detener la operación, maximizando así la eficiencia.

A continuación, se presenta la lógica de funcionamiento de este nivel utilizando *Stateflow* para modelar el autómata de estados. El modelo se organiza en varios estados que se ejecutan en **paralelo**. A continuación, se describen los estados más relevantes.

Principal: El estado se encarga de gestionar las consignas de referencia de cada eje según el modo en el que se encuentre. En la figura 15 se observan cuatro posibles estados: *Manual*, *Automatic*, *Homing* y *MassEstimation*.

En el **modo manual**, el operador controla directamente la velocidad de los motores, y la referencia de velocidad se calcula en función del control analógico del operario.

En el **modo automatic**, el sistema sigue la trayectoria generada por el módulo de planificación de trayectorias. Estas trayectorias se calculan cuando el sistema entra en modo automático, utilizando la función:

```
traj_gen(obstacle_profile, [x0, y0], [xf, yf], vy0, ay0, vy_max, vyf, ayf);
```

Esta función genera una matriz que contiene la posición, velocidad y aceleración de cada eje en función del tiempo. Se dará más detalle sobre esta función en la sección de generación de trayectorias 2.3. El seguimiento de la trayectoria generada se realiza de forma tal que no se vea afectada por diferencias entre la planificación y el solver o PLC en el paso de tiempo.

En el **modo homing**, el sistema lleva los motores a una posición inicial conocida, siguiendo la secuencia que se observa en la figura 15.

Por último, en el **modo MassEstimation**, el sistema calcula la masa de la carga. El calculo se realiza en otro estado.

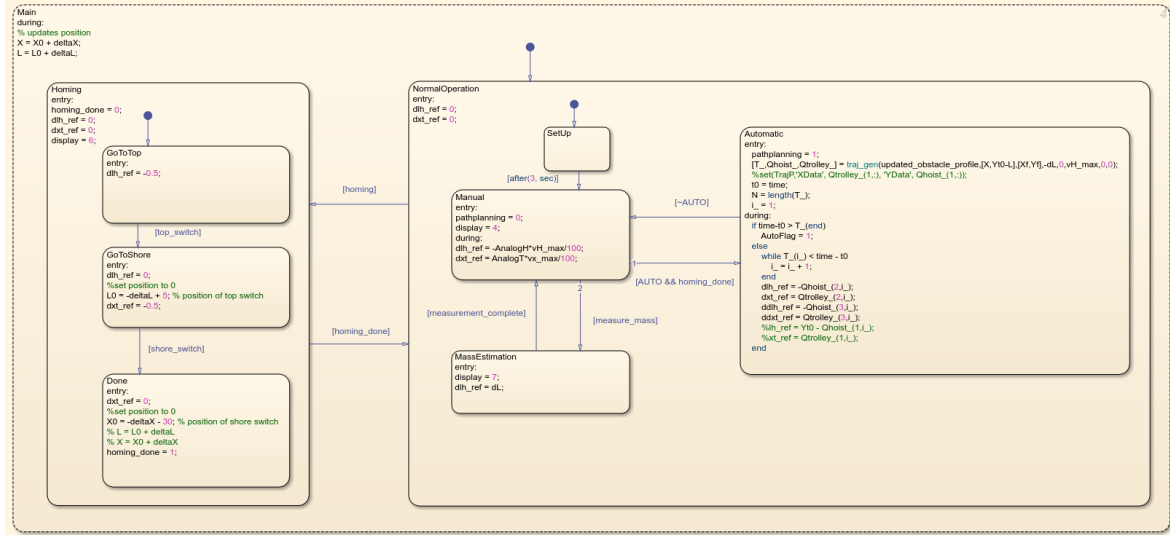


Figura 15: Estado principal del autómata de estados.

Ejes de operación: Estos estados gestionan de manera individual los movimientos del carro y el izaje, estableciendo la consigna de velocidad correspondiente según el estado operativo del sistema. En modo automático, el sistema sigue la trayectoria generada por el módulo de planificación de trayectorias. En modo manual, la consigna de velocidad es definida directamente por el operador.

Para garantizar transiciones suaves entre consignas, se utiliza la función `vel_prof_gen(v0, vf, a0, v_max, a_max, j)`, que genera un perfil de aceleración trapezoidal. Este perfil se recalcula automáticamente cada vez que la variación en la consigna de velocidad supera el 1%, asegurando así una operación suave.

Además, en el estado se define la velocidad máxima permitida para el eje vertical, la cual se calcula en función de la masa estimada de la carga mediante la función `get_vh_max()`. Esta función establece la velocidad máxima de tal manera que no se supere la velocidad máxima permitida por el sistema ni la potencia máxima permitida. Para ello, se sigue la curva de potencia constante que se observa en la figura 16.

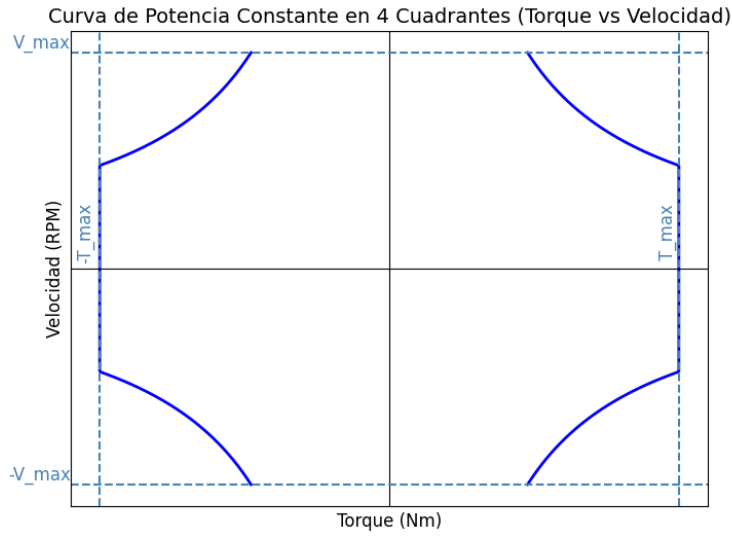


Figura 16: Curva de potencia constante.

En la figura 17 se observa la implementación de lo mencionado en *Stateflow*.

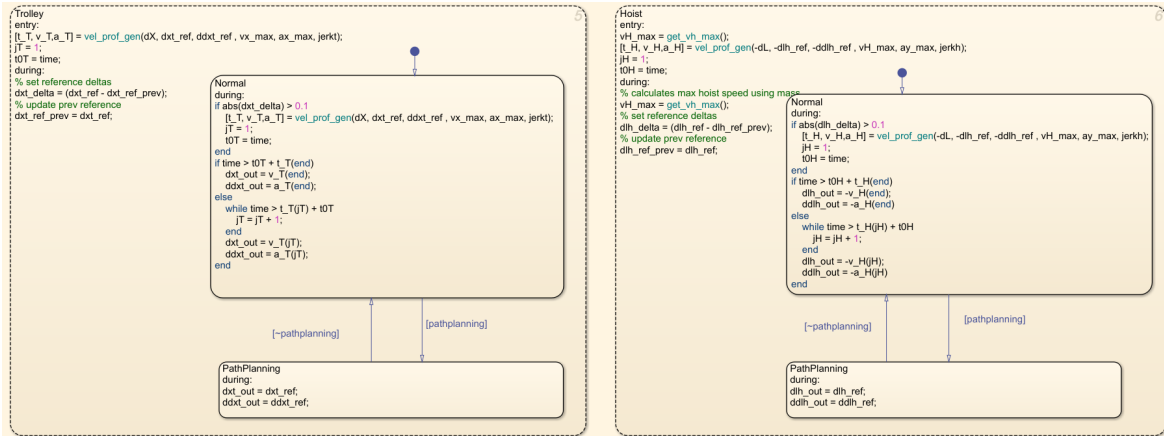


Figura 17: Estado de los ejes de operación del autómata de estados.

Secuencial automáticas: Este estado se encarga de gestionar las secuencias de movimientos de la grúa definidas por el operador en la HMI. En la figura 18 se muestra la implementación de este estado en *Stateflow*, donde se definen cuatro estados: *DropBay*, *PickUpBay*, *DropShip* y *PickUpShip*. Cada uno se encarga de gestionar la secuencia correspondiente a un movimiento específico.

En cada estado se sigue una secuencia definida. Primero, se espera que el sistema salga de la zona manual para iniciar la trayectoria automática. A continuación, si se ha tomado un contenedor, se realiza la estimación de masa. Luego, se define la posición final deseada y se activa el modo automático para ejecutar el movimiento. Finalmente, el sistema vuelve a la zona manual para dejar o recoger un contenedor.

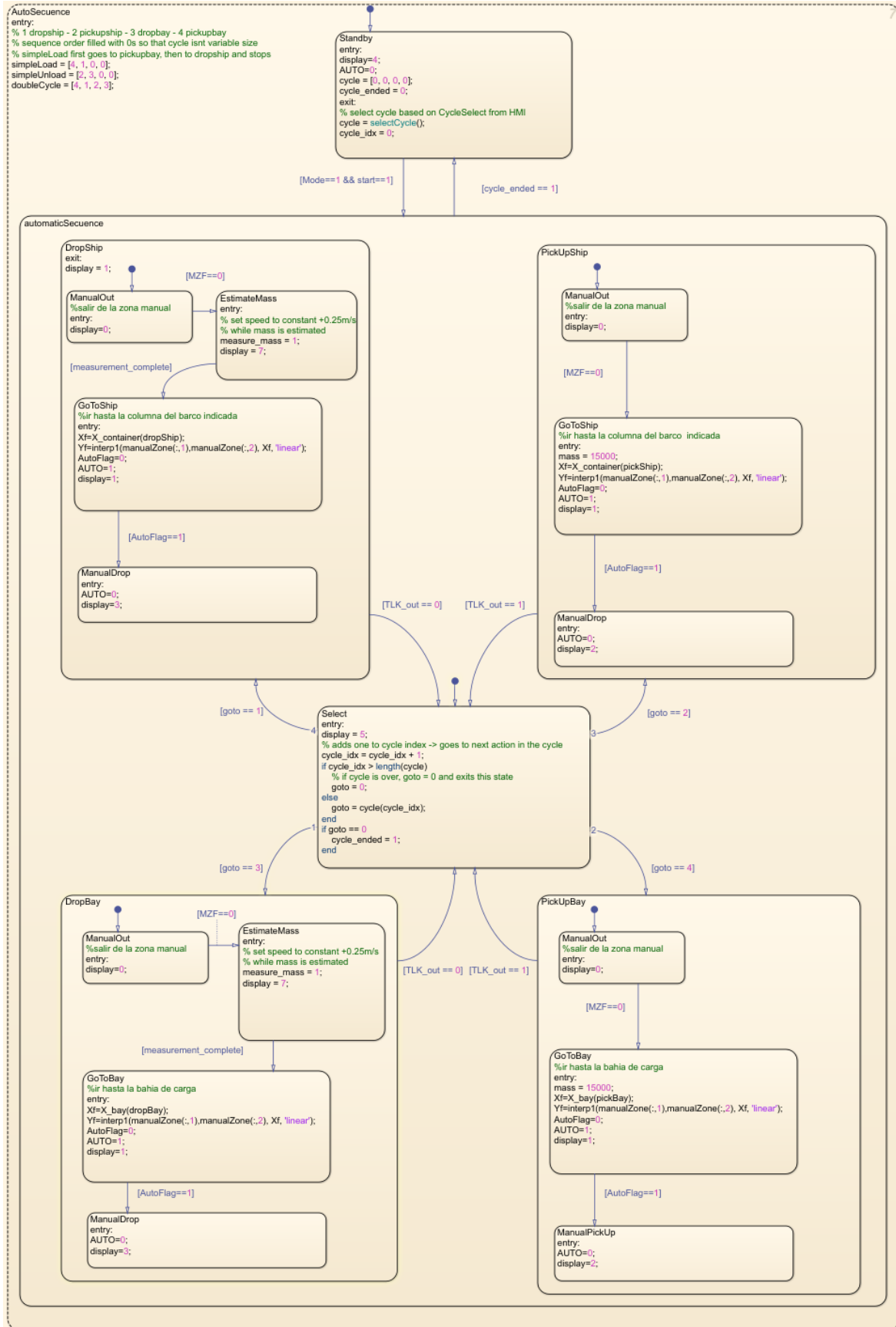


Figura 18: Estado Secuencia automática del autómata de estados.

Estimación de masa: El estado se encarga de calcular la masa del *spreader* + carga. Para ello, utiliza la señal de una celda de carga que mide la tensión del cable de izaje. La masa se calcula realizando una estimación en función de la tensión medida. En la figura 19 se muestra la implementación de este estado en *Stateflow*.

El algoritmo se ejecuta de forma recursiva hasta que la masa estimada converge a un valor estable. Para calcular la masa en función de la tensión del cable, se utiliza la ecuación 74:

$$M_{est} = \frac{T}{g - a_y} \quad (74)$$

Donde T es la tensión medida en la celda de carga, g es la aceleración de la gravedad y a_y es la aceleración del sistema en la dirección vertical. Se tiene en cuenta la aceleración vertical porque la estimación se realiza mientras la carga está en movimiento acelerado.

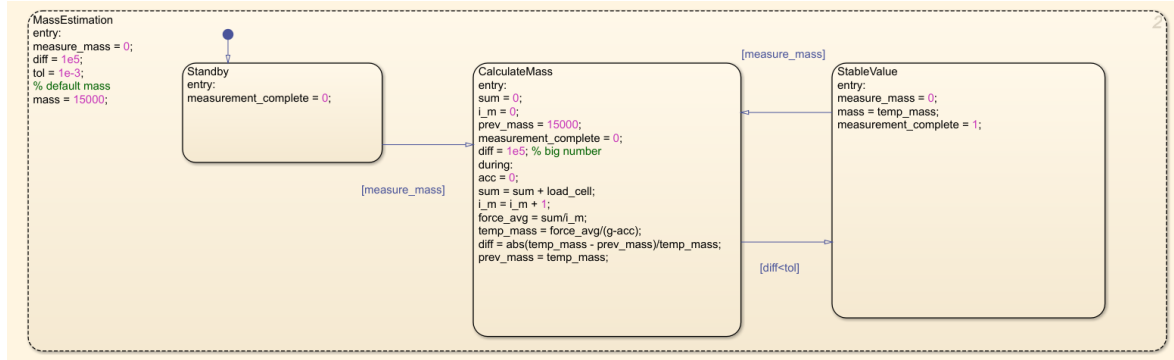


Figura 19: Estado de estimación de masa del autómata de estados.

Perfil de obstáculos: El estado *ReadObstacleProfile* se encarga de actualizar el perfil de obstáculos utilizando datos obtenidos del sensor LiDAR y de generar el perfil de obstáculos en función de esta información.

Al iniciar, el perfil de obstáculos y la zona manual se inicializan con la misma información. Durante la ejecución, si la etapa de *homing* ha finalizado y no hay una señal activa de bloqueo (TLK_out), se busca el punto más cercano en el perfil de obstáculos a la posición actual en el eje X . Luego, se actualiza el valor correspondiente en el eje Y utilizando la información del sensor LiDAR. Finalmente, se genera la nueva zona manual mediante la función *ObsToManualZone()*, basada en el perfil de obstáculos actualizado.

En la figura 20 se observa la implementación de este estado en *Stateflow*.

```

ReadObstacleProfile
entry:
updated_obstacle_profile = Ob_profile;
manualZone = Ob_profile;
during:
if homing_done
    if TLK_out == 0
        differences = abs(updated_obstacle_profile(:, 1) - X);
        [~, obs_idx] = min(differences);
        updated_obstacle_profile(obs_idx, 2) = Yt0 - LiDAR;
        manualZone = ObsToManualZone();
    end
end
end

```

Figura 20: Estado de perfil de obstáculos del autómata de estados.

Detección de zona manual: El estado *ManualZoneDetection* se encarga de detectar si la carga se encuentra dentro o fuera de la zona manual, utilizando una bandera llamada MZF. Esta bandera se inicializa en 1, indicando que la carga está dentro de la zona manual, y se ajusta dinámicamente según la posición de la carga.

El estado emplea un mecanismo de histeresis para evitar cambios rápidos entre estados. A través de una interpolación lineal, compara la posición actual de la carga con los límites de la zona manual definidos en `manualZone`. Si la carga cruza estos límites, se actualiza la bandera MZF, permitiendo al sistema identificar cuándo pasar del control manual al automático, o viceversa. En la figura 21 se observa la implementación de este estado en *Stateflow*.

```

ManualZoneDetection
% detects whether the load is in or out of the manual zone. MZF == 1 -> inside
entry:
MZF = 1; % manual zone flag
MZ_hysteresis = 0.2; % hysteresis to deter rapid switching
during:
if homing_done
    if MZF==1
        if interp1(manualZone(:,1),manualZone(:,2), X, 'linear')+MZ_hysteresis < Yt0-L
            MZF=0;
        end
    else
        if interp1(manualZone(:,1),manualZone(:,2), X, 'linear')-MZ_hysteresis > Yt0-L
            MZF=1;
        end
    end
end
end

```

Figura 21: Estado de detección de zona manual del autómata de estados.

2.3. Generación de trayectorias

La generación de trayectorias se implementa cuando la grúa opera en modo automático. Su función es definir un perfil que posicione a la grúa en una ubicación xy determinada de manera suave y eficiente. Para ello, se genera una matriz que describe la posición, velocidad y aceleración de cada motor en función del tiempo, utilizando un intervalo de tiempo dt . La trayectoria considera la posición actual de la grúa y la columna de contenedores o bahía de carga de destino. Además, se tiene en cuenta el perfil de obstáculos y se establece una distancia de seguridad en las direcciones x e y , definiendo así una zona de seguridad en la que el modo automático no puede operar.

En primer lugar, se definen los puntos significativos de la trayectoria: la posición inicial, la posición final y la altura máxima. Estos puntos se calculan considerando el perfil de obstáculos previamente

mencionado.

Posteriormente, se calculan los perfiles de subida, bajada y traslación. Estos perfiles se ajustan teniendo en cuenta los estados inicial y final deseados, asegurando así que el movimiento sea suave. Los perfiles se determinan utilizando un perfil de aceleración trapezoidal, que incluye una sobreaceleración para lograr una trayectoria más fluida y eficiente. La figura 22 ilustra un ejemplo de un perfil de aceleración trapezoidal similar al que se utiliza. Se indican siete tiempos que definen el perfil necesario para alcanzar un estado deseado. En este perfil, se observa que tanto la velocidad como la aceleración inicial son distintas de cero, y el perfil se ajusta a estos valores de manera que la transición entre el estado inicial y el perfil sea suave.

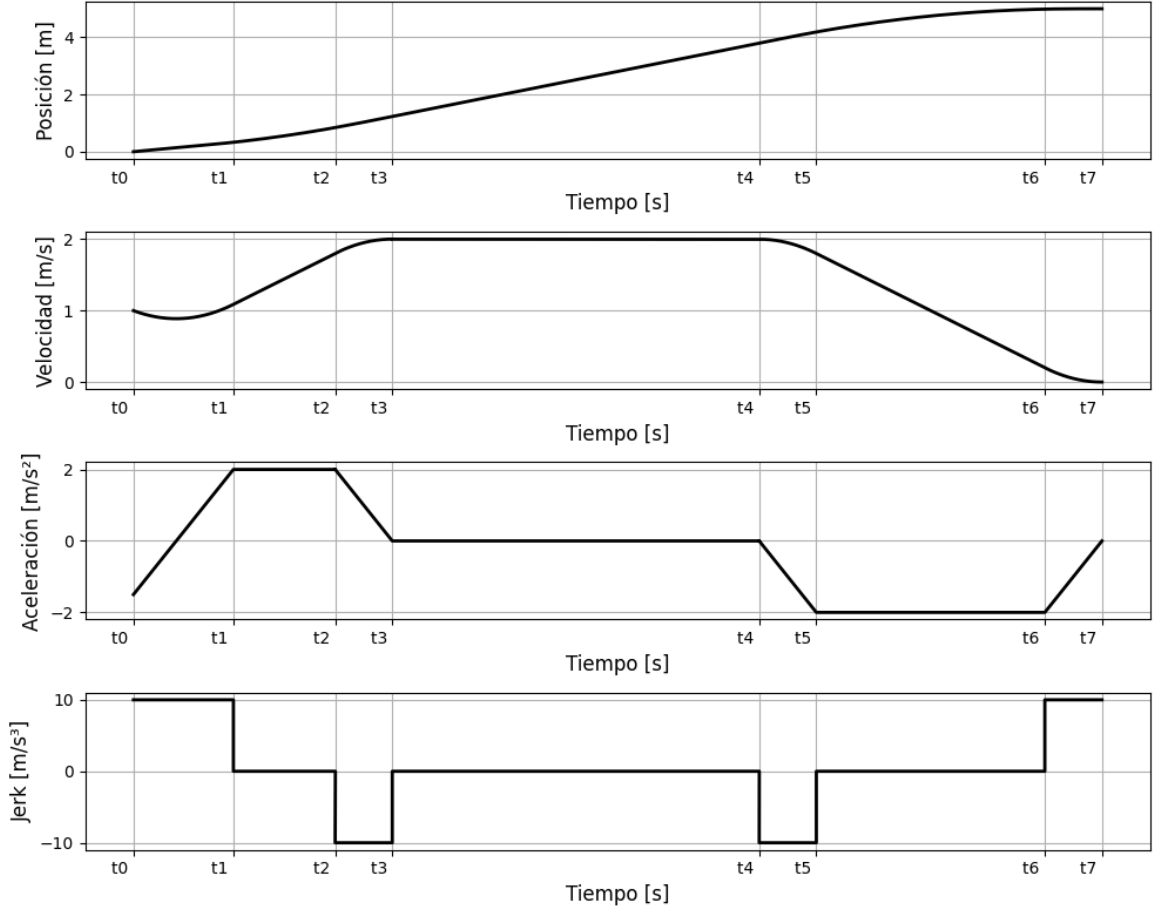


Figura 22: Perfil de aceleración trapezoidal con condiciones iniciales $x_0 = 0$ m, $v_0 = 1$ m/s y $a_0 = -1,5$ m/s².

Es importante destacar que la generación de la trayectoria admite casos degenerados, lo que contribuye a la robustez del sistema. Se aceptan situaciones en las que la distancia recorrida es menor que la requerida para alcanzar la aceleración o velocidad máxima. En estos casos, se ajustan los perfiles utilizando un algoritmo recursivo para adaptar el perfil trapezoidal a uno triangular, como se muestra en la figura 23.

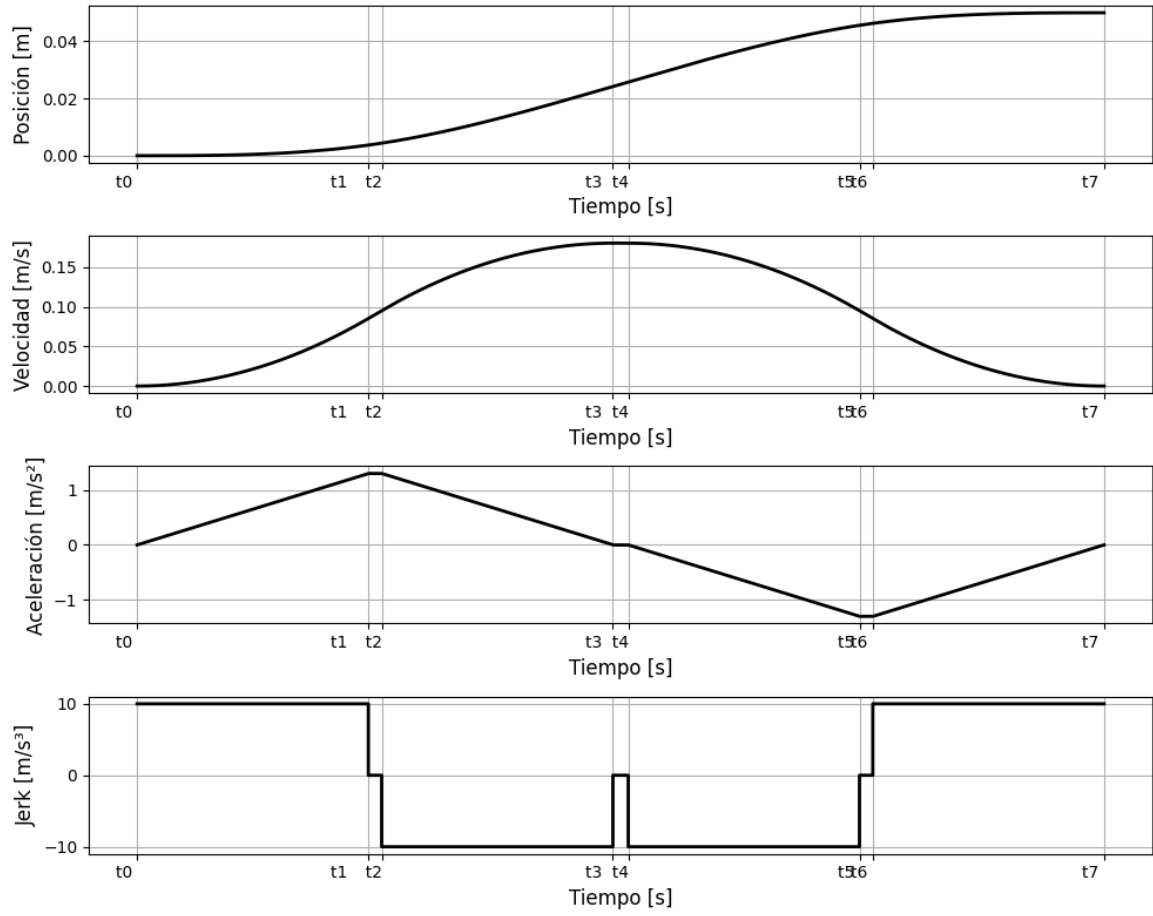


Figura 23: Perfil de aceleración en un caso degenerado.

Con los cálculos de estos perfiles, se realiza un análisis del tiempo que toma cada uno de los movimientos. En función de estos tiempos y del perfil de obstáculos, se determina un solapamiento en los movimientos, de modo que la grúa no se detenga en ningún momento, acortando así los tiempos de translación. La figura 24 muestra un ejemplo de la trayectoria junto con el perfil de obstáculos.

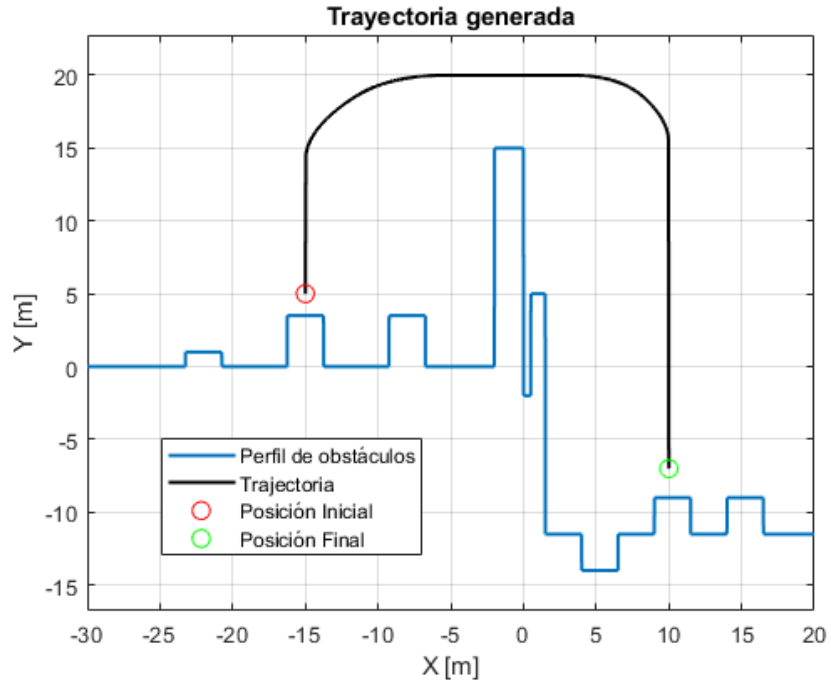


Figura 24: Trayectoria de la carga.

La sincronización del movimiento y la suavidad del desplazamiento se pueden corroborar en las figuras 25 y 26.

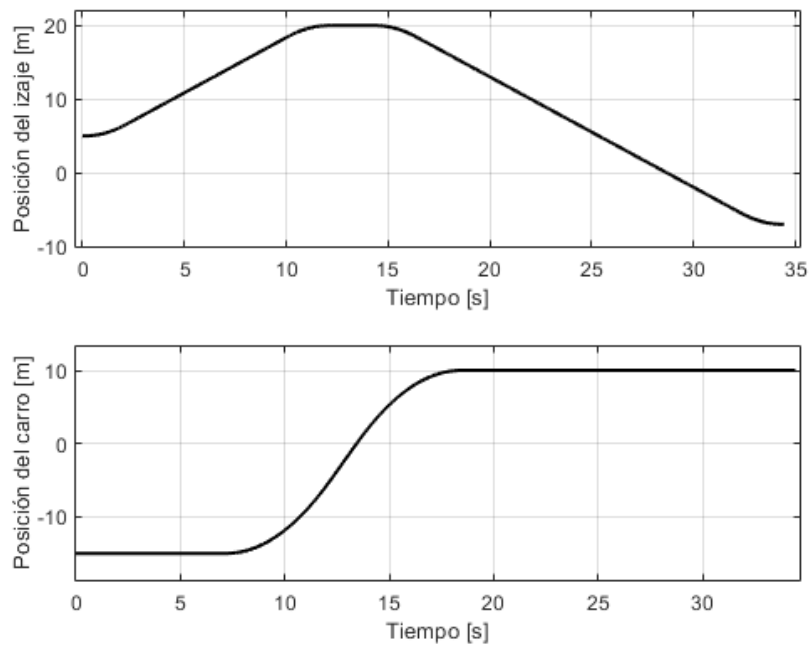


Figura 25: Posición del carro e izaje.

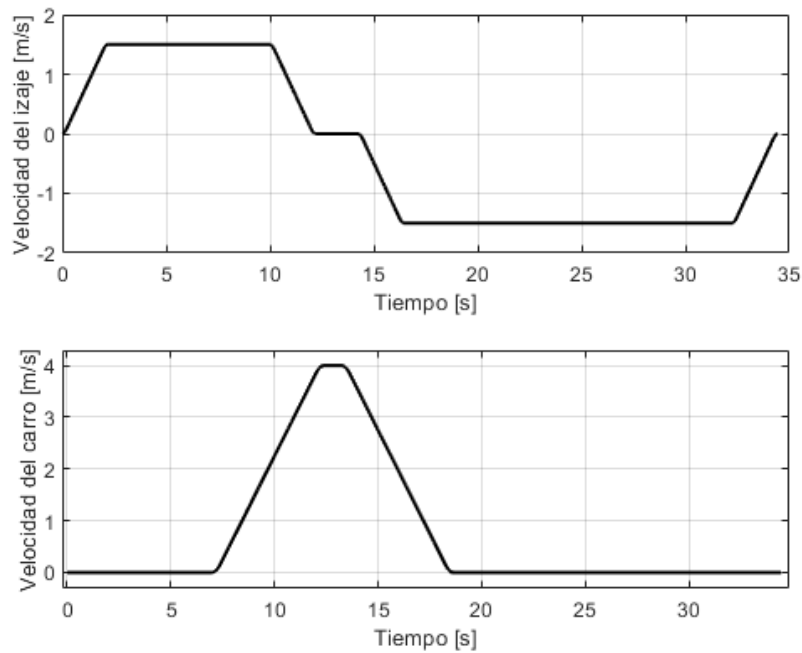


Figura 26: Velocidad del carro e izaje.

2.3.1. Nivel 0 – Seguridad y Protección

El **Nivel 0** se encarga de la seguridad y protección del sistema, actuando ante situaciones de emergencia para llevar la grúa a un estado seguro. Este nivel funciona de manera independiente al control operativo normal y toma el mando en caso de fallas críticas o riesgos para la seguridad. El autómata de este nivel supervisa eventos como la activación de pulsadores de emergencia, la detección de sobrevelocidad, y la llegada a los límites de carrera finales. En tales casos, se interrumpe la operación normal y se ejecutan acciones predeterminadas para detener la grúa de manera controlada y segura.

El objetivo del Nivel 0 es minimizar riesgos tanto para los operadores como para la integridad del equipo. Entre las acciones que puede realizar están la activación de frenos de emergencia, el apagado de motores, y el bloqueo de cualquier maniobra hasta que se restablezca una condición segura. En caso de un evento crítico, este nivel debe llevar al sistema a un estado seguro.

A continuación, se muestra la lógica de funcionamiento de este nivel utilizando *Stateflow* para modelar el autómata de estados. El modelo se compone de dos estados que operan en paralelo. A continuación, se describen estos estados.

Seguridad:

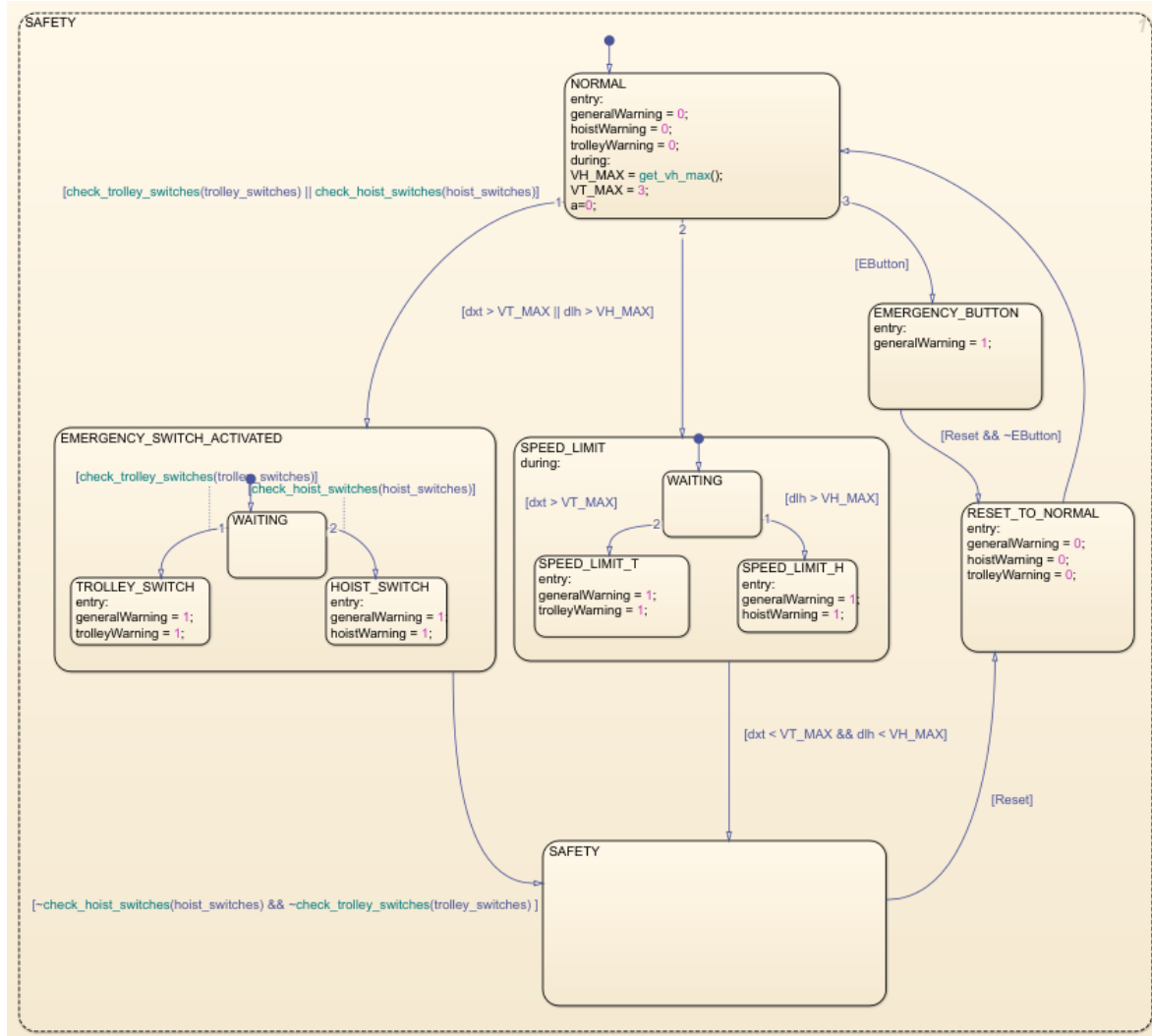


Figura 27: Estado de seguridad del autómata de estados-Nivel 0.

Watchdog:

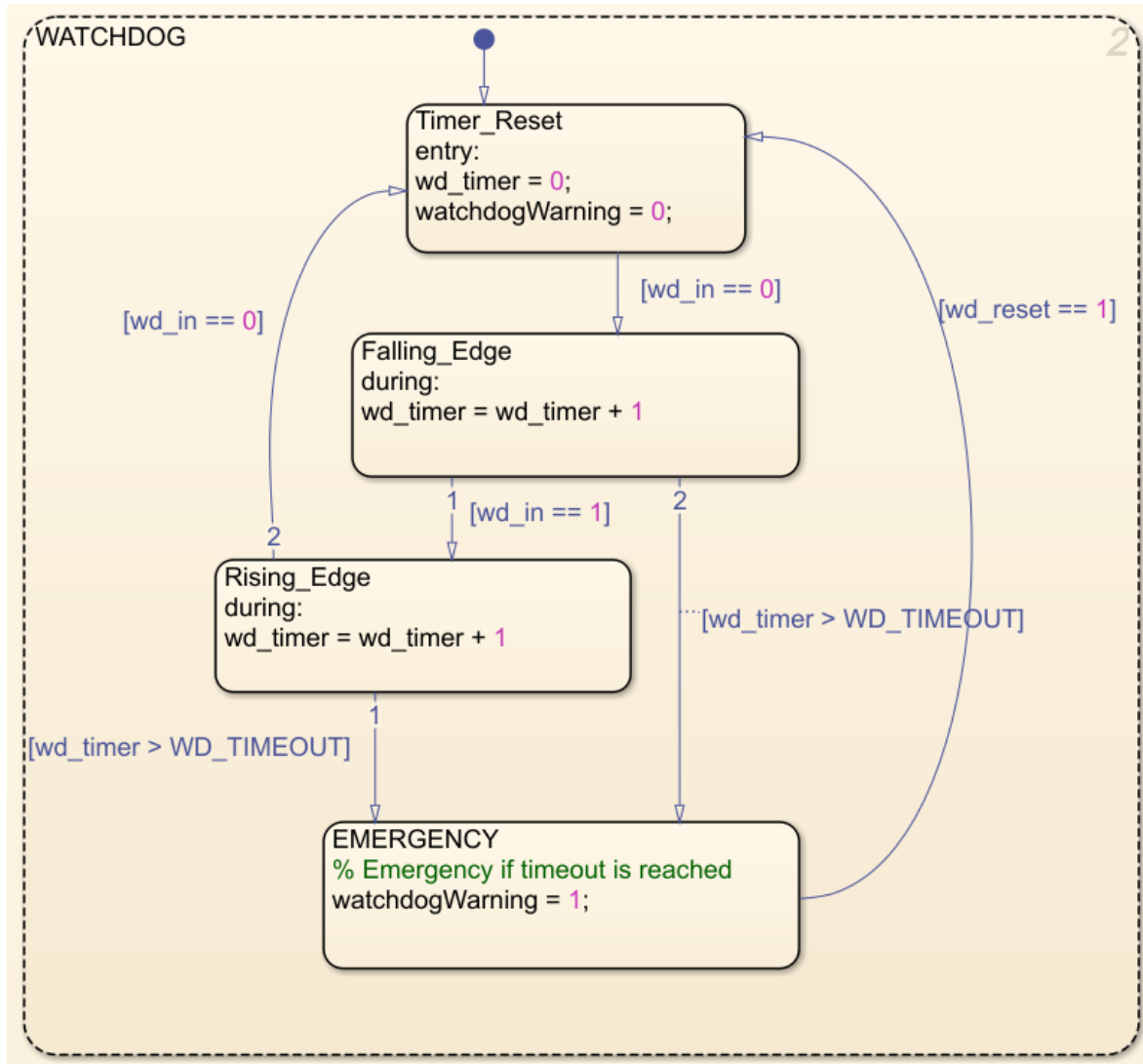


Figura 28: Estado de *Watchdog* del autómata de estados-Nivel 0.

3. Resultados

3.1. Resultados del Control de Carro e Izaje

En esta sección se presentan los resultados del control de traslación horizontal del carro y del mecanismo de izaje. Se realizaron pruebas para verificar el comportamiento de ambos sistemas y su capacidad de seguimiento de la consigna impuesta.

En ambos casos, los resultados muestran que el sistema sigue la consigna de forma precisa. Esto se evidencia en las Figuras 29 y 30, donde la señal de referencia (en línea discontinua) y la señal medida (en línea continua) se corresponden adecuadamente.

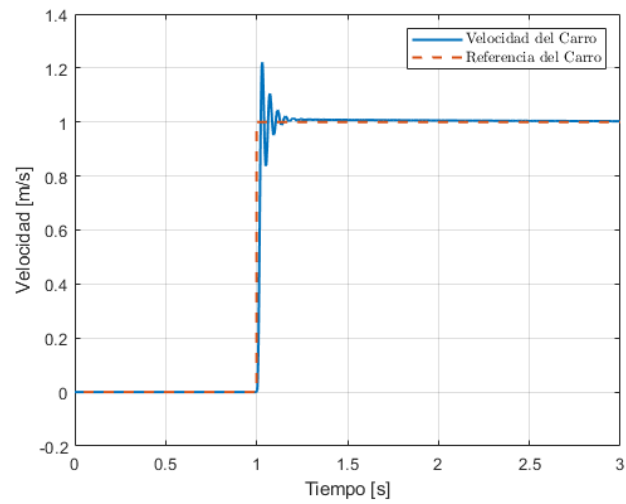


Figura 29: Seguimiento de la consigna del carro.

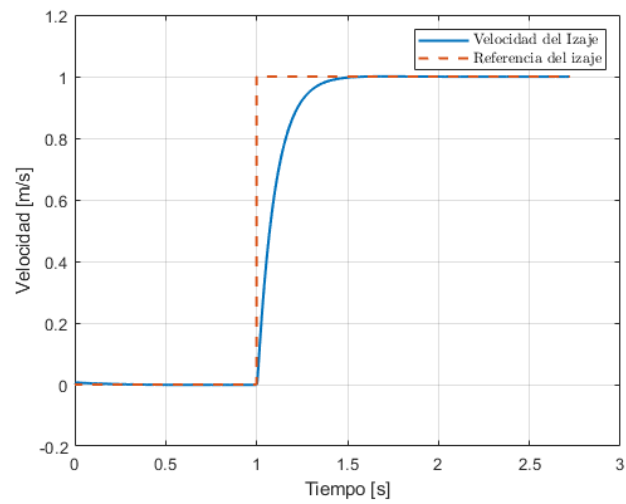


Figura 30: Seguimiento de la consigna del izaje.

3.2. Resultados del Balanceo de la Carga

3.3. Pruebas de Control Manual y Resultados

3.4. Generación de Trayectoria Óptima y Resultados

3.5. Ciclos de Operación y Productividad

3.6. Comportamiento ante Fallas y Seguridad

4. Conclusión