

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Instituto de Matemáticas  
Evaluación Parcial No. 2 - Cálculo Diferencial  
Abril 18 de 2023

Nombres y Apellidos: \_\_\_\_\_

I.D. No.: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Los procedimientos empleados en la solución de los ejercicios deben ser justificados y registrados en la evaluación.

1. [10 Puntos] Calcular, si existen, los siguientes límites:

(a) [4 Puntos]

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

(b) [6 Puntos]

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{1 - \sqrt{3x-2}}$$

2. [10 Puntos] Sea  $\rho : R \rightarrow R$  definida por la siguiente regla de correspondencia:

$$x \mapsto \rho(x) := \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

(a) [8 Puntos] Obtener las asíntotas horizontales de la función  $\rho$ .

(b) [2 Puntos] Trace la gráfica de la función  $\rho$  junto con sus asíntotas.

3. [10 Puntos] Sea  $\lambda : R \setminus \{0\} \rightarrow R$  definida por la siguiente regla de correspondencia:

$$x \mapsto \lambda(x) := \frac{\sqrt[3]{x+a^3} - a}{x}$$

Donde  $a \neq 0$ . Es claro que  $\lambda$  es discontinua en 0.

(a) [4 Puntos] Muestre que la discontinuidad en 0 es removible.

(b) [6 Puntos] Redefina la función  $\lambda$  de modo que se elimine la discontinuidad referida.

4. [10 Puntos] Sea  $\varphi : [-1, 2] \rightarrow R$  definida por la siguiente regla de correspondencia:

$$x \mapsto \varphi(x) := x^2 + 5x - 6$$

(a) [4 Puntos] Determinar si el **Teorema del Valor Intermedio** se cumple para el valor de  $k = 4$ . Si el teorema no es válido, dé la razón.

(b) [6 Puntos] Si el teorema se cumple halle un número  $c \in [-1, 2]$  tal que  $\varphi(c) = k$ .

5. [10 Puntos] Sean  $f$  y  $g$  funciones definidas por la siguientes reglas de correspondencia:

$$x \mapsto f(x) := \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{x-1}}$$

$$x \mapsto g(x) := |x|$$

(a) [4 Puntos] Definir  $f \circ g$ .

(b) [6 Puntos] Determinar los números para los cuales  $f \circ g$  es continua.

- 
6. [10 Puntos] **Punto Opcional dirigido a recuperar puntos en el Quiz No. 2** Para las funciones definidas y dadas en el numeral 5, utilizar la definición:

$$D(f \circ g) = \{x \in D(g) \mid g(x) \in D(f)\}$$

Para determinar el Dominio de  $f \circ g$ .

**Es importante usar la definición dada para determinar el Dominio de  $f \circ g$ ; de lo contrario no se reconocerá el punto.**