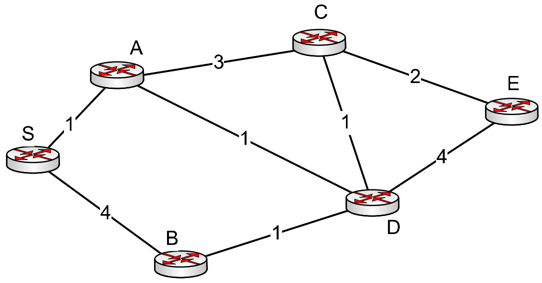
E.T.S.I.I.T - Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

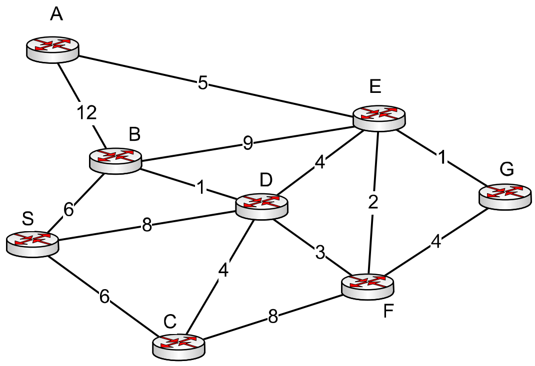
Redes de Comunicaciones

Tema 2 - Algoritmos de encaminamiento
Hoja de problemas

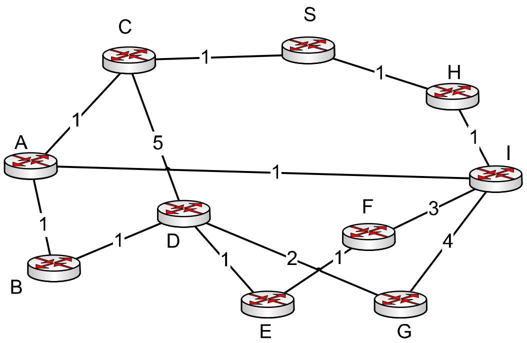
Problema 1. Encontrar, aplicando los algoritmos de *Dijkstra* y *Bellman-Ford*, los caminos de coste mínimo entre S y el resto de nodos en las siguientes topologías de red.



(a)



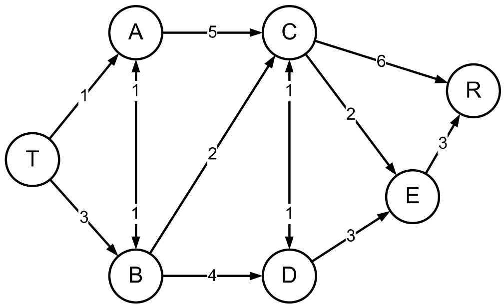
(b)



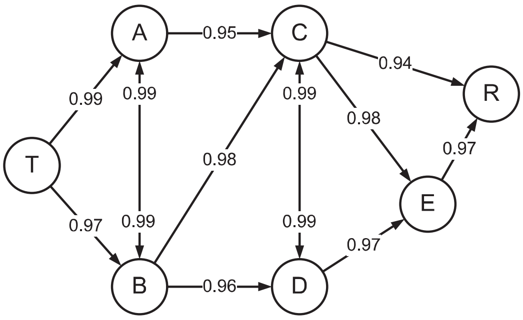
(c)

Problema 2. Aplicar el algoritmo de *Floyd-Warshall* a la primera red del problema anterior.

Problema 3. Encontrar, usando los algoritmos de *Dijkstra* y *Bellman-Ford*, el camino de coste mínimo entre los nodos T y R de la figura, así como el valor de dicho coste.

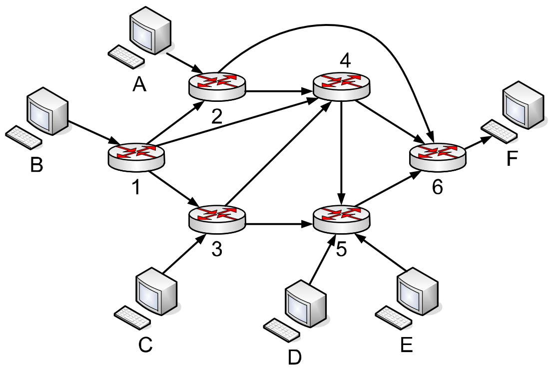


Problema 4. En la red de la figura adjunta se ha indicado en cada enlace la probabilidad de que esté operativo (de que no *fallen*).



Teniendo en cuenta que los fallos en enlaces diferentes son independientes entre sí se pide encontrar, usando el algoritmo de *Dijkstra*, la ruta de máxima fiabilidad entre los nodos T y R.

Problema 5. En la figura se muestra una red de conmutación de paquetes formada por 6 nodos. La capacidad entre las estaciones i y j queda determinada por el elemento C_{ij} de la matriz de capacidades (en *bps*).



$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} - & 3600 & 1800 & 900 & - & - \\ - & - & - & 1200 & - & 720 \\ - & - & - & 3600 & 3600 & - \\ - & - & - & - & 900 & 1800 \\ - & - & - & - & - & 1200 \\ - & - & - & - & - & - \end{pmatrix}$$

Asimismo, el coste de transmisión de una paquetes entre nodos adyacentes vale $d_{ij} = \dfrac{3600}{C_{ij}}$.

Esta red utiliza un algoritmo de encaminamiento múltiple, para lo cual cada nodo i debe calcular la probabilidad con la que transmitirá un paquetes por el enlace que conduce al nodo j. Dicha probabilidad es inversamente proporcional al coste de dicho enlace. Los buffers donde se almacenan los paquetes antes de ser transmitidos por el enlace de salida pueden suponerse infinitos.

(a) ¿Cuál es el camino de coste mínimo para un paquete procedente del terminal B dirigido al terminal F?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete originado en B elija dicho camino?

(c) Si los terminales A, B, C, D, E generan paquetes destinados a F según una tasa $\lambda_i = 0.5$ pkt/s, ¿cuál es la tasa de dichos paquetes que circula por el enlace que va desde el nodo 4 hasta el 6?

Problema 6. Se tiene la siguiente matriz de costes o distancias.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & \infty & \infty \\ 2 & 0 & 1 & \infty & 5 \\ 3 & \infty & 0 & 1 & \infty \\ 1 & \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Dibujar la topología de la red definida por la matriz C de rutas correspondiente.

(b) Partiendo de C y R, calcular y escribir las matrices resultantes en cada iteración al aplicar el algoritmo de *Floyd-Warshall*; muéstrense claramente los cambios que se dan en cada una de dichas iteraciones. Justificar la simetría o asimetría de las matrices C y R finales.

(c) Utilizando las matrices C y R resultantes de aplicar *Floyd-Warshall*, desglosar y justificar la ruta para ir del nodo 5 al nodo 2, indicando los nodos intermedios y los costes parciales de dicha ruta.

(d) Aplicando el algoritmo de mínimo coste de *Dijkstra*, encontrar las rutas de coste mínimo entre el nodo 3 y el resto de nodos de la red.

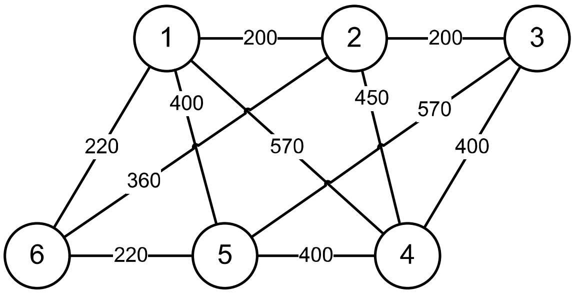
Problema 7. Dada la matriz de costes $\mathbf{C}$ que define la topología de interconexión de una red de 5 nodos, y suponiendo que el tráfico dirigido entre los nodos i y j queda expresado a través de la matriz $\Gamma = [\gamma_{ij}]$, se pide resolver las siguientes cuestiones de manera razonada.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & \infty & \infty \\ 1 & 0 & 4 & \infty & 4 \\ 4 & 4 & 0 & 5 & 2 \\ \infty & \infty & 5 & 0 & 4 \\ \infty & 4 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} - & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & - & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & - & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & - & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & - \end{pmatrix}$$

(a) Determinar la matriz de encaminamiento de menor coste (con menor número de saltos), utilizando para ello el algoritmo de *Floyd-Warshall*.

(b) Calcular el número medio de enlaces que atraviesa un paquete en esta red.

Problema 8. En la figura se muestra la topología de una red de conmutación de paquetes y la distancia física de los enlaces expresada en Km.



(a) Aplicar el algoritmo de *Floyd-Warshall* para encontrar las rutas que proporcionan el camino de menor longitud entre los nodos.

Supóngase que la población asociada a cada nodo de la red viene dada por la siguiente tabla.

Nodo	1	2	3	4	5	6
Población	0.5	1.5	2	2.5	1	1.5

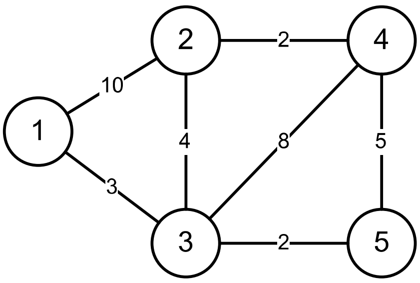
(b) Estimar el tráfico (en paquetes/segundo) entre cada par de nodos utilizando una ley proporcional a la población de ambos nodos e inversamente proporcional a la distancia física que deben recorrer los paquetes. Utilizar para ello un factor de proporcionalidad igual a 1000.

(c) Utilizando el encaminamiento obtenido en el apartado (a) y el tráfico estimado en (b), calcular el tráfico que circula por cada enlace.

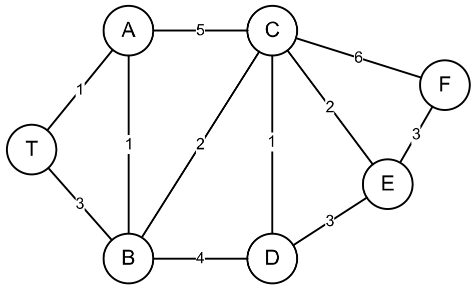
(d) Obtener el número medio de enlaces que atraviesa un paquete genérico de la red.

Problema 9. Dadas las dos topologías de red que se adjuntan, se pide resolver las siguientes cuestiones.

(a) Aplicar el algoritmo de *Dijkstra* a la red de la figura (a), para encontrar las rutas de coste mínimo entre 1 y el resto de los nodos de la red.
(b) Aplicar el algoritmo de *Floyd-Warshall* a la red de la figura (a), para determinar las rutas de coste mínimo entre cada par de nodos.
(c) Aplicar el algoritmo de *Bellman-Ford* a la red de la figura (b), para obtener las rutas de coste mínimo entre T y el resto de nodos de la red.



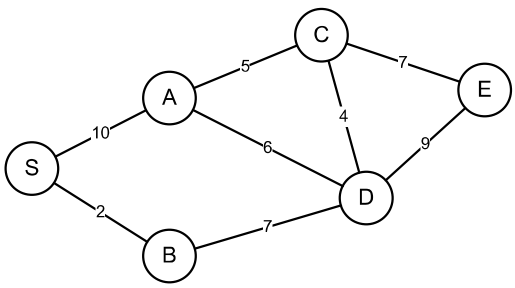
(d)



(e)

En la red de la figura se representa la capacidad de cada uno de los enlaces.

(d) ¿Qué modificaciones habría que hacer en el pseudocódigo del algoritmo de *Dijkstra* para poder encaminar en base a la capacidad (*encaminamiento cuello de botella*)?
(e) Aplicar dicho algoritmo para encontrar las rutas con mayor capacidad *cuello de botella* entre S y el resto de nodos.



INITIALIZATION

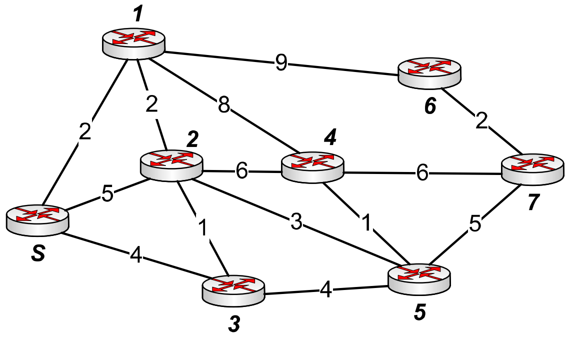
```
d(S) = 0; Q = {Ø}
for all v in N but S
    d(v) = ∞
Q = N
```

MAIN LOOP

```
while Q ≠ Ø
    u vertex in Q with min{d(v)}
    delete u from Q
    for all v adjacent to u
      if d(v) > d(u) + c(u,v)
          d(v) = d(u)+c(u,v)
          prev(v) = u
```

Algoritmo de Dijkstra

Problema 10. Tras varios años de explotación, la configuración de la red de comunicaciones de una compañía es la que se muestra en la figura, donde los costes por enlace se han estimado en función de diferentes parámetros: distancia, amortización de la inversión necesaria, etc. El nodo central S manda información al resto, según la matriz de tráfico que aparece junto a la topología de red.



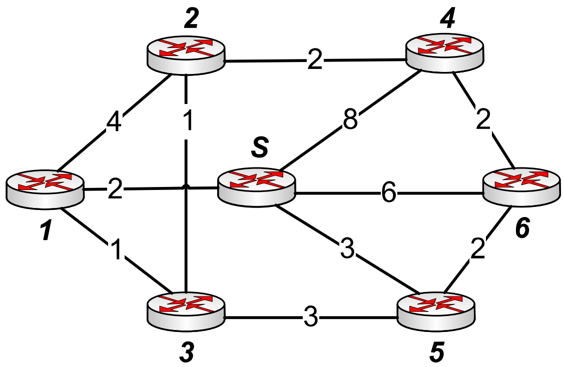
$$\Lambda\ (\text{pkt/s}) = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} \mathit{1} & \mathit{2} & \mathit{3} & \mathit{4} & \mathit{5} & \mathit{6} & \mathit{7} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 2 & 0.5 & 1 & 1.5 \end{bmatrix} \end{array}$$

(a) Utilizar el algoritmo de *Dijkstra* para encontrar las rutas de coste mínimo entre S y el resto de nodos de la red.

(b) ¿Cuál es el número medio de enlaces que un paquete tiene que atravesar (en promedio)?

(c) Si se asumiera que la información a enviar es la misma para todos los destinos - cada paquete tiene que llegar a todos los nodos de la red, ¿cómo se podría resolver el problema para garantizar un coste global mínimo? ¿Qué algoritmo se podría utilizar?

Problema 11. Considerar la red de la figura, en la que los costes se han determinado en base a ciertos criterios de mérito.



(a) Representar el grafo correspondiente, utilizando tanto una lista como una matriz de adyacencia.
Numerar el nodo S como 0 en este apartado.
En la lista de adyacencia, indicar el coste por encima de las flechas correspondientes.

(b) Encontrar la ruta de menor coste entre S y el resto de nodos, aplicando el algoritmo de *Bellman-Ford*.

Se utiliza dicha red para que el nodo S envíe datos a todas las sedes, según la matriz de tráfico que se indica.

$$\Lambda\ (\text{pkt/s}) = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \mathit{1} & \mathit{2} & \mathit{3} & \mathit{4} & \mathit{5} & \mathit{6} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix} \end{array}$$

(c) ¿Cuál es el número medio de enlaces que un paquete tiene que atravesar?

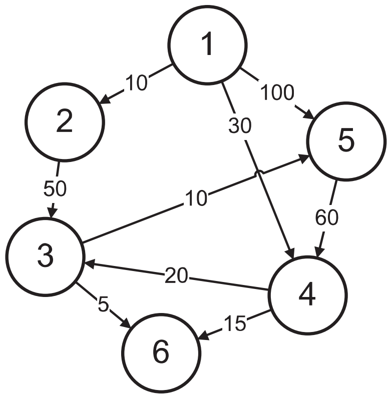
Problema 12. Dados los dos grafos que se adjuntan, se pide resolver las siguientes cuestiones.

(a) Respecto al grafo (a) ¿se trata de un grafo dirigido o no dirigido? Aplicar el algoritmo de *Dijkstra* sobre el mismo para encontrar las rutas de coste mínimo entre 1 y el resto de los nodos.

(b) Aplicar el algoritmo de *Floyd-Wharsall* al grafo (b), para obtener las rutas de coste mínimo entre todos los posibles pares origen/destino. Escribir todas aquellas que tengan como origen el nodo 1. ¿Cuál es su número medio de enlaces?

$$S \xrightarrow{6} A \xrightarrow{7} B \xrightarrow{5} C \rightarrow \mathit{null}$$
$$A \xrightarrow{5} B \xrightarrow{3} D \xrightarrow{4} E \rightarrow \mathit{null}$$
$$B \xrightarrow{6} C \xrightarrow{8} E \xrightarrow{4} F \rightarrow \mathit{null}$$
$$C \xrightarrow{9} F \rightarrow \mathit{null}$$
$$D \xrightarrow{8} E \rightarrow \mathit{null}$$
$$E \rightarrow \mathit{null}$$
$$F \xrightarrow{6} D \xrightarrow{5} E \rightarrow \mathit{null}$$

Grafo (a)

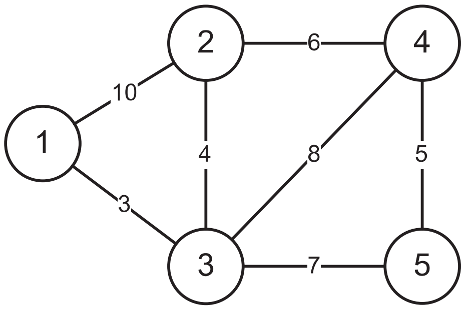


Grafo (b)

En la red de la figura se representa la capacidad de cada uno de los enlaces de una red.

(c) ¿Qué modificaciones habría que hacer en el pseudocódigo del algoritmo de *Floyd-Wharsall* para poder encaminar en base a la capacidad (*encaminamiento cuello de botella*)?

(d) Aplicar dicho algoritmo para encontrar todas las rutas con mayor capacidad *cuello de botella*. ¿Qué rutas utilizaría el nodo 1 para comunicarse con todos los posibles destinos?




```
INITIALIZATION
1. for all (u,v) in NxN
2.    d(u,v) = ∞
3.    pred(u,v) = NIL
4. for all nodes u in N
5.    d(u,u) = 0
6. for each (u,v) in E
7.    d(u,v) = c(u,v)
8.    pred(u,v) = u

MAIN LOOP
5. for k = 1 to N
6.    for u = 1 to N
7.      for v = 1 to N
8.        if d(u,v) > d(u,k) + d(k,v)
9.          d(u,v) = d(u,k) + d(k,v)
10.           pred(u,v) = pred(k,v)
```

Algoritmo de Floyd-Wharsall

Problema 13. Una empresa decide centralizar los servicios de *hosting* en una de sus sedes. Para comunicarse con el resto de oficinas el departamento de comunicaciones se plantea desplegar una red, para lo que estima los costes que aparecen en la matriz adjunta.

(a) Encontrar, aplicando el algoritmo de *Floyd-Warshall*, las rutas que debería utilizar S (nodo central) para comunicarse con todas las sedes. Si se sigue asumiendo que la tasa de generación de paquetes es la misma para todas las oficinas, ¿cuál es el número medio de enlaces que necesita un paquete cualquiera?

Tras varios años de explotación, la empresa decide abrir varias sedes en otras localizaciones. Teniendo en cuenta varios factores, establece un coste por enlace, como se puede ver en la matriz de adyacencia que se adjunta.

(b) Utilizar el algoritmo de *Dijkstra* para encontrar las rutas de coste mínimo entre S y el resto de nodos de la red. ¿Cuál es el número medio de saltos necesarios para alcanzar el destino para un paquete cualquiera, si la tasa de generación es la misma para todas las sedes?

(c) La empresa se plantea maximizar la fiabilidad de las comunicaciones, para lo que estima, tras un periodo de monitorización, la fiabilidad de cada uno de los enlaces (probabilidad de que un paquete se transmita correctamente), como se puede ver en la matriz que se muestra. ¿Cómo se podría aplicar el algoritmo de *Dijkstra* en esta situación si la intención es la de encontrar las rutas de mayor fiabilidad?
Nota: Si $p \approx 0$, $\ln(1-p) \approx -p$

Destino (filas: *Origen*)

	S	**1**	**2**	**3**
S	-	1	9	7
1	1	-	2	5
2	9	2	-	2
3	7	5	2	-

Coste de los enlaces para resolver el apartado (a)

Destino (filas: *Origen*)

	S	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
S	-	1	9	7	10	∞	4	∞
1	1	-	2	5	∞	∞	2	∞
2	9	2	-	2	7	∞	∞	∞
3	7	5	2	-	∞	∞	∞	∞
4	10	∞	7	∞	-	4	6	∞
5	∞	∞	∞	∞	4	-	2	1
6	4	2	∞	∞	6	2	-	4
7	∞	∞	∞	∞	∞	1	4	-

Coste de los enlaces para resolver el apartado (b)

```
INITIALIZATION
d(S) = 0; Q = {Ø}
for all v in N but S
    d(v) = ∞
Q = N
MAIN LOOP
while Q ≠ Ø
    u vertex in Q with min{d(v)}
    delete u from Q
    for all v adjacent to u
      if d(v) > d(u) + c(u,v)
          d(v) = d(u)+c(u,v)
          prev(v) = u
```

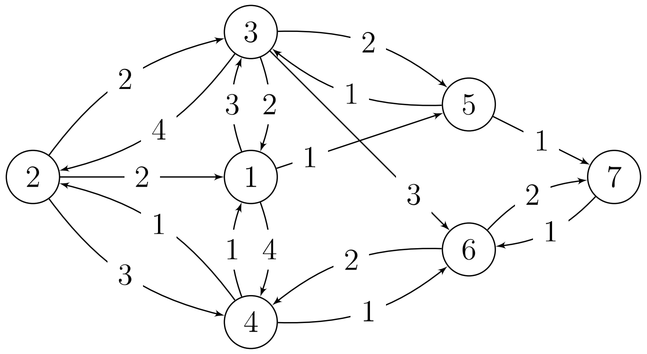
Algoritmo de Dijkstra

Destino (filas: *Origen*)

	S	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
S	-	0.98	0.99	0.93	0.90	-	0.95	-
1	0.98	-	0.97	0.94	-	-	0.98	-
2	0.99	0.97	-	0.96	0.93	-	-	-
3	0.93	0.94	0.96	-	-	-	-	-
4	0.90	-	0.93	-	-	0.92	0.99	-
5	-	-	-	-	0.92	-	0.94	0.95
6	0.95	0.98	-	-	0.99	0.94	-	0.95
7	-	-	-	-	-	0.95	0.95	-

Fiabilidad de los enlaces para resolver el apartado (c)

Problema 14. Una empresa tiene desplegada una red de comunicaciones para interconectar sus sedes. La topología final de la red es la que se muestra en la siguiente figura, en la que los costes de cada uno de los enlaces se han asignado teniendo en cuenta diferentes aspectos.



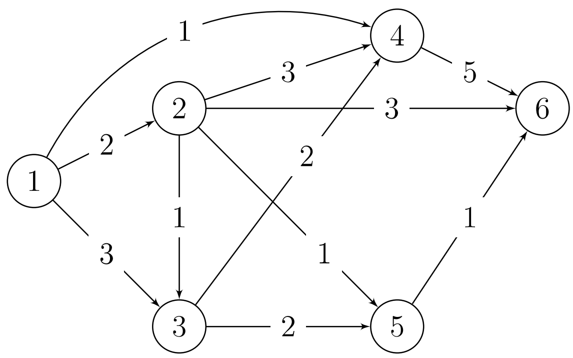
$$\Lambda_1(\text{pkt/s}) = \begin{bmatrix} - & 1 & 0 & 4 & 3 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

(a) Utilizar el algoritmo de *Dijkstra* para encontrar las rutas de coste mínimo entre el nodo 1 y el resto de nodos de la red.

(b) Tras un periodo de monitorización, se establece que la tasa de paquetes que se transmite desde 1 al resto de nodos es la que se muestra en el vector Λ_1. ¿Cuál es el número medio de enlaces que tendría que atravesar, en promedio, un paquete cualesquiera? Si se supone que la capacidad de cada enlace (en `bps`) tiene que ser igual o mayor que la tasa de paquetes que lo atraviesa multiplicada por 2^{10}, ¿cuál debería ser la capacidad que tendría que contratar la empresa en cada enlace de la red? (En enlaces no usados la capacidad a contratar es 0).

(c) Asumir, ahora que la capacidad de cada enlace (p_{ij}) se obtiene aplicando la siguiente expresión (donde c_{ij} es el coste del grafo anterior): $p_{ij} = 2 \cdot (5 - c_{ij})$, ¿cuál sería el grafo residual resultante si se dispusiera un flujo de 2 unidades entre 1 y 2 y otro más de 6 entre 1 y 6? (utilizar las rutas que se han obtenido en el apartado (a))

Problema 15. Se considera la topología de red que se muestra en la figura, en la que 1 es el nodo fuente y el resto son terminales que tienen que recibir la información enviada por este.



(a) Utilizar el algoritmo de *Dijkstra* para encontrar la ruta de coste mínimo entre 1 y el resto de nodos de la red? Si se asume que 1 manda la misma información a todos los terminales, ¿cuál sería el número medio de enlaces que un paquete atravesaría antes de llegar a su destino? Indicar, razonadamente, un algoritmo que podría ofrecer un mejor rendimiento, sabiendo que la información que 1 transmite es la misma para todos los nodos.

(b) Si se decidiera utilizar un esquema probabilístico en el encaminamiento (cada nodo decide la interfaz por la que reenvía un paquete con una cierta probabilidad, inversamente proporcional al coste del enlace correspondiente), ¿cuál sería la probabilidad de utilizar la ruta de coste mínimo entre 1 y 6 devuelta por el algoritmo de *Dijkstra*? ¿Cuál sería la probabilidad correspondiente a la ruta $1 \to 4 \to 6$?