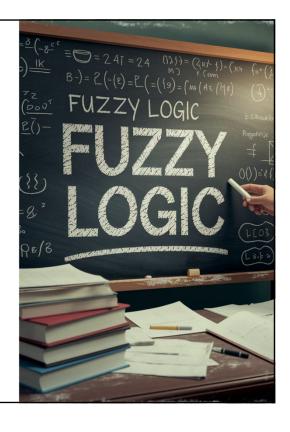
Lógica Difusa

La lógica difusa posibilita la toma de decisiones en sistemas automáticos, simulando el razonamiento humano en contextos que se caracterizan por la ambigüedad y la imprecisión. En esta presentación se tratan sus principales conceptos y se estudia la herramienta SciKit-Fuzzy.

Jaime Alberto Guzmán Luna, Ph.D







1



Caso de estudio 1

1 Comunicación humana

El ser humano posee grandes habilidades para comunicar su experiencia empleando reglas lingüísticas vagas.

2 Ejemplo práctico

Un cocinero da instrucciones para tostar pan:

- Cortar rebanadas medianas
- Poner el horno a temperatura alta
- Tostar hasta color ligeramente marrón.



3 Problema para máquinas

El ser humano entiende estas instrucciones, pero la lógica convencional que es usada por las máquinas no es adecuada para procesar este tipo de reglas.

Caso de estudio 2



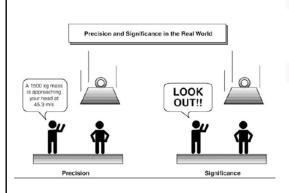
Un día con Tiger Woods para aprender a jugar al golf.

- 1 Al final de la jornada podríamos tener una serie de reglas así:
 - Si la bola está lejos del hoyo y el green está ligeramente inclinado hacia la derecha, entonces golpear la bola firmemente empleando un ángulo ligeramente inclinado hacia la izquierda de la bandera.
 - Si la bola está muy cerca del hoyo y el green entre la bola y el hoyo está plano, entonces golpear la bola directamente hacia el hoyo.
- 2 Estas reglas son difícilmente representables por un computador.
 - El término Distancia se podría codificar con este conjunto de intervalos:
 - Cerca: La bola está entre 0 y 2 metros del hoyo.
 - Medio: La bola está entre 2 y 5 metros del hoyo.
 - Lejos: La bola está más allá de 5 metros del hoyo.
 - ¿Qué ocurre con una bola que está en 4.99 metros del hoyo?
 - Empleando estos intervalos, el computador lo representaría en el intervalo "Medio".
 - Y si incrementamos unos pocos centímetros, lo catalogaría como "Lejos".
- 3 El problema base: el uso de intervalos discretos.
- 4 Estos términos lingüísticos se deben corresponder con fronteras vagas, donde 4.99 metros debería estar más asociado al término "lejos" que "media distancia".

TRABAJO Y SINTE WILD NACIONAL DE COLORDA

3

Tratamiento de la Incertidumbre



Los primeros sistemas expertos (los 70):

 modelaron el conocimiento con un enfoque lógico, con las limitaciones que conlleva este

- ─La siguiente generación de sistemas expertos:
 - Métodos probabilistas, que asocian un valor numérico (grado de creencia) entre 0 y 1 para resumir la incertidumbre sobre las oraciones.
 - La teoría de Dempster-Shafer que utiliza grados de creencia dados por intervalos de valores para representar el conocimiento.
 - La lógica difusa, una extensión de la lógica multivaluada que facilita enormemente el modelado de información cualitativa de forma aproximada.

4

TRABAJO Y SINITEWANED SINITEWAND NACIONA



Aplicaciones MODELO DE APOYO A LA COMERCIALIZACI ÓN DE ELECTRICIDAD USANDO LÓGICA DIFUSA Y APRENDIZAJE DE MÁQUINA JULIAN MORENO, DEMETRIO OVALLE Diseño de un sistema experto difuso: Evaluación de riesgo crediticio en firmas comisionistas de bolsa para el otorgamiento de recursos Vida cotidiana Productos de consumo (lavadoras, microondas, neveras, cámaras de vídeo, televisores) Un modelo integrado de métodos semánticos y lógica difusa para la evaluación del impacto ambiental en proyectos de minería en Colombia-Colciencias: jóvenes investigadores 2017 Jennifer Cartagena Orrego y Jaime Alberto Guzmán Luna Sistemas (ascensores, trenes, motores, frenos, control de tráfico) TRABAJO Y SINITEWED NACIONAL OL COLOMBIA

Conjuntos difusos y variables lingüisticas



7

Conjuntos difusos (1)

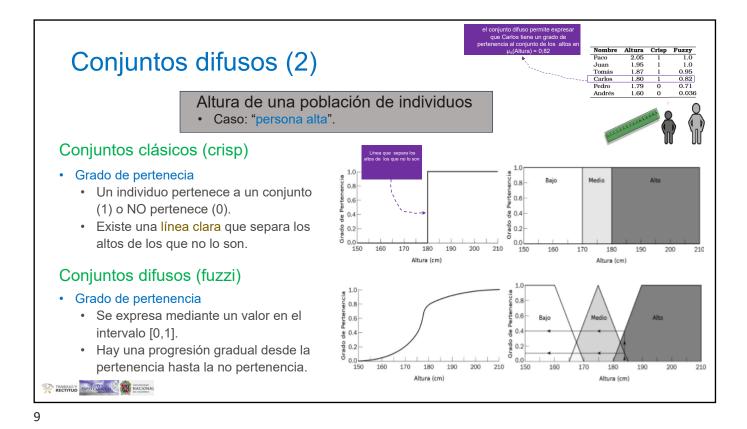
- 1 La lógica difusa
 - Emplea valores contínuos entre 0 (que representa hechos totalmente falsos) y 1 (totalmente ciertos).
- La noción de conjunto difuso:



- Los conceptos se asocian a conjuntos difusos (asociando los valores de pertenencia) en un proceso llamado fuzzificación.
- Una vez que tenemos los valores fuzzificados podemos trabajar con reglas lingüísticas y obtener una salida.
- Esta salida podrá seguir siendo difusa o defuzzificada para obtener un valor discreto crisp.
- 3 La idea básica de un conjunto difuso es que:
 - Un elemento forma parte de un conjunto con un determinado grado de pertenencia.
 - De este modo una proposición no es totalmente (sino parcialmente) cierta o falsa.
 - Este grado se expresa mediante un entero en el intervalo [0; 1].

8

TRABAJO Y SINITCHANED NACIONAL



Definición de conjunto difuso



Un conjunto difuso puede definirse como:

- Una clase en la que hay una progresión gradual desde la pertenencia al conjunto hasta la no pertenencia
- Una clase en la que un objeto puede tener un grado de pertenencia definido entre la pertenencia total (valor uno) o no pertenencia (valor cero).
 - Desde esta perspectiva, los conjuntos convencionales (o conjuntos crisp) pueden verse como un caso particular de conjuntos difusos
 - Un conjunto difuso que sólo admite dos grados de pertenencia (uno y cero).



Resumen definición:

 Un conjunto difuso puede definirse de forma general como un conjunto con límites difusos.







Variables Lingüísticas

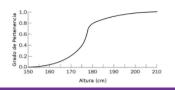
Definición A

Son términos que describen algún concepto que usualmente tiene asociados valores vagos o difusos.

Variable lingüística	Valores típicos
temperatura	caliente, frío
altura	baja, media, alta
velocidad	lenta, normal, rápida

Universo del discurso

Todos los posibles valores que puede tomar una determinada variable (eje horizontal de la gráfica).



Para la variable Altura del ejemplo anterior corresponde con e eje horizontal de las gráficas, desde 150 a 210cm

11

Funciones de pertenencia

Una función de pertenencia es una curva que define cómo cada punto en el espacio de entrada de una variable es mapeado a un grado de pertenencia entre 0 y 1. Algunas funciones de pertenencia más utilizadas son:

1 Función GAMMA (Γ):

Define el incremento gradual del grado de pertenencia.

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \le a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{para } a < x < m \\ 1 & \text{para } x \ge m \end{cases}$$

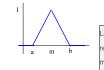
3 Función L

Puede definirse simplemente como 1 menos la función GAMMA.

4 Función LAMBDA o triangular

Representa conceptos con un valor óptimo específico.





2 Función PI o trapezoidal

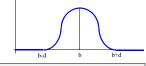
Útil para representar conceptos con un rango de valores óptimos.

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \le a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{para } a < x \le b \\ 1 & \text{para } b < x \le c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{para } c < x \le d \\ 0 & \text{para } x > d \end{cases}$$



Curva en forma de campana.

$$\mu_{\Pi}(x) = \begin{cases} \mu_{S}(x) & \text{para } x \leq b \\ \mu_{Z}(x) & \text{para } x > b \end{cases}$$



Las funciones L y GAMMA se usan para calificar valores lingüísticos extremos, tales como bebé o anciano, respectivamente. Las funciones PI y LAMBDA se usan para describir valores intermedios (como joven, de mediana edad, maduro). Su principal diferencia reside en que la función PI implica un margen de tolerancia alrededor del valor que se toma como más representativo del valor lingüístico asociado al conjunto difuso.



Operaciones básicas (Conjuntos difusos) (1)

Operador Complemento (negación)

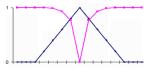
Dado un conjunto difuso **A**, su complemento vendrá definido por: $\mu_{\overline{A}}(x) = c (\mu_A(x))$

Funciones c para el complemento mas utilizadas



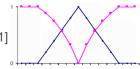
Función de Yager

$$c_{w}(a) = (1 - a^{w})^{1/w} \text{ donde } w \in [0, \infty]$$



Función de Sugeno

$$c_{\lambda}(a) = (1-a)/(1-\lambda a) \text{ donde } \lambda \in [0, 1]$$



13



Operador Intersección (Conjunción)

Dado dos conjuntos difusos A y B, su intersección se define:

$$\mu_{A \cap B}(x) = i(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Las funciones i que verifican las propiedades que se esperan de una conjunción se llaman normas triangulares (t-normas).

t-normas usuales



T-norma del mínimo

 $i_{min}(\alpha,\beta) = min(\alpha,\beta)$. Selecciona el valor mínimo entre los grados de pertenencia.

T-norma del producto



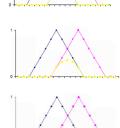
TRABAJO Y SINITE WALLO NACIONAL IN COLEMBIA

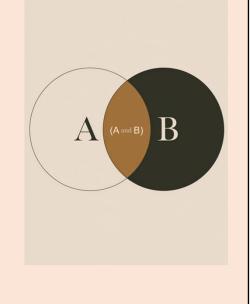
Multiplica los grados de pertenencia.

T-norma del producto drástico

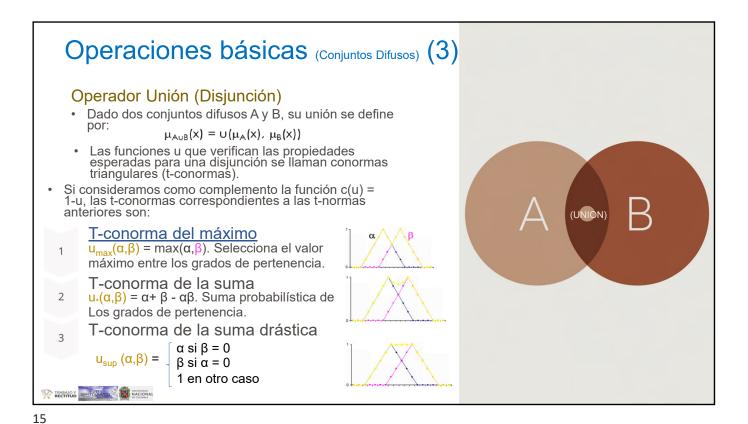
$$i_{inf}(\alpha,\beta) = \begin{cases} \alpha & \text{si } \beta = 1 \\ \beta & \text{si } \alpha = 1 \end{cases}$$

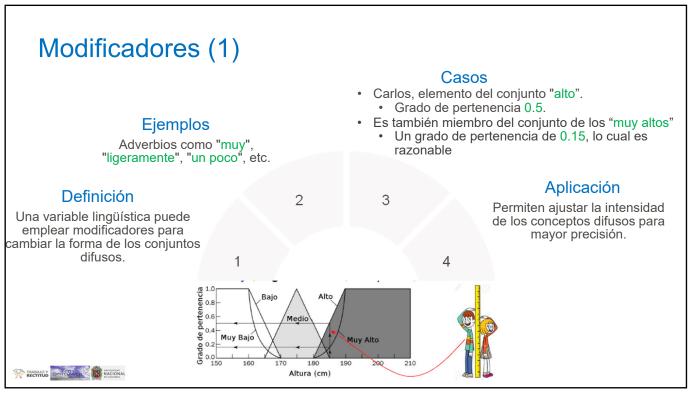
β si α = 1 0 en otro caso

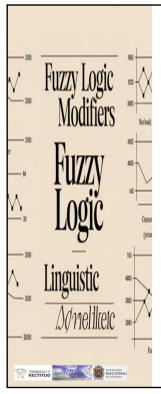




14

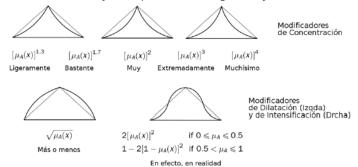






Modificadores (2)

- Existe todo un catálogo de modificadores que permiten ajustar con precisión los conjuntos difusos. Estos modificadores transforman matemáticamente las funciones de pertenencia para representar distintos grados de intensidad.
- Se distingue tres tipos de modificadores: de concentración, de dilatación y de intensificación.
- Algunos modificadores y su representación gráfica y matemática:



- Ejemplo
 - Si Pedro tiene un valor de pertenencia de 0.86 al conjunto de los altos, tendrá un valor de $\sqrt{\mu_A(x)} = 0.92$ al conjunto de los más o menos altos.

17



Variables Lingüísticas: Detalles

- · Los símbolos terminales de las gramáticas incluyen:
 - Términos primarios: "bajo", "alto", ...
 - Modificadores: "Muy", "más", "menos", "cerca de", ...
 - · Conectores lógicos: NOT, AND y OR.
- Un uso habitual de las variables lingüísticas es en las reglas difusas.
 - IF duracion-examen IS larga THEN probabilidad-aprobar IS small.
- · Ejemplo de variable lingüística
 - Velocidad
 - · Se puede incluir conjuntos difusos como muy lento, lento, medio, rápido, muy-rápido.
 - · cada uno de estos conjuntos representan un valor lingüístico que puede tomar la variable

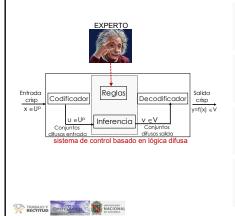
TRABAJO Y SINITOWED WATERSHAD NACIONAL DE COLONIAL



Inferencia Difusa

La inferencia difusa puede definirse como el proceso de obtener un valor de salida para un valor de entrada empleando la teoría de conjuntos difusos. El **método de Mamdani**, propuesto en 1975, es uno de los más utilizados.

Inferencia Mamdani



1	FUZIFICACION Convertir valores de entrada en grados de pertenencia				
	2	Evaluación de reglas Aplicar operadores difusos a los antecedentes			
	3		Agregación Combinar salidas de todas las reglas		
				Defuzificación	

Convertir resultado difuso en valor numérico

Ejemplo uso de inferencia (1)

Problema

Una compañía de seguros necesita evaluar el riesgo financiero de sus clientes que requieren póliza contra accidentes automovilísticos.

Variables consideradas

Para evaluar el riesgo financiero se toma en cuenta la edad del asegurado y su porcentaje de manejo durante el año.

Caso específico

Para una persona con 25 años de edad y 50% de porcentaje de manejo, encontrar el valor del riesgo financiero.



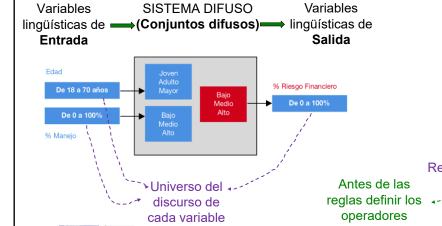


21

Ejemplo uso de inferencia (2)

Configuración del Sistema difuso

El sistema difuso se configura definiendo las variables lingüísticas de entrada (edad, % de manejo) y salida (% de riesgo financiero), junto con sus respectivos conjuntos difusos y reglas de inferencia.



JOVEN ADULTO MAYOR BAJO MEDIO BAJO MEDIO PORCENTAJE MEDIO ALTO MEDIO ALTO MANEJO ALTO ALTO **ALTO ALTO**

Regla: If x is A1 AND y is B2 THEN z is C3

x: edad (A1: joven)

y: Porcentaje de manejo (B2: medio)

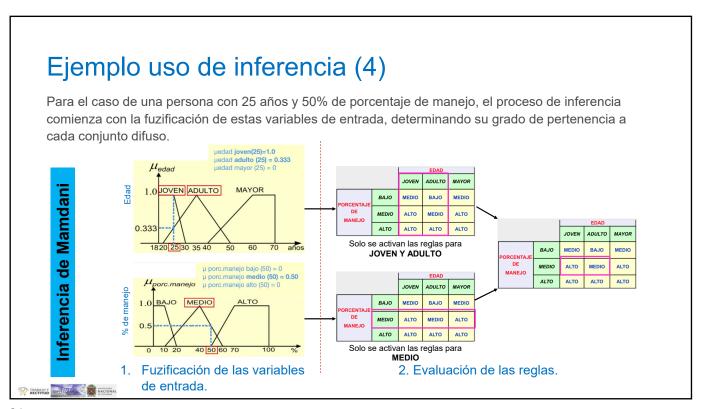
z: Riesgo Financiero (C3: alto)

22

TRABAJO Y SINITCAWED NACIONA
NECTITUD

Ejemplo uso de inferencia (3) Se definen los conjuntos difusos para las variables de entrada (Edad, Manejo) y de salida (% Riesgo Financiero) con sus respectivas funciones de pertenencia. FUNCIONES DE PERTENENCIA DE FUNCIONES DE PERTENENCIA DE **ENTRADA** Edad Configuración del Sistema difuso 1.0 JOVEN ADULTO % Riesgo Financiero ALTO % Manejo Hporc.manejo JO MEDIO

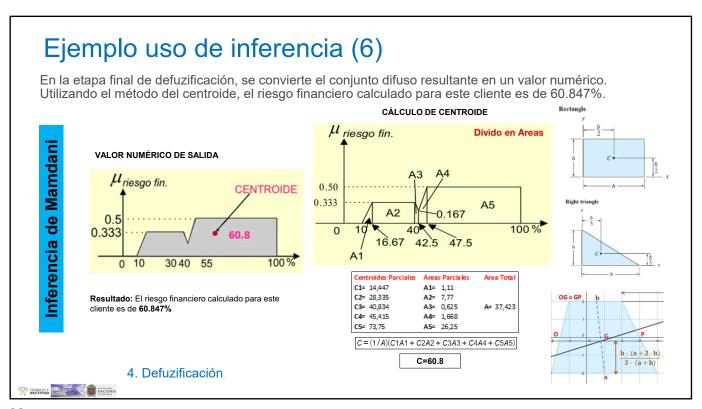
23



3. Agregación de las salidas de las reglas.

2. Evaluación de las reglas (continuación).

25

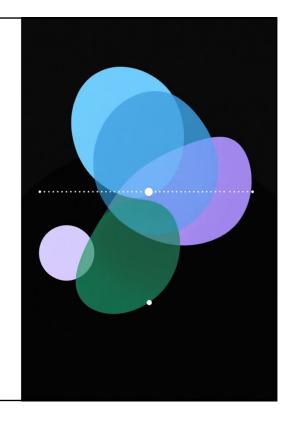


¿Qué es un centroide en general?

En geometría, el **centroide** (o centro de masa) de una figura es **el punto de equilibrio** de esa figura.

En física, si una figura plana estuviera hecha de cartón, el centroide es el **punto exacto donde la podrías sostener con un dedo y no se caería**.

Para figuras simples (triángulos, rectángulos), hay fórmulas. Pero para figuras **irregulares** (como las generadas por funciones difusas), **no hay una fórmula cerrada**, entonces se **integra** o **se aproxima numéricamente**.





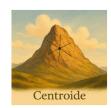
27

¿Cómo encuentro el centro de esa figura?

Lo que queremos es el centro de masa de toda esa figura, y eso se logra así:



$$ext{Centroide} = rac{\int x \cdot \mu(x) \, dx}{\int \mu(x) \, dx}$$



Esta es la **fórmula continua**, igual que en física para calcular centro de masa en una barra.

Pero como tenemos datos discretos (valores por puntos), se ${\it usa\ una\ suma}$:

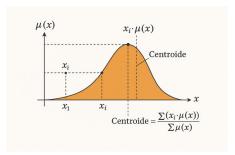
$$ext{Centroide} = rac{\sum x_i \cdot \mu(x_i)}{\sum \mu(x_i)}$$





¿Qué significa cada parte?

- (xi) Un punto en el eje de salida (por ejemplo, velocidad = 10, 20, 30, etc.)
- (μ(x_i)) Qué tan activado está ese punto (grado de pertenencia, entre 0 y 1)
- (x_i · μ(x_i)) El "peso" de ese punto según su activación
- \sum ($x_i \cdot \mu(x_i)$) Suma de los "pesos" de todos los puntos (como una suma de momentos : peso \times posición.)
- $\sum (\mu(x_i))$ Suma total de activaciones (como el "peso total" de la figura)



¿Y por qué no saco áreas separadas?

Esa es la clave:

- En lógica difusa, la figura es irregular y cambia cada vez.
- Entonces, en lugar de dividir en pedazos, simplemente evaluamos muchos puntos (x) y multiplicamos cada uno por su activación μ(x).

Esto nos da una **aproximación del centro de masa** sin tener que conocer las áreas exactas. ¡Es como calcular el centroide de una figura con una balanza!



29

Centro de gravedad Centroides

¿Pero qué significa eso exactamente?

Ejemplo físico:

•Un peso de 3 kg en x = 2

•Un peso de 1 kg en x = 10

Cada uno empuja con su momento:

Momento = peso × posición

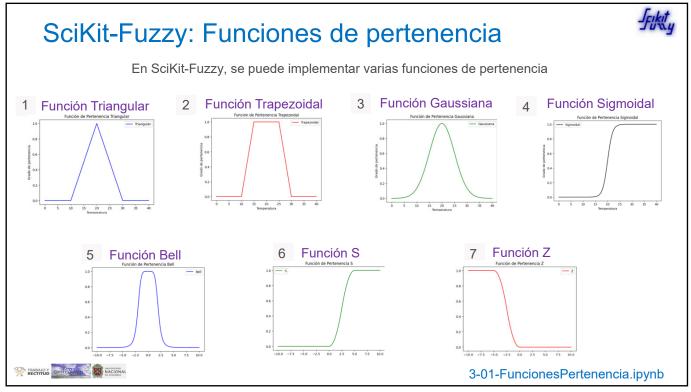
Total de momentos = $(3 \times 2) + (1 \times 10) = 16$

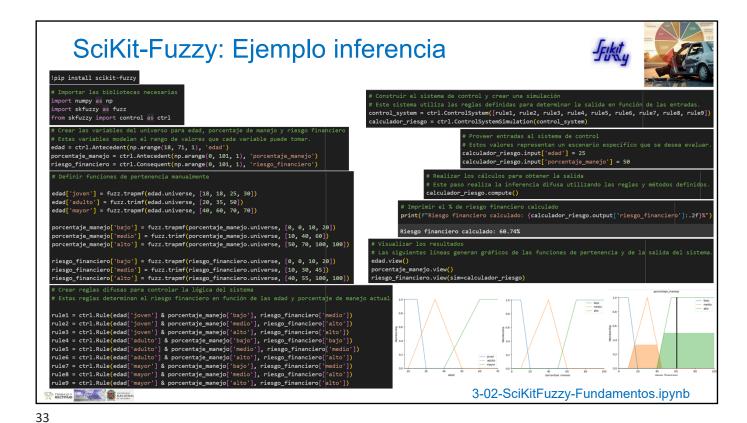
Total de pesos = 3 + 1 = 4

Centroide = 16 / 4 = 4

En lógica difusa, cada valor posible de salida se comporta como un peso apoyado sobre una balanza: mientras mayor sea su grado de pertenencia, más "pesa" y más empuja hacia su lado. Multiplicamos cada valor por su activación $(x \cdot \mu(x))$ para calcular cuánto aporta al equilibrio, y sumamos todos esos empujes. Pero para encontrar el punto real donde la figura se equilibra, necesitamos dividir esa suma de momentos por el peso total $(\Sigma \mu(x))$. Así obtenemos el **centroide**, que representa el punto exacto donde toda la figura difusa se equilibra.









Referencia

1 Fuente principal

Carlos González Morcillo, Lógica difusa-una introducción práctica-Técnicas de Softcomputing.

₂ Enlace

 $https://www.esi.uclm.es/www/cglez/downloads/docencia/2011_Softcomputing/LogicaDifusa.pdf$

Libros de lectura recomendados

1 BookAuthority

ofrece listas de los mejores libros nuevos sobre lógica difusa para leer en 2025,

BookAuthority - New Fuzzy Logic Books 2025.

2 Libros de todos los tiempos

BookAuthority También tienen una sección dedicada a los mejores libros de lógica difusa de todos los tiempos. BookAuthority - Best Fuzzy Logic Books.

3 Formatos digitales

BookAuthority recopila los mejores eBooks de lógica difusa disponibles.

BookAuthority - Best Fuzzy Logic eBooks.



