

## Algorithmische Geometrie

Helmut Alt, Ludmila Scharf, Matthias Henze

Abgabe 1.6.2015

---

### Aufgabe 1 Voronoi-Diagramme von Strecken

7 Punkte

Gegeben sei eine Menge  $S = \{s_1, \dots, s_n\}$  von  $n$  disjunkten Strecken in der Ebene. Die *Voronoi-Region*  $VR(s_i)$  der Strecke  $s_i$  ist definiert als

$$VR(s_i) := \{p \in \mathbb{R}^2 \mid d(s_i, p) < d(s_j, p), j = 1, \dots, n, j \neq i\}.$$

Dabei ist für eine Strecke  $s$  und einen Punkt  $p$   $d(s, p)$  der kürzeste Abstand von  $p$  zu einem Punkt auf  $s$ .

Die Voronoi-Kanten und Ecken, sowie das Voronoi-Diagramm von  $S$  sind nun analog zum üblichen Fall definiert. Welcher Art sind die Kurven, die die Voronoi-Kanten beschreiben? Geben Sie Beispiele von Voronoi-Diagrammen von Strecken an (Zeichnungen), die alle auftretenden Fälle illustrieren.

Aus wie vielen Ecken, Kanten und Zellen kann  $VD(S)$  höchstens bestehen? Zeigen Sie dazu, dass die Voronoi-Regionen zusammenhängend sind.

### Aufgabe 2 Fortune-Sweep

6 Punkte

Führen Sie den Fortune-Sweep für die Punktmenge  $\{(0, 0), (1, 2), (2, 3), (4, 3)\}$  durch. Das heißt, geben Sie jeden Ereignispunkt (den genauen Wert) an, beschreiben Sie, was bei ihm geschieht und skizzieren Sie dies jeweils an einer Zeichnung, die das bisher konstruierte Diagramm einschließlich der Wellenfront und der Spikes enthält.

### Aufgabe 3 Durchschnitt einfacher Polygone

7 Punkte

Geben Sie einen Sweep-Line-Algorithmus an, der den Durchschnitt zweier einfacher Polygone  $P$  und  $Q$  berechnet. Analysieren Sie seine Laufzeit bezüglich der Gesamtzahl  $n$  der Ecken von  $P$  und  $Q$  und der Anzahl  $k$  der Ecken des Durchschnitts.