Name,	Vorname:
-------	----------

## Matrikelnummer:

Zweite Klausur zur Vorlesung

15. Juli 2005

## Algorithmische Geometrie

Helmut Alt, Britta Broser, Tobias Lenz

Beginn:  $12^{\underline{00}}$ , Ende:  $13^{\underline{45}}$  (105 min.)

1.	2.	3.	4.	$\sum$
/12	/12	/13	/13	/50

Als Hilfsmittel ist neben Schreibutensilien ausschließlich ein (doppelseitig) beschriebenes oder bedrucktes Blatt pro Person für den eigenen Gebrauch zugelassen.

Bei allen Algorithmen soll die Funktionsweise erkennbar sein und muss ggf. erklärt werden. Wenn nicht anders angegeben sollen Algorithmen bzgl. ihrer Laufzeit und ihres Platzbedarfs analysiert werden und falls nötig soll auch deren Korrektheit erklärt werden.

**Zusätzliche Blätter** müssen mit der Matrikelnummer versehen werden. Der Klausurbogen ist auf jeden Fall mit abzugeben!

Aufgabe 1 /12

Geben Sie für die folgende Punktmenge in der Ebene einen k<br/>d-Baum und einen Rangebaum an. Geben Sie außerdem jeweils die Knoten an, die für die Bereichsanfrage mit dem Intervall  $U=[-\infty,2]\times[2,5]$  durchlaufen werden.

$$\{(0,5),(1,1),(3,4),(-1,0),(2,2),(-2,0),(-3,1),(3,-1),(3,3),(1,-1)\}.$$

Aufgabe 2 /13

Gegeben sei eine Menge M von paarweise disjunkten Polygonen in der Ebene mit insgesamt n Ecken. Entwerfen und analysieren Sie eine effiziente Datenstruktur für M, so dass auf Anfragen mit einem Tripel (a,b,c) reeller Zahlen effizient eine Liste aller Polygone aus M ausgegeben wird, die von der Strecke  $\overline{(a,b)(a,c)}$  geschnitten werden.

Analysieren Sie Vorverarbeitungszeit, Platzbedarf und Anfragezeit.

Aufgabe 3 /12

a) Entwerfen und analysieren Sie einen "brute-force"-Algorithmus zur Berechnung der konvexen Hülle einer endlichen Menge von Punkten in drei Dimensionen, der möglichst einfach zu beschreiben ist. Auf die Effizienz soll es dabei nicht ankommen. (Algorithmen aus Vorlesung und Übungen sollen nicht benutzt werden.)

b) Verallgemeinern Sie auf beliebige Dimension  $d \in \mathbb{N}$ .

Aufgabe 4 /13

Beschreiben Sie einen randomisiert inkrementellen Algorithmus zur direkten Konstruktion des Voronoi-Diagramms einer endlichen Punktmenge in der Ebene. (Reduktion auf 3d konvexe Hülle oder Schnitt von Halbräumen ist nicht erlaubt. Die Analyse des Algorithmus ist nicht gefragt, kann aber für Extrapunkte versucht werden.)