## Übungsblatt 10

Julius Auer, Alexa Schlegel

## Aufgabe 1 (Wieviele Punkte liegen auf einer Geraden?):

- \* effizienten Algorithmus an, der für eine Menge n Punkten  $p_1, p_2, \ldots, p_n \in \mathbb{R}$  die maximale Zahl dieser Punkte bestimmt, die auf einer Geraden liegen
- \* Hinweis: Dualisierung.  $O(n^2 \log n)$  ist akzeptabel aber noch nicht optimal

Total ganz naiver Ansatz:

- \* stelle alle möglichen Geraden auf, das sind wie viele? bestimmt:  $O(n^2)$
- \* pro Gerade schaue wie viele Punkte drauf liegen, d.h teste für jeden Punkt und jede Gerade (oha das ist viel)  $O(n^2 \cdot n) = O(n^3)$
- \* und dann das maximum nehmen, hm.

Dualisierung - Was ist das?

$$p = (p_x, p_y) \to p^* : b = p_x \cdot a - p_y$$
  
 $l : y = m \cdot x + c \to l^* = (m, -c)$ 

Wenn p liegt auf l, dann  $p^*$  liegt auf  $l^*$ 

Punkte q, r, s sind kolinear, dann  $q^*, r^*, s^*$  schneiden sich in gemeinsamen Punkt.

Was macht man damit? Man dualisiert alle Punkte  $p_1^*, \ldots, p_n^*$  und schaut wo sich die meisten Geraden schneiden? Die Anzahl der Geraden ist dann das, was wir wohl gesucht haben. Jetzt muss man erstmal alle Schnittpunkte finden, oder?

**Aufgabe 2** (Geben Sie für beliebiges  $n \in \mathbb{N}$  eine Punktmenge der Größe  $n \in \mathbb{R}^4$  an, deren konvexe Hülle die Größe (=Anzahl der Facetten)  $\Omega(n^2)$  hat.):

- \* 4D Punktmenge
- \* brauch ich wohl mindestens 5 Punkte damit das Sinn macht
- \* kann man das nicht auch irgendwie mit der Dualisierung umdrehen, sodass man eigentlich (anstelle der Facetten), die Anzahl der Ecken oder sowas in  $\Omega(n^2)$  sucht?

## Aufgabe 3 (inkementelle Kontruktion):

Eingaben, Einfügereihenfolgen, sodass Laufzeit  $\Omega(n^2)$ 

a) konvexe Hülle einer Punktmenge in  $\mathbb{R}^3$ 

TODO

b) Trapezzerlegung eines Arrangements von Strecken im  $\mathbb{R}^2$ 

TODO