4. Aufgabenblatt zur Vorlesung SS 2015

Algorithmische Geometrie

Helmut Alt, Ludmila Scharf, Mathias Henze

Abgabe 18.5.2015

Aufgabe 1 Bewegungsplanung in der Ebene *7 Punkte*

Gegeben sei ein kreisförmiger "Roboter" R, sowie eine Menge $H = \{p_1, \ldots, p_n\}$ von n punktförmigen Hindernissen in der Ebene.

Geben Sie einen Algorithmus an, der bei Eingabe eines Startpunktes s und eines Zielpunktes z entscheidet, ob R von s nach z gelangen kann, ohne mit einem Hindernis aus H zu kollidieren, und der einen kollisionsfreien Weg für R berechnet, falls einer existiert.

Aufgabe 2 Geometrische Graphen *7 Punkte*

a) Beweisen Sie Eulers Formel.

b) Zeigen Sie, dass jede Triangulierung einer Menge von n Punkten, von denen r extrem sind, genau $2(n-1)-r$ Dreiecke enthält.

Aufgabe 3 Voronoi-Diagramm *6 Punkte*

Für eine Menge S von n Punkten in $\mathbb{R}^2$ ist ein Voronoi-Diagram $VD(S)$ als Graph gegeben. D.h., zu jedem Punkt ist seine Voronoi-Region (Facette von $VD(S)$) als zyklische Folge von Kanten gespeichert, zu jeder Kante – die Endpunkte (Knoten) und die angrenzenden Facetten (Punkte in S), zu jedem Knoten – die inzidenten Kanten.

Beschreiben Sie einen Algorithmus mit linearer Laufzeit, der aus $VD(S)$ den Rand der konvexen Hülle ($CH(S)$) berechnet.

Kann man das Voronoi-Diagram von S schneller als in $\Omega(n \log n)$ berechnen?