Übungsblatt 11

Julius Auer, Alexa Schlegel

Aufgabe 1 (Konfliktecken):

Beschreiben Sie in Einzelheiten die Initialisierung der Konfliktstruktur beim randomisierten inkrementellen Algorithmus zur Berechnung des Schnitts von Halbräumen $S_1, \ldots, S_n$ in $\mathbb{R}^3$.

$H(S^i)$ ist dabei der Schnitt der ersten i Halbräume $S_1 \cap S_2 \cap S_i$. $H(S^{i+1})$ wird aus $H(S^i)$ und S^{i+1} konstuiert. Dabei sind die folgenden 2 Schritte zur Inkrementierung notwendig:

(1) Finde „Konfliktecke“ p in $H(S^i)$ zu S^{i+1}. p ist im Komplement von S_{i+1} enthalten.
(2) von p ausgehend ...

Die Konfliktstruktur die während der Schritte (1) und (2) aufrechterhalten wird ist ein bipartiter Graph mit $S_1, \ldots, S_n$ als erster Knotentyp. Zweiter Knotentyp sind alle Kanten des Polygons $H(S^i)$, welches zu diesem Schritt gerade aktuell ist. Zwei Knoten $S \in \{S_1, \ldots, S_n\}$ und $e \in H(S^i)$ werden verbunden, wenn die Kante e nicht im Halbraum S enthalten ist. So steht es zu mindest in dem einen Paper. Macht ja auch irgendwie Sinn, dann weiß man gleich, welche Kanten weggeschmissen werden müssen und welche ggf. gekürzt werden müssen.

Der Algorithmus startet mit 4 Halbräumen, welche als Schnitt einen Tetraeder bilden. Die Konfliktstruktur hat also nun schon mal alle Halbräume als Knoten und alle 6 Kanten als Knoten. Ein Halbraum „sieht“ genau 3 Kanten nicht.

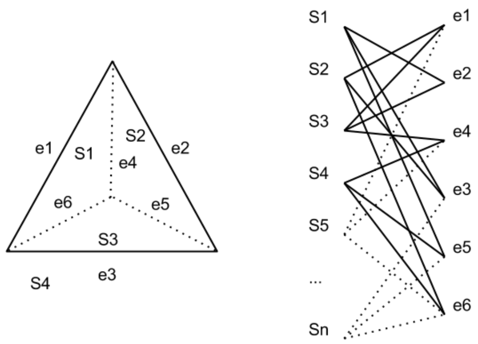

Abbildung 1: TODO

Aufgabe 2 (randomisiert inkrementelle Kontruktionen):

Geben Sie randomisiert inkrementelle Algorithmen an zur Konstruktion folgender Strukturen für endliche Punktmengen im $\mathbb{R}^2$

a) konvexe Hülle Hier könnte eigentlich der Algo hin den wir auch in der VL besprochen haben. Man startet mit 3 Punten und bestimmt einen Punkt im Inneren. Dann zieht man von ihm aus gesehen Strahlen zu den 3 äußeren Punkten und hat somit Kegel. Wenn nun ein neuer Punkt hinzukommt wird der Kegel bestimmt in dem der neue Punkt liegt. Verbinen und immer überprüfen ob es eine links bzw. rechtskurve ist, d.h im bzw. gegen den Urzeigersinn bestehende konvexe Hülle durchsuchen. Falls falsche Kurve dann geht man weiter und nimmt den nächsten Punkt. (TODO schöner aufschreiben)

b) Voronoi-Diagramm Gegeben ist die Punktmenge $P = \{p_1, \dots, p_n\} \in \mathbb{R}^2$. Der folgende randomisierte inkrementelle Algorithmus konstuiert das Voronoi-Diagramm $VD(P)$.

Im $i-$ten Schritt ist $VD(p_1, \dots, p_i)$ gegeben, der Punkt p_{i+1} möchte eingefügt werden:

(1) Bestimme die Voronio Region für den Punkt p_{i+1}, also $VR(p_{i+1})$ (das geht in $O(n)$). Die Region heiß r und der zugehörige Punkt p_r.

(2) Konstruiere orthogonale Gerade zu $\overline{p_{i+1}, p_r}$

(3) Bestimme die Schnittpunkte der Gerade mit allen Voronio Kanten der Region r. Da gibt es 0, 1 oder 2 Stück. Vielleicht kann man die in eine Liste packen.

Solange die Liste der Schnittpunkte nicht leer ist:

(4) s wird neue Voronoi Ecke

(5) durch s getroffene Voronoi Kante wird bestimmt. der eine Punkt davon wird weggeschmissen, die Kante verkürzt
(6) rausfinden welche Voronio Region zu der Kante noch gehört, den Punkt davon bestimmen
(7) Orthogonale Gerade zwischen diesem Punkt und $p_i + 1$ aufstellen und Schnittpunkte mit der Region bestimmen, Schnittpunkt zur Liste hinzufügen und bei (4) weitermachen. Voronio Kante zwischen dem neu gefunden Schnittpunkt und altem einfügen.

Irgendwie kann man die nicht sofort wegschmeißen und kürzen, einfach hinterher machen.

Laufzeit:
(1) $O(n)$
(2) $O(1)$
(3) wie viele Kanten gibts denn?
insgesamt $O(n)$

(Todo so formulieren, dass man es versteht.)

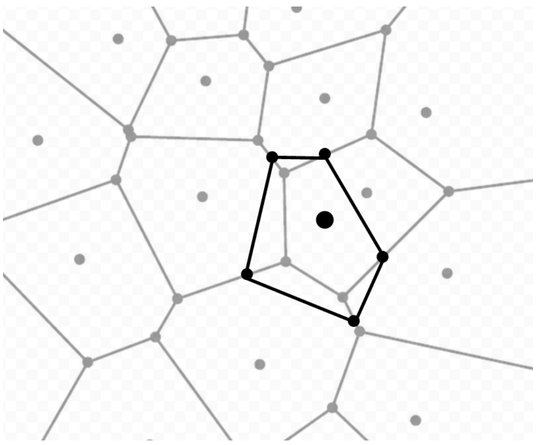

Abbildung 2: TODO