CEG ZOGBO **ANNEE - SCOLAIRE : 2018-2019**
COTONOU

PREMIERE SERIE DE DEVOIRS SURVEILLES DU SECOND SEMESTRE: MARS 2019

Epreuve : Mathématiques Classe: T[le] C Durée : 04H

Contexte

Bola, un élève de la classe de terminale C, veut passer son permis de conduire pour engins à deux roues. Un jour, le responsable de l'auto – école s'adresse au moniteur en ces termes : « Pour l'entrainement de ce matin, nous serons au stade de la ville. Tu prendras 924 cônes rouges et 1092 verts. La composition de chaque circuit en cônes rouges et verts doit être la même. Le nombre de circuits doit être le plus petit possible mais doit dépasser 7 ». Le moniteur met p secondes pour placer un cône rouge et q secondes pour un cône vert, p et q étant des nombres entiers naturels. La durée de l'installation de tous les cônes dans le circuit est quatre minutes cinq secondes. Le temps de passage d'un cône à un autre est négligeable.

Un autre circuit sera modélisé par une partie d'une courbe obtenue à partir de la représentation graphique d'une fonction particulière *h.*
Avant le démarrage de l'entrainement au stade, Bola a été attiré par un podium orné de motifs et une ligne (Δ) des points M d'affixe z tel que : $\left|\overline{z}-\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right|=\left|iz+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\right|$.

Suite à ces informations, Bola se propose de déterminer la durée de l'installation de chaque cône par le moniteur, l'allure du second circuit, de trouver solution aux autres préoccupations.

Tâche: Tu es invité(e) à aider Bola à travers des réponses à ses préoccupations en résolvant les trois problèmes suivants.

Problème 1

1- Détermine l'ensemble des diviseurs positifs de 84.
2- Déduis – en le nombre de circuits réalisés ce jour – là.
3- Déduis – en que dans chaque circuit il y a 77 cônes rouges et 91 cônes verts.
4-
   a) Résous dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation $11x+13y=35$.
   b) Déduis – en les valeurs de p et q.

Problème 2

Le plan du podium est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$ (unité graphique 2cm). Trois lampadaires sont prévus et matérialisés par les points A,B et C d' affixes respectives $z_1=\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$, $z_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ et z_3 est tel que $z_3^2=-8+6i$.

5- Détermine z_3 sachant que $Re(z_3)<0$.
6-
   a) Ecris $z_1\times z_2$ sous forme algébrique.
   b) Ecris les nombres complexes z_1 , z_2 et $z_1\times z_2$ sous forme exponentielle.

c) Déduis les valeurs exactes de $cos\frac{\pi}{12}$ et $sin\frac{\pi}{12}$.

7-

a) Place le point B et C.

b) Détermine géométriquement l'ensemble(Δ).

Problème 3

La fonction h modélisant l'autre circuit est définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} h(x) = -\frac{\ln(1-x)}{2x} & \text{si } x < 0 \\ h(x) = \frac{1}{1+e^x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$. On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de h dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$ (unité graphique : 4 cm).

8- Soit g la fonction définie sur $]-\infty\ ;\ 0[$ par : $g(x) = x + (1-x)\ln(1-x)$.

a) Etudie les variations de la fonction g.

b) Déduis que pour tout x élément de $]-\infty\ ;\ 0[$, $g(x) > 0$.

9- Etudie la continuité de h en 0.

10-

a) Donne le développement limité d'ordre 3 de la fonction $t : x \longmapsto \ln(1-x)$ au voisinage 0.

b) Etudie la dérivabilité de h en 0.

c) Donne une interprétation géométrique des résultats obtenus en b).

11-

a) Démontre que pour tout x élément de $]-\infty\ ;\ 0[$, $h'(x) = \frac{g(x)}{2x^2(1-x)}$ puis déduis – en le signe de $h'(x)$.

b) Pour tout x élément de $]0\ ;\ +\infty[$, calcule $f'(x)$ puis détermine son signe.

12-

a) Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Etudie les branches infinies de $(\mathcal{C})$.

c) Trace $(\mathcal{C})$.

13-Détermine une valeur approchée, par la méthode des rectangles, de l'aire $\mathcal{A}$du domaine limité par la courbe $(\mathcal{C})$ l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$. On prendra $n = 4$.