

**PREMIERS DEVOIRS SURVEILLES DU DEUXIEME SEMESTRE : MARS 2019**

**Epreuve : Mathématiques**

**Situation d'évaluation**

**Contexte**

Dans le cadre des élections législatives du 28 avril 2019, la Commission Electorale Nationale Autonome (CENA) a recruté des agents électoraux.

Pour un bureau de vote la CENA a prévu une équipe de cinq (5) membres : un président, un scrutateurs deux accesseurs et un observateur. Pour former l'équipe d'un des bureaux de vote, la CENA dispose d'une liste de 10 hommes et 8 femmes.

Des voitures neuves sont mises à la disposition de la CENA. Les plaques d'immatriculation à prendre pour ces voitures sont composées deux lettres distinctes ou non suivies de quatre chiffres distincts ou non.

Le chef du service logistique de la CENA est chargé, entre autre, de former les différentes équipes des bureaux de vote, de faire immatriculer les voitures. Marcelin, l'un de ses enfants, en classe de première scientifique voudrait se servir de ses connaissances pour être utile à son père.

**Tâche** : Tu es invité(e) à aider Marcelin en résolvant les problèmes suivants.

**Problème 1**

1.

- Détermine le nombre d'équipes qu'on peut former.
- Détermine le nombre d'équipes comprenant que de femmes.
- Détermine le nombre d'équipes comprenant au plus un homme.
- Détermine le nombre d'équipes dont une femme est présidente et une femme est observatrice.

2.

- Détermine le nombre de plaques d'immatriculations possible.
- Détermine le nombre de plaques d'immatriculations qui ne comportent pas les lettres A, B et C, ni les chiffres 5 et 7.

**Problème 2**

Il est possible d'emprunter plusieurs itinéraires de la CENA à un bureau de vote. Certaines de ces itinéraires sont des portions de représentations graphiques des fonctions suivantes :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{|x^2 - 2x - 3|}{x + 1}$$

$$g: \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R} \\ \setminus \{-3\} \\ x \mapsto \frac{-3x - 1}{x + 2}$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2x^2 + 3x - 5$$

$$k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \sqrt{x}$$

Marcelin a besoin de votre aide pour évaluer certaines de ses connaissances sur les fonctions et applications.

3.

- a) Détermine l'ensemble de définition de  $f$ .
- b) Détermine la restriction  $l$  de  $f$  à l'intervalle  $]-1 ; 3]$ .

4. Démontre que l'application  $g$  est bijective puis détermine sa bijection réciproque  $g^{-1}$ .

5.

- a) Détermine l'ensemble de définition  $k \circ h$ .
- b) Détermine  $k \circ h(x)$  pour tout  $x$  appartenant à l'ensemble de définition de  $k \circ h$ .

6.

- a) En te servant de la forme canonique, démontre que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$h(x) = 2 \left[ \left( x + \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{49}{16} \right].$$

- b) Détermine l'image réciproque de  $I = [-3 ; 4]$  par  $h$ .

### **Problème 3**

Sur le bulletin de vote le logo de l'un des candidats à l'élection présidentielle comporte un cercle sur lequel est marqué un point A, image du nombre réel  $-\frac{103\pi}{5}$ . On remarque la présence d'autres points B et C qui représentent les solutions d'une équation (E).

Marcellin est chargé de reproduire le cercle et de représenter les points A, B et C.

7. Représente le cercle trigonométrique et marque le point A avec précision.

8. Sachant que  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ , détermine la valeur exacte de  $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$  et de  $\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right)$ .

9.  $x$  est un nombre réel tel que  $\cos x \neq 0$ .

- a) Démontre que  $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ .
- b) Calcule  $\cos x$  et  $\sin x$  sachant que  $\tan x = \frac{1}{3}$ .

10. En réalité les points B et C représentent les solutions sur  $\mathbb{R}$  de l'équation (E) :  $\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x = -\sqrt{3}$ .

- a) Démontre que : (E)  $\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{5\pi}{6}$
- b) Résous (E) dans  $\mathbb{R}$  puis place les points B et C sur le même cercle que le point A.

**Fin.**