

PREMIERE SERIE DE DEVOIRS SURVEILLES DU SECOND SEMESTRE : MARS 2019**EPREUVE DE : MATHEMATIQUES**

Contexte : Gestion d'une coopérative

Une coopérative agricole est spécialisée dans la production de jus de fruit. Les installations peuvent permettre à la coopérative de produire $N = 724 \, xy$ cartons de jus par trimestre où x et y désignent respectivement les chiffres des dizaines et des unités du nombre N .

La voie d'accès dans le lieu de la production est assimilable à une portion de courbe (C) de la fonction numérique h définie sur \mathbb{R} par :

$h(x) = xe^x - 2e^x + 3$ dans un repère orthonormé (O, I, J) et est dégradée en son minimum.

En vue d'assurer le bon fonctionnement de la coopérative il est mise en place un bureau $B = 4\overline{23}^5$ de personnes pour la diriger.

Bio, un membre de la coopérative et féru de mathématique est chargé de déterminer le nombre de carton de jus produits et veut également connaître les coordonnées de l'endroit précis de la dégradation de la voie.

Tâche : Tu es invité (e) à aider Bio à trouver une réponse à ses préoccupations en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

1. a-) Calcule limite de h en $-\infty$. Déduis -en l'existence d'une asymptote que tu préciseras.
b-) Vérifie que pour tout nombre réel x , $h(x) = (x - 2)e^x + 3$. Déduis-en la limite de h en $+\infty$.
2. a-) Démontre que pour tout nombre réel x , $h'(x) = (x - 1)e^x$
b-) Etudie le sens de variation de la fonction h puis dresse son tableau de variation.
c-) Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (C) en son point d'abscisse 0.
- 3) Construis (T) et (C) dans le même repère puis précise les coordonnées de l'endroit où la voie est dégradée. Prends $e \simeq 2,7$

Problème 2

Le nombre de personne demandeur de ce jus est $M = 1+2+3+\dots+255$ par mois. On rappelle que N est divisible par 2, par 5, et par 9.

- 4) Ecris en base 10 le nombre de personne mise en place pour diriger la coopérative.
- 5) a- En utilisant le critère de divisibilité par 2 et par 5 de N , détermine la valeur de y .
b) Détermine la valeur de x puis le nombre de cartons de jus produits.
c) Détermine le nombre $q = \overline{FACE}^{16}$ dans le système de numérotation.
- 6) a- Démontre par récurrence que pour tout nombre entier naturel non nul n ;
 $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$.
b) Déduis M et le nombre de personne demandeur de ce jus par trimestre.

BONNE COMPOSITION !!!