CEG ZOGBO **ANNEE - SCOLAIRE : 2018-2019**
COTONOU

PREMIERE SERIE DE DEVOIRS SURVEILLES DU SECOND SEMESTRE: MARS 2019

Epreuve : Mathématiques Classe: T^{le} D Durée : 04H

Contexte : La construction d'une salle de jeux.

Le Directeur du collège d'Enseignement Général ZOGBO vient de lancer un appel d'offre pour la construction d'une salle de jeux à **ZOGBO** pour l'épanouissement des jeunes de cette localité.

L'urbaniste en charge du plan de construction a muni l'espace d'un repère orthonormé $(o : \vec{\imath} ; \vec{\jmath} ; \vec{k})$ direct. Il a prévu :

- Placer des haut-parleurs à l'intérieur de la salle d'une manière régulière en des points :A(2 ; 1 ; 3) ; B(-3 ; -1 ; 7) et C(3 ; 2 ; 4) situés dans un plan (Q) et au point D (0 ; 0 ; 1) ;

- Poser une antenne parabolique sur une plaque dont le support est le plan (P) d'équation cartésienne : $x + 3y - z + 1 = 0$;

- Une des cordes devant fixer l'antenne a pour support la droite (Δ) de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \quad ; \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Codjo, un natif de **ZOGBO**, élève en classe de terminale scientifique a pris connaissance de ce plan de construction et se demande comment les structures techniques peuvent mener à bien ce projet.

Tâche : Tu es invité (e) à dissiper les inquiétudes de Codjo en aidant les structures techniques à travers les problèmes suivants.

Problème 1

1 –a) Démontre que le plan (Q) existe et est unique puis écris une équation cartésienne de (Q).

b) Démontre que les points A, B, C et D sont non coplanaires puis détermine le volume du tétraèdre ABCD.

2 – a) Justifie que la droite (Δ) et le plan (Q) sont perpendiculaires.

b) Détermine les coordonnées du point H tel que $(\Delta) \cap (Q) = \{H\}$

c) Détermine l'ensemble (Π) des points M de l'espace tels que :

$(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) \wedge (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}) = \vec{O}$

3 – a) Calcule la distance du point C à la droite(Δ).

b) Détermine l'ensemble des points M(x,y,z) de l'espace dont la distance au plan (P) est égale à $\sqrt{44}$. (unité de longueur)

4 – Démontre que les plans (P) et (Q) se coupent suivant une droite (D) dont tu préciseras un repère.

Problème 2

Le directeur a offert au comité d'organisation divers jeux. L'un des jeux consiste à lancer un gros dé cubique et, lorsqu'il est au repos, à observer l'inscription de sa face supérieure. Les différentes faces du dé portent les inscriptions 0 ; 1 ;-1 ; 2 ; $\sqrt{3}$ et -$\sqrt{2}$. Le dé est pipé de la manière suivante :

- Les évènements élémentaires$\{0\}$, $\{2\}$et $\{-\sqrt{2}\}$ sont équiprobables de probabilité $\frac{2}{9}$ chacun.
- Les évènements élémentaires$\{1\}$, $\{-1\}$et $\{\sqrt{3}\}$ sont équiprobables de probabilité $\frac{1}{9}$ chacun.

5-Détermine la probabilité des évènements suivants :

E : « L'inscription de la face supérieure est un nombre entier naturel ».

F : « L'inscription de la face supérieure est un nombre entier relatif ».

G: « L'inscription de la face supérieure est un nombre réel strictement négatif ».

6- Une phase du jeu consiste à lancer deux fois de suite le dé précédent. On désigne par a et b les inscriptions obtenues respectivement au premier lancer et au second lancer puis on pose z=a+ib où i^2= -1.Calcule la probabilité pour que :

- « z soit égal à $-1+i\sqrt{3}$ ».
- « z soit égal à $-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ ».

7- On pose $Z_1=-1+i\sqrt{3}$et $Z_2=-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$. Ecris Z_1 et Z_2 sous forme exponentielle puis $(Z_1)^{2015}$ sous forme algébrique.

<u>Problème 3</u>

Une partie du domaine offert par le directeur fondateur est réservée pour l'implantation des enjoliveurs. Cette partie (Γ_0) du domaine est délimitée par la courbe (C)plan muni d'un repère orthonormé de la fonction$f$ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2\ell nx - ex, \ si \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

et celle d'une courbe (**C** ') déduite de Celle de la fonction $x \mapsto ex - x^2\ell n(x)$.

8) – Soit D l'ensemble de définition de f.

a) Justifie que $D = [0;\ +\infty[$
b) Démontre que $f$est continue sur D.
c) Etudie la dérivabilité de f à droite en 0 et donne une interprétation géométrique du résultat.
d) Détermine $f'(x)$ pour tout x élément de $]0\ ;\ +\infty[$

9) – On considère la fonction u définie sur $]0\ ;\ +\infty[$par:

$$u(x) = 2x\ell nx + x - e$$

a) Etudie le sens de variation de u.
b) Calcule les limites de u à droite de O et au voisinage de $+\infty$.
c) Démontre que l'équation $u(x) = 0$ admet une solution unique α et que $1{,}5 < \alpha < 1{,}6$.
d) Détermine le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de$x$.

10) – a) Dresse le tableau de variation de$f$.

b) Calcule$f(e)$.

c) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $]0\ ;\ +\infty[$ que tu préciseras.

d) Détermine le signe de $f(x)$ pour tout $x$élément de$]0\ ;\ +\infty[$.

11) – a) Calcule $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$et donne une interprétation géométrique du résultat.

b) Trace la courbe (**C**).

c) La courbe (**C**') est celle de la fonction $x \mapsto ex - x^2\ell n(x)$

Explique comment (**C**') se déduit de (**C**) puis construis (**C** ') dans le même repère que (**C**).