CEG ZOGBO **ANNEE - SCOLAIRE : 2018-2019**

COTONOU

PREMIERE SERIE DE DEVOIRS SURVEILLES DU SECOND SEMESTRE: MARS 2019

Epreuve : Mathématiques Classe: 2nde D Durée : 03H

Contexte : Le projet ABOKI

Démarré, il y a encore quelques années le projet ABOKI est un grand projet d'axe routier reliant six villes à savoir : Cotonou, Allada, Abomey, Bohicon, Kétou, Illara.Ces villes seront reliées par un grand corridor permettant de faciliter le trafic routier et les échanges rapides entre les populations pour un développement harmonieux du Bénin.

L'entreprise Sarl qui avait gagné le marché pour une meilleure réalisation avait fait observer la photo des voies à tracer avec les grands carrefours sur un écran d'ordinateur et sur chaque courbe représentant chaque voie donnée, les fonctions suivantes.

$$F(x) = \begin{cases} -x+1 \text{ si } x \in [-1\,;0[\\ 1 \text{ si } x \in [0;1[\\ X+1 \text{ si } x \in [1\,;2[\\ 2x+1 \text{ si } x \in [2\,;3[\end{cases}$$

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto 3x^2 - 4x + 5$$

$$h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \frac{\sqrt{-x+5}}{-2x+1}$$

$$i : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \sqrt{|-3x+4|-2}$$

$$j :]3,+\infty[\longrightarrow \mathbb{R}+, \quad x \longmapsto -2x+9$$

$$k : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \frac{3x\sqrt{x-2}}{x-2}$$

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \frac{3x}{\sqrt{x-2}}$$

Salim le grand-frère de Zoé pour se faire un peu d'argent participe aux travaux de construction de ces grandes voies. Vue son habileté le maitre d'ouvrage lui propose d'étudier la fiabilité et la durée de vie de ces voies en étudiant chacune de ces fonctions qui les caractérise. Pour réussir son travail Salim sollicite l'aide de Zoé qui est en seconde scientifique.

Tâche : Tu es invité(e) à aider Salim en résolvant les trois problèmes ci-dessous.

SUITE 1 EPREUVE DE MATHEMATIQUES 2nde D

Problème N°1

1- Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions F, g, h, i et j

2- a- Vérifie que pour tout x∈ ℝ, g(x) = $3(x-\frac{2}{3})^2+\frac{11}{3}$

b- Démontre que $\frac{11}{3}$ est un minimum de g puis précise le point où il est atteint.

c- Etudie les variations de g sur chacun des intervalles$]-\infty;\frac{2}{3}]$ et $[\frac{2}{3}$; +∞ [

d- Dresse le tableau de variation de g sur [-2 ;2].

3- Démontre que les fonctions u et k sont égales.

Problème N°2

Pour construire le grand carrefour qui doit desservir les autres voies, l'ingénieur utilise deux portions de voies de trajectoires données par les fonctions :

$V : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $q : IR\setminus\{1\} \to IR\setminus\{2\}$

$x \longmapsto x^2$ $x \longmapsto \frac{2x-1}{x-1}$

Et un poteau assimilable à une droite (Δ) : y = x+2.

4- a- Etudie les variations de V sur chacun des intervalles] -∞ ;0] et [0 ; +∞ [

b- Trace sur le même graphique les courbes représentatives de V sur [-3 ; 3] en complétant le tableau.

X	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**
V(x)							

Puis la droite (Δ)

5- Déduis-en :

a- La résolution de l'équation $x^2-x-2=0$

b- La résolution des inéquations (I_1) : $x^2-x-2<0$ et (I_2)$x^2-x-2>0$.

6- a- Définis et traduis en langage mathématique si possible les expressions suivantes : Application – Application injective – Application surjective – Application bijective.

b –Démontre que q est une application bijective puis définis sa bijection réciproque q-1.

SUITE 2 EPREUVE DE MATHEMATIQUES 2^nde D

Problème N⁰3

L'ingénieur considère la portion de voie de trajectoire donnée par la fonction l caractérisant la dépression d'Allada définie par

$$l :]-1\ ;\ \tfrac{3}{2}\ ] \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{-2X^3-X^2+4X+3}{X^2-X-2}$$

7- On pose Q(X)= $-2x^3 - x^2 + 4x + 3$

a- Justifie que -1 est un zéro de Q ;

b- Trouve un polynôme R(x) tel que Q(x)=(x+1) R(x) (tu utiliseras la méthode de division euclidienne)

c- Factorise R(x) puis déduis-en une factorisation de Q(x)

8- Soit T(x) = $x^2 - x - 2$

a- Factorise si possible T(x).

b- Résous dans IR, les équations Q(x) = 0 et T(x) = 0

9- a- Simplifie l(x) = $\frac{Q(x)}{T(x)}$ sur son ensemble de définition.

b – Etudie le signe de l(x) selon les valeurs de x

c – Déduis-en l'ensemble de solutions de l'inéquation l(x) ≤ 0.