EJERCICIOS RESUELTOS

ESTATICA

1. En el sistema determinar la tensión en el cable A, si se sabe que $W = 100\ N$.

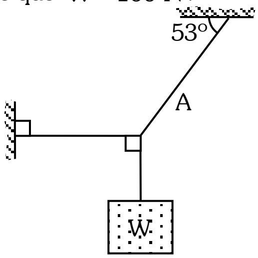
a) 150 N

b) 140 N

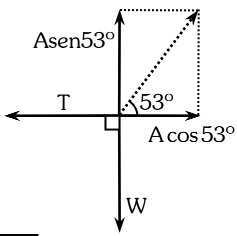
c) 130 N

d) 125 N

e) 120 N



Solución:
D.C.L.



$\sum Fy = 0$

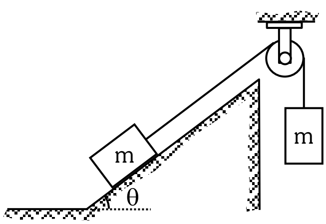
$A sen53° - W = 0$

$A sen53° = W$

$$A = \frac{100}{sen53°} = \frac{100}{\frac{4}{5}}$$

$A = \boxed{125\ N}$ **Rpta.**

2. En el esquema las masas son iguales, determinar el coeficiente de rozamiento necesario para que los bloques se muevan con M.R.U.

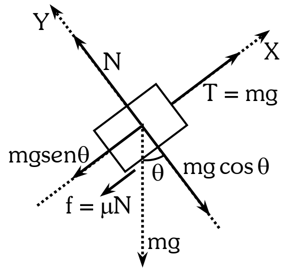


a) $\tan\theta - \sec\theta$ b) $\sec\theta - \tan\theta$

c) $\sec\theta - \cos\theta$ d) $\tan\theta - \cot\theta$

e) $\sec\theta - \cot\theta$

Solución:
D.C.L. de uno de los bloques:



Por condición de equilibrio:

$\sum F_y = 0:$ $\quad N - mg\cos\theta = 0$

$N = mg\cos\theta$

$\sum F_x = 0:$ $\quad mg - f - mgsen\theta = 0$

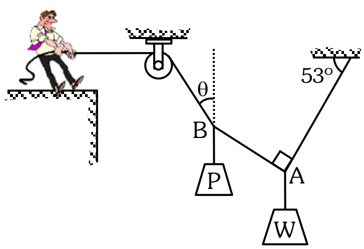
$\mu N = mg - mgsen\theta$

$\mu\, \cancel{mg} \cos\theta = \cancel{mg}(1 - sen\theta)$

$$\mu = \frac{1 - sen\theta}{\cos\theta}$$

$\mu = \boxed{\sec\theta - \tan\theta}$ **Rpta.**

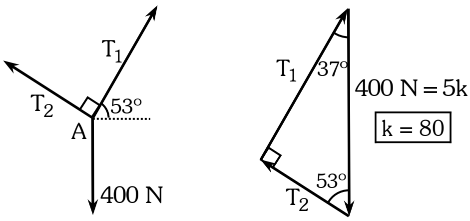
3. Un hombre ayudado por una polea jala una cuerda en forma horizontal, los pesos mostrados son $W = 400\ N$ y $P = 300\ N$. Si el sistema está en equilibrio hallar el ángulo "θ".



a) $tg^{-1}(0,2)$ b) $tg^{-1}\frac{16}{33}$ c) $tg^{-1}\frac{16}{37}$

d) $tg^{-1}(1,2)$ e) $tg^{-1}(0,4)$

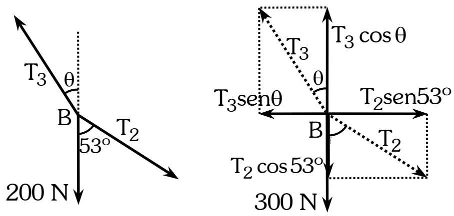
Solución:
D.C.L. del nudo "A"



$T_1 = 4k = 320\ \text{N}$

$T_2 = 3k = 240\ \text{N}$

D.C.L. del nudo "B"



En el eje "X":

$\sum F_x = 0 : T_3\text{sen}\theta - 240\text{sen}53^\circ = 0$

$T_3\text{sen}\theta = 240\text{sen}53^\circ$

$T_3\text{sen}\theta = 240 \times \dfrac{4}{5}$

$T_3\text{sen}\theta = 192 \qquad \ldots (1)$

En el eje "Y":

$\sum F_x = 0 : T_3\text{sen}\theta - 240\text{sen}53^\circ = 0$

$\sum F_y = 0 : T_3\cos\theta - 240\cos 53^\circ - 300 = 0$

$T_3\cos\theta = 240\cos 53^\circ + 300$

$T_3\cos\theta = 240 \times \dfrac{3}{5} + 300$

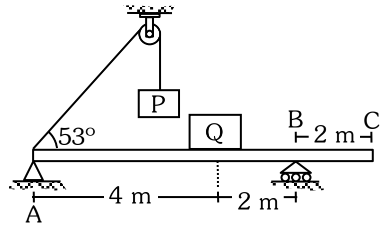
$T_3\cos\theta = 444 \qquad \ldots (2)$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{T_3\text{sen}\theta}{T_3\cos\theta} = \frac{192}{444} \Rightarrow \tan\theta = \frac{16}{37}$$

$$\theta = \boxed{\text{tg}^{-1}\frac{16}{37}} \Rightarrow \theta \approx 23{,}38^\circ$$

4. El peso de la viga en la figura es $40\ \text{N}$ y los valores de los pesos son $P = 15\ \text{N}$ y $Q = 18\ \text{N}$. Hallar las reacciones en "A" y "B" (en newtons) respectivamente son.

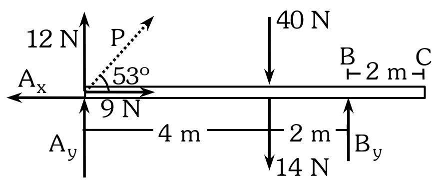


a) $2\sqrt{13}$ y 36 b) $3\sqrt{13}$ y 16

c) $3\sqrt{13}$ y 46 c) $3\sqrt{13}$ y 36

d) $3\sqrt{13}$ y 56

Solución:
D.C.L. de la viga:



Por condiciones de equilibrio:

$\sum F_x = 0 :\ 9 - A_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 9\ \text{N}}$

$\sum F_y = 0 :\ A_y + 12 - 40 - 14 + B_y = 0$

$A_y + B_y = 42 \qquad \ldots (1)$

$\sum M_0 = 0 : \quad -4(54) + 6B_y = 0$

$\boxed{B_y = 36\ \text{N}}$

Sustituyendo en (1): $\boxed{A_y = 6\ \text{N}}$

Las reacciones totales en "A" y "B" son:

$R_A = \sqrt{9^2 + 6^2}$

$R_A = \sqrt{81 + 36}$

$$\left.\begin{aligned} R_A &= 3\sqrt{13}\ \text{N} \\ R_B &= 36\ \text{N} \end{aligned}\right\} \quad \textbf{Rpta.}$$

5. Hallar el módulo del momento generado por la fuerza $\overline{F} = 60i + 80k$ y el vector de posición $\overline{r} = -2i + 2j - k$.

Solución:

$$\overline{M} = \overline{r} \times \overline{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 60 & 0 & 80 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -160i - 100j + 120k$$

$$\overline{M} = 20(-8i - 5j + 6k)$$

$$\|\overline{M}\| = 20\sqrt{(-8)^2 + (-5)^2 + 6^2}$$

$$\|\overline{M}\| = \boxed{100\sqrt{5}}$$ **Rpta.**

6. Una barra de peso despreciable, soporta el peso de un bloque de 20 N en la posición indicada, si está sostenida por un cable en el punto "B". Hallar la tensión en el cable.

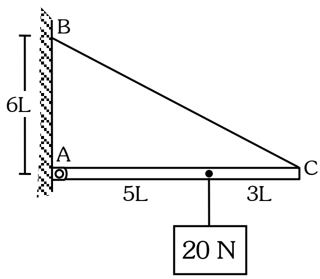
a) $\frac{121}{6}$ N

b) $\frac{127}{6}$ N

c) $\frac{133}{6}$ N

d) $\frac{125}{6}$ N

e) 20 N

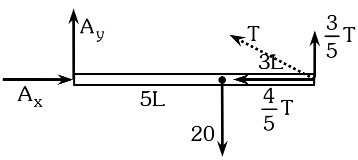


Solución:

Cálculo de "θ"

$$\theta = \arctan\frac{6L}{8L} = \arctan\frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\theta = 37^\circ}$$

Elaborando el D.C.L. de la barra:



$$\sum F_x = 0: \; A_x - \frac{4}{5}T = 0$$

$$\sum F_y = 0: \; A_y + \frac{3}{5}T - 20 = 0$$

Aplicando momentos de fuerza en el punto "A":

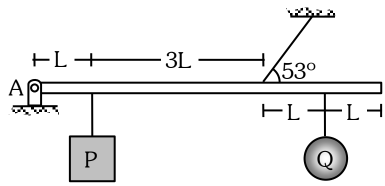
$$\sum M_A = 0$$

$$-20(5L) + \frac{3}{5}T(8L) = 0$$

$$24T = 500$$

$$T = \boxed{\frac{125}{6}\text{ N}}$$ **Rpta.**

7. Una barra que pesa 120 N soporta dos cargas $P = 60$ N y $Q = 20$ N , tal como se indica en la figura. Determinar la reacción en el apoyo A.

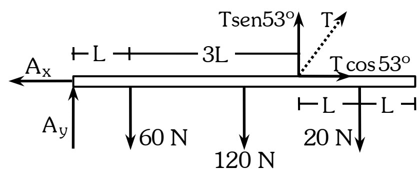


a) $30\sqrt{17}$ b) $40\sqrt{13}$ c) $40\sqrt{15}$

d) $40\sqrt{17}$ e) $40\sqrt{5}$

Solución:

Diagrama de cuerpo libre de la barra:



2da. condición de equilibrio:

$$\sum M_A = 0:$$

$$-L(60) - 3L(100) + 4L(T\text{sen}53^\circ) - 5L(20) = 0$$

$$4T\left(\frac{3}{5}\right) = 60 + 300 + 120$$

$$12T = 5(480) \Rightarrow \boxed{T = 200\text{ N}}$$

1ra. condición de equilibrio:

$$\sum F_x = 0: \; A_x = T\cos 53^\circ$$

$$A_x = 200\left(\frac{4}{5}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_x = 160\ \text{N}}$$

$\sum F_y = 0:\ A_y + T\text{sen}53^\circ = 200$

$$A_y + 200\left(\frac{4}{5}\right) = 200$$

$$A_y + 160 = 200 \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_y = 40\ \text{N}}$$

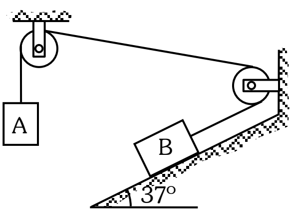
La reacción total en A es:

$$R = \sqrt{(160)^2 + (40)^2}$$

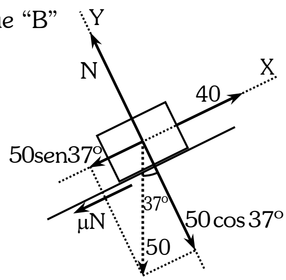
$$R = \sqrt{(40)^2(4)^2 + (40)^2}$$

$$R = \boxed{40\sqrt{17}} \quad \textbf{Rpta.}$$

8. Hallar el coeficiente de fricción del bloque con el plano inclinado, si el sistema se encuentra en equilibrio. $W_A = 40$ N y $W_B = 50$ N.



Solución:
D.C.L. bloque "B"



$\sum F_y = 0:$

$$N - 50\cos 37^\circ = 0$$

$$N = 50\left(\frac{4}{5}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = 40}$$

$\sum F_x = 0:$

$$40 - 50\text{sen}37^\circ - \mu N = 0$$

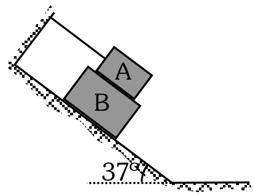
$$40 - 50\left(\frac{3}{5}\right) - 40\mu = 0$$

$$\mu = \frac{40 - 30}{40}$$

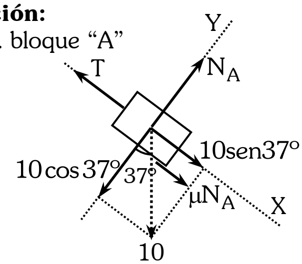
$$\mu = \frac{1}{4} = \boxed{0{,}25} \quad \textbf{Rpta.}$$

9. En la figura el sistema se encuentra en equilibrio. Hallar la tensión en la cuerda si el coeficiente de rozamiento entre las superficies es el mismo $W_A = 10$ N y $W_B = 15$ N.

a) 11,12 N
b) 9,02 N
c) 8,02 N
d) 10,12 N
e) 15,02 N



Solución:
D.C.L. bloque "A"

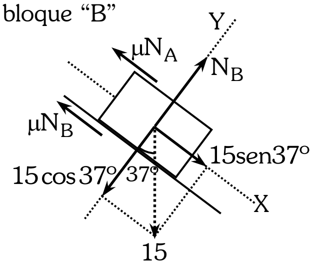


$$T - 10\text{sen}37^\circ - \mu N_A = 0$$

$$T = 10\left(\frac{3}{5}\right) + \mu(10)\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$T = 6 + 8\mu \qquad \ldots (1)$$

D.C.L. bloque "B"



$$15\text{sen}37^\circ - \mu N_A - \mu N_B = 0$$

$$15\text{sen}37^\circ = 10\mu(\cos 37^\circ + \text{sen}37^\circ)$$

$$15\left(\frac{3}{5}\right) = 10\mu\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\right)$$

$45 = 70\mu \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mu = 0{,}64}$

Reemplazando en (1):

$T = 6 + 8(0{,}64)$

$T = \boxed{11{,}12\text{ N}}$ **Rpta.**

10. En la figura hallar el coeficiente de rozamiento con los planos inclinados tiene el mismo valor, si el sistema se encuentra en equilibrio, $3m_A = 2m_B$. Hallar dicho coeficiente.

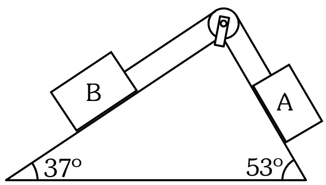
a) 0,05

b) 0,04

c) 0,06

d) 0,5

e) 0,4

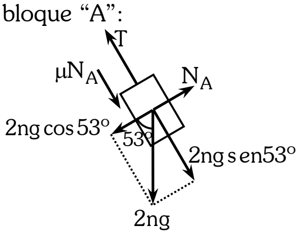


Solución:

De los datos:

$$\frac{m_A}{2} = \frac{m_B}{3} = n \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} m_A = 2n \\ m_B = 3n \end{cases}$$

D.C.L. bloque "A":



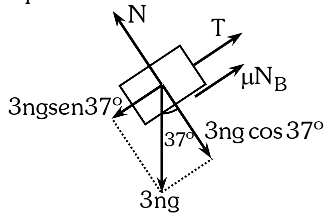
$T - \mu N_A - 2ng\,\text{sen}53° = 0$

$T = \mu(2ng\cos 53°) + 2ng\,\text{sen}53°$

$$T = 2\mu n(10)\left(\frac{3}{5}\right) + 2n(10)\left(\frac{4}{5}\right)$$

$T = 12\mu n + 16n \qquad \ldots (1)$

D.C.L. bloque "B"



$T + \mu N_B - 3ng\,\text{sen}37° = 0$

$$T = 3ng\left(\frac{3}{5}\right) - 3\mu ng\left(\frac{4}{5}\right)$$

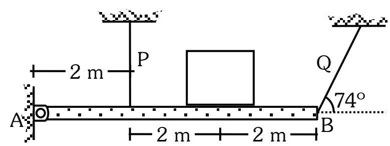
$T = 18n - 24\mu n \qquad \ldots (2)$

Igualando (1) y (2):

$12\mu n + 16n = 18n - 24\mu n$

$36\mu = 2 \quad \Rightarrow \quad \mu = \boxed{\dfrac{1}{18}}$ **Rpta.**

11. La tensión máxima que puede soportar el cable "P" es 120 N. Cuál es la reacción en el punto "A" para que el sistema se encuentre en equilibrio y el cable "P" a punto de arrancarse, después de colocar el bloque de 75 N de peso, si se sabe que el peso de la barra es 20 N.

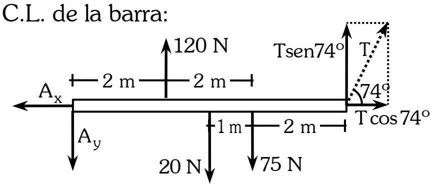


a) 8,2 N b) 8,12 N c) 6,85 N

d) 8,77 N e) 6,45 N

Solución:

D.C.L. de la barra:



$\sum M_A = 0:$

$2(120) - 3(20) - 4(75) + 6(T sen74°) = 0$

$6(T sen74°) = 120$

$6\left(\frac{24}{25}\right)T = 120 \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = \frac{125}{6}\ N}$

$\sum F_y = 0:$

$T\cos 74° - A_x = 0$

$A_x = \frac{125}{6}\cdot\frac{7}{25} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_x = 7{,}2\ N}$

$\sum F_x = 0:$

$120 + T sen74° - A_y - 20 - 75 = 0$

$A_y = 25 - \frac{125}{6}\cdot\frac{24}{25} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_y = 5\ N}$

Finalmente:

$R_A = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2}$

$R_A = \sqrt{(7{,}2)^2 + 5^2}$

$R_A \approx \boxed{8{,}77\ N}$ **Rpta.**

12. En la figura, determinar al ángulo de equilibrio, el sistema se encuentra en equilibrio.

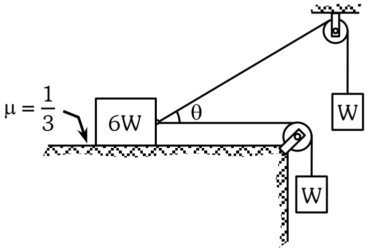
a) 30°

b) 45°

c) 37°

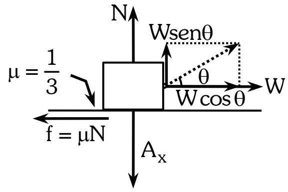
d) 53°

e) 60°



Solución:

D.C.L. del bloque en el piso:



$\sum F_y = 0:$

$N + W sen\theta - 6W = 0$

$N = 6W - W sen\theta$

$N = W(6 - sen\theta) \quad \ldots (1)$

$\sum F_x = 0:$

$W + W\cos\theta - \mu N = 0$

$W + W\cos\theta - \mu W(6 - sen\theta) = 0$

$1 + \cos\theta - \frac{1}{3}(6 - sen\theta) = 0$

$1 + \cos\theta - 2 + \frac{1}{3}sen\theta = 0$

$\cos\theta + \frac{1}{3}sen\theta = 1$

Aplicando método trigonométrico:

$\frac{1}{3}sen\theta = 1 - \cos\theta$

$\frac{1}{9}sen^2\theta = 1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta$

$1 - \cos^2\theta = 9 - 18\cos\theta + 9\cos^2\theta$

$10\cos^2\theta - 18\cos\theta + 8 = 0$

$5\cos^2\theta - 9\cos\theta + 4 = 0$

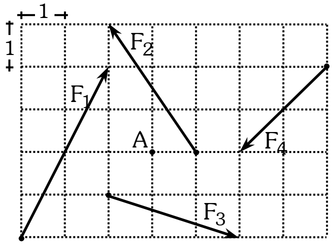
$5\cos\theta \quad\quad -4$

$\cos\theta \quad\quad -1$

Se deduce que:

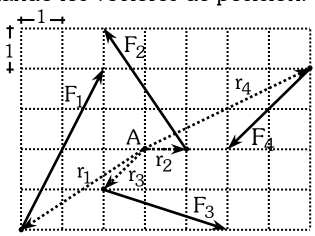
$\cos\theta = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad \theta = \boxed{37°}$ **Rpta.**

12. En el gráfico hallar el módulo del momento resultante, con respecto al punto A:



a) $-12k$ b) $-10k$ c) $15k$
d) $-18k$ e) $-15k$

Solución:
Representando los vectores de posición:



$r_1 = -3i + 2j \Rightarrow F_1 = 2i + 4j$

$r_2 = i \Rightarrow F_2 = -2i + 3j$

$r_3 = 3i - j \Rightarrow F_3 = 3i - j$

$r_4 = -2i + 2j \Rightarrow r_1 = -3i + 2j$

$\overline{M} = r_1 \times F_1 + r_2 \times F_2 + r_3 \times F_3 + r_4 \times F_4$

$$\overline{M} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & +3 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

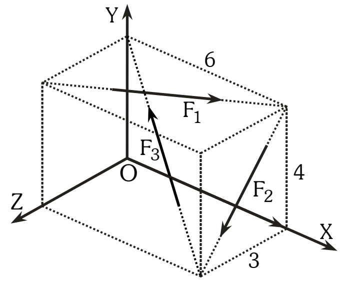
$\overline{M} = (-16 + 3 + 6 + 2)k$

$\overline{M} = \boxed{-15k}$ **Rpta.**

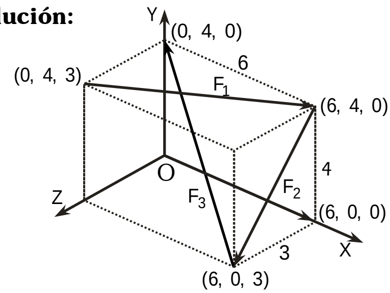
13. En el gráfico, determinar el módulo del momento total (en N.m) generado por las fuerzas con respecto al origen de coordenadas.

$F_1 = 3\sqrt{5}$ N; $F_2 = 10$ N; $F_3 = 2\sqrt{61}$ N

a) $10\sqrt{6}$
b) $8\sqrt{6}$
c) $14\sqrt{6}$
d) $12\sqrt{3}$
e) $12\sqrt{6}$



Solución:



Cálculo de los vectores de posición:

$\bar{r}_1 = 4j + 3k$; $\bar{r}_2 = 6i + 4j$; $\bar{r}_3 = 6i + 3k$

Cálculo de las fuerzas:

$\overline{F}_1 = \|\overline{F}_1\| \overline{U}_{\overline{F}_1}$

$$\overline{F}_1 = 4\sqrt{5}\left(\frac{6i - 3k}{\sqrt{6^2 + 3^2}}\right) = \frac{4\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}(6i - 3k) = 8i - 3k$$

$\overline{F}_2 = \|\overline{F}_2\| \overline{U}_{\overline{F}_2}$

$$\overline{F}_2 = 10\left(\frac{-4j + 3k}{\sqrt{(-4)^2 + 3^2}}\right) = \frac{10}{5}(-4j + 3k) = -8j + 6k$$

$\overline{F}_3 = \|\overline{F}_3\| \overline{U}_{\overline{F}_3}$

$$\overline{F}_3 = 2\sqrt{61}\left(\frac{-6i + 4j - 3k}{\sqrt{(-6)^2 + 4^2 + (-3)^2}}\right)$$

$$\overline{F}_3 = \frac{2\sqrt{61}}{\sqrt{61}}(-6i + 4j - 3k) = -12i + 8j - 6k$$

El momento total es:

$$\overline{M}_0 = \bar{r}_1 \times \overline{F}_1 + \bar{r}_2 \times \overline{F}_2 + \bar{r}_3 \times \overline{F}_3$$

$$\overline{M}_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 4 & 3 \\ 8 & 0 & -3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & 4 & 0 \\ 0 & -8 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & 0 & 3 \\ -12 & 8 & -6 \end{vmatrix}$$

$$\overline{M}_O = -12i + 24j - 24k + 24i - 36j - 48k - 24i + 48k$$

$$\overline{M}_O = -12i - 12j - 24k = 12(-i - j - 2k)$$

Módulo del momento:

$$\|\overline{M}_0\| = 12\sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + (-2)^2}$$

$$\|\overline{M}_0\| = \boxed{12\sqrt{6}\ \text{N.m}}$$ **Rpta.**