ESTATICA

Es la parte de la física que estudia las fuerzas en equilibrio.
Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas o actúan varias fuerzas cuya resultante es cero, decimos que el cuerpo está en equilibrio.
Si un cuerpo está en equilibrio significa que está en reposo o se mueve en línea recta con velocidad constante.
Para un cuerpo en equilibrio la fuerza neta es cero.

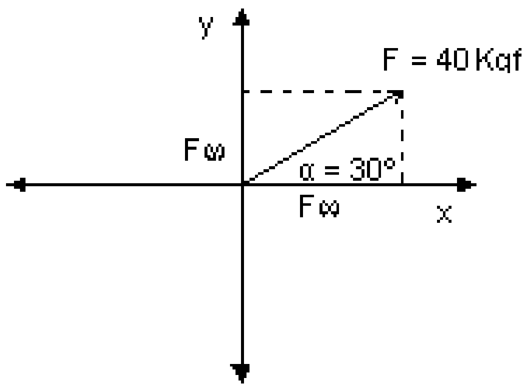
Componentes ortogonales de una fuerza

Uno de los métodos para sumar vectores emplea las proyecciones de un vector a lo largo de los ejes de un sistema de coordenadas rectangulares. Estas proyecciones se llaman **componentes ortogonales.**

Cualquier vector o, en nuestro caso, cualquier fuerza se puede describir por completo mediante sus componentes.
Si consideramos una fuerza F en un sistema de coordenadas rectangulares, como se ve en la figura, notamos que F se puede expresar como la suma de dos vectores que son las componentes F_x paralelo al eje **x** y F_y paralelo al eje **y.**

$$\mathbf{F = F_x + F_y}$$

Donde F_x y F_y son los vectores componentes de F.
Estas componentes pueden ser números positivos o negativos.



Estas componentes forman dos lados de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa tiene la magnitud de F. Así la magnitud y dirección de F están relacionadas con sus componentes por el teorema de Pitágoras, y la definición de tangente.

Debajo se encuentran las formulas para calcular las componentes y el ángulo α que determina la dirección de la fuerza.

$\boxed{F_{(x)} = F.\cos\alpha}$

$F_{(y)}$= F. sen α

La magnitud de la fuerza neta resultante será: $F=\sqrt{(F_{(x)})^2 + (F_{(y)})^2}$

Para calcular la dirección del vector F utilizamos la función trigonométrica:

$$tg\ \alpha = \left| F_{(y)} / F_{(x)} \right|$$

Despejamos α y obtenemos

$$\alpha = arc\ tg \left| F_{(y)} / F_{(x)} \right|$$

Aclaración:

Llamamos α al ángulo que forma la fuerza con el eje de las abscisas.

Veamos en el ejemplo anterior el cálculo de las componentes:

$F_{(x)}$= F. cos 30º

$F_{(x)}$= 40 Kgf . 0.866

$F_{(x)}$= 34.64 Kgf

$F_{(y)}$= F . sen 30º

$F_{(y)}$= 40 Kg. ½

$F_{(y)}$= 20 Kgf

Importante: recordamos debajo los signos de las componentes de acuerdo a la posición que se encuentre el vector F

- Si F pertenece al I cuadrante: es $F_{(x)}$ positiva y $F_{(y)}$ positiva.
- Si F pertenece al II cuadrante: es $F_{(x)}$ negativa y $F_{(y)}$ positiva.
- Si F pertenece al IIIcuadrante: es $F_{(x)}$ negativa y $F_{(y)}$ negativa.
- Si F pertenece al IV cuadrante: es $F_{(x)}$ positiva y $F_{(y)}$ negativa.

Estos signos son muy importantes para determinar el ángulo que formará la fuerza neta con el eje positivo x

Determinación de la resultante de un sistema de fuerzas utilizando componentes ortogonales

Muchas veces se necesita obtener además de gráficamente, la resultante en forma algebraica, de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. A esto se le llama fuerza neta que actúa sobre un cuerpo.

Para ello seguimos este procedimiento: primero hallamos las componentes de todos los vectores. A continuación se suman todas las componentes **x** para obtener la resultante en dirección de **x**. luego sumamos todas las componentes **y** para hallar la componente resultante en la dirección **y**.

Luego utilizamos el teorema de Pitágoras para determinar la magnitud del vector resultante.

Por último aplicamos la función trigonométrica tangente para determinar el ángulo que forma la fuerza con el eje **x**.

Para determinar en qué cuadrante estará actuando la Fuerza Resultante (que reemplaza a todas las fuerzas que le dieron origen), se observan los signos de las resultantes parciales para cada eje (x e y).

Ejemplo:

Calcular en formas grafica y analítica la resultante del siguiente sistema de fuerzas utilizando el método de las componentes rectangulares:

F_1= 200 Kgf; **ε** al I cuadrante y α= 30º

F_2= 300 Kgf; **ε** al II cuadrante y α= 45º

F_3= 150 Kgf; **ε** al III cuadrante y α= 50º

Con Escala: 1 cm= 50 Kgf realizar el gráfico correspondiente

Cálculo de las componentes de las fuerzas:

$F_{1(x)} = F_1 \cdot \cos\alpha$

$F_{1(x)} = 200\ Kgf \cdot \cos 30º$

$\underline{F_{1(x)} = 173.2\ Kgf}$

$F_{1(y)} = F_1 \cdot \text{sen}\ \alpha$

$F_{1(y)} = 200\ Kgf \cdot \text{sen}\ 30º$

$\underline{F_{1(y)} = 100\ Kgf}$

$F_{2(x)} = F_2 \cdot \cos\alpha$

$F_{2(x)} = 300\ Kgf \cdot \cos 45º$

$\underline{F_{2(x)} = -212.13\ Kgf}$

$F_{2(y)} = F_2 \cdot \text{sen}\ \alpha$

$F_{2(y)} = 300\ Kgf \cdot \text{sen}\ 45º$

$\underline{F_{2(y)} = 212.13\ Kgf}$

$F_{3(x)} = F_3 \cdot \cos\alpha$

$F_{3(x)} = 150\ Kgf \cdot \cos 50º$

$\underline{F_{3(x)} = -96.3\ Kgf}$

$F_{3(y)} = F_3 \cdot \text{sen}\ \alpha$

$F_{3(y)} = 150\ Kgf \cdot \text{sen}\ 50º$

$\underline{F_{3(y)} = -114.9\ Kgf}$

Calculo de las componentes de la resultante ($R_{(x)}$ y $R_{(y)}$)

$R_{(x)} = \Sigma F_{(x)}$

$R_{(x)} = 173.2\ Kgf - 212.13\ Kgf - 96.3\ Kgf$

$\underline{R_{(x)} = -135.23\ Kgf}$

$R_{(y)} = \Sigma F_{(y)}$

$R_{(y)} = 100\ Kgf + 212.13\ Kgf - 114.9\ Kgf$

$\underline{R_{(y)} = 197.23\ Kgf}$

Calculo de la resultante

$$R = \sqrt{(R_{(x)})^2 + (R_{(y)})^2}$$

$$R = \sqrt{(-135.23\ Kgf)^2 + (197.23\ Kgf)^2}$$

$\underline{R = 239.13\ Kgf}$

Calculo del ángulo que forma la resultante con el eje de las abscisas

$tg\ \alpha = R_y / R_x$

$tg\ \alpha = 197.23\ Kgf / 135.23\ Kgf$

$tg\ \alpha = 1.458$

$\alpha = arc\ tg\ 1.458$

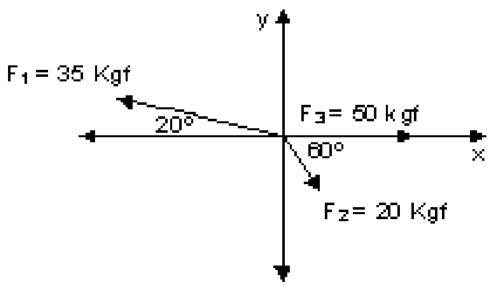
$\underline{\alpha = 55^{o}33'17''}$

La resultante pertenece al II cuadrante.

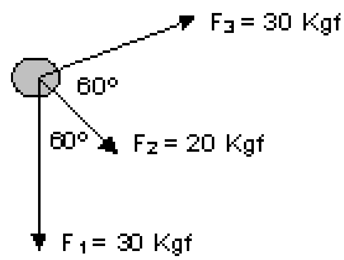
Ejercitación:

Determinar la resultante de los siguientes sistemas de fuerzas, en forma gráfica y analítica. Trazar el gráfico a escala.

a.



b.



Cálculo de tensiones (fuerzas en equilibrio)

Recordemos que al estar el sistema en equilibrio la sumatoria de las fuerzas debe ser cero. (1ra Condición de Equilibrio)

$\Sigma F_{(x)} = 0$

$\Sigma F_{(y)} = 0$

Sugerencias para resolver problemas de Estática ó equilibrio de un cuerpo rígido

Para resolver estos problemas se utiliza sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas lineales.

Conviene repasar los métodos de resolución de estos sistemas de ecuaciones. Aquí utilizaremos el método de sustitución.

Elabora un esquema ó gráfico del objeto considerado.

Determina las incógnitas del problema e identifique claramente los datos del mismo. Se deberá plantear al menos tantas ecuaciones como incógnitas para poder resolver el problema.

Dibuja un diagrama de **cuerpo libre** y asigna una letra a cada una de todas las fuerzas externas que actúan sobre el objeto. Intente predecir de antemano la dirección y sentido de cada una de las fuerzas que no son datos del problema, por ejemplo las reacciones. A veces esto último no es tan evidente cuando no se tiene demasiada práctica. Si suponemos un sentido que no es el correcto y esto lo conduce a un signo negativo en la solución de alguna fuerza, no se alarme; esto significa simplemente que el sentido de esa fuerza es opuesto al considerado.

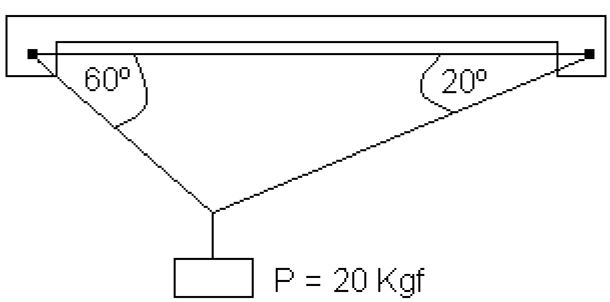
Descompongamos todas las fuerzas en sus componentes rectangulares, pero elijamos un sistema de coordenadas conveniente.
Aplica la primera condición de equilibrio: **ΣF = 0**, la fuerza externa resultante debe ser igual a cero. Es conveniente muchas veces escribir la **ΣF = 0** en las dos direcciones **XY,** es decir $\Sigma F_X = 0$ y $\Sigma F_Y = 0$. Recuerda conservar los signos de cada componente según el sentido de cada fuerza y el sistema de coordenadas. Estas dos últimas expresiones aportan dos ecuaciones para determinar las incógnitas del problema.

Más acerca del **diagrama de cuerpo libre**:
Para obtener buenos resultados al aplicar las Leyes de Newton ó las condiciones de equilibrio de un cuerpo rígido, es importante poder identificar, en primer lugar, **todas las fuerzas** que actúan sobre el cuerpo considerado. El diagrama de estas fuerzas se denomina “diagrama de cuerpo libre” y para construirlo correctamente es necesario realizar algunas consideraciones como las siguientes.
Se elige un punto común como punto de aplicación de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Se toma ese punto común como origen de un sistema de coordenadas **(X Y)**, seleccionando adecuadamente la posición de los ejes coordenados.

Una vez ubicado el origen, se representan a partir de éste los vectores que representan a cada una de las fuerzas identificadas. La representación de cada fuerza no debe realizarse necesariamente en escala ya que se trata sólo de un diagrama, aunque es conveniente respetar la relación entre los diferentes módulos si éstos se conocen. Es decir, las fuerzas de mayor módulo se representaran con vectores de mayor longitud y viceversa.

Ejemplos:

1. Dos cables están unidos en “V” y cargados según se indica en la figura. Hallar las tensiones en los cables.



Antes de comenzar a resolver el ejercicio es recomendable, realizar un diagrama de **cuerpo libre.**

Condición de equilibrio

$R = 0$; $R_{(x)} = 0$
$R_{(y)} = 0$

$R_{(x)} = \Sigma F_{(x)} = 0$
$T_{1(x)} - T_{2(x)} = 0$
$T_1 \,.\, \cos 20º - T_2 \,.\, \cos 60º = 0$

$\boxed{T_1 \,.\, 0.939 - T_2 \,.\, 0.5 = 0}$ ①

$R_{(y)} = \Sigma F_{(y)} = 0$
$T_{1(y)} + T_{2(y)} - P = 0$
$T_1 \,.\, \text{sen } 20º + T_2 \,.\, \text{sen } 60º = 20 \text{ Kgf}$

$\boxed{T_1 \,.\, 0.342 + T_2 \,.\, 0.866 = 20 \text{ Kgf}}$ ②

$$\begin{cases} T_1 \,.\, 0.939 - T_2 \,.\, 0.5 = 0 & ① \\ T_1 \,.\, 0.342 + T_2 \,.\, 0.866 = 20 \text{ Kgf} & ② \end{cases}$$

<u>Método de sustitución:</u>
En ①: $T_1 = \dfrac{T_2 \,.\, 0.5}{0.939}$

reemplazando en ②:
$\dfrac{T_2 \,.\, 0.5}{0.939} \,.\, 0.342 + T_2 \,.\, 0.866 = 20 \text{ Kgf}$

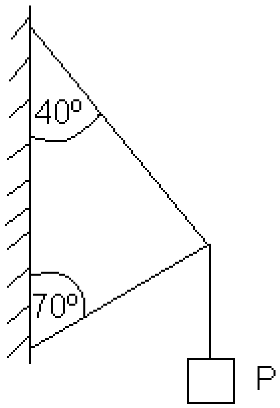
$T_2 \,.\, 0.182 + T_2 \,.\, 0.866 = 20 \text{ Kgf}$
$T_2 \,.\, 1.048 = 20 \text{ Kgf}$
$T_2 = \dfrac{20 \text{ Kgf}}{1.048}$

$\boxed{T_2 = 19.08 \text{ Kgf}}$

$T_1 = \dfrac{19.08 \text{ Kgf} \,.\, 0.5}{0.939}$

$\boxed{T_1 = 10.15 \text{ Kgf}}$

2. La figura, muestra un puntal AB pivotado en el extremo A, atado a una pared mediante un cable y que soporta una carga de peso 80 Kgf en el extremo B. Si se suponen despreciables los pesos del puntal y del cable, determinar las tensiones que actúan sobre el puntal. (Realizar el diagrama de cuerpo Libre)



$\Sigma F_{(x)} = 0$

$-T_{1(x)} - T_{2(x)} = 0$

$-T_1 \cdot \cos 50º - T_2 \cdot \cos 20º = 0$

$\boxed{-T_1 \cdot 0.642 - T_2 \cdot 0.939 = 0}$ ①

$\Sigma F_{(y)} = 0$

$T_{1(y)} - T_{2(y)} - P = 0$

$T_1 \cdot \text{sen } 50º - T_2 \cdot \text{sen } 20º = 80 \text{ Kgf}$

$\boxed{T_1 \cdot 0.766 - T_2 \cdot 0.342 = 80 \text{ Kgf}}$ ②

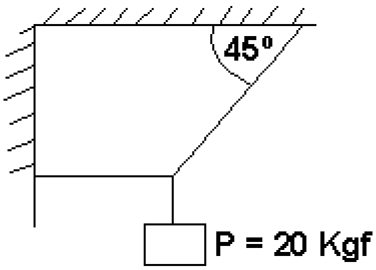
$$\begin{cases} -T_1 \cdot 0.642 - T_2 \cdot 0.939 = 0 & ① \\ T_1 \cdot 0.766 - T_2 \cdot 0.342 = 80 \text{ Kgf} & ② \end{cases}$$

Resolver el sistema y obtener los valores de las tensiones. (Respuestas: T_1 = 54.72 Kgf; T_2 = 80.03 Kgf)

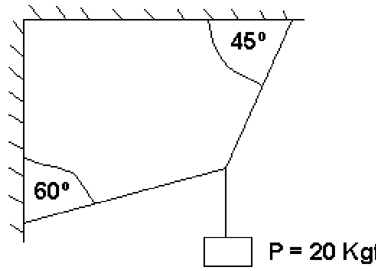
Práctica

Calcular las tensiones en cada caso.

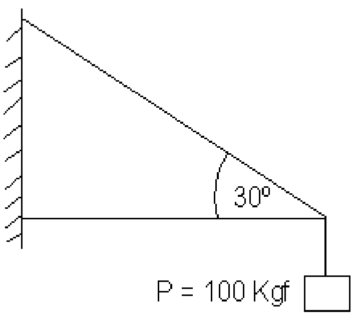
a.



b.



c.



d. En la figura se muestra un semáforo que pesa 125 N y que está suspendido de un cable, unido a otros dos cables fijos a un soporte. Los cables superiores forman ángulos de 37,0º y 53,0º con la horizontal. Determine la tensión en los tres cables.