4 Las fuerzas y los principios de la dinámica

EJERCICIOS PROPUESTOS

4.1 Tenemos dos fuerzas concurrentes $\vec{F}_1 = 60\vec{i} + 20\vec{j}$ y $\vec{F}_2 = -40\vec{i} + 30\vec{j}$ cuyas componentes están expresadas en unidades del SI. Calcula:

a) La intensidad y dirección de cada una de ellas.

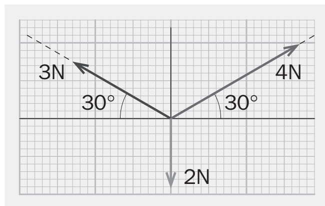
b) La intensidad y dirección de la fuerza resultante.

a) $|\vec{F}_1| = \sqrt{60^2 + 20^2} = 63{,}2$ N; $\text{tg}\ \alpha_1 = \dfrac{20}{60}$; $\alpha_1 = 18{,}4°$

$|\vec{F}_2| = \sqrt{(-40)^2 + 30^2} = 50$ N; $\text{tg}\ \alpha_2 = \dfrac{30}{40}$; $\alpha_2 = 36{,}9°$

b) $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (60 - 40)\vec{i} + (20 + 30)\vec{j} = 20\vec{i} + 50\vec{j}$ $|\vec{F}_R| = \sqrt{20^2 + 50^2} = 53{,}8$ N; $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{50}{20}$; $\alpha = 68{,}2°$

4.2 Expresa en componentes las fuerzas de la figura. Calcula la fuerza resultante e indica su intensidad y dirección.

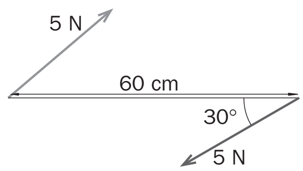


$\vec{F}_1 = (4\ \cos 30°)\vec{i} + (4\ \text{sen} 30°)\vec{j} = 3{,}5\vec{i} + 2\vec{j}$ (N)

$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (3{,}5 - 2{,}6)\vec{i} + (2 + 1{,}5 - 2)\vec{j} = 0{,}9\vec{i} + 1{,}5\vec{j}$ (N)

$|\vec{F}_R| = \sqrt{0{,}9^2 + 1{,}5^2} = 1{,}75$ N; $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{1{,}5}{0{,}9}$; $\alpha = 59°$

4.3 Calcula el valor del momento del par de fuerzas de la imagen.



$M = d\ F = (0{,}6 \cdot \text{sen}\ 30°) \cdot 5 = 1{,}5$ N m

4.4 Para atornillar una tuerca se aplica una fuerza de 30 N con una llave inglesa que tiene una longitud de 20 cm.

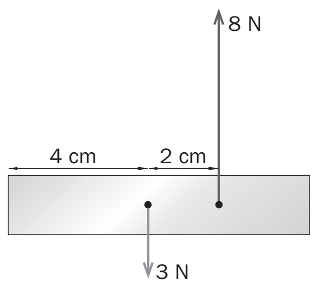
a) ¿Qué momento ejerce la fuerza?

b) ¿Qué fuerza hay que aplicar para conseguir el mismo efecto con otra llave de 35 cm de longitud?

a) $M = d\ F = 0{,}2 \cdot 30 = 6{,}0$ N m

b) $F = \dfrac{M}{d} = \dfrac{6}{0{,}35} = 17{,}1$ N

4.5 Sobre una barra horizontal actúan dos fuerzas de 8 y 3 N en dirección perpendicular a la barra y en sentidos opuestos. Encuentra la intensidad, dirección, sentido y punto de aplicación de la fuerza que equilibra el conjunto.



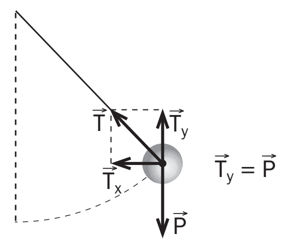
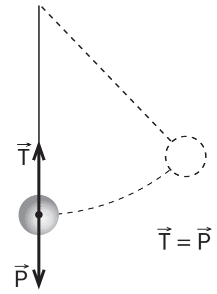
$\vec{F}_E = -\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -(0, 8) - (0, -3) = (0, -5)$; $|\vec{F}_E| = 5$ N, vertical hacia abajo.

$\vec{M}_E = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0$; $F_E \cdot x = 8 \cdot 6 - 3 \cdot 4$; $x = 7{,}2$ cm

4.6 Al intentar quebrar un lápiz, la fuerza se aplica intuitivamente sobre sus dos extremos y en su parte central. ¿Por qué?

Para que el momento resultante sea mayor.

4.7 Dibuja las fuerzas que actúan sobre la masa de un péndulo cuando se encuentra en el punto más alto de su trayectoria, así como la resultante de todas ellas. ¿Existe algún punto en la trayectoria del péndulo en el que este se encuentre en equilibrio? En caso afirmativo, indica dicho punto y explica por qué.

Punto más alto	Punto más bajo
	

Se encuentra en equilibrio en el punto más bajo, porque la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero.

4.8 Una caja descansa sobre un suelo horizontal de cemento.

a) ¿Hace falta aplicar una fuerza para ponerla en movimiento? ¿Y para deslizarla en línea recta a velocidad constante?

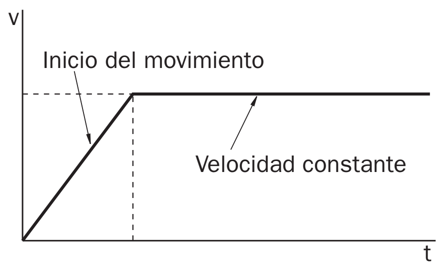
b) Dibuja la gráfica v-t correspondiente a estas acciones.

c) ¿En qué tramo actúa la fuerza resultante sobre la caja?

a) Ponerlo en movimiento implica pasar de $v = 0$ a $v \neq 0$. Se necesita una fuerza. Para mantenerlo en movimiento en línea recta y v constante hay que aplicar una fuerza igual y de sentido contrario a la fuerza de rozamiento.

c) En el primer tramo actúa una fuerza resultante.

b)



4.9 Una pelota rueda a velocidad constante y en línea recta por un tejado inclinado y, al llegar a su borde, se precipita en el vacío describiendo un movimiento parabólico. Analiza las fuerzas que actúan a lo largo del recorrido e indica en qué momento existe fuerza resultante.

Mientras rueda por el tejado a v constante, la fuerza de rozamiento contrarresta la componente del peso en la dirección del movimiento; no hay fuerza resultante. Cuando se precipita al vacío actúa solamente el peso; hay fuerza resultante.

4.10 Discute si la siguiente afirmación está de acuerdo con el primer principio de la dinámica: "Para mover un cuerpo se necesita siempre una fuerza".

Si por mover un cuerpo se entiende sacarlo del reposo, se necesita una fuerza. Por el contrario, si lo que se entiende es mantenerlo en movimiento, no hace falta ninguna fuerza.

4.11 ¿Por qué hay que reducir la velocidad cuando se toma una curva en tiempo de lluvia con el suelo mojado? ¿Por qué, si el suelo está helado, el coche se va por la tangente aunque se conduzca muy despacio?

Con el suelo mojado se reduce la fuerza de rozamiento y, por consiguiente, la fuerza centrípeta.

Con el suelo helado la situación es semejante a la ausencia de rozamiento. En este caso el cuerpo no puede describir la curva y continúa en línea recta.

4.12 ¿Qué tiene más cantidad de movimiento, un camión de 2 t que se mueve a 54 $km\,h^{-1}$ o un proyectil de 2 kg que se desplaza a 150 $m\,s^{-1}$?

Se calcula el valor para cada caso.

Camión: $m_1 v_1 = 2000 \cdot 15 = 30\,000\ kg\,m\,s^{-1}$ Proyectil: $m_2 v_2 = 2 \cdot 150 = 300\ kg\,m\,s^{-1}$

4.13 **Dos bolas idénticas se mueven, una hacia la otra, con la misma velocidad. ¿Tienen la misma cantidad de movimiento?**

No, porque la cantidad de movimiento es una magnitud vectorial y, aunque la intensidad sea la misma, son de sentido contrario.

4.14 **Se aplica la misma fuerza, durante el mismo tiempo, a dos cuerpos distintos. Uno adquiere una velocidad de 36 km h^{-1}, y el otro, de 15 m s^{-1}. ¿Qué relación existe entre las masas de ambos cuerpos?**

$$F\Delta t = mv - mv_0; \quad m = \frac{F\Delta t}{v}$$

Si el impulso es el mismo, las masas son inversamente proporcionales a las velocidades adquiridas.

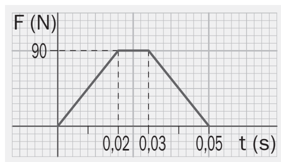
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{15}{10} = 1{,}5$$

4.15 **Un coche de 1500 kg pasa de 0 a 100 km h^{-1} en 3,5 s. Otro de similares características lo hace en 4,7 s. ¿Cuál de los dos recibe un impulso mayor? ¿Cuánto mayor es dicho impulso?**

El impulso es el mismo ya que produce una misma variación de la cantidad de movimiento. La fuerza aplicada es mayor en el cuerpo que alcanza la velocidad en menos tiempo:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{4{,}7}{3{,}5} = 0{,}13$$

4.16 **La figura representa la fuerza impulsiva variable que un palo de golf ejerce sobre una pelota de 45 g. Calcula:**



a) El impulso de la fuerza.

b) La fuerza media ejercida sobre la pelota.

c) La cantidad de movimiento que adquiere la pelota.

d) La velocidad de salida de la pelota.

a) $I = \text{área} = \dfrac{90 \cdot 0{,}02}{2} + 90 \cdot 0{,}01 + \dfrac{90 \cdot 0{,}02}{2} = 2{,}7 \text{ N s}$

c) $I = \Delta mv = 2{,}7 \text{ kg m s}^{-1}$

b) $I = F_m \,\Delta t \Rightarrow F_m = \dfrac{2{,}7}{0{,}05} = 54 \text{ N}$

d) $v = \dfrac{I}{m} = \dfrac{2{,}7}{0{,}045} = 60 \text{ m s}^{-1}$

4.17 **Un cuerpo cae porque la Tierra ejerce una fuerza de atracción sobre él. Según el principio de la acción-reacción, el cuerpo ejerce una fuerza igual y de sentido contrario sobre la Tierra. ¿Por qué no observamos entonces la Tierra moviéndose hacia el cuerpo?**

Al ser la masa de la Tierra muy grande, la aceleración que adquiere es inapreciable.

4.18 **Di si el siguiente razonamiento es correcto y justifica tu respuesta: "Un flotador se mantiene en reposo en la superficie de una piscina sin hundirse porque su peso y el empuje del agua se anulan entre sí por ser una pareja acción-reacción".**

El peso y el empuje no son una pareja acción-reacción porque ambos están aplicados al mismo cuerpo. Sin embargo estas dos fuerzas sí son las responsables de que el cuerpo no se mueva.

4.19 **Calcula el peso de un objeto de 40 kg situado en la superficie terrestre y a una altura de la superficie terrestre igual a dos veces el radio terrestre.**

$$P = mg_0 = 40 \cdot 9{,}8 = 392 \text{ N}$$

$$P = mg = m\frac{GM_T}{r^2} = m\frac{9{,}8\ R_T^2}{(3R_T)^2} = \frac{9{,}8 \cdot 40}{9} = 43{,}6 \text{ N}$$

4.20 **Calcula a qué altura sobre la superficie de la Tierra hay que trasladar un cuerpo para que el peso del mismo se reduzca a la mitad.**

De la expresión de la aceleración que sufren los cuerpos que se encuentran alrededor de la Tierra, se despeja la distancia. Si esta aceleración es la mitad de la que hay en la superficie, el valor de r será el buscado.

$$g = G\frac{M_T}{r}$$

$$r = \sqrt{\frac{GM_T}{g}} = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{g}} = \sqrt{2R_T^2} = 1{,}41\ R_T;$$

$$h = r - R_T = 1{,}41R_T - R_T = 0{,}41 \cdot 6370 = 2638\ \text{km}$$

4.21 **Repite el ejercicio resuelto anterior suponiendo ahora que el choque es totalmente inelástico. ¿Se puede obtener en algún caso para un choque perfectamente inelástico una velocidad diferente para cada partícula? Indica cuándo.**

Si el choque es perfectamente inelástico las partículas permanecen unidas, no pueden tener velocidades distintas.

$$mv_1 = 2\ mv'; \quad v' = \frac{v_1}{2}$$

4.22 **Dos partículas, una de doble masa que la otra, se mueven en direcciones perpendiculares a la misma velocidad de 6 m s^{-1}. Suponiendo que chocan inelásticamente, encontrar la velocidad y la dirección con que salen después del choque.**

$$m(6,\ 0) + 2\ m(0,\ 6) = 3\ m(v'_x,\ v'_y)$$

$$v'_x = \frac{6}{3} = 2\ \text{m s}^{-1}; \quad v'_y = \frac{12}{3} = 4\ \text{m s}^{-1}$$

$$v' = \sqrt{2^2 + 4^2} = 4{,}5\ \text{m s}^{-1}; \quad \text{tg}\ \alpha = \frac{4}{2} = 2; \quad \alpha = 63{,}4°$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

LEY DE HOOKE

4.23 **En un muelle se produce un alargamiento de 8 cm cuando se le aplica una fuerza de 16 N.**

a) ¿Cuál es el valor de su constante recuperadora?
b) ¿Cuánto se alargará si se le aplica una fuerza de 40 N?
c) ¿Qué fuerza hay que aplicarle para producir un alargamiento de 5 cm?

a) $k = \dfrac{F}{\Delta l} = \dfrac{16}{0{,}08} = 200\ \text{N m}^{-1}$ b) $\Delta l = \dfrac{F}{k} = \dfrac{40}{200} = 0{,}2\ \text{m}$ c) $F = k\Delta l = 200 \cdot 0{,}05 = 10\ \text{N}$

4.24 **Con una regla se mide la longitud de un muelle cuando pende de él un peso de 20 N y resulta ser de 63 cm. Se añade al peso anterior otro de 10 N y se mide de nuevo la longitud, que pasa a ser de 70 cm. Encuentra con estos datos la longitud natural del muelle y su constante recuperadora.**

Se plantea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, l_0 y k.

$$F = k\Delta l; \quad \begin{cases} 20 = k(0{,}63 - l_0); \\ 30 = k(0{,}7 - l_0); \end{cases} \quad \frac{20}{30} = \frac{0{,}63 - l_0}{0{,}7 - l_0};$$

$$2(0{,}7 - l_0) = 3(0{,}63 - l_0) \Rightarrow l_0 = 0{,}49\ \text{m} = 49\ \text{cm}$$

Sustituyendo en una de las ecuaciones se calcula k.

$$k = \frac{20}{0{,}63 - 0{,}49} = 142{,}8\ \text{N m}^{-1}$$

4.25 Un resorte de longitud natural 60 cm se alarga 8 cm cuando se cuelga de él un peso de 10 N. A continuación, se quita el peso y se comprime hasta que su longitud se reduce en un 15%. ¿Qué fuerza hay que aplicar para conseguirlo?

Se calcula en primer lugar el valor de la constante del muelle.

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{10}{0{,}08} = 125 \text{ Nm};$$

El incremento de longitud que ha sufrido es:

$$\Delta l = 0{,}15 \cdot 60 = 9 \text{ cm}$$
$$F = k\Delta l = 125 \cdot 0{,}09 = 11{,}25 \text{ N}$$

4.26 Se aplica la misma fuerza a dos muelles A y B, el primero de constante recuperadora doble que el segundo.

a) ¿Qué relación existirá entre los alargamientos producidos?
b) ¿Qué relación habrá entre las fuerzas necesarias para producir el mismo alargamiento?

a) $F_A = F_B$; $\quad k_A\Delta l_A = k_B\Delta l_B$; $\quad \dfrac{k_A}{k_B} = \dfrac{\Delta l_B}{\Delta l_A}$; $\quad \dfrac{2k_B}{k_B} = \dfrac{\Delta l_B}{\Delta l_A} \Rightarrow \Delta l_B = 2\Delta l_A$

b) $\Delta l_A = \Delta l_B$; $\quad \dfrac{F_A}{k_A} = \dfrac{F_B}{k_B}$; $\quad \dfrac{F_A}{F_B} = \dfrac{k_A}{k_B} = \dfrac{2k_B}{k_B} = 2$; $\quad F_A = 2F_B$

COMPOSICIÓN DE FUERZAS

4.27 Determina el módulo de la fuerza resultante de dos de 600 N y 400 N en los casos siguientes:

a) Tienen la misma dirección y sentido.
b) Tienen la misma dirección y sentido contrario.
c) Son perpendiculares.
d) Forman un ángulo de 30°.

a) $F_R = 600 + 400 = 1000$ N
b) $F_R = 600 - 400 = 200$ N
c) $F_R = \sqrt{600^2 + 400^2} = 721{,}1$ N
d) $\vec{F}_R = (600,\ 0) + (400 \cos 30°,\ 400 \text{ sen} 30°) = (946{,}4;\ 200)$ N $\qquad |\vec{F}_R| = \sqrt{946{,}4^2 + 200^2} = 967{,}3$ N

4.28 La resultante $\vec{F}_R$ de tres fuerzas concurrentes $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$ tiene un módulo de 6,71 N y forma un ángulo de 26,6° con el eje OX positivo. Sabiendo que $\vec{F}_1 = -4\vec{i} + 5\vec{j}$ y $\vec{F}_2 = 2\vec{i}$, halla el valor de $\vec{F}_3$.

Sumamos la tres fuerzas, denominando x e y a las coordenadas de la fuerza desconocida.

$$\vec{F}_R = (-4,\ 5) + (2,\ 0) + (x,\ y) = (-2 + x,\ 5 + y);$$

Se plantean dos ecuaciones con los datos del enunciado.

$$\left.\begin{array}{l} 6{,}71^2 = (-2 + x)^2 + (5 + y)^2 \\ \text{tg } 26{,}6 = \dfrac{5 + y}{-2 + x} \end{array}\right\}$$

$$y = -6 + 0{,}5x; \quad 45 = (-2 + x)^2 + (-1 + 0{,}5x)^2; \quad x = 8; \quad y = -2$$

El resultado $x = -4$ se desecha porque tiene que estar en el primer cuadrante $\vec{F}_R = (8,\ -2)$.

4.29 Calcula el ángulo que deben formar dos fuerzas iguales para que el módulo de su suma sea igual al módulo de una de ellas.

Considerando que una de las fuerzas está situada en el eje OX, la otra debe tener componentes (F cos α, F sen α) para que tenga módulo F y forme un ángulo a con el eje OX. Sumando se tiene:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (F, 0) + (F \cos \alpha, F \operatorname{sen} \alpha) = F(1 + \cos \alpha, \operatorname{sen} \alpha)$$

Su modulo será:

$$|\vec{F}_R| = F\sqrt{(1 + \cos \alpha)^2 + \operatorname{sen}^2 \alpha} = F\sqrt{2 + 2 \cos \alpha} = F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 + 2 \cos \alpha = 1; \quad \cos \alpha = -\frac{1}{2}; \quad \alpha = 120°$$

4.30 Dos fuerzas perpendiculares concurrentes $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ tienen una resultante de 50 N. Calcula el valor de las intensidades de cada una de estas fuerzas sabiendo que la intensidad de $\vec{F}_1$ es 10 N mayor que la de $\vec{F}_2$.

$$(F_2 + 10)^2 + F_2^2 = 50^2; \quad 2F_2^2 + 20F_2 - 2400 = 0; \quad F_2 = 30 \text{ N}; \quad F_1 = 40 \text{ N}$$

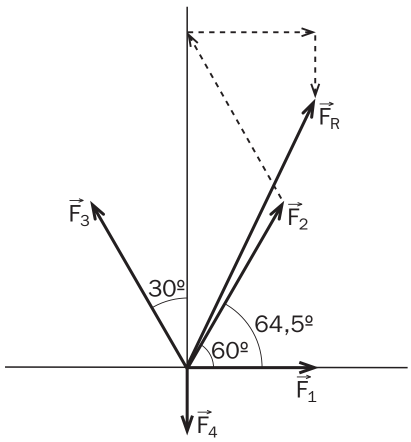
El resultado negativo hay que desecharlo porque la intensidad de una fuerza no puede ser negativa.

4.31 En un mismo punto están aplicadas las siguientes fuerzas:

- **F_1 = 20 N; horizontal en sentido del eje OX positivo**
- **F_2 = 30 N; formando 60° con el eje OX positivo**
- **F_3 = 30 N; formando 30° con el eje OY positivo**
- **F_4 = 10 N; vertical sobre el eje OY negativo**

a) Dibuja las fuerzas y encuentra gráficamente la resultante.
b) Escríbelas en componentes y calcula su suma.
c) Calcula la intensidad y la dirección de la suma.

a)



b) Se suman todas las componentes de las fuerzas:

$$\vec{F}_R = 20\vec{i} + (30 \cos 60°)\vec{j} + (30 \operatorname{sen} 60°)\vec{j} +$$

$$+ (30 \cos 120°)\vec{i} + (30 \operatorname{sen} 120°)\vec{j} - 10\vec{j} = 20\vec{i} + 42\vec{j} \text{ (N)}$$

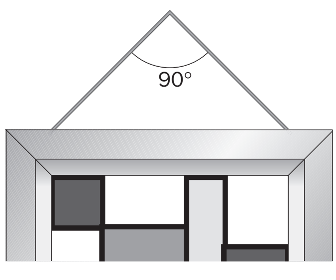
c) A partir de las componentes se calculan la intensidad y el ángulo que forma con el eje x:

$$|\vec{F}_R| = \sqrt{20^2 + 42^2} = 4{,}5 \text{ N}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{42}{20} = 2{,}1; \quad \alpha = 64{,}5°$$

EQUILIBRIO Y MOMENTOS

4.32 El cuadro de la figura pesa 150 N. ¿Qué fuerza soporta la cuerda? ¿Cuál debería ser el ángulo que formasen las dos mitades de la cuerda si esta solo pudiera soportar 100 N?



$$P = T \operatorname{sen} 45° + T \operatorname{sen} 45°$$

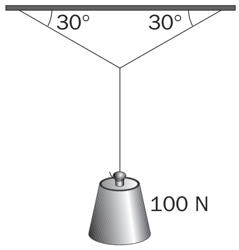
$$2T \operatorname{sen} 45° = 150; \quad T = 106 \text{ N}$$

Despejando el ángulo de la expresión anterior:

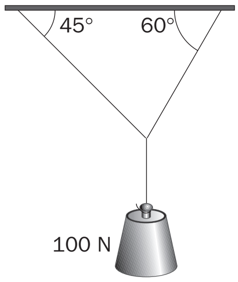
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{P}{2T} = 0{,}75; \quad \alpha = 48{,}6° \text{ entre las cuerdas: } 180 - 2 \cdot 48{,}6 = 82{,}8°$$

4.33 **Calcula las tensiones de las cuerdas en cada una de las figuras.**

a)



b)



T_1 sen30° + T_2 sen30° = 100

T_1 cos30° = T_2 cos30° ⇒ $T_1 = T_2$

$2T_1$ sen30° = 100; $T_1 = T_2 = 100$ N

T_1 sen60° + T_2 sen45° = 100

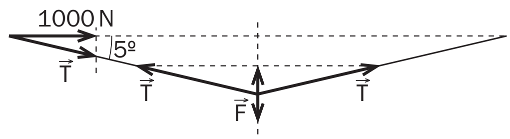
T_1 cos60° = T_2 cos45° ⇒ $T_1 = 1{,}41T_2$

$1{,}22T_2 + 0{,}71T_2 = 100$

$T_2 = 51{,}8$ N; $T_1 = 73$ N

4.34 **Para mover un coche atascado en un terreno con barro, haría falta empujarlo con una fuerza de 1000 N. El conductor, que está solo y no tiene fuerza suficiente, opta por otra solución. Ata el extremo de una cuerda larga y fuerte a un árbol y el otro extremo al coche, y tira lateralmente de ella como se ve en la figura. ¿Qué fuerza tiene que realizar el conductor para mover el coche si tira con un ángulo de 5°?**

En el esquema se puede comprobar que la suma de las dos tensiones T que hay en la cuerda debe ser igual que el valor de la fuerza F con que tira el conductor de la cuerda.



$$2T \text{ sen}5° = F$$

Por otra parte, la componente en el eje horizontal de esa tensión debe ser igual a 1000 N, que es la fuerza necesaria para mover el coche.

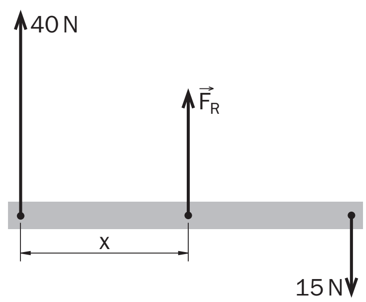
$$T \cos 5° = 1000 \text{ N} \Rightarrow T = \frac{1000}{\cos 5°} = 1003{,}8 \text{ N}$$

Sustituyendo en el resultado anterior, se tiene:

$$F = 2 \cdot 1003{,}8 \cdot \text{sen}5° = 174{,}9 \text{ N}$$

4.35 **Se aplican dos fuerzas paralelas y de sentido contrario de 45 y 15 N en los extremos de una barra de 6 m de longitud. Encuentra la fuerza que las equilibra indicando dónde se encuentra su punto de aplicación.**

Se aplican las dos condiciones de equilibrio, la de las fuerzas y la de los momentos, de donde se obtienen dos ecuaciones que nos permiten conocer el valor de la fuerza y el de su punto de aplicación.



1.ª condición:

$$\sum F = 0; \quad 45 - F_R - 15 = 0$$

$$F_R = 45 - 15 = 30 \text{ N}$$

2.ª condición:

$$\sum M = 0; \quad 40 \cdot 0 - F\,x - 15 \cdot 6 = 0$$

$$F\,x = 90 \qquad x = \frac{90}{30} = 3 \text{ m}$$

4.36 Una puerta de 90 cm de ancho tiene un tirador situado a 80 cm del eje. Para abrirla se necesita aplicar una fuerza perpendicular al tirador de 30 N.

a) ¿Qué momento ejerce la fuerza?

b) ¿Qué fuerza habrá que hacer si se desplaza el tirador 5 cm a la derecha, alejándose del eje?

c) ¿Y si se aproxima 5 cm al eje?

a) $M = Fd = 30 \cdot 0{,}8 = 24$ Nm

b) $F = \frac{M}{d} = \frac{24}{0{,}85} = 28{,}2$ N

c) $F = \frac{24}{0{,}75} = 32$ N

4.37 Un muchacho transporta dos cubos de agua de 8 y 12 kg situados en los extremos de una pértiga de 3 m de largo que apoya sobre el hombro.

a) ¿Qué fuerza soporta el hombro?

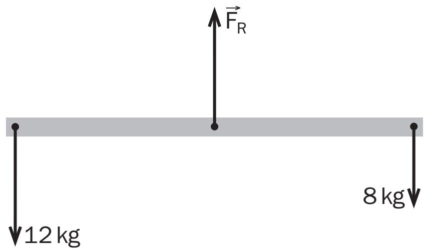
b) ¿A qué distancia del cubo de 8 kg se apoya la pértiga sobre el hombro?

a) Aplicando la primera condición de equilibrio:

$$F_R = 8 + 12 = 20 \text{ N}$$

b) De la segunda condición de equilibrio (tomando el punto de giro en el punto de aplicación de F_R):

$$8x = 12(3 - x); \quad x = 1{,}8 \text{ m}$$



4.38 Se aplican dos fuerzas de 10 N paralelas y de sentido contrario a la periferia de un volante de 15 cm de radio.

a) ¿Cuánto vale la fuerza resultante?

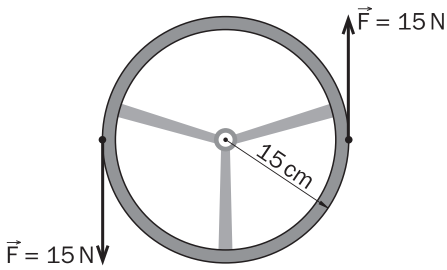
b) ¿Cuánto vale el momento del par de fuerzas?

c) ¿Está el volante en equilibrio?

a) $F_R = 0$

b) $M = Fd = 10 \cdot 0{,}3 = 3$ Nm

c) No, porque realiza un giro.



PRINCIPIOS DE LA DINÁMICA

4.39 a) Si no actúa ninguna fuerza sobre un cuerpo, ¿se puede asegurar que está en reposo?

b) Si un cuerpo no tiene aceleración, ¿se puede asegurar que la fuerza resultante sobre él es nula?

a) No, puede existir un momento resultante y girar.

b) Sí.

4.40 Indica las fuerzas que actúan en los siguientes casos y razona si hay fuerza resultante o no:

a) Un perro tira de un trineo sobre un suelo horizontal helado sin rozamiento.
b) Un coche con el motor en marcha avanza por la carretera a velocidad constante.
c) Un tren toma una curva a velocidad constante.
d) Una motocicleta acelera en una carretera recta.
e) Un coche avanza lentamente en punto muerto.
f) La hoja de un árbol cae planeando.

a) Fuerza del perro; $F_R \neq 0$
b) Fuerza del motor = fuerza de rozamiento, peso = normal; $F_R = 0$
c) Fuerza centrípeta, peso = normal; $F_R \neq 0$
d) Fuerza del motor ≠ fuerza de rozamiento; peso = normal; $F_R \neq 0$
e) La fuerza de rozamiento, peso = normal; $F_R \neq 0$
f) Resistencia del aire = peso; $F_R = 0$

4.41 Un objeto de 4 kg se mueve en línea recta variando su velocidad del modo expresado en la gráfica. Calcula la fuerza resultante sobre el objeto en cada tramo y represéntala gráficamente.

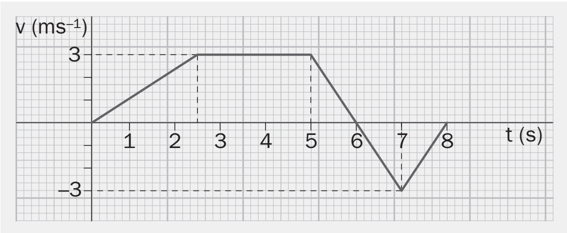
de 0 a 2,5 s $a = \dfrac{3}{2{,}5} = 1{,}2\ \text{ms}^{-2}$;

$F_R = ma = 4 \cdot 1{,}2 = 4{,}8$ N

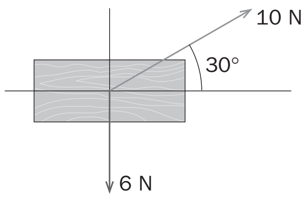
de 2,5 a 5 s $a = 0$; $F_R = 0$

de 5 a 7 s $a = -3\ \text{ms}^{-2}$; $F_R = -12$ N

de 7 a 8 s $a = 3\ \text{ms}^{-2}$; $F_R = 12$ N



4.42 Sobre un cuerpo de 8 kg actúan dos fuerzas.



a) Determina el vector aceleración.
b) Si inicialmente el cuerpo está en reposo, ¿en qué dirección se moverá?

a) Se calculan las componentes de la fuerza resultante y se despeja el valor de la aceleración.

$$\vec{F}_R = (10 \cos 30°)\vec{i} + (10 \text{ sen } 30°)\vec{j} - 6\vec{j} = 8{,}7\vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m} = \frac{8{,}7}{8}\vec{i} - \frac{1}{8}\vec{j} = 1{,}08\vec{i} - 0{,}125\vec{j}\ (\text{ms}^{-2})$$

b) A partir de las componentes de la aceleración se calcula su dirección.

$$\text{tg } \alpha = \frac{-0{,}125}{1{,}08} = -0{,}116; \quad \alpha = -6{,}6°$$

4.43 Un objeto de 10 kg se mueve bajo la acción de una fuerza $\vec{F} = 40\vec{i} - 30\vec{j}$ N. Suponiendo que, para t = 0 s, se encuentra en el origen de coordenadas y se mueve con una velocidad $\vec{v} = 2\vec{j}\ \text{ms}^{-1}$, calcula:

a) La aceleración.
b) La velocidad y la posición de la partícula para t = 4 s.

a) $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m} = \dfrac{40\vec{i} - 30\vec{j}}{10} = 4\vec{i} - 3\vec{j}\ (\text{ms}^{-2})$

b) Se aplican las ecuaciones del movimiento:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = 2\vec{j} + (4\vec{i} - 3\vec{j}) \cdot 4 = 16\vec{i} - 10\vec{j}\ (\text{ms}^{-1})$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} = 2\vec{j} \cdot 4 + \frac{(4\vec{i} - 3\vec{j}) \cdot 4^2}{2} = (32\vec{i} - 16\vec{j})\ (\text{m})$$

4.44 A un cuerpo en reposo de 5 kg se le aplica una fuerza de 35 N.

a) ¿Qué velocidad tendrá al cabo de 8 s?

b) ¿Qué espacio habrá recorrido?

a) Se calcula el valor de la aceleración a partir de la fuerza y se sustituye en la fórmula de la velocidad.

$F = ma; \quad a = \frac{35}{5} = 7\ ms^{-2}; \quad v = at = 7 \cdot 8 = 56\ ms^{-1}$

b) $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{7 \cdot 8^2}{2} = 224\ m$

4.45 Un vehículo de 750 kg se mueve a una velocidad de 72 kmh^{-1}. ¿Qué fuerza tienen que ejercer los frenos para detenerlo en 50 m?

Cambiando de unidades:

$$72\ \frac{(km)}{(h)} \cdot \frac{1000\ (m)}{(s)} \cdot \frac{1\ (h)}{3600\ (s)} = 20\ ms^{-1}$$

$$v^2 = v_0^2 - 2a(x - x_0); \quad 0 = 20^2 - 2a \cdot 50; \quad a = 4\ ms^{-2}$$

$$F = ma = 750 \cdot 4 = 3000\ N$$

4.46 Dibuja las fuerzas que actúan sobre un tapón de corcho que flota en la superficie de un estanque. Explicita qué cuerpo es responsable de cada una. Enumera las parejas acción-reacción existentes.

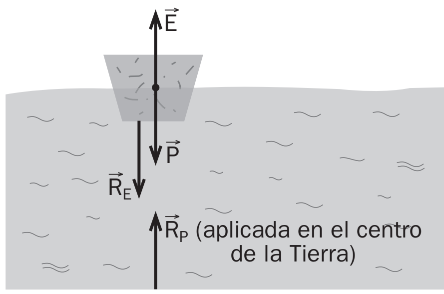
Empuje (E): vertical hacia arriba, la ejerce el agua.

Peso (P): vertical hacia abajo, la ejerce la Tierra.

Reacción de E (R_E): fuerza que el tapón ejerce sobre el agua.

Reacción de P (R_P): fuerza que el tapón ejerce sobre la Tierra.

Parejas: E y R_E; P y R_P



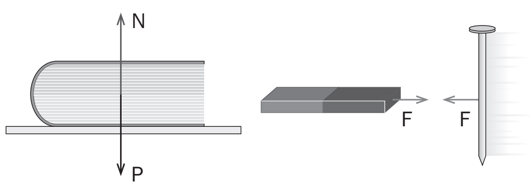
4.47 Dos imanes se atraen mutuamente. Teniendo en cuenta que la masa de uno de ellos es el doble que la del otro:

a) ¿Cuál experimentará una fuerza mayor? b) ¿Cuál se moverá con mayor aceleración?

a) La fuerza es la misma.

b) El de masa menor se moverá con mayor aceleración.

4.48 Razona si son parejas acción-reacción las fuerzas representadas en los dibujos. En caso de no serlo, indica las correspondientes parejas.



En el caso del libro no, ya que están aplicadas al mismo cuerpo. La reacción del peso es la fuerza que el libro hace sobre la Tierra. La reacción de la normal es la fuerza que el libro hace sobre la mesa.

En el caso del imán y el clavo, sí. Una de las fuerzas es la que ejerce el imán sobre el clavo y la otra la que ejerce el clavo sobre el imán.

INTERACCIÓN GRAVITATORIA. PESO

4.49 En la vida corriente, el peso de un cuerpo se suele medir en kilos (kilopondios) y no en newtons. Un kilopondio es el peso en la Tierra de un cuerpo de 1 kg de masa, y equivale a 9,8 N. Con esta información, rellena la tabla siguiente y compara los valores de la masa con el peso en kp.

Masa (kg)	Peso (N)	Peso (kp)
0,184	**1,8**	0,184
3,2	31,4	3,2
4,9	48	**4,9**

4.50 Los cuerpos caen en la Luna con una aceleración seis veces menor que en la Tierra.

a) ¿Cuánto pesa en la Luna un objeto que en la Tierra pesa 392 N?

b) ¿En cuánto se debería incrementar la masa del objeto para que su peso en la Luna fuera de 392 N?

a) La masa de los objetos es la misma en todas partes; calculamos su valor:

$$m = \frac{P_T}{g_T} = \frac{392}{9,8} = 40 \text{ kg}; \qquad P_L = mg_L = 40 \cdot \frac{9,8}{6} = 65,3 \text{ N}$$

b) Sustituyendo 392 por el peso en la Luna se tiene:

$$392 = m\frac{9,8}{6}; \qquad m' = 240 \text{ kg se debería incrementar en 200 kg.}$$

4.51 ¿Dónde pesa más un cuerpo: al nivel del mar o en la cima de una alta montaña? ¿Por qué?

Al nivel del mar, porque la fuerza de atracción gravitatoria es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el cuerpo y el centro de la Tierra.

IMPULSO Y CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL

4.52 Una pelota de 120 g que se mueve horizontalmente a una velocidad de 5 $m\,s^{-1}$ choca contra una pared y rebota con la misma velocidad en módulo.

a) ¿Se conserva la cantidad de movimiento de la pelota en el choque?; ¿y la cantidad de movimiento del sistema pelota-pared?

b) En caso de que exista alguna variación, calcula su valor.

a) No se conserva la cantidad de movimiento de la pelota; sin embargo, sí se conserva la cantidad de movimiento del sistema pelota-pared.

b) $\Delta\vec{p} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = 0,12 \cdot 5\vec{i} - 0,12 \cdot (-5)\vec{i} = 1,2\vec{i}$ $(kg\,m\,s^{-1})$

4.53 Una bola de béisbol de 150 g que se mueve a 32 $m\,s^{-1}$ es bateada hacia el lanzador, adquiriendo una velocidad de 50 $m\,s^{-1}$ en la misma dirección y sentido. La fuerza impulsiva ejercida por el bate está representada en la figura. Calcula:

a) El impulso ejercido sobre la pelota.

b) La fuerza máxima ejercida.

c) La fuerza promedio ejercida.

a) $I = \Delta p = m(v_f - v_0) = 0,15(50 - 32) = 2,7$ N s

b) $I = \text{Área} = \dfrac{F \cdot 0,1}{2} + F \cdot 0,2 + \dfrac{F \cdot 0,05}{2} = 0,275\ F; \quad F_{máx} = \dfrac{2,7}{0,275} = 9,8$ N

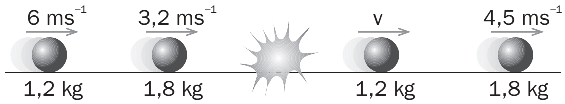
c) $\vec{F} = \dfrac{I}{\Delta t} = \dfrac{2,7}{0,35} = 7,7$ N

4.54 En la figura se esquematiza un choque unidimensional entre dos partículas. Antes de chocar las partículas, de masas 1,2 y 1,8 kg, se mueven en el mismo sentido con velocidades de 6 ms^{-1} y 3,2 ms^{-1}, respectivamente. Después del choque, la partícula de 1,8 kg tiene una velocidad de 4,5 ms^{-1}. Averigua:

a) La cantidad de movimiento que una partícula transfiere a la otra.

b) La velocidad de la segunda partícula después del choque.

c) ¿Se trata de un choque elástico?



a) $\Delta p = m_2(v_2' - v_2) = -m_1(v_1' - v_1)$; $\Delta p = 1{,}8(4{,}5 - 3{,}2) = 2{,}34 \text{ kgms}^{-1}$

b) $-2{,}34 = m_1(v_1' - v_1)$; $-2{,}34 = 1{,}2(v_1' - 6)$; $v_1' = 4{,}05 \text{ ms}^{-1}$

c) Comprobamos si se conserva la energía cinética en el choque.

$$E_{c_f} = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = \frac{1}{2}(1{,}2 \cdot 4{,}05^2 + 1{,}8 \cdot 4{,}5^2) = 28{,}1 \text{ J}$$

$$E_{c_i} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}(1{,}2 \cdot 6^2 + 1{,}8 \cdot 3{,}2^2) = 30{,}8 \text{ J}$$

El choque no es elástico, se pierden 2,7 J en el choque.

4.55 Una vagoneta de 1,2 Tm se mueve por una vía a velocidad constante de 27 kmh^{-1}. ¿Cuánto vale su cantidad de movimiento?

Se cambia de unidades la velocidad: 27 kmh^{-1} = 7,5 ms^{-1}

$$\vec{p} = m\vec{v}; \qquad p = 1200 \cdot 7{,}5 = 9000 \text{ kgms}^{-1}$$

4.56 Para probar el parachoques de un coche se hace chocar el vehículo de 2500 kg de masa a 60 kmh^{-1} contra un muro de cemento. ¿Cuál es la fuerza media del impacto si ha durado 0,5 s?

Se cambia de unidades la velocidad: 60 kmh^{-1} = 16,7 ms^{-1}

$$F\Delta t = mv_f - mv_0; \qquad F \cdot 0{,}5 = 2500(0 - 16{,}7); \qquad F = -83\,333 \text{ N}$$

4.57 Un tiburón de masa M que está nadando a una velocidad de 3 ms^{-1} engulle un pez que nada en la misma dirección a 6 ms^{-1}. Si la masa del pez es la décima parte de la del tiburón, calcula la velocidad a la que se desplaza el tiburón después de comerse al pez si se mueven:

a) En el mismo sentido.

b) En sentido contrario.

c) ¿Qué relación hay entre las energías perdidas en cada caso?

Se aplica la conservación de la cantidad de movimiento en cada caso con las condiciones impuestas en el enunciado.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}\,';$$

a) $3\text{ M} + 0{,}1\text{ M} \cdot 6 = (\text{M} + 0{,}1\text{ M})v'$; $v = 3{,}3 \text{ ms}^{-1}$

b) $3\text{ M} - 0{,}1\text{ M} \cdot 6 = (\text{M} + 0{,}1\text{ M})v'$; $v' = 2{,}2 \text{ ms}^{-1}$

c) Se calcula el incremento de energía que se produce en el proceso.

$$\Delta E = \left(\frac{1}{2}1{,}1\text{ M}v'^2\right) - \left(\frac{1}{2}\text{M}v_1^2 + \frac{1}{2}0{,}1\text{ M}v_2^2\right) = \frac{1}{2}\text{M}(1{,}1\ v'^2 - 3^2 - 6^2) = \frac{1}{2}\text{M}(1{,}1\ v'^2 - 45)$$

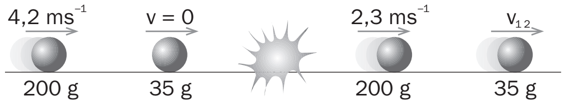
$$\frac{\Delta E_A}{\Delta E_B} = \frac{1{,}1\ v_A'^2 - 45}{1{,}1\ v_B'^2 - 45} = \frac{1{,}1 \cdot 3{,}3^2 - 45}{1{,}1 \cdot 2{,}2^2 - 45} = 0{,}83; \qquad \Delta E_B = 1{,}2\ \Delta E_A$$

4.58 En el choque esquematizado en la figura, calcula:

a) La velocidad final V_{r2}.

b) La energía que m_1 traspasa a m_2.

c) En caso de no ser elástico, el porcentaje de energía perdida en el choque.



a) $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$; $0{,}2 \cdot 4{,}2 = 0{,}2 \cdot 2{,}3 + 0{,}35v'_2$; $v'_2 = 1{,}1\ \text{ms}^{-1}$

b) $\Delta E_{C1} = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 - \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}0{,}2(2{,}3^2 - 4{,}2^2) = -1{,}23\ \text{J}$

c) $$\frac{\Delta E_c}{E_{c_i}} = \frac{E_{c_f} - E_{c_i}}{E_{c_i}} = \frac{E_{c_f}}{E_{c_i}} - 1 = \frac{\frac{1}{2}\left(m_1v'^2 + m_2v_2'^2\right)}{\frac{1}{2}m_1v_1^2} - 1 = \frac{0{,}2 \cdot 2{,}3^2 + 0{,}35 \cdot 1{,}1^2}{0{,}2 \cdot 4{,}2^2} - 1 = -0{,}58;\quad 58\%$$