UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MAT1100 — Kalkulus
Eksamensdag:	Fredag 14. oktober 2011
Tid for eksamen:	15.00 – 17.00
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Svarark, formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen består av 20 spørsmål. De 10 første teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng. Svarene fører du inn på eget svarark.

Oppgave 1. (2 poeng) Det komplekse tallet z har polarkoordinater $r = 4$, $\theta = \frac{3\pi}{4}$. Da er z lik:

A) $-2 + 2i\sqrt{3}$
B) $-2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$
C) $2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{3} - 2i$
E) $-2\sqrt{3} + 2i$

Oppgave 2. (2 poeng) Det komplekse tallet $z = \sqrt{3} - i$ har polarkoordinater:

A) $r = 2, \theta = \frac{11\pi}{6}$
B) $r = 2, \theta = \frac{5\pi}{6}$
C) $r = \sqrt{2}, \theta = \frac{7\pi}{8}$
D) $r = 2, \theta = \frac{7\pi}{6}$
E) $r = \sqrt{2}, \theta = \frac{11\pi}{6}$

Oppgave 3. (2 poeng) Mengden $A = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + i| < |z - 1|\}$ består av alle punkter $z = x + iy$ i det komplekse planet som ligger:

A) over linjen $y = x$
B) på den reelle aksen
C) på den imaginære aksen
D) under linjen $y = x$
E) under linjen $y = -x$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{n\to\infty} \frac{4n^3+3n+8}{2n^2+7n^3}$ er lik:

A) 2
B) 4
C) $\frac{8}{7}$
D) ∞
E) $\frac{4}{7}$

Oppgave 5. (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = \arctan(\cos x)$ er:

A) $\frac{1}{1+\cos^2 x}$
B) $-\frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$
C) $-\frac{\sin x}{\cos^2(\cos x)}$
D) $-\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$
E) $\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$

Oppgave 6. (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = \arcsin(x^3)$ er:

A) $\frac{3x^2}{\sqrt{1-x^6}}$
B) $\frac{3x^2}{1+x^6}$
C) $3x^2 \arccos x^3$
D)$\frac{1}{\sqrt{1-x^6}}$
E) $-\frac{3x^2}{\cos^2 x^3}$

Oppgave 7. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to 0} \frac{\arctan 2x}{\sin x}$ er lik:

A) 0
B)1
C) $-\frac{1}{2}$
D) ∞
E) 2

Oppgave 8. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to 0} \frac{x^3}{x-\sin x}$ er lik:

A) 2
B) $\frac{1}{4}$
C) 0
D) $\frac{1}{3}$
E) 6

Oppgave 9. (2 poeng) Den omvendte funksjonen til $f(x) = 3e^x + 2$ er:

A) $\frac{1}{3}\ln(y-2)$
B) $\frac{1}{3e^2+2}$
C) $\frac{y-\ln 2}{\ln 3}$
D) $\ln \frac{y-2}{3}$
E) $\frac{y-\ln 2}{3}$

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 10. (2 poeng) Alt du vet om den strengt avtagende, kontinuerlige funksjonen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er at $f(3) = 2$ og $f'(3) = -4$. Hva kan du da si om den omvendte funksjonen g?

A) $g'(3) = -\frac{1}{4}$
B) $g'(2) = -\frac{1}{4}$
C) $g'(-4) = -3$
D) $g'(2) = -4$
E) $g'(2) = 3$

Oppgave 11. (3 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$ er lik:

A) 0
B) $\frac{1}{6}$
C) 9
D) ∞
E) $\frac{1}{3}$

Oppgave 12. (3 poeng) Kvadratrøttene til det komplekse tallet $2 + 2i\sqrt{3}$ er:

A) $\pm(\sqrt{2} + i\sqrt{2})$
B) $\pm(1 + i\sqrt{3})$
C) $\pm(\sqrt{3} + i)$
D) $\pm(\sqrt{3} - i)$
E) $\pm(-\sqrt{2} + i\sqrt{2})$

Oppgave 13. (3 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to 0} |x|^{\sin x}$ er lik:

A) 0
B) e
C) 1
D) ∞
E) e^2

Oppgave 14. (3 poeng) Det *reelle* tredjegradspolynomet $P(z) = z^3 + az^2 + bz + c$ har -2 og $-i$ som røtter. $P(z)$ er lik:

A) $z^3 + z^2 - z + 2$
B) $z^3 - z^2 + 4z + 4$
C) $z^3 - z^2 + z - 1$
D) $z^3 + 3z^2 - z$
E) $z^3 + 2z^2 + z + 2$

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 15. (3 poeng) Den deriverte til funksjonen $f(x) = (2+\cos x)^{e^x}$ er:

A) $\left(e^x \ln(2+\cos x) - \frac{e^x \sin x}{2+\cos x}\right)(2+\cos x)^{e^x}$
B) $(2+\cos x)^{e^x-1}e^x$
C) $(2+\cos x)^{e^x}(-\sin x)$
D) $(2+\cos x)^{e^x-1}e^x - (2+\cos x)^{e^x}\sin x$
E) $(2+\cos x)^{e^x}\ln(2+\cos x)$

Oppgave 16. (3 poeng) $(1+i)^{12}$ er lik:

A) 2
B) $(1+i)2^5$
C) -2^6
D) $2^5(1+i\sqrt{3})$
E) $2^5(\sqrt{3}-i)$

Oppgave 17. (3 poeng) I det reelle polynomet $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0$ er n et partall og $a_0 < 0$. Da må:

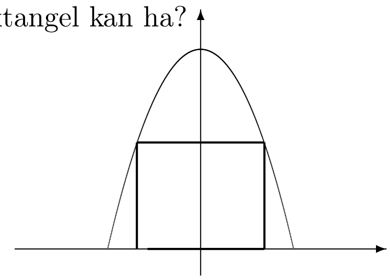
A) $P(x)$ være konveks
B) $P(x)$ ha minst to reelle røtter
C) $P(x)$ være negativ for alle $x \in \mathbb{R}$
D) $P(x)$ ha to komplekse røtter
E) $P(x)$ være strengt voksende

Oppgave 18. (3 poeng) Funksjon $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ er kontinuerlig i hele $[0,1]$ og deriverbare i alle indre punkter $c \in (0,1)$. Hvis det eneste du ellers vet er at $f(0) = -1$ og $f'(c) \geq 1$ for alle $c \in (0,1)$, så kan du konkludere at:

A) f er konveks
B) f har et maksimumspunkt i $(0,1)$
C) f' er avtagende
D) f har nøyaktig ett nullpunkt
E) f er konkav

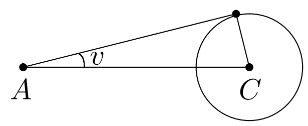
Oppgave 19. (3 poeng) Figuren nedenfor viser parabelen $f(x) = 12 - x^2$ og et rektangel som ligger under funksjonsgrafen og over x-aksen. Hva er det største arealet et slikt rektangel kan ha?

A)$18\sqrt{2}$
B) 32
C) $20\sqrt{3}$
D) $24\sqrt{2}$
E) 28



Oppgave 20. (3 poeng) En sirkulær skive med radius 5 cm beveger seg langs en rett linje mot et punkt A. Figuren nedenfor viser situasjonen sett ovenfra. Når avstanden fra A til sentrum C i sirkelen er 13 cm, øker vinkelen v med 0.5 radianer i sekundet. Hvor fort nærmer sirkelen seg A i dette øyeblikket?

A) 16.9 cm/s
B) 15.6 cm/s
C) 6 cm/s
D) 14.4 cm/s
E) 13 cm/s



SLUTT