Eksamen i MAT1100, 8/12–03, Del 1

Kandidatnummer: ________

Dato:	Mandag 8/12, 2003.
Tid:	Kl. 9.00–12.00.
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.
Oppgavesettet er på 2 sider.	

Oppgavesettet består av to deler. Den ene delen inneholder 10 flervalgsoppgaver som teller 3 poeng hver. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å svare feil. Den andre delen av oppgavesettet består av 7 delspørsmål som teller 10 poeng hver. I denne delen må du grunngi svarene dine; ubegrunnede svar vil få 0 poeng selv om de er riktige. Maksimalt oppnåelig poengsum på hele settet er 100 poeng.

1) Integralet $\int x\cos(x^2)dx$ er lik:

☐ $\frac{x^2}{2}\sin(x^2)+C$
☐ $\frac{1}{2}\sin(x^2)+C$
☐ $\cos(x^2)-2x^2\sin(x^2)+C$
☐ $\arccos(x^2)+C$
☐ $\frac{1}{2}\cos(x^2)+C$

2) Integralet $\int \ln(x^2+1)dx$ er lik:

☐ $(x^2+1)\ln(x^2+1)-(x^2+1)+C$
☐ $\ln\left(\frac{x^3}{3}+x\right)+C$
☐ $x\ln(x^2+1)-2x+2\arctan x+C$
☐ $x\ln(x^2+1)-2x^2\arctan x+C$
☐ $x\ln(x^2+1)-2x-\frac{2}{3}x^3+C$

3) Når vi substituerer $u=\arcsin x$ i integralet $\int_0^{1/2} e^{\arcsin x}dx$, får vi:

☐ $\int_0^{\pi/6}\cos u\, e^u du$
☐ $\int_0^{\pi/6} e^u du$
☐ $\int_0^{1/2}\cos u\, e^u du$
☐ $\int_0^{1/2}\sin u\, e^u du$
☐ $\int_0^{\pi/3}\cos u\, e^u du$

4) Når vi skal bruke delbrøkoppspalting på uttrykket $\frac{x^3+2x-4}{(x-1)^3(x^2+x+5)}$ bør vi sette det lik:

☐ $\frac{A}{x-1}+\frac{Bx+C}{x^2+x+5}$
☐ $\frac{Ax+B}{x-1}+\frac{Bx+C}{x^2+x+5}$
☐ $\frac{A}{(x-1)^3}+\frac{Bx+C}{x^2+x+5}$
☐ $\frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{(x-1)^3}+\frac{Dx+E}{x^2+x+5}$
☐ Vi må først polynomdividere

5) Det uegentlige integralet $\int_1^\infty \frac{1}{x(1+\ln^2 x)} dx$:

- ☐ konvergerer og er lik $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- ☐ konvergerer og er lik $\frac{3}{2}$
- ☐ divergerer
- ☐ konvergerer og er lik $\frac{\pi}{2}$
- ☐ konvergerer og er lik $\frac{8}{5}$

6) Hvis $F(x) = \int_1^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt$, så er $F'(x)$ lik:

- ☐ $\frac{\sin x^2}{x^2}$
- ☐ $\frac{\sin x}{x}$
- ☐ $\int_1^{x^2} \frac{t\cos t - \sin t}{t^2} dt$
- ☐ $2x \sin x^2$
- ☐ $\frac{2\sin x^2}{x}$

7) Finn den partiellderiverte $\frac{\partial f}{\partial x}$ når $f(x,y) = \arctan(x^2 y)$:

- ☐ $\frac{1}{1+x^4y^2}$
- ☐ $\frac{2xy}{\cos(x^2y)}$
- ☐ $\frac{2xy}{1+x^4y^2}$
- ☐ $\frac{2xy}{\sqrt{1-x^4y^2}}$
- ☐ $\arctan(x^2y) \cdot 2xy$

8) Hvis $f(x,y) = 3x^2y + 6xy^3$, $\vec{a} = (2,1)$, $\vec{r} = (3,-1)$, så er den retningsderiverte $f'(\vec{a}, \vec{r})$ lik:

- ☐ 3
- ☐ 102
- ☐ 6
- ☐ -6
- ☐ 0

9) I hvilken retning vokser $f(x,y) = 6xy + 7x^2y$ hurtigst når vi står i punktet $(-1,2)$:

- ☐ $(-16,1)$
- ☐ $(2,8)$
- ☐ $(3,2)$
- ☐ $(42,3)$
- ☐ $(42,-3)$

10) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ er lik:

- ☐ 0
- ☐ -2
- ☐ finnes ikke
- ☐ ∞
- ☐ 1

SLUTT

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT 1100 — Kalkulus.
Eksamensdag:	Mandag, 8. desember 2003.
Tid for eksamen:	09.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgavesettet består av to deler. Den ene delen inneholder 10 flervalgsoppgaver som teller 3 poeng hver. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å svare feil. Den andre delen av oppgavesettet består av 7 delspørsmål som teller 10 poeng hver. I denne delen må du grunngi svarene dine; ubegrunnede svar vil få 0 poeng selv om de er riktige. Maksimalt oppnåelig poengsum på hele settet er 100 poeng.

Del 2

Oppgave 1.

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x,y) = 3x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x + 6y$$

a) Finn det stasjonære punktet til f.

b) Avgjør om det stasjonære punktet til f er et lokalt maksimum, et lokalt minimum eller et sadelpunkt.

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 2.

a) Vis at $z = 1 + i$ er en rot i polynomet $P(z) = z^3 - z^2 + 2$. Finn den komplekse og reelle faktoriseringen til $P(z)$.

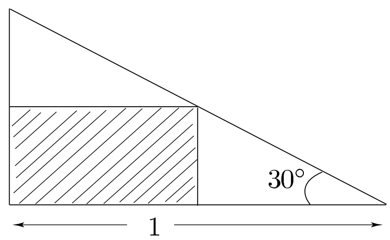
b) Finn tall A, B, C slik at

$$\frac{4x^2 - x + 5}{(x+1)(x^2 - 2x + 2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx + C}{x^2 - 2x + 2}$$

c) Regn ut integralet $\int \frac{2x+1}{x^2-2x+2} dx$.

Oppgave 3.

Figuren viser et rektangel innskrevet i en rettvinklet trekant. Hva er det største arealet et slikt rektangel kan ha?



Oppgave 4.

Alt vi vet om funksjonen $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ er

(*) $f(xy) = f(x) + f(y)$ for alle $x, y \in (0, \infty)$

(**) f er deriverbar i $x = 1$ og $f'(1) = k$.

Vår oppgave er å finne ut mer om f.

Vis først at $f(1) = 0$. (Hint: Bruk (*) med $y = 1$). Vis deretter at $f(x+h) = f(x) + f(1 + \frac{h}{x})$ og bruk dette til å vise at $f'(x) = \frac{k}{x}$. Forklar til slutt hvorfor f må være funksjonen $f(x) = k \ln x$.

SLUTT