

## Exemples Fermeture

- **Exemple 1 :**

Soit  $F = \{ A \rightarrow D ; AB \rightarrow E ; BI \rightarrow E ; CD \rightarrow I ; E \rightarrow C \}$ .

*Question 1.1* : calculer la fermeture, sous  $F$ , de  $AE$ .

*Solution 1.1* : au départ,  $(AE)^+ = AE$ ,

$A \rightarrow D$  permet d'ajouter  $D$  :  $(AE)^+ = AED$ ,

$E \rightarrow C$  permet d'ajouter  $C$  :  $(AE)^+ = AEDC$ ,

$CD \rightarrow I$  permet d'ajouter  $I$  :  $(AE)^+ = AEDCI$ .

Question : calculer la fermeture, sous  $F$ , de  $BE$ .

Solution : au départ,  $(BE)^+ = BE$ ,

$E \rightarrow C$  permet d'ajouter  $C$  :  $(BE)^+ = BEC$ .

- **Exemple 2 :**

Soit  $F = \{ AB \rightarrow C ; B \rightarrow D ; CD \rightarrow E ; CE \rightarrow GH ; G \rightarrow A \}$ .

*Question 2.1* : en utilisant la notion de fermeture d'un ensemble d'attributs, montrer que  $AB \rightarrow E$ ,

*Solution 2.1*:  $B \rightarrow D \models AB \rightarrow D$  par augmentation,

$AB \rightarrow C$  et  $AB \rightarrow D \models AB \rightarrow CD$  par union,

$AB \rightarrow CD$  et  $CD \rightarrow E \models AB \rightarrow E$  par transitivité.

**Question 2.2** : en utilisant la notion de fermeture d'un ensemble d'attributs, montrer que  $BG \rightarrow C$ ,

**Solution 2.2** :  $G \rightarrow A \models BG \rightarrow A$  par augmentation,  
 $BG \rightarrow BG \models BG \rightarrow B$  par projection,  
 $BG \rightarrow A$  et  $BG \rightarrow B \models BG \rightarrow AB$  par union,  
 $BG \rightarrow AB$  et  $AB \rightarrow C \models BG \rightarrow C$  par transitivité.

**Question 2.3** : en utilisant la notion de fermeture d'un ensemble d'attributs, montrer que  $AB \rightarrow G$ .

**Solution 2.3** :  $AB \rightarrow E$  et  $AB \rightarrow C \models AB \rightarrow CE$  par additivité,  
 $AB \rightarrow CE$  et  $CE \rightarrow GH \models AB \rightarrow GH$  par transitivité,  
 $AB \rightarrow GH \models AB \rightarrow G$  par projection.