

## Übungsaufgabe 2 (Finanzmathematik)

### Aufgabe 2

Auf Basis der durchschnittlichen Rendite für deutsche Aktien und Anleihen in den Jahren 1950 bis 2010 rechnet ein Anleger für die Zukunft mit folgenden durchschnittlichen jährlichen Renditen:

- Aktien            9%
- Anleihen        7%
- Festgeld        4%

- a) Wie hoch ist der erwartete Vermögensendwert einer Anlage von 100 EUR nach 5, 10, 20, 40 Jahren Anlagedauer in einer dieser 3 Vermögensklassen?
- b) Die aktuelle Entwicklung am Kapitalmarkt und die Prognosen für die nächsten Jahre lassen für die nächste Zeit nur noch jährliche Renditen von
  - i.    Aktien            6%
  - ii.   Anleihen        5%

erwarten.

Wie ändert sich der erwartete Vermögensendwert der Anlage von 100 EUR bei einer Laufzeit von 5, 10, 20 und 40 Jahren?



## Übungsaufgaben 3,4 und 5 (Finanzmathematik)

### Aufgabe 3

Sie setzen im Spielcasino mit Erfolg 1.000 EUR auf die 13 und erhalten 36.000 EUR. Welchen Betrag hätten Sie bei einem Zinssatz von 9 % bzw. 7 % anlegen müssen, um diesen Vermögensendwert in 10 Jahren zu erzielen?

### Aufgabe 4

Sie haben einen Betrag von 65.000 EUR geerbt und überlegen sich, eine „Auszeit“ von 5 Jahren zu nehmen, in denen Sie die Welt bereisen möchten. Sie haben die Möglichkeit, das Geld für aktuell 4 % Zinssatz anzulegen.

- a) Welchen identischen Betrag können Sie sich am Ende jedes Jahres entnehmen, damit das Kapital genau 5 Jahre ausreicht? Über welches Guthaben verfügen Sie jeweils am Jahresende noch?
- b) Wie ändern sich die Zahlen, wenn das Zinsniveau 10 % beträgt?

### Aufgabe 5

Sie haben in einer Lotterie gewonnen und können sich aussuchen:

- i. 50.000 EUR Sofortauszahlung
- ii. 6.000 EUR jährliche Zahlung über 10 Jahre

Welches Angebot ist vorteilhafter, wenn der Zinssatz 5 % beträgt?



## Übungsaufgabe 6 und 7 (Finanzmathematik)

### Aufgabe 6

Sie besitzen ein Grundstück, das Sie an einen Landwirt verpachtet haben. Die aktuelle Pacht beträgt 1.000 EUR jährlich. Welchen Wert hat das Grundstück, wenn Sie davon ausgehen können, dass die Pacht jährlich um durchschnittlich 2 % steigt und unendlich gezahlt werden wird. Das langfristige Zinsniveau beträgt 6 %.

### Aufgabe 7

Beim Verkauf eines Hauses erhält der Makler folgende Angebote:

- a) 120.000 EUR Anzahlung und weitere 300.000 EUR nach Ablauf von 4 Jahren;
- b) 100.000 EUR Anzahlung, nach einem Jahr 160.000 EUR, und dann 3 mal in Jahresabständen hintereinander je 50.000 EUR;
- c) 180.000 EUR Anzahlung, 110.000 EUR nach Ablauf von 4 Jahren und 140.000 EUR nach weiteren 2 Jahren;
- d) 440.000 EUR nach Ablauf von 5 Jahren.

Welches Angebot ist bei 5 % Zinssatz für den Makler am vorteilhaftesten?



## Lösung: Übungsaufgabe 2 (Finanzmathematik)

### a) Vermögensendwerte

Anlagedauer	Aktien (9 %)	Anleihen (7 %)	Festgeld (4 %)
5	153,86	140,26	121,67
10	236,74	196,72	148,02
20	560,44	386,97	219,11
40	3.140,94	1.497,45	480,10

### b) Vermögensendwerte bei geänderten Renditeannahmen

Anlagedauer	Aktien (6 %)	Anleihen (5 %)
5	133,82	127,63
10	179,08	162,89
20	320,71	265,33
40	1.028,57	704,00



## Lösung: Übungsaufgabe 3 (Finanzmathematik)

› Zinssatz  $i = 9 \%$

$$K_0 = 36.000 \cdot \frac{1}{(1 + 0,09)^{10}} = 36.000 \cdot \frac{1}{2,36736} = 15.206,79$$

› Zinssatz  $i = 7 \%$

$$K_0 = 36.000 \cdot \frac{1}{(1 + 0,07)^{10}} = 36.000 \cdot \frac{1}{1,96715} = 18.300,57$$



## Lösung: Übungsaufgabe 4 (Finanzmathematik)

a) Verwendung des Wiedergewinnungsfaktors

$$r = K_0 \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$r = 65.000 \cdot \frac{(1+0,04)^5 \cdot 0,04}{(1+0,04)^5 - 1} = 14.600,76$$

Jahr	Zinsen (4 %)	Entnahme	Guthaben
0			65.000,00
1	2.600,00	14.600,76	52.999,24
2	2.119,97	14.600,76	40.518,44
3	1.620,74	14.600,76	27.538,42
4	1.101,54	14.600,76	14.039,19
5	561,57	14.600,76	0,00



## Lösung: Übungsaufgabe 4 (Finanzmathematik)

b) Verwendung des Wiedergewinnungsfaktors

$$r = K_0 \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$r = 65.000 \cdot \frac{(1+0,1)^5 \cdot 0,1}{(1+0,1)^5 - 1} = 17.146,84$$

Jahr	Zinsen (10 %)	Entnahme	Guthaben
0			65.000,00
1	6.500,00	17.146,84	54.353,16
2	5.435,32	17.146,84	42.641,64
3	4.264,16	17.146,84	29.758,97
4	2.975,90	17.146,84	15.588,03
5	1.558,80	17.146,84	0,00



## Lösung: Übungsaufgabe 5 (Finanzmathematik)

- › Berechnung des Barwerts mittels Rentenbarwertfaktor

$$K_0 = r \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$K_0 = 6.000 \cdot \frac{(1+0,05)^{10} - 1}{(1+0,05)^{10} \cdot 0,05} = 46.330,41$$

-> Sofortauszahlung von 50.000 vorteilhafter.





## Lösung: Übungsaufgabe 6 (Finanzmathematik)

- › Ewige Rente mit konstantem Wachstum

$$K_0 = \frac{r}{i - g}$$

$$K_0 = \frac{1.000}{0,06 - 0,02} = 25.000$$

## Lösung: Übungsaufgabe 7 (Finanzmathematik)

### ► Möglichkeit 1: Berechnung und Vergleich der **Barwerte**

$$A: K_0 = 120 + 300 \cdot \frac{1}{1,05^4} = 366.810,74$$

$$B: K_0 = 100 + 160 \cdot \frac{1}{1,05} + 50 \cdot \frac{1}{1,05^2} + 50 \cdot \frac{1}{1,05^3} + 50 \cdot \frac{1}{1,05^4} = 382.059,43$$

$$C: K_0 = 180 + 110 \cdot \frac{1}{1,05^4} + 140 \cdot \frac{1}{1,05^6} = 374.967,43$$

$$D: K_0 = 440 \cdot \frac{1}{1,05^5} = 344.751,51$$

➔ Alternative B ist am günstigsten für Makler

## Lösung: Übungsaufgabe 7 (Finanzmathematik)

### › Möglichkeit 2: Berechnung und Vergleich der **Endwerte**

$$A: K_6 = 120 \cdot 1,05^6 + 300 \cdot 1,05^2 = 491.561,48$$

$$B: K_6 = 100 \cdot 1,05^6 + 160 \cdot 1,05^5 + 50 \cdot 1,05^4 + 50 \cdot 1,05^3 + 50 \cdot 1,05^2$$
$$K_6 = 511.996,17$$

$$C: K_6 = 180 \cdot 1,05^6 + 110 \cdot 1,05^2 + 140 = 502.492,21$$

$$D: K_6 = 440 \cdot 1,05 = 462.000$$

➔ Alternative B ist am günstigsten für Makler