Fundamentos de Computação II

2024/2



Profa. Dra. Juliana Félix jufelix16@gmail.com

Aula de hoje



- Definições básicas
- Técnicas de prova
 - o Terminologia
 - Prova direta
- Exercícios



Definições básicas

Divisibilidade



Sejam a e b inteiros, com a \neq 0. Dizemos que a **divide** b se existe um inteiro c tal que b = ac. Dizemos também que:

- b é divisível por a;
- a é um fator de b;
- a é um divisor de b;
- b é múltiplo de a.

A notação correspondente é a | b, quando a divide b, e a \dangle b, em caso contrário.

Divisibilidade

PUC GOIÁS

Observações:

- 1. Todo inteiro x divide 0 (zero).
- 2. $d \mid b \leftrightarrow (-d) \mid b$.
- 3. Todo inteiro a é divisível por 1 e por a.

Exemplos:

- 3 | 9
- 4 | 12
- 6 ∤ 16
- 3 | -15
- 5|0

Paridade



PAR

Um inteiro a é chamado **par** se existe um inteiro x tal que a = 2x, ou seja, $2 \mid a$.

ÍMPAR

Um inteiro a é chamado **ímpar** se existe um inteiro x tal que a = 2x + 1.

Observação: Um inteiro é sempre par ou ímpar, e nenhum inteiro é par e ímpar ao mesmo tempo.

Primalidade



→ Um número p é primo se p > 1 e se os únicos divisores positivos de p são 1 e p.

- → Um número positivo a é chamado de composto se existe um inteiro b tal que 1 < b < a e b | a.</p>
 - ♦ Em outras palavras, um número é composto se ele não é primo.

→ O número 1 não é primo nem composto!



Técnicas de Prova

Terminologia



- Um teorema é uma afirmação declarativa sobre matemática, para a qual existe uma prova ou demonstração.
- Uma prova ou demonstração é uma argumentação que mostra, de maneira indiscutível, que uma afirmação é verdadeira.

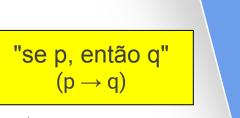
Provas ou demonstrações

PUC GOIÁS

Alguns exemplos de afirmações que podem ser provadas matematicamente:

- A soma de dois números inteiros pares é sempre par.
- Todo número primo maior que 2 é ímpar.
- A soma dos dígitos de qualquer múltiplo de 9 é um múltiplo de 9.
- O produto de dois números negativos é sempre positivo.
- Todo número inteiro terminado em 0 ou 5 é divisível por 5.
- Para qualquer número natural n≥1, a soma dos primeiros n números naturais é dada por (n(n+1))/2.

Reestruturação de sentenças





Antes de mais nada, é importante saber reestruturar, logicamente, as afirmações a serem provadas (demonstradas).

Exemplo: Prove que a soma de dois números inteiros pares é par.

Reformulação: Se x e y são inteiros pares, então x + y também é par.

Reestruturação de sentenças



Exercício:

Reestruture as seguintes afirmações na forma "se p, então q".

- a) O produto de um inteiro ímpar e um inteiro par é par.
- b) O quadrado de um inteiro ímpar é ímpar.
- c) A soma dos dígitos de qualquer múltiplo de 9 é um múltiplo de 9.
- d) Um número inteiro é múltiplo de 5 se termina em 0 ou 5.

Técnicas de demonstração



Técnicas mais comuns de demonstração:

- Demonstração por vacuidade;
- Demonstração por trivialização;
- Demonstração direta; —
- bernondragae aneta,
- Demonstração por contraposição;
- Demonstração por contradição ou absurdo;
- Demonstração por indução.

 $(p \rightarrow q)$

 $(\neg q \rightarrow \neg p)$

¬(p ∧ ¬q)

Exercícios sugeridos



Divisibilidade

- 1. Prove que 3 | 9.
- 2. Prove que 4 | 12.
- 3. Prove que 6 ∤ 16.
- 4. Sejam a, b, $c \in Z$. Mostre que se a | b e a | c, então a | (b + c).

Paridade

- 5. Se x e y são inteiros pares, então x + y é um inteiro par.
- 6. Prove que a soma de dois inteiros ímpares é par.

Aula de hoje...



- Vimos algumas definições básicas
 - o Divisibilidade, Paridade, Primalidade
- Conceituamos e apresentamos alguns tipos de demonstração
- Resolvemos exercícios de demonstração com o conceito de divisibilidade

Atividade



Atividade 1 para entrega dia 11/09/2024.

- Disponível em: https://github.com/jufelix/FC2
- A atividade pode ser feita em duplas.
- A atividade deve ser entregue manuscrita ou impressa até o fim da aula.