Fundamentos de Computação II

2024/2

Profa. Dra. Juliana Félix

jufelix16@gmail.com

PUC GOIÁS

Aula de hoje

- Definições básicas
- Técnicas de prova
  - Terminologia
  - Prova direta
- Exercícios

Definições básicas

Divisibilidade

Sejam a e b inteiros, com $a \neq 0$. Dizemos que a **divide** b se existe um inteiro c tal que $b = ac$. Dizemos também que:

- b é divisível por a;
- a é um fator de b;
- a é um divisor de b;
- b é múltiplo de a.

A notação correspondente é $a \mid b$, quando a divide b, e $a \nmid b$, em caso contrário.

Divisibilidade

Observações:

1. Todo inteiro x divide 0 (zero).
2. $d \mid b \leftrightarrow (-d) \mid b$.
3. Todo inteiro a é divisível por 1 e por a.

Exemplos:

- $3 \mid 9$
- $4 \mid 12$
- $6 \nmid 16$
- $3 \mid -15$
- $5 \mid 0$

Paridade

PAR

Um inteiro a é chamado **par** se existe um inteiro x tal que $a = 2x$, ou seja, $2 \mid a$.

ÍMPAR

Um inteiro a é chamado **ímpar** se existe um inteiro x tal que $a = 2x + 1$.

Observação: Um inteiro é sempre par ou ímpar, e nenhum inteiro é par e ímpar ao mesmo tempo.

Primalidade

- Um número p é **primo** se $p > 1$ e se os únicos divisores positivos de p são 1 e p.

- Um número positivo a é chamado de **composto** se existe um inteiro b tal que $1 < b < a$ e $b \mid a$.
  - Em outras palavras, um número é composto se ele não é primo.

- O número 1 não é primo nem composto!

Técnicas de Prova

Terminologia

- Um **teorema** é uma afirmação declarativa sobre matemática, para a qual existe uma **prova** ou **demonstração**.
- Uma **prova** ou **demonstração** é uma argumentação que mostra, de maneira indiscutível, que uma afirmação é verdadeira.

Provas ou demonstrações

Alguns exemplos de afirmações que podem ser provadas matematicamente:

- A soma de dois números inteiros pares é sempre par.
- Todo número primo maior que 2 é ímpar.
- A soma dos dígitos de qualquer múltiplo de 9 é um múltiplo de 9.
- O produto de dois números negativos é sempre positivo.
- Todo número inteiro terminado em 0 ou 5 é divisível por 5.
- Para qualquer número natural $n \geq 1$, a soma dos primeiros n números naturais é dada por $(n(n+1))/2$.

PUC GOIÁS

Reestruturação de sentenças

"se p, então q"
($p \rightarrow q$)

Antes de mais nada, é importante saber reestruturar, logicamente, as afirmações a serem provadas (demonstradas).

Exemplo: Prove que a soma de dois números inteiros pares é par.

Reformulação: Se x e y são inteiros pares, então x + y também é par.

Reestruturação de sentenças

Exercício:

Reestruture as seguintes afirmações na forma "se p, então q".

a) O produto de um inteiro ímpar e um inteiro par é par.
b) O quadrado de um inteiro ímpar é ímpar.
c) A soma dos dígitos de qualquer múltiplo de 9 é um múltiplo de 9.
d) Um número inteiro é múltiplo de 5 se termina em 0 ou 5.

Técnicas de demonstração

Técnicas mais comuns de demonstração:

- Demonstração por vacuidade;
- Demonstração por trivialização;
- Demonstração direta; $(p \rightarrow q)$
- Demonstração por contraposição; $(\neg q \rightarrow \neg p)$
- Demonstração por contradição ou absurdo; $\neg(p \land \neg q)$
- Demonstração por indução.

Exercícios sugeridos

Divisibilidade

1. Prove que $3 \mid 9$.
2. Prove que $4 \mid 12$.
3. Prove que $6 \nmid 16$.
4. Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Mostre que se $a \mid b$ e $a \mid c$, então $a \mid (b + c)$.

Paridade

5. Se x e y são inteiros pares, então x + y é um inteiro par.
6. Prove que a soma de dois inteiros ímpares é par.

Aula de hoje...

PUC GOIÁS

- Vimos algumas definições básicas
    - Divisibilidade, Paridade, Primalidade
- Conceituamos e apresentamos alguns tipos de demonstração
- Resolvemos exercícios de demonstração com o conceito de divisibilidade

Atividade

Atividade 1 para entrega dia 11/09/2024.

- Disponível em: https://github.com/jufelix/FC2
- A atividade pode ser feita em duplas.
- A atividade deve ser entregue manuscrita ou impressa até o fim da aula.