

Técnicas de Demonstração

Revisão de Lógica, Prova Direta

Instruções:

Utilize linguagem formal para resolver os exercícios. Quando possível, indique as propriedades utilizadas em cada passo. Os exemplos fornecidos tem como objetivo ilustrar uma resposta formal válida. Não é necessário utilizar as MESMAS palavras – apenas garanta a formalidade na sua resposta.

Sua solução deve ser entregue manuscrita ou impressa na aula do dia 11/09/2024. A atividade pode ser feita em duplas.

1) Escreva utilizando quantificadores, a seguinte frase: "A soma de quaisquer dois números inteiros é um inteiro".

2) Escreva a negação de cada um dos itens abaixo.

- a) $\forall x, y \in \mathbb{R}$, se $x^2 = y^2$, então $x = y$.
- b) $\forall x \in D$, $\exists y \in E \mid x^2 - y^2 \leq 2$.
- c) $\exists x \in D \mid \forall y \in E, x + y = -1$.

3) Utilize as leis de De Morgan para escrever a negação das seguintes declarações.

Ex.: Maria é casada e João é solteiro.

Assumindo que p : "Maria é casada" e q : "João é solteiro", o enunciado pode ser reescrito como $p \wedge q$. A negação do enunciado, $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ (utilizando a lei De Morgan). Sabemos que $\sim p$: "Maria não é casada" e $\sim q$: "João não é solteiro". Logo, $\sim p \vee \sim q$, em português, é: "Maria não é casada ou João não é solteiro".

- a) O ônibus estava atrasado ou o relógio de João estava marcando a hora errada.
- b) $x \geq 0$ ou $x \leq -10$.
- c) $-1 < x \leq 4$.

4) Prove as proposições abaixo utilizando demonstração direta.

- a) A soma de um número e seu quadrado é par.
- b) O produto de um inteiro ímpar e um inteiro par é par.
- c) O quadrado de um número inteiro ímpar é ímpar.
- d) A soma de dois números ímpares consecutivos é divisível por 4.