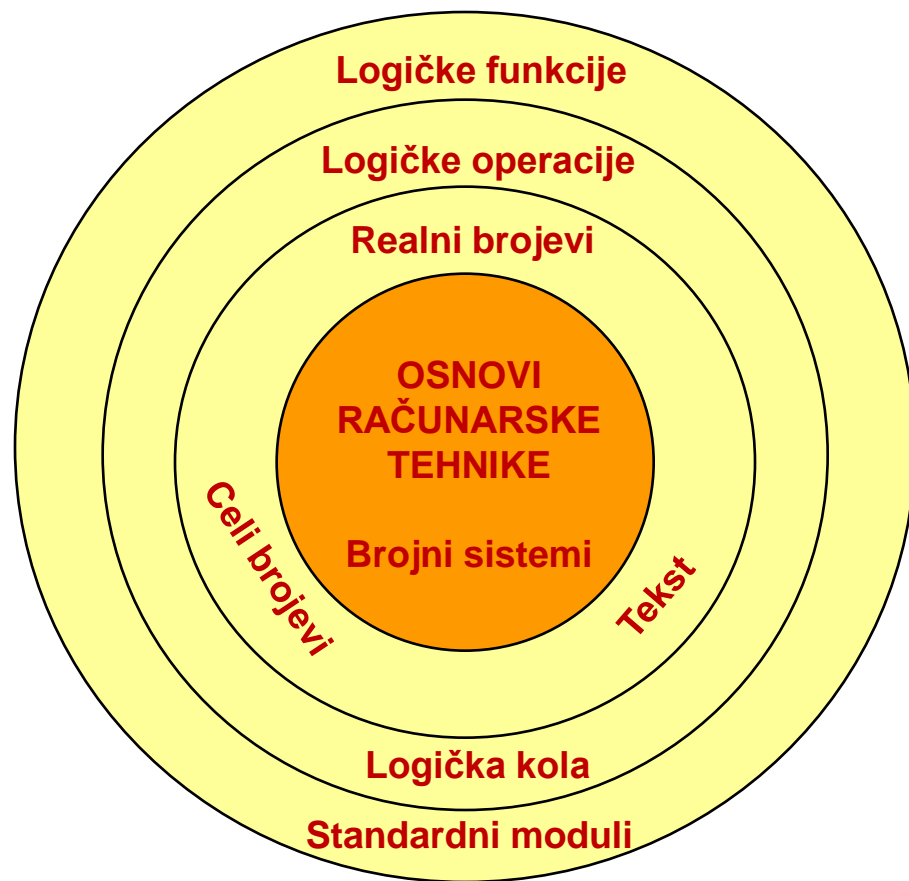


# Brojni sistemi



## TEME

- ✓ Pozicioni brojni sistemi
- ✓ Binarni sistem
  - ✓ Konverzije brojeva
  - ✓ Aritmetičke operacije
- ✓ Heksadecimalni sistem
  - ✓ Konverzije brojeva

# Pozicioni brojni sistemi

**Pozicioni brojni sistemi** su sistemi zapisivanja brojeva u kojima vrednost broja zavisi od:

- cifara korišćenih u zapisu broja
- pozicije svake cifre u broju.

**Osnova brojnog sistema ( $q$ )** je broj različitih cifara koje se mogu koristiti u zapisu broja.

## Primer 1

cifre: 2, 5 i 9      broj: 592

cifre: 1, 3 i 5      broj: 135

cifre: 1, 3 i 8      broj: 138

## Primer 2

cifre: 2, 5 i 9      broj: 592

cifre: 2, 5 i 9      broj: 295

cifre: 2, 5 i 9      broj: 925

## Primer 3

decimalni sistem

cifre: 0,1,2,3,4,5,6,7,8 i 9

$q = 10$

# Vrednost broja u pozicionom sistemu

Prirodan broj  $X$  se u pozicionom brojnom sistemu može zapisati u obliku:

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$$

Decimalna vrednost ovog broja se računa po formuli:

$$X = a_n \cdot q^n + a_{n-1} \cdot q^{n-1} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0$$

Oznake:

$a_i$ ,  $0 \leq i \leq n$  – cifre u zapisu broja

$n+1$  – broj cifara u zapisu

$q$  – osnova brojnog sistema

## Primer 4

$$592 = 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$$

$$a_0 = 2, a_1 = 9, a_2 = 5, n = 2, q = 10$$

$$1486 = 1 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

$$a_0 = 6, a_1 = 8, a_2 = 4, a_3 = 1, n = 3, q = 10$$

# Primeri pozicionih sistema

## Decimalni brojni sistem

$q = 10$ , cifre: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

## Binarni brojni sistem

$q = 2$ , cifre: 0,1

## Heksadecimalni brojni sistem

$q = 16$ , cifre: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

## Oktalni brojni sistem

$q = 8$ , cifre: 0,1,2,3,4,5,6,7

### Primer 5

$74_{(10)}$

$$10_{(2)} = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 2_{(10)}$$

$A6_{(16)}$

$1074_{(8)}$

$$10_{(10)} = 1 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 = 10_{(10)}$$

$$10_{(16)} = 1 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = 16_{(10)}$$

# Binarni sistem

---

- ❑ Primenjuje se u računarskim i drugim digitalnim uređajima.
- ❑ Mogućnostima današnje elektronske tehnologije odgovara predstavljanje informacija sa samo dva stanja, na primer
  - “ima signala” (0) / “nema signala” (1)
  - “uključen” (0) / “isključen” (1).
- ❑ Ljudima više odgovara decimalni sistem (DEC) od binarnog (BIN), pa je neophodna konverzija brojeva iz jednog u drugi sistem.

# Konverzija BIN $\rightarrow$ DEC

Postupak konverzije:

a) **primeniti sledeću formulu za računanje vrednosti decimalnog broja**

$$X = a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

## Primer 6

Konvertovati binarni broj  $10010110_{(2)}$  u decimalni.

$$10010110_{(2)} =$$

$$= 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 =$$

$$= 1 \cdot 128 + 0 \cdot 64 + 0 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 =$$

$$= 128 + 16 + 4 + 2 = 150_{(10)}$$

# Konverzija DEC $\rightarrow$ BIN

## Primer 7

Konvertovati decimalni broj  $169_{(10)}$  u binarni.

Postupak konverzije:

- decimalni broj podeliti sa 2 i zapisati rezultat deljenja i dobijeni ostatak
- rezultate deljenja dalje deliti sa 2 uz zapisivanje ostataka sve dok se ne dobije rezultat 0
- binarni broj formirati od dobijenih ostataka u obrnutom redosledu

$$169 : 2 = 84 \text{ (1)}$$

$$84 : 2 = 42 \text{ (0)}$$

$$42 : 2 = 21 \text{ (0)}$$

$$21 : 2 = 10 \text{ (1)}$$

$$10 : 2 = 5 \text{ (0)}$$

$$5 : 2 = 2 \text{ (1)}$$

$$2 : 2 = 1 \text{ (0)}$$

$$1 : 2 = 0 \text{ (1)}$$

$$169_{(10)} = 10101001_{(2)}$$

# Sabiranje binarnih brojeva

Sabiranje binarnih brojeva se vrši po istim pravilima kao i sabiranje decimalnih brojeva.

To znači:

- ❑ ako je zbir na nekoj poziciji veći od 1, javlja se prenos za narednu poziciju
- ❑ mesne vrednosti susednih pozicija se razlikuju 2 puta.

## Primer 8

DEC	1	1	
A		5	7
B		6	9
A+B	1	2	6

BIN	1	1	
A			1
B		1	1
A+B	1	0	0

## VAŽNO!

Decimalni sistem:       $0+0 = 0$     $0+1 = 1$     $1+0 = 1$     $1+1 = 2$        $1+1+1 = 3$   
 Binarni sistem:       $0+0 = 0$     $0+1 = 1$     $1+0 = 1$     $1+1 = 10$        $1+1+1 = 11$



# Sabiranje binarnih brojeva

## Primer 9

Sabrati binarne brojeve  $A = 10110111_{(2)}$  i  $B = 10011010_{(2)}$ .

$$\begin{array}{r}
 10110111 \\
 + 10011010 \\
 \hline
 101010001
 \end{array}$$

	1	0	1	1	1	1	1	0	
<i>A</i>		1	0	1	1	0	1	1	1
<i>B</i>		1	0	0	1	1	0	1	0
<i>A+B</i>	1	0	1	0	1	0	0	0	1

# Oduzimanje binarnih brojeva

Oduzimanje binarnih brojeva se vrši po istim pravilima kao i oduzimanje decimalnih brojeva.

To znači:

- ❑ ako se veća vrednost oduzima od manje, uzima se pozajmica sa naredne pozicije
- ❑ kada pređe na nižu poziciju, pozajmica vredi dvostruko.

## Primer 10

DEC		7	10
A		<del>8</del>	3
B		6	9
A-B		1	4

BIN		0	2
A		<del>1</del>	0
B			1
A-B		0	1

# Oduzimanje binarnih brojeva

## Primer 11

Binarni broj  $B = 10110111_{(2)}$  oduzeti od broja  $A = 10011010_{(2)}$ .

$$\begin{array}{r} 10110111 \\ - 10011010 \\ \hline 00011101 \end{array}$$

					2				
				0	<del>0</del>	2			
A		1	0	<del>1</del>	<del>1</del>	0	1	1	1
B		1	0	0	1	1	0	1	0
A-B		0	0	0	1	1	1	0	1

# Množenje binarnih brojeva

Množenje binarnih brojeva se vrši po istim pravilima kao i množenje decimalnih brojeva, s tim što se prilikom sabiranja međurezultata mora uzeti u obzir da se radi u brojnom sistemu sa osnovom 2.

**Primer 12** Pomnožiti binarne brojeve  $1100_{(2)}$  i  $1101_{(2)}$ .

1	1	0	0	.	1	1	0	1		=		1	1	0	0
												0	0	0	0
											1	1	0	0	
								+	1	1	0	0			
								1	0	0	1	1	1	0	0

# Deljenje binarnih brojeva

Deljenje binarnih brojeva se vrši po istim pravilima kao i deljenje decimalnih brojeva, s tim što se mora uzeti u obzir da se radi u brojnom sistemu sa osnovom 2.

**Primer 13** Binarni broj  $100010001_{(2)}$  podeliti binarnim brojem  $1101_{(2)}$ .

[illegible]

# Nedostatak

---

- ☐ Binarni zapis broja je često predugačak.
- ☐ Radi jednostavnosti, u računarstvu se koristi i heksadecimalni zapis.
- ☐ Računar radi sa binarnim podacima, iako se oni korisniku obično predstavljaju u heksadecimalnom obliku.
- ☐ Postoji pogodan odnos osnova binarnog i heksadecimalnog sistema ( $2^4 = 16$ ), pa je konverzija jednostavna.

# Heksadecimalni sistem

Cifre heksadecimalnog sistema:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

DEC	HEX
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F

DEC	HEX
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

# Konverzija HEX $\rightarrow$ DEC

Postupak konverzije:

a) primeniti sledeću formulu za računanje vrednosti decimalnog broja:

$$X = a_n \cdot 16^n + a_{n-1} \cdot 16^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 16^1 + a_0 \cdot 16^0$$

## Primer 14

Konvertovati heksadecimalni broj  $5E3_{(16)}$  u decimalni.

$$\begin{aligned} 5E3_{(16)} &= \\ &= 5 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = \\ &= 5 \cdot 256 + 14 \cdot 16 + 3 \cdot 1 = \\ &= 1280 + 224 + 3 = 1507_{(10)} \end{aligned}$$



# Konverzija DEC → HEX

Postupak konverzije:

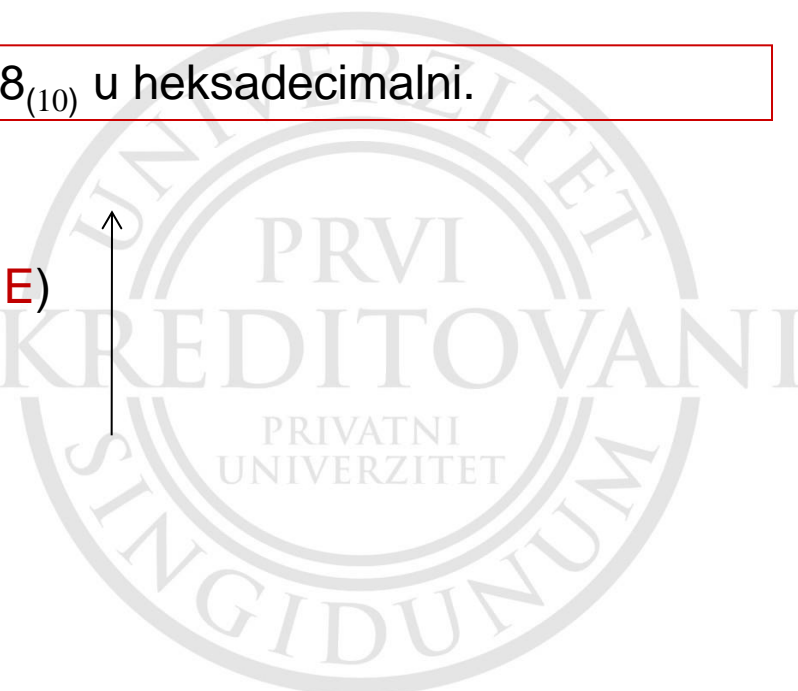
- decimalni broj deliti sa 16 uz zapisivanje ostataka dok se ne dobije rezultat 0
- heksadecimalni broj formirati od dobijenih ostataka u obrnutom redosledu

## Primer 15

Konvertovati decimalni broj  $4328_{(10)}$  u heksadecimalni.

$$\begin{array}{rcl} 4328 & : & 16 = 270 \text{ (8)} \\ 270 & : & 16 = 16 \text{ (14 = E)} \\ 16 & : & 16 = 1 \text{ (0)} \\ 1 & : & 16 = 0 \text{ (1)} \end{array}$$

$$4328_{(10)} = 10E8_{(16)}$$



# Konverzija BIN $\rightarrow$ HEX

Postupak konverzije:

- a) grupisati po 4 cifre binarnog broja počevši sa desne strane
- b) dobijene grupe predstaviti u heksadecimalnom brojnom sistemu

## Primer 16

Konvertovati binarni broj  $110111110_{(2)}$  u heksadecimalni.

$$1 \mid 1011 \mid 1110_{(2)}$$

$$1110_{(2)} = 14_{(10)} = E_{(16)}$$

$$1011_{(2)} = 11_{(10)} = B_{(16)}$$

$$1_{(2)} = 1_{(10)} = 1_{(16)}$$

$$110111110_{(2)} = 1BE_{(16)}$$

# Konverzija HEX → BIN

Postupak konverzije:

- a) svaka cifra heksadecimalnog broja se predstavi pomoću odgovarajuće grupe od 4 binarne cifre
- b) dobijene grupe se spoje i formiraju binarni broj

## Primer 17

Konvertovati heksadecimalni broj  $3A9_{(16)}$  u binarni.

$$9_{(16)} = 9_{(10)} = 1001_{(2)}$$

$$A_{(16)} = 10_{(10)} = 1010_{(2)}$$

$$3_{(16)} = 3_{(10)} = 0011_{(2)}$$

$$3A9_{(16)} = 0011\ 1010\ 1001_{(2)} = 11\ 1010\ 1001_{(2)}$$