

AR - Vežbe 4 - Karnoove mape

Mladen Vidović
`mvidovic@singidunum.ac.rs`

Univerzitet Singidunum
Centar Novi Sad

13. oktobar 2024.

Karnoove mape

- Koristeći Karnoovu metodu minimizacije, izvršiti minimizaciju sledeće funkcije, zadate preko konstituenti jedinice:
- $f_{(A,B,C,D)} = \sum(0, 1, 7, 15)$
- Kreiramo mapu tako što delimo promenljive u 2 grupe po 2 promenljive AB i CD, u ovom slučaju.
- Ispisujemo kombinacije promenljivih po redovima i kolonama, tako da se dve susedne kombinacije razlikuju samo po jednom bitu.

Karnoove mape

- Primer mape za 4 promenljive

$\frac{CD}{AB}$	00	01	11	10
00	00 00 (0)	00 01 (1)	00 11 (3)	00 10 (2)
01	01 00 (4)	01 01 (5)	01 11 (7)	01 10 (6)
11	11 00 (12)	11 01 (13)	11 11 (15)	11 10 (14)
10	10 00 (8)	10 01 (9)	10 11 (11)	10 10 (10)

Karnoove mape

- Popunjavamo tabelu vrednostima funkcije, i zatim pokrivamo susedne jedinice funkcije što manjim brojem što većih pravougaonika čiji je broj elemenata stepen dvojke.

Karnoove mape

- Popunjena mapa

$\frac{CD}{AB}$	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	0

Karnoove mape

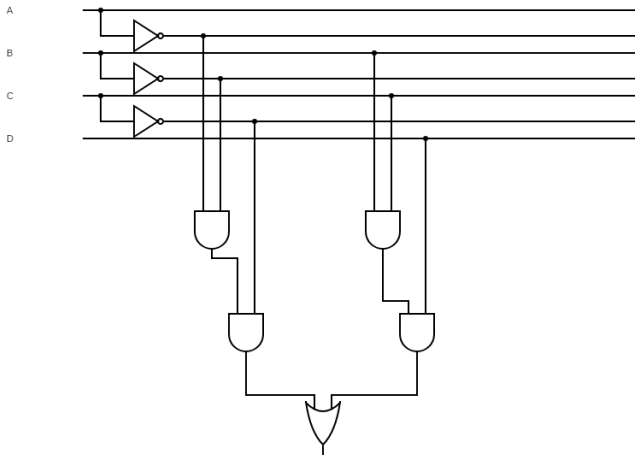
- Imamo 2 pravougaonika - 2 proste implikante
- Ako se vrednost promenljive menja unutar pravougaonika, eliminišemo je.

- Neminimizovan oblik funkcije

$$f_{(A,B,C,D)} = A'B'C'D' + A'B'C'D + A'BCD + ABCD$$

- Minimizovan oblik funkcije $f_{(A,B,C,D)} = A'B'C' + BCD$

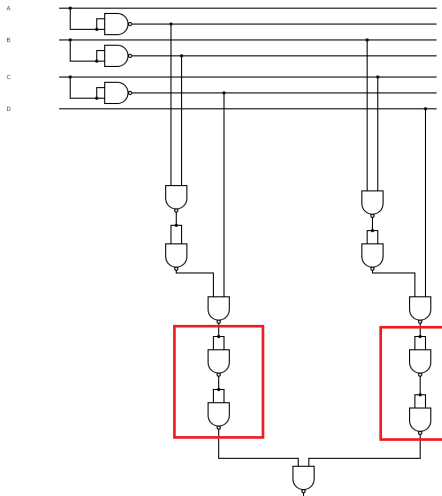
Karnoove mape



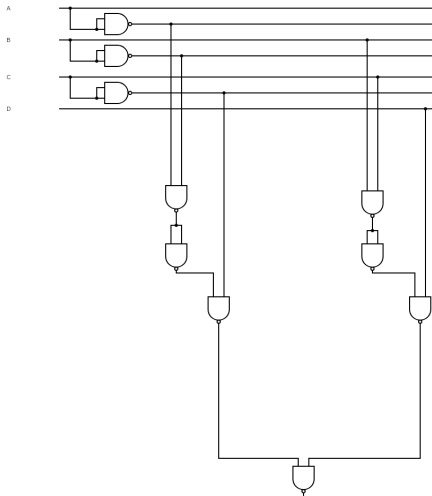
Karnoove mape

- Konverzija šeme koja koristi I, ILI i NE elemente u šemu koja koristi isključivo NI, odnosno isključivo NILI elemente se postiže primenom De Morganovih teorema i dvostrukom negacijom
- $A \text{ NAND } B = (A \text{ AND } B)'$
- $A \text{ NOR } B = (A \text{ OR } B)'$
- $(A \text{ AND } B)' = A' \text{ OR } B'$ - dokazati tabelom istinitosti
- $(A \text{ OR } B)' = A' \text{ AND } B'$ - dokazati tabelom istinitosti
- $A \text{ AND } B = ((A \text{ AND } B)')' = (A' \text{ OR } B')' = A' \text{ NOR } B'$
- $A \text{ OR } B = ((A \text{ OR } B)')' = (A' \text{ AND } B')' = A' \text{ NAND } B'$
- Negaciju postižemo time što dovedemo isti ulaz na NILI ili NI kolo.

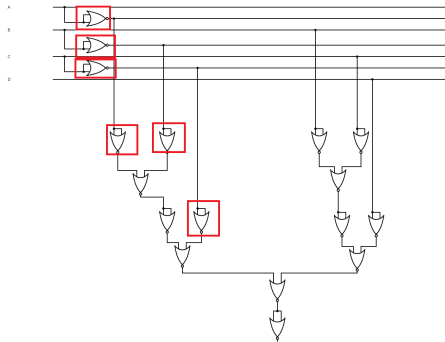
Karnoove mape



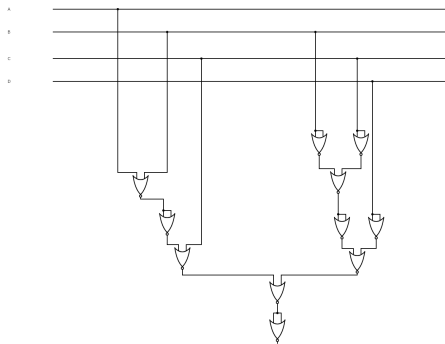
Karnoove mape



Karnoove mape



Karnoove mape



Karnoove mape

- Koristeći karnoove mape, minimizovati sledeće funkcije:
- 1. $f_{(x,y,z,w)} = \sum(2, 6, 12, 14)$
- 2. $f_{(x,y,z,w)} = \sum(1, 2, 6, 12, 14)$
- 3. $f_{(x,y,z,w)} = \sum(4, 6, 12, 14, 15)$
- 4. $f_{(x,y,z,w)} = \sum(0, 1, 2, 4, 5, 8, 10)$
- 5. $f_{(x,y,z,w)} = \sum(0, 1, 4, 6, 8, 9, 12, 14)$
- 6. $f_{(x,y,z,w)} = \sum(0, 1, 3, 5, 8, 11, 12, 13)$
- Ispisati i minimizovanu i neminimizovanu funkciju kao sumu proizvoda.
- Nacrtati logičku šemu za minimizovanu funkciju.

Karnoove mape sa 5 promenljivih

- Karnoova mapa za 5 promenljivih se dobija tako što se uradi horizontalno preslikavanje mape sa 4 promenljive.
- Prva promenljiva je u levoj tabeli negativna (False, nula), a u desnoj pozitivna (True, 1).
- Čelije na istoj poziciji u obe tabele su susedne, kao da se jedna tabela nalazi ispod druge.

Karnoove mape sa 5 promenljivih

- Koristeći karnoove mape, minimizovati funkciju:
- $f(t, x, y, z, w) = \sum(5, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 21, 23, 26, 27, 29, 31)$

Karnoove mape sa 5 promenljivih

	t'					t			
$\frac{ZW}{XY}$	00	01	11	10	$\frac{ZW}{XY}$	00	01	11	10
00	0	0	0	0	00	0	0	0	0
01	0	1	1	0	01	0	1	1	0
11	0	1	1	1	11	0	1	1	0
10	0	0	1	1	10	0	0	1	1

Karnoove mape sa 5 promenljivih

		t'						t			
\overline{ZW}	XY	00	01	11	10	\overline{ZW}	XY	00	01	11	10
00		0	0	0	0	00		0	0	0	0
01		0	1	1	0	01		0	1	1	0
11		0	1	1	1	11		0	1	1	0
10		0	0	1	1	10		0	0	1	1

Karnoove mape sa 5 promenljivih

- Minimizovana funkcija: $f_{(t,x,y,z,w)} = yw + xy'z + t'xz$

Karnoove mape sa 5 promenljivih

- Koristeći karnoove mape, minimizovati sledeće funkcije:
- 1. $f(t, x, y, z, w) = \sum(5, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 21, 23, 26, 27, 29, 31)$
- 2. $f(t, x, y, z, w) = \sum(5, 13, 21, 26, 27, 29, 30, 31)$
- 3. $f(t, x, y, z, w) = \sum(0, 2, 7, 8, 10, 24, 26, 28, 30)$
- 4. $f(t, x, y, z, w) = \sum(4, 5, 6, 7, 15, 21, 23, 31)$
- 5. $f(t, x, y, z, w) = \sum(3, 5, 11, 19, 20, 21, 27)$
- 6. $f(t, x, y, z, w) = \sum(0, 5, 8, 15, 16, 19, 23, 24, 27)$
- Ispisati i minimizovanu i neminimizovanu funkciju kao sumu proizvoda.
- Nacrtati logičku šemu za minimizovanu funkciju.

Karnoove mape sa 6 promenljivih

- Karnoova mapa za 6 promenljivih se dobija tako što se uradi vertikalno preslikavanje mape sa 5 promenljivih.
- Prva promenljiva je u gornje dve tabele negativna (False, nula), a u donje dve pozitivna (True, 1).
- Tabele su susedne, osim dijagonalnih.

Karnoove mape sa 6 promenljivih

- Koristeći karnoove mape, minimizovati sledeću funkciju:
- $f(v, t, x, y, z, w) =$
 $\sum(0, 2, 5, 7, 8, 9, 10, 14, 16, 18, 24, 26, 32, 34, 40, 42, 46, 48, 50, 56, 57, 58)$

Karnoove mape sa 6 promenljivih

	t'					t				
$\frac{ZW}{XY}$	00	01	11	10	$\frac{ZW}{XY}$	00	01	11	10	
00	1	0	0	1	00	1	0	0	1	v'
01	0	1	1	0	01	0	1	1	0	
11	0	0	0	1	11	0	0	0	0	
10	1	1	0	1	10	1	0	0	1	
00	1	0	0	1	00	1	0	0	1	v
01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	
11	0	0	0	1	11	0	0	0	0	
10	1	0	0	1	10	1	1	0	1	

Karnoove mape sa 6 promenljivih

	t'					t				
$\frac{ZW}{XY}$	00	01	11	10	$\frac{ZW}{XY}$	00	01	11	10	
00	1	0	0	1	00	1	0	0	1	v'
01	0	1	1	0	01	0	1	1	0	
11	0	0	0	1	11	0	0	0	0	
10	1	1	0	1	10	1	0	0	1	
00	1	0	0	1	00	1	0	0	1	v
01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	
11	0	0	0	1	11	0	0	0	0	
10	1	0	0	1	10	1	1	0	1	

Karnoove mape sa 6 promenljivih

- Minimizovana funkcija:

$$f_{(t,x,y,z,w)} = y'w' + v'x'yw + t'xzw' + v't'xy'z' + vtxy'z'$$

Karnoove mape sa 6 promenljivih

- Koristeći karnoove mape, minimizovati sledeće funkcije:
- 1. $f(v, t, x, y, z, w) = \sum(0, 1, 2, 3, 17, 19, 33, 35, 48, 49, 50, 51)$
- 2. $f(v, t, x, y, z, w) = \sum(5, 7, 13, 15, 21, 23, 29, 31, 37, 39, 45, 47)$
- 3. $f(v, t, x, y, z, w) = \sum(2, 10, 15, 18, 19, 26, 47, 51, 63)$
- 4. $f(v, t, x, y, z, w) = \sum(4, 5, 12, 13, 28, 29, 36, 37, 50, 51, 58, 59)$
- 5. $f(v, t, x, y, z, w) = \sum(0, 4, 8, 12, 16, 32, 36, 48)$
- 6. $f(v, t, x, y, z, w) = \sum(6, 7, 11, 22, 39, 42, 43, 59)$
- 7. $f(v, t, x, y, z, w) = \sum(1, 2, 3, 4, 12, 17, 19, 20, 28, 34, 35, 36, 44, 52, 60)$
- Ispisati i minimizovanu i neminimizovanu funkciju kao sumu proizvoda.
- Nacrtati logičku šemu za minimizovanu funkciju.

Karnoove mape

- Koristeći karnoove mape, minimizovati sledeće funkcije:
- 1. $f_{(x,y,z,w)} = \sum(1, 5, 7, 11)$, $d_{(x,y,z,w)} = \sum(0, 2, 8, 13, 15)$
- 2. $f_{(x,y,z,w)} = \sum(0, 7, 8, 15)$, $d_{(x,y,z,w)} = \sum(2, 6, 14, 10, 11)$
- 3. $f_{(t,x,y,z,w)} = \sum(0, 1, 7, 14, 16, 18, 24, 26)$, $d_{(x,y,z,w)} = \sum(2, 8, 10, 15, 17)$
- 4. $f_{(t,x,y,z,w)} = \sum(3, 5, 10, 13, 17, 23, 24)$, $d_{(x,y,z,w)} = \sum(1, 8, 7, 19, 21, 26)$
- 5. $f_{(v,t,x,y,z,w)} = \sum(1, 2, 10, 15, 16, 18, 19, 26, 27, 30, 31, 34, 42, 58, 62, 63)$, $d_{(x,y,z,w)} = \sum(0, 3, 4, 9, 11, 14, 17, 28, 36, 37, 43, 46, 47, 48, 49, 50, 59)$
- Ispisati i minimizovanu i neminimizovanu funkciju kao sumu proizvoda.
- Nacrtati logičku šemu za minimizovanu funkciju.