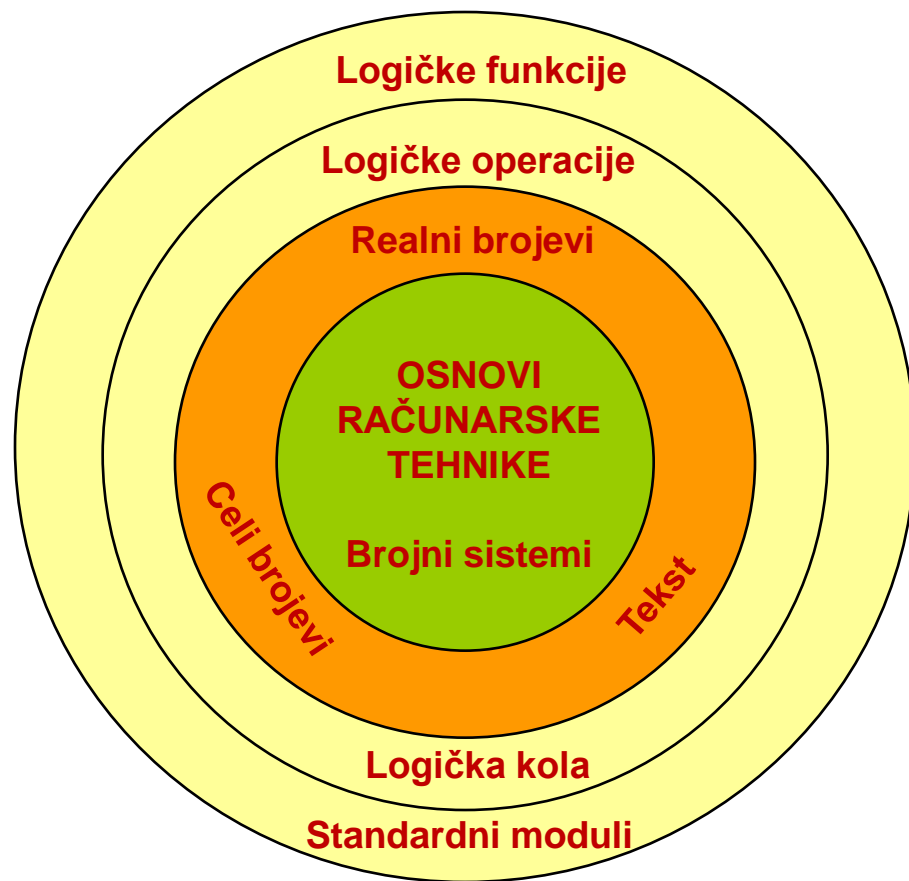


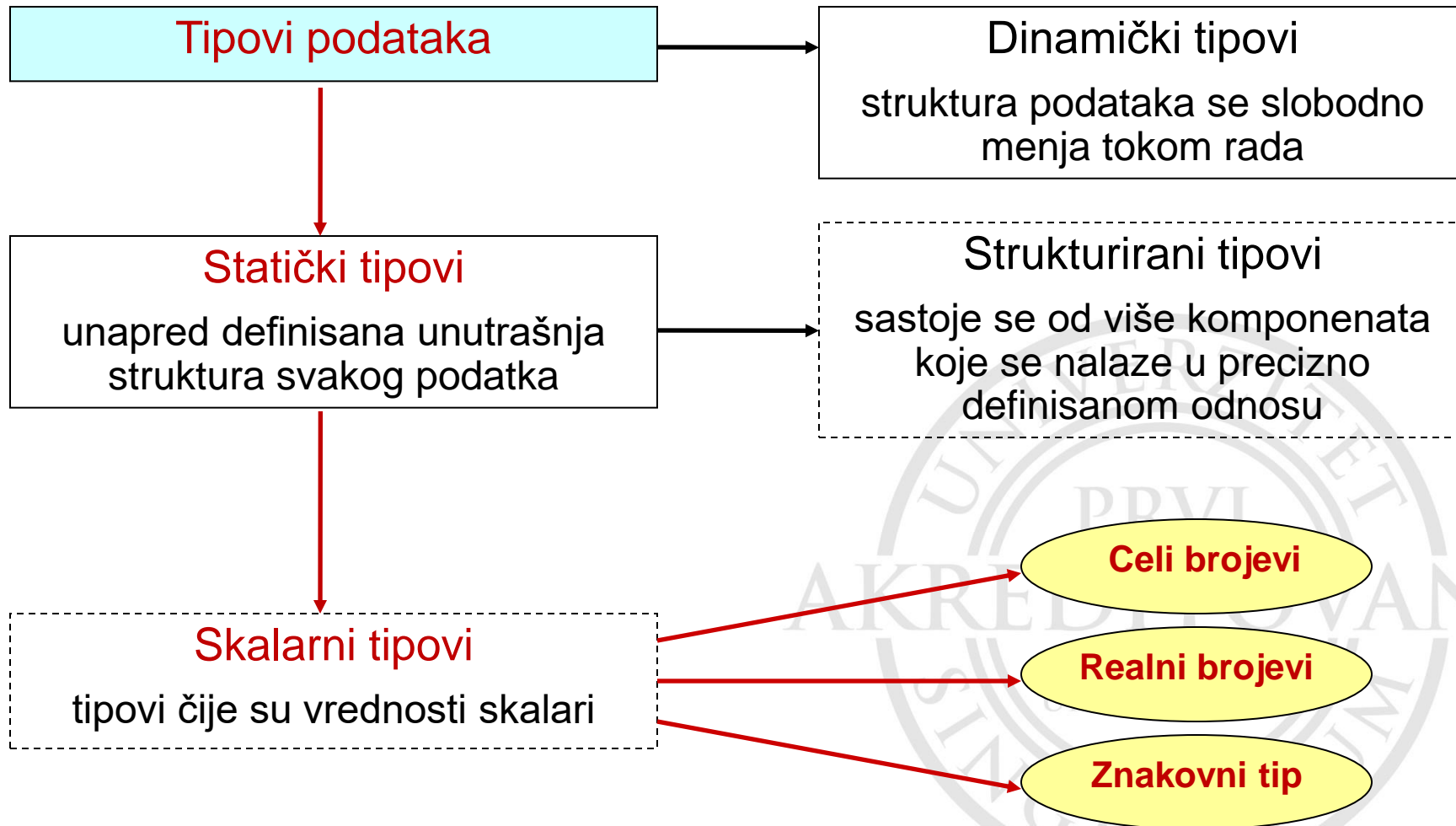
Predstavljanje podataka u računaru



TEME

- ✓ Celi brojevi
 - ✓ Komplement dvojke
- ✓ Realni brojevi
 - ✓ Pokretni zarez
- ✓ Znakovni tip

Tipovi podataka



Predstavljanje celih brojeva

Označavanje

- ❑ U decimalnom sistemu se negativni brojevi označavaju znakom “-”, a pozitivni znakom “+” (ili se znak izostavlja) napisanim ispred apsolutne vrednosti broja.
- ❑ U binarnom sistemu ovakav način označavanja brojeva nije moguć, jer su dozvoljena samo dva znaka “0” i “1”.

Dva načina za predstavljanje celih binarnih brojeva:

- ❖ pomoću znaka i apsolutne vrednosti
- ❖ u komplementu dvojke

Znak i apsolutna vrednost

- ❑ Ispred apsolutne vrednosti broja, dopisuje se jedna cifra i to:
 - ❖ 0 – ako je broj pozitivan
 - ❖ 1 – ako je broj negativan.

Primer 1

$$7_{(10)} = 111_{(2)}$$

neoznačen binarni broj

$$+7_{(10)} = 0111_{(2)}$$

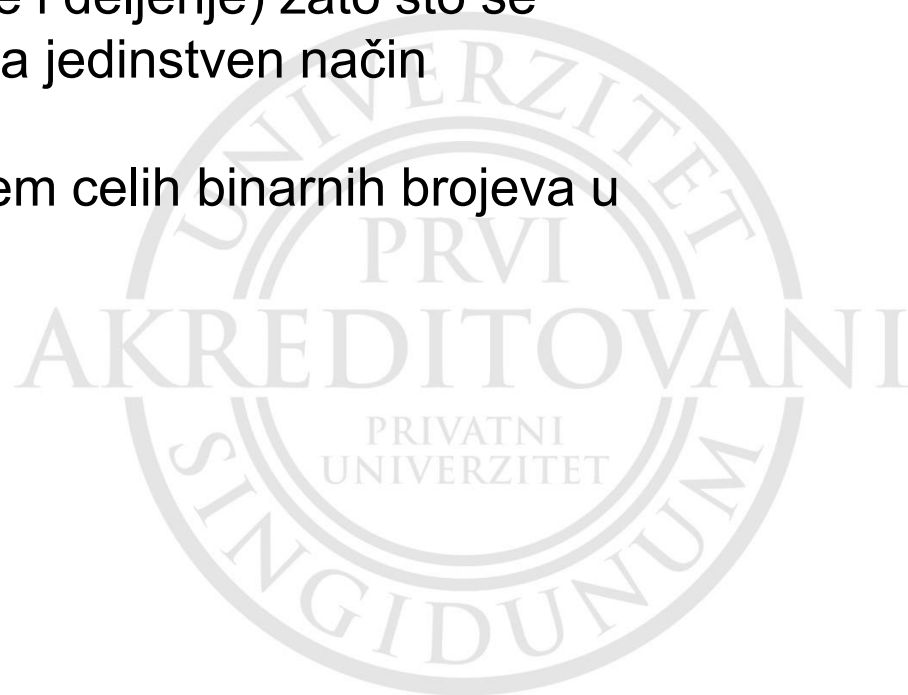
označen pozitivan binarni broj

$$-7_{(10)} = 1111_{(2)}$$

označen negativan binarni broj

Znak i apsolutna vrednost

- ❑ Ovo je najjednostavniji način zapisivanja celog binarnog broja.
- ❑ Problem: nad binarnim brojevima zapisanim pomoću znaka i apsolutne vrednosti teško se obavljaju aritmetičke operacije (sabiranje, oduzimanje, množenje i deljenje) zato što se negativan broj ne može tretirati na jedinstven način.
- ❑ Problem se rešava predstavljanjem celih binarnih brojeva u komplementu dvojke.



Komplement dvojke

- Ako je Z ceo broj, onda se pozitivan broj $+|Z|$ i negativan broj $-|Z|$ mogu predstaviti u binarnom obliku kao

$$+|Z| \quad K^+ = (|Z|)_{(2)}$$

$$-|Z| \quad K^- = (2^n - |Z|)_{(2)} = (2^n - K^+)_{(2)}$$

- K^- je puni komplement od K^+ jer je $K^+ + K^- = 2^n$. Važi i obrnuto.

- U komplementu dvojke, nenegativni brojevi počinju cifrom 0, a negativni cifrom 1

Komplement dvojke

Primer 2

Pomoću 16 cifara, predstaviti u komplementu dvojke +15 i -15.

$$+15: \quad K^+ = (|15|)_{(2)} = \quad 0000 \ 0000 \ 0000 \ 1111$$

$$\begin{array}{r} -15: \quad K^- = (2^{16} - |15|)_{(2)} = \quad 10000 \ 0000 \ 0000 \ 0000 \\ - \quad 0000 \ 0000 \ 0000 \ 1111 \\ \hline \quad \quad \quad 1111 \ 1111 \ 1111 \ 0001 \end{array}$$

Efekat oduzimanja od 2^n može se postići i invertovanjem i dodavanjem 1:

$$\begin{array}{l} \text{polazni broj:} \quad 0000 \ 0000 \ 0000 \ 1111 \\ \text{invertovani broj:} \quad 1111 \ 1111 \ 1111 \ 0000 \\ \text{sabiranje sa 1:} \quad 1111 \ 1111 \ 1111 \ 0000 + 1 = \quad 1111 \ 1111 \ 1111 \ 0001 \end{array}$$

Komplement dvojke

Postupak

☐ Pozitivan ceo broj

- ❖ ispred binarnog zapisa apsolutne vrednosti broja doda se cifra 0

☐ Negativan ceo broj

- ❖ ispred binarnog zapisa apsolutne vrednosti broja doda se cifra 0
- ❖ sve binarne cifre se invertuju
(jedinice se zamene nulama, a nule jedinicama)
- ❖ dobijeni broj se sabere sa 1

Komplement dvojke

Primer 3

Brojeve $+7_{(10)}$ i $-10_{(10)}$ predstaviti u komplementu dvojke.

+7: 0000 0000 0000 0111 (dodavanje nule, puni komplement)

–10: 0000 0000 0000 1010 (dodavanje nule)

1111 1111 1111 0101 (invertovanje)

+1 (sabiranje sa 1)

1111 1111 1111 0110 (puni komplement)

Komplement dvojke

- ❑ Osobina komplementa dvojke: kada se dva puta uzastopno primeni na neki broj, dobija se polazni broj.

Primer 4

Naći dva puta uzastopno komplement dvojke broja $13_{(10)}$.

polazni broj (+13):

0000 0000 0000 1101

invertovanje:

1111 1111 1111 0010

sabiranje sa 1:

+1

puni komplement (-13):

1111 1111 1111 0011

polazni broj (-13):

1111 1111 1111 0011

invertovanje:

0000 0000 0000 1100

sabiranje sa 1:

+1

puni komplement (+13):

0000 0000 0000 1101

Komplement dvojke

Pojednostavljeni postupak

- ❑ Polazni binarni broj se **podeli na dva dela**, levi i desni. Desni deo čine prva jedinica sa desne strane u broju i sve nule koje slede desno od nje, a levi deo preostale cifre levo od jedinice.
- ❑ Komplement dvojke se dobija tako što se **sve cifre u levom delu broja invertuju**, a **desni deo broja ostaje nepromenjen**.

Primer 5

Naći komplement dvojke binarnog broja $01010010010000_{(2)}$.

polazni broj = 010100100 | 10000
levi deo | desni deo

komplement dvojke = 10101101110000

Komplement dvojke

- Osobina komplementa dvojke: pozitivnim brojevima mogu se dodavati **vodeće nule** (ispred cifre najveće težine), a negativnim **vodeće jedinice**, a da se vrednost brojeva **ne promeni**.

Primer 6

$$0111_{(2)} = 0000000111_{(2)}$$

$$1001_{(2)} = 11111001_{(2)}$$



Komplement dvojke

Određivanje decimalne vrednosti broja

- ❑ Decimalna vrednost X celog binarnog broja zapisanog u komplementu dvojke sa $n+1$ cifara računa se pomoću sledeće formule:

$$X = -a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

Primer 7

Odredi decimalnu vrednost brojeva datih u komplementu dvojke.

$$0110_{(2)} = -0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4 + 2 = 6_{(10)}$$

$$1010_{(2)} = -1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = -8 + 2 = -6_{(10)}$$

$$111010_{(2)} = -1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = -32 + 16 + 8 + 2 = -6_{(10)}$$

Opseg neoznačenih brojeva

n -to cifreni binarni broj

Prorodni broj (i 0)

1/0	1/0	1/0	1/0	1/0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Broj različitih kombinacija: 2^n $\begin{cases} 1 \text{ kombinacija:} & \text{za broj } 0 \\ 2^n - 1 \text{ kombinacija:} & \text{za brojeve } 1, \dots, 2^n - 1 \end{cases}$

Opseg neoznačenih brojeva zapisanih sa n binarnih cifara:

$$0 \leq X \leq 2^n - 1 \quad \text{ili} \quad X \in \{0, 1, \dots, 2^n - 1\}$$

Primer 8

Odredi opseg neoznačenih brojeva koji se mogu predstaviti sa 4 i 8 binarnih cifara.

$$n = 4: \quad 0 \leq X \leq 15 \quad \text{ili} \quad X \in \{0, 1, \dots, 15\}$$

$$n = 8: \quad 0 \leq X \leq 255 \quad \text{ili} \quad X \in \{0, 1, \dots, 255\}$$

Opseg celih brojeva

Ceo broj
(komplement dvojke)

n-to cifreni binarni broj

1/0	1/0	1/0	1/0	1/0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Broj različitih kombinacija: 2^n

1 kombinacija: za broj 0

$2^n - 1$ je neparan broj

1 kombinacija: za jedan negativan broj

$2^n - 2$ je paran broj, pa je $(2^n - 2)/2 = 2^{n-1} - 1$

$2^{n-1} - 1$ kombinacija: za pozitivne brojeve

$2^{n-1} - 1$ kombinacija: za negativne brojeve

Opseg celih brojeva u komplementu dvojke zapisanih sa n binarnih cifara:

$$-2^{n-1} \leq X \leq 2^{n-1} - 1 \quad \text{ili} \quad X \in \{-2^{n-1}, \dots, -1, 0, 1, \dots, 2^{n-1} - 1\}$$

Primer 9

Odredi opseg celih brojeva predstavljenih sa 4 i 8 binarnih cifara.

$$n = 4: -8 \leq X \leq 7 \quad \text{ili} \quad X \in \{-8, \dots, -1, 0, 1, \dots, 7\}$$

$$n = 8: -128 \leq X \leq 127 \quad \text{ili} \quad X \in \{-128, \dots, -1, 0, 1, \dots, 127\}$$

Komplement dvojke

Aritmetičke operacije: sabiranje i oduzimanje

1

- ❑ Brojevi se tretiraju kao jedinstvene celine (znak je sastavni deo broja).
- ❑ Operacije se obavljaju isto kao nad binarnim neoznačenim brojevima.
- ❑ Operacija oduzimanja se svodi na operaciju sabiranja

$$A - B = A + (-B)$$

Komplement dvojke

Sabiranje

❑ U računaru, operacija sabiranja se kontroliše pomoću:

❖ indikatora prenosa C i P (*carry bits*)

– prenosi iz dva najstarija razreda

❖ indikatora prekoračenja V (*overflow*)

– računa se pomoću C i P , na sledeći način

ako je $C = P$, onda je $V = 0$

ako je $C \neq P$, onda je $V = 1$

❑ Rezultat je ispravan ako je $V = 0$, a neispravan ako je $V = 1$.

Komplement dvojke

Postupak sabiranja

1. oba sabirka se predstave u komplementu dvojke
2. dobijeni brojevi se saberu po pravilima binarnog sabiranja uz pamćenje prenosa između razreda
3. na osnovu zapamćenih prenosa odrede se vrednosti C i P
4. na osnovu C i P izračuna se indikator V koji pokazuje da li je dobijeni rezultat ispravan

Komplement dvojke

Primer 10 Sabrati brojeve $A = +3$ i $B = +4$ ($n = 4$).

prenosi: 0000
puni komplement A : 0011
puni komplement B : 0100
zbir: 0111 = $-0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = +7$ (tačno)
 $C = 0$, $P = 0$, $V = 0$, ispravno

Primer 11 Sabrati brojeve $A = +3$ i $B = -4$ ($n = 4$).

prenosi: 0000
puni komplement A : 0011
puni komplement B : 1100
zbir: 1111 = $-1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = -1$ (tačno)
 $C = 0$, $P = 0$, $V = 0$, ispravno

Komplement dvojke

Primer 12 Sabrati brojeve $A = +7$ i $B = +1$ ($n = 4$).

prenosi: 0111
puni komplement A : 0111
puni komplement B : 0001
zbir: $1000 = -1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = -8$ (netačno)
 $C = 0$, $P = 1$, $V = 1$, neispravno

Primer 13 Sabrati brojeve $A = -7$ i $B = -4$ ($n = 4$).

prenosi: 1000
puni komplement A : 1001
puni komplement B : 1100
zbir: $0101 = -0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = +5$ (netačno)
 $C = 1$, $P = 0$, $V = 1$, neispravno

Predstavljajanje realnih brojeva

- ❑ Za predstavljanje realih brojeva (sa decimalnim zarezom) koristi se **pokretni zarez** – *floating point*
- ❑ Zapis u pokretnom zarezu ima 3 komponente:
 - ❑ **znak Z**
 - ❑ **eksponent E**
 - ❑ **mantisu M**



Decimalna vrednost broja zapisanog u pokretnom zarezu je:

$$V = (Z) M \cdot 2^{Es}$$

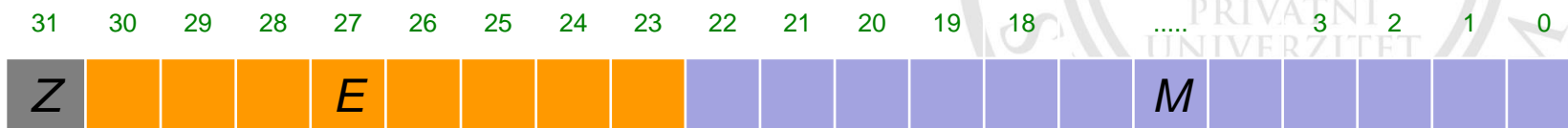
Es je stvarni eksponenet koji se računa na osnovu E

Pokretni zarez

- ❑ Postoje razni standardi koji definišu koliko se bita koristi za koju komponentu i u kom formatu su komponente zapisane.
- ❑ Danas najčešće korišćeni standard za zapis brojeva u pokretnom zarezu je **standard IEEE 754**.

Zapis broja po jednostukom standardu IEEE 754

- ❑ 1 bit za znak Z
- ❑ 8 bitova za eksponent E
- ❑ 23 bita za mantisu M



Pokretni zarez

Znak

$Z = 0$ ako je broj pozitivan $Z = 1$ ako je broj negativan

Eksponent

- ❑ U zapisu E je uvećani eksponent (uvećan je za 127 u odnosu na E_s).
- ❑ Razlog za uvećanje eksponenta: omogućeno je da E_s ima kako pozitivnu, tako i negativnu vrednost (predstavlja velikih i malih brojeva)
 - 8 bitova odgovara opsegu od 0 do 255
 - oduzimanjem 127 od granica opsega dobija se opseg od -127 do 128
 - ako dopustimo da E_s bude u ovom opsegu, onda je u zapisu uvećani eksponent $E = E_s + 127$.
- ❑ Pri određivanju decimalne vrednosti zapisa važi $E_s = E - 127$.

Pokretni zarez

Mantisa

- Neka su 23 bita za mantisu obeleženi sa m_1, m_2, \dots, m_{23} , počevši sa leva na desno.



Decimalna vrednost mantise M određuje se formulom:

$$M_{(10)} = 2^0 + m_1 \cdot 2^{-1} + m_2 \cdot 2^{-2} + \dots + m_{22} \cdot 2^{-22} + m_{23} \cdot 2^{-23}$$

- Vrednost mantise mora biti **između 1 i 2**.

Pokretni zarez

Primer 14 Odrediti decimalnu vrednost broja zapisanog u pokretnom zarezu.

01000001011100000000000000000000

Rešenje:

0 10000010 111000000000000000000000

Znak: cifra znaka je 0 → broj je pozitivan

Eksponent: $E = 10000010_{(2)} = 128 + 2 = 130_{(10)}$

$$E_s = 130 - 127 = 3$$

Mantisa: $M = 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} = 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 = 15/8$

Vrednost broja: $V = (Z) M \cdot 2^{E_s} = +15/8 \cdot 2^3 = +15/8 \cdot 8 = +15$

Predstavljanje podataka znakovnog tipa

Skup znakova čine:

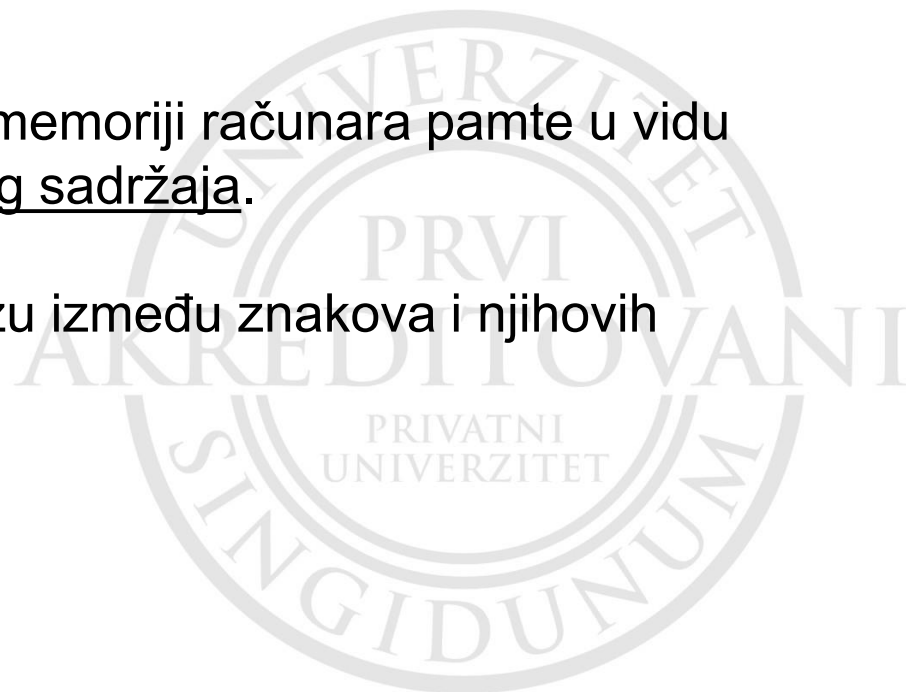
- ☐ velika i mala slova abecede
- ☐ decimalne cifre
- ☐ specijalni znaci
(znaci na tastaturi koji nisu ni slova ni cifre i mogu se štampati, na primer, !, #, \$, %, =, +, itd.)
- ☐ kontrolni znaci (ne mogu se štampati, niti prikazati na ekranu, služe za upravljanje ulazno/izlaznim uređajima: zvučni signal i sl.)

ASCII standard

- ❑ Postoji više načina za binarno predstavljanje znakova u računaru. Najpoznatiji od njih je

ASCII – American Standard Code for Information Interchange.

- ❑ Po ASCII standardu, znakovi se u memoriji računara pamte u vidu odgovarajućeg 8-cifarskog binarnog sadržaja.
- ❑ ASCII tabela daje jednoznačnu vezu između znakova i njihovih 8-cifarskih binarnih kodova.



ASCII tabela (prvih 128 vrednosti)

[illegible]

Jedinice

- ❑ 1 bit [1b] jedna binarna cifra
- ❑ 1 bajt [1B] 8 bitova
- ❑ 1 kilobajt [1KB] $2^{10} = 1024 \text{ B}$
- ❑ 1 megabajt [1MB] 2^{10} KB
- ❑ 1 gigabajt [1GB] 2^{10} MB
- ❑ 1 terabajt [1TB] 2^{10} GB

