

TKT20005 Laskennan mallit Viikko1

Tehtävä 1 Implikaatio ja ekvivalenssi.

1. Alicella ja Bobilla on molemmilla lehmä, jotka laiduntavat samalla niityllä. Tiedämme, että seuraavat loogiset lauseet niityllä olevista lehmistä ovat totta:

“Lehmä on Alicen.” \Rightarrow “Lehmä on ruskea.”

“Lehmä on Bobin.” \iff “Lehmällä on sarvet.”

Luonnollisella kielellä yllä olevat lauseet voidaan ilmaista esim.:

- Jos lehmä on Alicen, se on ruskea.
- Lehmä on Bobin, jos ja vain jos sillä on sarvet.

- (a)(1) **Lehmä on ruskea.** Implikaatiosta ”Jos lehmä on Alicen, se on ruskea”($A \Rightarrow R$) ei voi päätellä mitään omistajasta jos lehmä on ruskea. Ruskea lehmä voi olla Alicen, mutta se voi olla myös jonkun muun lehmä. **Omistajasta ei siis voida päätellä mitään.**
- (2) **Lehmä ei ole ruskea.** Implikaatiosta $A \Rightarrow R$ seuraa loogisesti $\neg R \Rightarrow \neg A$. Tämä tarkoittaa: ”Jos lehmä ei ole ruskea, se ei ole Alicen.” Koska lehmä ei ole ruskea, **voimme varmuudella sanoa, että lehmä ei ole Alicen**
- (3) **Lehmällä on sarvet.** Ekvivalenssi ”Lehmä on Bobin, jos ja vain jos sillä on sarvet”($B \iff S$) tarkoittaa, että lauseilla on aina sama arvo. **Koska lehmällä on sarvet, sen on oltava Bobin.**
- (4) **Lehmällä ei ole sarvia.** Ekvivalenssin ($B \iff S$) mukaan, jos lehmällä ei ole sarvia, se ei voi olla Bobin. **Lehmä ei ole Bobin.**

- (b)(1) Jos D on tosi, implikaatiosta $A \Rightarrow D$ **ei voida päätellä mitään A :n totuusarvosta.**
- (2) Jos D ei ole tosi, niin $\neg D \Rightarrow \neg A$ nojalla voidaan todeta, että **A ei ole tosi.**
- (3) Jos tiedetään että E on tosi, ekvivalenssin $B \iff E$ nojalla myös **B on tosi.**
- (4) Jos tiedetään että E ei ole tosi, ekvivalenssin $B \iff E$ nojalla myös **B ei ole tosi.**