

TKT20005 Laskennan mallit Viikko4

Tehtävä 1 Säännöllisten lausekkeiden muodostaminen.

Esitä säännöllinen lauseke seuraaville aakkoston $\Sigma = \{a, b, c\}$ kielille:

- (a) merkkijonot, joissa joka toinen merkki on b (joka toinen merkki tarkoittaa tässä merkkejä numero 2, 4, 6 jne., mikäli merkkijonossa on ainakin niin monta merkkiä)

$$((a \mid b \mid c) b)^* (\varepsilon \mid a \mid b \mid c)$$

- (b) merkkijonot, joissa on pariton määrä c-merkkejä

$$(a \mid b)^* c ((a \mid b)^* c (a \mid b)^* c)^* (a \mid b)^*$$

- (c) merkkijonot, joissa on korkeintaan yhtä merkkiä

$$\varepsilon \mid a \mid b \mid c$$

- (d) merkkijonot, joissa on ainakin kahta eri merkkiä

$$(a \mid b \mid c)^* (ab \mid ba \mid ac \mid ca \mid bc \mid cb) (a \mid b \mid c)^*$$

- (e) merkkijonot, jotka sisältävät osamerkkijonon abc

$$(a \mid b \mid c)^* abc (a \mid b \mid c)^*$$

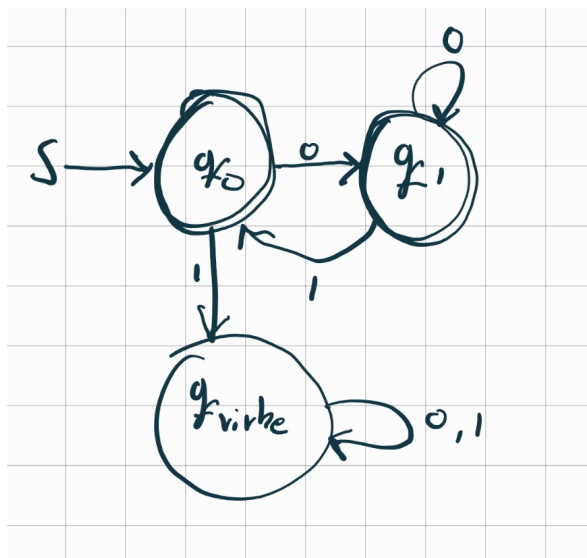
- (f) merkkijonot, jotka eivät sisällä osamerkkijonoa abc.

$$\left((b \mid c)^* (a(a \mid c) \mid ab(a \mid b)) \right)^* (b \mid c)^* (\varepsilon \mid a)$$

Tehtävä 2 Muunnos säännöllisestä lausekkeesta äärelliseksi automaatiksi.

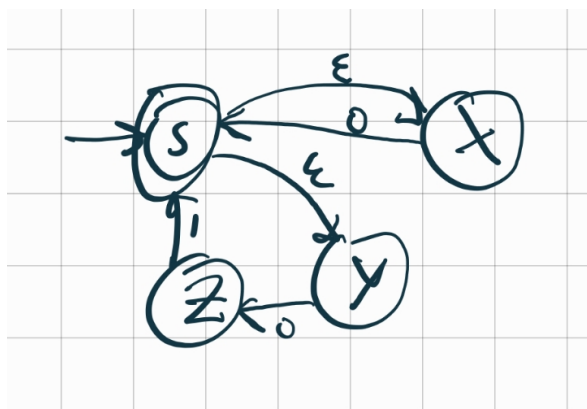
Kieli $L = (0 \cup 01)^* \subseteq \{0, 1\}^*$ koostuu sanoista, joissa jokainen 1 on heti edeltävän 0:n perässä (ei aloiteta 1:llä, ei kahta peräkkäistä 1:tä).

(a) DFA



Tää DFA hyväksyy L :n: q_0 ja q_1 ovat hyväksyviä (tyhjä sana ja kaikki tähän asti validit päätökset), 1 alussa tai 1 ilman edeltävää 0:aa vie virheeseen

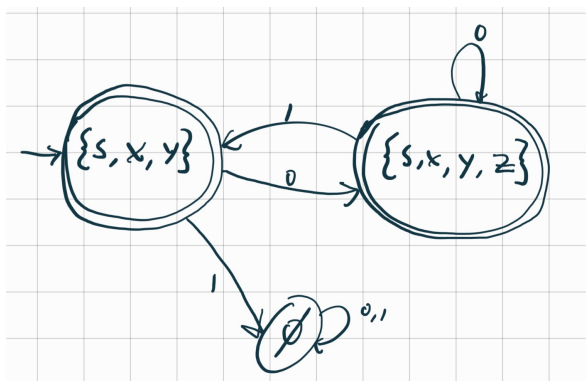
(b) NFA lausekkeesta $(0 \cup 01)^*$ luentomenetelmällä. (Käytetään ε -siirtymiä: tähti palaa alkuun, yhdiste haaroittaa.)



(c) DFA NFA:sta ε -sulut: $(s) = \{s, x, y\}$, muilla ei ε -siirtymiä. Saavutettavat osajoukot ja siirtymät (hyväksyvä jos joukossa on s):

| DFA-tila | 0 | 1 |
|--------------------|--------------------|-----------------|
| $\{s, x, y\}^*$ | $\{s, x, y, z\}^*$ | \emptyset |
| $\{s, x, y, z\}^*$ | $\{s, x, y, z\}^*$ | $\{s, x, y\}^*$ |
| \emptyset | \emptyset | \emptyset |

Tästä saadaan DFA (isomorfinen edellä olevaan pieneen DFA:han):



(d) Vertailu. DFA on sama kuin tehty pieni DFA:

$$\{s, x, y\} \leftrightarrow q_0, \quad \{s, x, y, z\} \leftrightarrow q_1, \quad \emptyset \leftrightarrow q_\times.$$

Molemmissa on kaksi hyväksyvää tilaa ja virhe, siirtymät: 0: $q_0 \rightarrow q_1, q_1 \rightarrow q_1$; 1: $q_0 \rightarrow q_\times, q_1 \rightarrow q_0$.

Tehtävä 3 Yhteydettömän kieliopin muodostaminen.

Esitä yhteydettömät kieliopit, jotka tuottavat seuraavat aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kielet:

(a) parittoman mittaiset merkkijonot

$$S \rightarrow 0 \mid 1 \mid 0S0 \mid 0S1 \mid 1S0 \mid 1S1$$

(b) merkkijonot, joissa on osamerkkijono 111

$$S \rightarrow X111Y, \quad X \rightarrow 0X \mid 1X \mid \varepsilon, \quad Y \rightarrow 0Y \mid 1Y \mid \varepsilon$$

(c) merkkijonot, joissa on ainakin kaksi merkkiä ja joiden ensimmäinen ja viimeinen merkki ovat samat

$$S \rightarrow 0T0 \mid 1T1, \quad T \rightarrow 0T \mid 1T \mid \varepsilon$$

(d) $\{0^n 1^m \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ ja } m \geq n\}$

$$S \rightarrow 0S1 \mid T, \quad T \rightarrow 1T \mid \varepsilon$$

(e) $\{0^n 1^k 0^m \mid m, n, k \in \mathbb{N} \text{ ja } k = n + m\}$

$$S \rightarrow 0S1 \mid U, \quad U \rightarrow 1U0 \mid \varepsilon$$

Tehtävä 4 Yhteydetön kielioppi, jäsennyspuu ja johto.

Tarkastellaan yhteydetöntä kielioppia

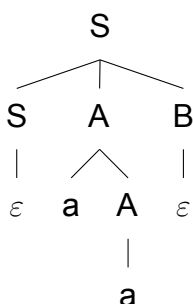
$$S \rightarrow SAB \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow aA \mid a$$

$$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$$

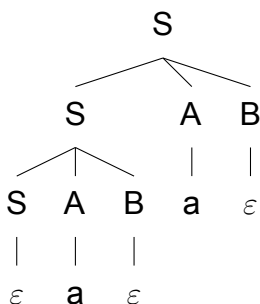
Esitä merkkijonolle aa kaksi erilaista jäsennyspuuta ja kummallekin sitä vastaava johto.

(1) versio 1 (yksi A tuottaa kaksi a:ta):



$$S \Rightarrow SAB \Rightarrow \varepsilon AB \Rightarrow aAB \Rightarrow aaB \Rightarrow aa\varepsilon = aa$$

(2) versio 2 (kaksi A -lohkoa, kumpikin tuottaa yhden a:n)



$$\begin{aligned} S &\Rightarrow SAB \Rightarrow SABAB \Rightarrow \varepsilon ABAB \Rightarrow aBAB \Rightarrow a\varepsilon AB \\ &\Rightarrow aAB \Rightarrow aaB \Rightarrow aa\varepsilon = aa \end{aligned}$$