microActuadorJet

February 27, 2024

0.1 Análisis de un actuador de micro-chorro

El diseño genérico de actuadores de micro-chorro es uno de los campos de estudio que está siendo ampliamente explorado actualmente, particularmente para aplicaciones de control de flujo, así como para aplicaciones de refrigeración (por ejemplo, para producir enfriamiento en regiones predeterminadas). Un esquema genérico de tal actuador es presentado en la siguiente figura.

El modo de operación de tal dispositivo es bastante simple: Algún mecanismo de actuación vertical se conecta a un diafragma (o pared móvil) ubicado en la parte inferior de una cámara plenum (o simplemente plenum, que significa cámara interna conteniendo el gas a inyectar o extraer). El diafragma se desplaza verticalmente, lo cuál genera cambios en el volumen de la cámara plenum. Cuando el diafragma se desplaza hacia arriba, el volumen de la cámara se reduce, elevando la presión p dentro de la cámara plenum, lo que a su vez produce un chorro que sale eyectado de la cámara hacia la atmósfera circundante a través de la ranura de salida (la apertura denominada micro slot en la figura.

Si el mecanismo de actuación aplicado al sistema es oscilatorio, el diafragma oscilará verticalmente (como se indica en el esquema del actuador) produciendo un flujo alternante de entrada y salida. Este modo se operación se denomina actuador de chorro sintético. Otro tipo de actuación consiste en un movimiento unidireccional rápido del diafragma seguido de un retroceso lento del mismo. De esta forma el diafragma únicamente se deflecta hacia arriba para producir un incremento fuerte de la presión y así generar una especie de chorro pulsado. Este último modo de operación se suele denominar como actuación tipo ‘’salto de presión”.

En cualquiera de los modos de operación dos procesos diferentes están ocurriendo al interior de la cámara, y los cuales sin embargo están intrinsecamente acoplados. Por un lado, la rata de flujo másico a través de la ranura afecta la presión en la cámara, mientras que la presión al interior de la cámara afecta las ratas de flujo másico fluyendo a través de la ranura. Ambos procesos dependen mutuamente el uno del otro. Es importante considerar que las velocidades de flujo dentro de la cámara son lo suficientemente lentas como para ser ignoradas (comparadas con las ratas de flujo en la ranura).

0.2 Propuesta de Solución

El sistema puede considerarse compuesto por tres subcomponentes:

1. El diafragma
2. La cámara
3. La ranura o apertura

En cualquier caso, es necesario indicar una simples suposición global para el análisis de este sistema:

- La única dirección de movimiento será en la dirección *vertical*, según la conveción usada en la figura esquemática

0.2.1 El diafragma

Este se puede considerar como una pared rígida (no deformable) que se desplaza verticalmente, accionada principalmente por la fuerza externa, pero cuyo movimiento está modulado por el mecanismo amortiguador-resorte conectado a dicha pared. Por lo anterior, un simple análisis basado en conservación de momentum lineal en la dirección vertical, que se denominará x, produce la siguinte expresión:

$$m_d \frac{d^2x}{dt^2} + c_1 \frac{dx}{dt} + \kappa_1 x = f - p\, d_1^2 - m_d\, g$$

donde m_d es la masa del diafragma, p es la presión del gas dentro de la cámara, y d_1 es uno de los lados de la sección transversal del actuador.

0.2.2 La cámara (o plenum)

Dentro de la cámara está contenido el gas, que se considerará como gas ideal. De esta manera, suponiendo que tenemos equilibrio termodinámico permanentemente, entonces es claro que la ecuación de gas ideal será un modelo válido:

$$p = \frac{m\, R\, T}{V_c}$$

La presión del gas cambiará de acuerdo a la compresión o expansión ejercida por el diafragma, y de acuerdo a la cantidad de masa de gas dentro de la cámara, que cambiará de acuerdo al flujo a través de la ranura de salida. Por lo tanto, podemos simplemente tratar de determinar los cambios en la presión como:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d\,(m\, R\, T/V_c)}{dt}$$

si se considera que el proceso se va a llevar a cabo de manera isotérmica, entonces:

$$\frac{dp}{dt} = R\, T\, \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{V_c}\right)$$

que resulta en:

$$\frac{dp}{dt} = R\, T\, \left(\frac{1}{V_c}\frac{dm}{dt} - \frac{m}{V_c^2}\frac{dV_c}{dt}\right)$$

esta expresión también puede escribirse como:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{R\, T}{V_c}\, \left(\frac{dm}{dt} - \frac{m}{V_c}\frac{dV_c}{dt}\right)$$

Otra forma, tal vez un poco más simplificada de esta expresión estaría dada por:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{R\,T}{V_c}\,\frac{dm}{dt} - \frac{p}{V_c}\frac{dV_c}{dt} \tag{1}$$

para acoplar esta ultima expresión con el movimiento del diafragma, es suficiente con recordar que el volumen se puede expresar como:

$$V_c = A_c\,\left(H_{\max} - x\right)$$

con lo que la expresión (1), puede escribirse como:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{R\,T}{A_c\,\left(H_{\max} - x\right)}\,\frac{dm}{dt} + \frac{p}{\left(H_{\max} - x\right)}\frac{dx}{dt} \tag{2}$$

0.2.3 La ranura o apertura

El tercer componente del sistema es la ranura a través de la cual pasa el flujo que determina esencialmente el chorro producido por el actuador. En este componente existen múltiples posibles opciones para la proposición de un modelo matemático. A continuación se presentan algunas de dichas alternativas.

Hagen-Poiseuille (alternativa 01) (tomado de Página de referencia en Wikipedia)

En dinámica de fluidos no ideales, la ecuación de Hagen-Poiseuille, también conocida como ley de Hagen-Poiseuille, ley de Poiseuille o ecuación de Poiseuille, es una ley física que da la caída de presión en un fluido incompresible y newtoniano en flujo laminar que fluye a través de un tubo cilíndrico largo de sección transversal constante. Puede aplicarse con éxito al flujo de aire en los alvéolos pulmonares, o al flujo a través de una pajita para beber o de una aguja hipodérmica. Fue derivada experimentalmente de forma independiente por Jean Léonard Marie Poiseuille en 1838 y Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen, y publicada por Poiseuille en 1840-41 y 1846. La justificación teórica de la ley de Poiseuille fue dada por George Stokes en 1845.

Los supuestos de la ecuación son que el fluido es incompresible y newtoniano; el flujo es laminar a través de una tubería de sección circular constante que es sustancialmente más larga que su diámetro; y no hay aceleración del fluido en la tubería. Para velocidades y diámetros de tubería superiores a un umbral, el flujo real del fluido no es laminar sino turbulento, lo que provoca caídas de presión mayores que las calculadas por la ecuación de Hagen-Poiseuille.

La ecuación de Poiseuille describe la caída de presión debida a la viscosidad del fluido; aún pueden producirse otros tipos de caídas de presión en un fluido. Por ejemplo, la presión necesaria para impulsar un fluido viscoso contra la gravedad contendría tanto la necesaria en la ley de Poiseuille como la necesaria en la ecuación de Bernoulli, de forma que cualquier punto del flujo tendría una presión superior a cero (de lo contrario no se produciría flujo).

$$\Delta p = \frac{8\mu L Q}{\pi R^4} = \frac{8\pi\mu L Q}{A^2},$$

donde - Δp es la diferencia de presión entre los dos extremos, - L es la longitud de la tubería, - μ es la viscosidad dinámica, - Q es la rata de flujo volumétrico (caudal), - R es el radio de la turbería, - A es la sección transversal | área de la sección transversal de la tubería.

La anterior ecuación no es válida cerca de la entrada de la tubería considerada. Igualmente, esta ecuación falla en el límite de baja viscosidad, tubería ancha y/o corta. Una viscosidad baja o una tubería ancha pueden dar lugar a un flujo turbulento, lo que hace necesario utilizar modelos más complejos, como la ecuación de Darcy-Weisbach. La relación entre la longitud y el radio de una tubería debe ser superior a 1/48 del número de Reynolds para que la ley de Hagen-Poiseuille sea válida. Si la tubería es demasiado corta, la ecuación de Hagen-Poiseuille puede dar lugar a caudales demasiado elevados.

Flujo Plano de Poiseuille (alternativa 02) (tomado de Página de referencia en Wikipedia) El flujo de Poiseuille plano es el flujo creado entre dos placas paralelas infinitamente largas, separadas por una distancia h con un gradiente de presión constante $G = -\frac{dp}{dx}$ que se aplica en la dirección del flujo. El flujo es esencialmente unidireccional debido a su longitud infinita. Las ecuaciones de Navier-Stokes se reducen a

$$\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}y^2} = -\frac{G}{\mu}$$

con condición de no-deslizamiento en ambas paredes,

$$u(0) = 0, \quad u(h) = 0$$

Por lo tanto, la distribución de la velocidad y el caudal volumétrico por unidad de longitud son

$$u(y) = \frac{G}{2\,\mu} y\,(h - y), \quad Q = \frac{G\,h^3}{12\,\mu}$$

Flujo Poiseuille Oscilatorio (alternativa 03) (tomado de doi:10.1088/1742-6596/362/1/012044) El flujo entre dos placas paralelas resultante de un gradiente de presión oscilante es un caso transitorio canónico en dinámica de fluidos. Si se trata de un flujo en esta de cuasi-equilibrio termodinámico local, un modelo apropiado es la ecuación de momento unidimensional de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \Pi(t)$$

donde ν es la viscosidad cinemática, y es la dirección perpendicular a las paredes, y u es la componente de velocidad del flujo paralela a la pared. Este modelo se restringe mediante el gradiente de presión dependiente del tiempo en el sentido de la corriente, $\Pi(t)$. Una clásica solución analitica a este problema puede escribirse como:

$$u(y) = \Re\left\{\mathbf{e}^{\mathbf{i}\omega t}\,\frac{\tilde{\Pi}}{\omega}\,A_1(y,\eta)\right\}$$

donde

$$\Pi = \tilde{\Pi}\,\sin\left(\omega t\right)$$

la función A_1 es

$$A_1(y,\eta) = \left(1 - \frac{\cosh\left[\eta\,(y-h/2)(\mathbf{i}+1)\right]}{\cosh\left[\eta\,h\,(\mathbf{i}+1)/2\right]}\right)$$

y $\eta = \sqrt{(\omega/2\nu)}$, ω es la frecuencia de oscilación y h es la altura del canal.

[ ]:

```

```