

Исследование возможности реализации алгоритма Дойча

—

Investigation of the possibility of implementing the Deutsch – Jozsa’s algorithm

И.А.ЮХНОВСКИЙ, Ю.И.АНОШКИН

сентябрь 2020

Аннотация

В статье рассматривается возможность построения квантового алгоритма Дойча на частицах ионизирующего излучения. Демонстрируются наглядные примеры физических моделей и теоретические обоснования возможности реализации алгоритма в качестве лабораторного эксперимента. Отмечаются перспективы построения квантового компьютера в инфраструктуре объектов ядерного топливного цикла.

Brief

The article discusses the possibility of constructing a quantum Deutsch – Jozsa algorithm on particles of ionizing radiation. Was demonstrates examples of physical models and theoretical substantiation of algorithm’s implementation as a laboratory experiment. Prospects for building a quantum computer in the infrastructure of nuclear fuel cycle facilities are noted.

1 Введение

Алгоритм Дойча [1, 2] - это определение в один проход функции $f(x)$, из четырех возможных, с целыми аргументами $[0,1]$:

$$F(x) = \begin{cases} f(x) = 0 & , \\ f(x) = 1 & , \\ f(x) = x & , \\ f(x) = \bar{x}. \end{cases} \quad (1)$$

Для классического случая результат функции $F(x)$ можно записать в табличной форме:

0	$f(x) = 0$	0
1	$f(x) = 0$	0
0	$f(x) = 1$	1
1	$f(x) = 1$	1
0	$f(x) = x$	0
1	$f(x) = x$	1
0	$f(x) = \bar{x}$	1
1	$f(x) = \bar{x}$	0

(2)

Функцию $F(x)$ назовем оракулом. Рассмотрим как реализовать простейший квантовый компьютер на примере двух оракулов - для заряженных и незаряженных частиц.

Будем рассматривать процесс измерения для аргумента $x = 1$ (поэтому стенды должны соблюдать поведение $F(1)$), а как они будут вести себя при $F(0)$ - нам неинтересно), поэтому, сделаем упрощение :

1	$f(x) = 0$	0
1	$f(x) = 1$	1
1	$f(x) = x$	1
1	$f(x) = \bar{x}$	0

(3)

В алгоритме Дойча оператор Адамара так нормирует вектора состояний системы, чтобы они не сливались, но в нашем случае полное соответствие этому требованию лишило бы модели наглядности и усложнило бы стенды, поэтому на 0 сигнале мы в некоторых состояниях делали допущения, что они не сливаются.

2 Стенд №1 - Отражение частиц

Принципиальная схема стенда :

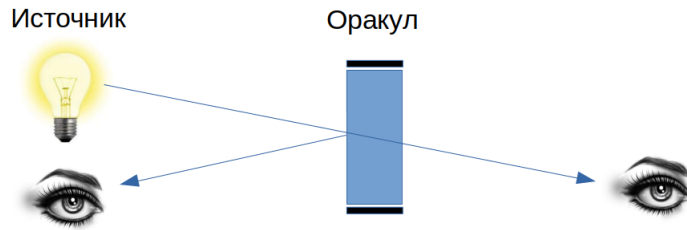


Рис. 1: Схема стенда

Рассмотрим оракулы и запишем состояние того что видит человек в виде суперпозиции интенсивностей отраженного I_1 и прошедшего через оракул I_2 света, нормированную к исходной интенсивности I_0 . Запись состояния системы в виде вектора в нотации дирака $|I_1 I_2\rangle$ будем называть кубитом.

Таким образом, кубит решения задачи Дойча должен соответствовать одной из функций (1), что можно записать следующим образом:

$$F(I_0) = |I_1 I_2\rangle \quad (4)$$

2.1 $f(x) = 0$

Для этого состояния можно выбрать абсолютно черное тело, тогда кубит этого состояния будет $|00\rangle$ - ничто не отразиться и ничто не пройдет через оракул.

2.2 $f(x) = 1$

Для этого состояния оракулом нужно сделать источник света, тогда кубит этого состояния будет $|11\rangle$ - и первый и второй наблюдатель увидят лампочку.

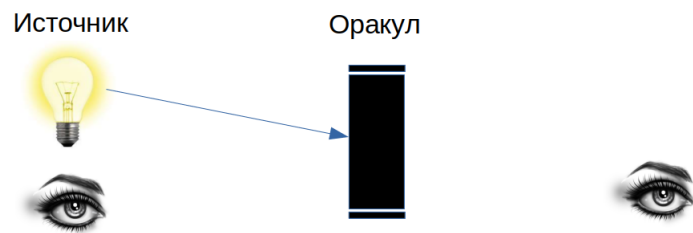


Рис. 2: $f(x) = 0$

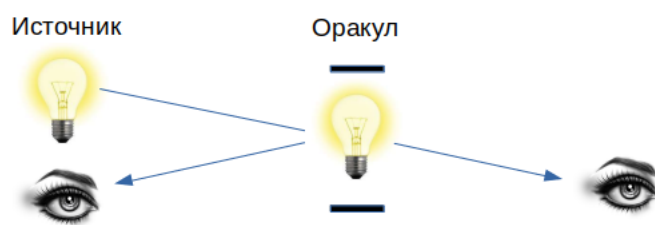


Рис. 3: $f(x) = 1$

2.3 $f(x) = x$

Для этого состояния оракулом будет пустота, тогда кубит этого состояния будет $|01\rangle$ - второй наблюдатель увидит лампочку.

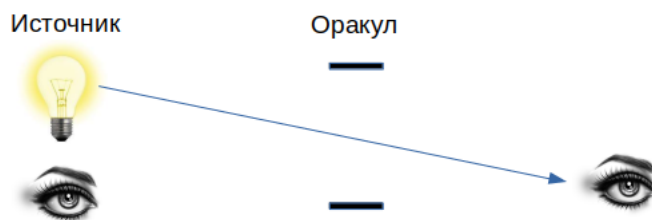


Рис. 4: $f(x) = x$

2.4 $f(x) = \bar{x}$

Для этого состояния оракулом пусть будет пластина, которая половину интенсивности падающего пучка пропускает, а половину отражает. Тогда, кубит будет $|1/2 \ 1/2\rangle$

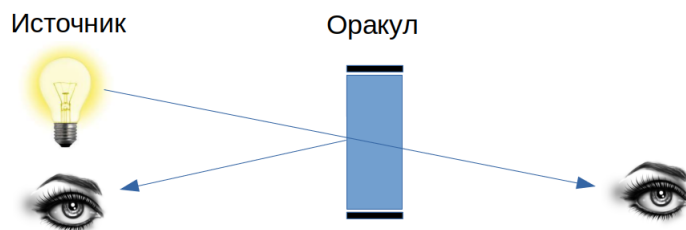


Рис. 5: $f(x) = \bar{x}$

2.5 Соответствие результатов вычислений искомым функциям

Запишем сводную таблицу для решений:

1	$f(x) = 0$	$ 00\rangle$
1	$f(x) = 1$	$ 11\rangle$
1	$f(x) = x$	$ 01\rangle$
1	$f(x) = \bar{x}$	$ 1/2\ 1/2\rangle$

(5)

Как видим, каждой функции соответствует уникальное значение кубита. Таким образом, задача решается в посылке одного сигнала, вместо классических двух.

3 Стенд №2 - отклонение и поглощение

Стенд состоит из лампы, являющейся оракулом, единичного сигнала - электрона и флюоресцентного экрана.

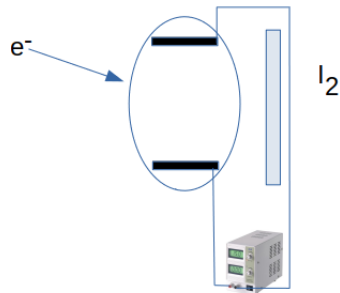


Рис. 6: Стенд №2 отклонение электрона

На флюоресцентном экране I_2 мы будем видеть интенсивности в разных местах, при разных значениях напряжения между анодом и катодом лампы.

При отсутствии напряжения электрон продолжит свое движение и упадет на экран в точке x_0 .

При очень высоком напряжении электрон упадет на анод и на экране не будет интенсивности.

При невысоком напряжении - отклонится от точки, куда бы он попал без напряжения x_1 .

Но в такой модели у нас сливаются состояния $f(x)=0$ и $x=0$, что недопустимо, поэтому модернизируем стенд ¹:

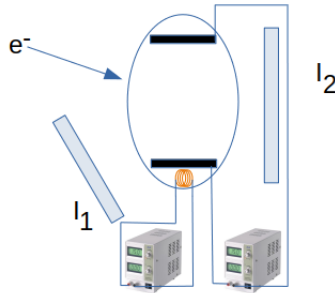


Рис. 7: Стенд №3 отклонение электрона

В лампу добавим спираль накаливания катода, чтобы катод эмитировал электроны на анод². Тогда электрон с некоторой вероятностью (сечением) при сигнале 1 столкнется с эмитированным электроном и отразится на экран I_1 . А также, лампа может находиться в двух состояниях - катод наверху, катод внизу из-за чего электрон будет отклоняться вверх или вниз на экране I_2 .

Введем нормы для напряжения:

0 - нет напряжения

1/2 - рабочее напряжение лампы

1 - максимальное напряжение лампы

Для интенсивности свечения экрана относительно интенсивности излучателя:

0 - нет

1/2 - отраженная

¹Лучшей модернизацией было бы применение ловушки Пеннинга, моделирующую макроскопический атом, в котором ядро заменено внешним полем [7], но эта работающая модель более сложная, чем то упрощение, которое мы применим далее. Ловушка Пеннинга будет рассмотрена в отдельной статье.

²Нам нужно создать условия для упругого рассеяния. Вместо эмиттирования электронов можно было бы добавить механизм по закачиванию/выкачиванию жидкого водорода. Первые опыты с упругим рассеянием электронов были проведены на цели из жидкого водорода в 1960-1970 годах в Стэнфордской Линейной Ускорительной лаборатории SLAC с энергией электронов порядка 100МэВ [2]

1 - такая же как у источника

С учетом трех положений интенсивность на втором экране, вектор состояний системы запишется как $|I_0 I_{11} I_{12} I_{13}\rangle$

Для $f(x) = 1$ поместим источник внутрь лампы

Сигнал	Функция	Напряжение	Положение катода	Вектор состояния
1	$f(x) = 0$	1	неважно	$ 1/2 0 0 0 \rangle$
1	$f(x) = 1$	0	неважно	$ 1 1 1 1 \rangle$
1	$f(x) = x$	1/2	сверху	$ 1/2 0 0 1 \rangle$
1	$f(x) = x$	1/2	снизу	$ 1/2 1 0 0 \rangle$

(6)

4 Одномерное приближение

Рассмотрим динамику одномерной квантовой системы, описываемой уравнением Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi \quad (7)$$

, где ψ - волновая функция частицы, m - масса частицы, V - потенциал квадратного барьера

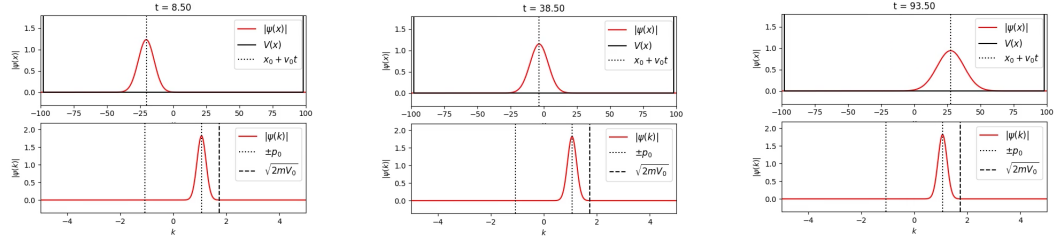
Для решения волнового уравнения воспользуемся преобразованием Фурье [9]:

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx} f(x) dx \quad (8)$$

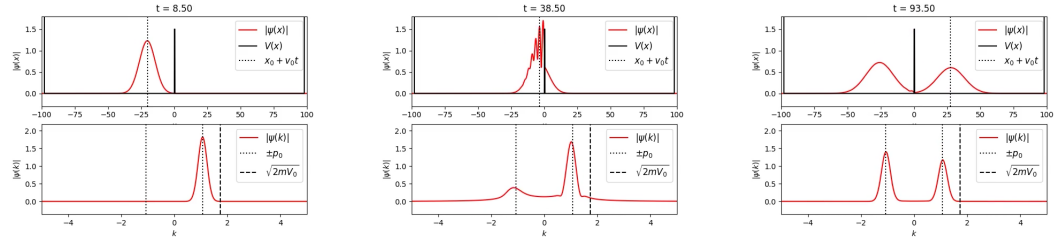
$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx} \tilde{f}(k) dk \quad (9)$$

Рассчитаем для ширины потенциала равного $0,1,3,10 L$, где $L = \frac{\hbar}{2mV_0}$, V_0 - потенциал.

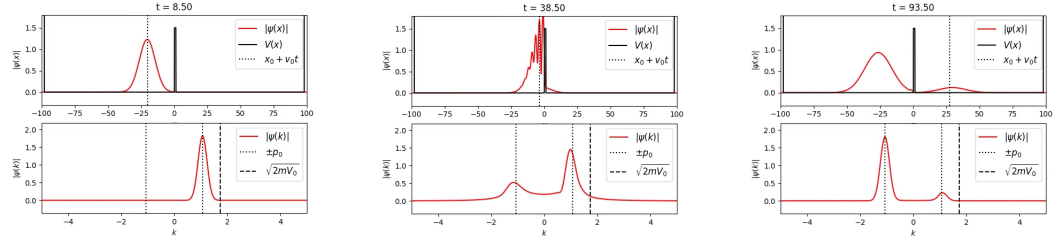
$$a = 0 \cdot L$$



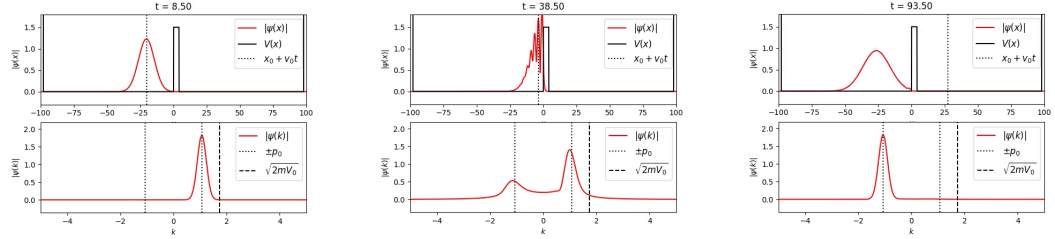
$$a = 1 \cdot L$$



$$a = 3 \cdot L$$



$$a = 10 \cdot L$$



Начальные условия для расчетов могут быть взяты:
 энергия - на сайте ОАО «В/О Изотоп»³ для различных источников
 свойства частиц - particle data group⁴

Таким образом можно подобрать такие потенциалы (и способы управления), при котором поведение волновой функции будет отличаться по

³<http://www.isotop.ru/production/>

⁴https://pdg.lbl.gov/2020/mcdata/mass_width_2020.mcd

времени и на этом принципе реализовать гейты квантового компьютера.

5 Сечения

Рассмотренные модели можно обобщить как суперпозиции вероятностных процессов: эластичного и неэластичного рассеяния и поглощения. В ядерной физике это будет хорошо известная функция полного сечения [8]:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{inel} + \sigma_{abs} \quad (10)$$

По золотому правилу Ферми [4, 6] :

$$W = |M|^2 Q \quad (11)$$

, где:

W - скорость реакции,

M - инвариантная амплитуда процесса,

Q - плотность квантовых состояний,

мы можем записать соответствие между сечением и волновой функцией:

$$d\sigma = \frac{|M|^2}{F} dQ \quad (12)$$

где:

F - поток,

dQ - фактор фазового пространства, учитывающий количество состояний, которые могут быть реализованы конечным состоянием,

M - амплитуда вероятности, значения волновой функции.

Сечение можно определить как вероятность взаимодействия двух частиц путем обмена промежуточным бозоном (в [3] приводятся практические примеры, а в [5] аналитические интерпретации зависимости $\sigma_{tot}(E)$).

Действие калибровочного бозона на собственные состояния частицы - есть физическая интерпретация действия оператора на кубит в квантовых вычислениях.

Варианты запутывания частиц могут реализовываться как на одном процессе взаимодействия частиц, так и на некоторой последовательности.

Отдельно стоит отметить в качестве варианта запутывания - процессы распада частиц.

Таким образом, зная поток, сечения, волновую функцию частицы мы можем определять dQ (а точнее, составляющую ее функцию $\delta^{(4)}$ - обеспечивающую сохранение энергии импульса, а также квантовых состояний для всех частиц в конечном состоянии). Изменяя определенным образом поток, сечение и волновую функцию, мы можем изменять dQ , а значит, реализовывать программу последовательного изменения dQ , т.е. написать программу квантовых вычислений.

6 Взаимодействия

В завершении, рассмотрим какой у нас есть инструментарий в виде взаимодействий, на которых, мы можем реализовать наши квантовые операции:

- а) деление;
- б) взаимодействия между заряженными частицами и электронами атома: возбуждение, ионизация, многократное кулоновское рассеяние;
- в) между заряженной частицей и ядром: упругое и неупругое рассеяние, тормозное излучение;
- г) между фотонами и ядрами: рождение e^-e^+ -пар;
- д) когерентное излучение заряженными атомами: эффект черенкова, переходное излучение.

Собраны достаточно обширные данные по сечениям этих взаимодействий на разных частицах и материалах⁵.

7 Заключение

Как было продемонстрировано на предыдущих моделях, возможно подобрать такие условия и нормы, при которых вектора состояний системы - кубиты, не сливаются, а выбор взаимодействий и частиц, на которых можно реализовывать вычисления - теоретически ничем не ограничен.

У современных квантовых компьютеров есть ряд недостатков, которые делают их реализацию дорогостоящей. Складываются они из обслуживания источника излучения, реализации особых условий протекания физических процессов, на которых строятся вычисления и т.д.

Видится перспективным исследовать возможность реализации квантового компьютера в инфраструктуре ядерного реактора. Здесь возможны различные синергетические эффекты, а именно:

⁵<https://pdg.lbl.gov/2020/hadronic-xsections/hadron.html>

- использование частиц ионизирующего излучения (в реакторе, биологической защите, бассейне выдержки)
- экономия энергии на излучателе в мобильных установках
- использование совместной инфраструктуры системы охлаждения
- возможность подбора таких параметров взаимодействующих частиц, для которых несущественны тепловые колебания
- возможность использования рекомбинации частиц - аннигиляции и рождения, что может расширять общее количество состояний алгоритма, кубитность системы в целом.

Второе направление, где может быть получен синергетический эффект - использование продуктов переработки ядерного топлива - изотопов, для мобильных квантовых вычислителей. В этом случае источник может быть размещен в непосредственной близости с р-п переходами процессора.

Также, теоретически, интересно рассмотреть различные реакции с кварками и их применение в вычислителях. Так для примера рассмотрим реакцию β^- излучения: $n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$. В классической реализации на три бита нужно 6 р-п-р переходов (транзисторов), а в ядерной интерпретации все уместается в одну частицу: $n=\text{udd}$ переходит в $p=\text{udu}$, что можно представить как $|100\rangle \rightarrow |101\rangle$ а событие регистрируется по появившемуся у частицы электрическому заряду.

Список литературы

- [1] Сысоев С.С. Введение в квантовые вычисления. Квантовые алгоритмы, стр.64 – СПб.: Издательство Санкт-Петербургского университета, 2020
- [2] Сысоев С.С. Квантовые вычисления (Quantum computing) – <https://www.coursera.org/learn/kvantovyye-vychisleniya> : Санкт-Петербургский государственный университет, 2020
- [3] B.R.Martin, G.Shaw Particle physics, Third Edition, p.24 – John Wiley and Sons Ltd, 2008
- [4] Martin Pohl, Anna Sfyrla, Mercedes Paniccia Particle Physics: an Introduction., 4.2 Electromagnetic scattering – <https://www.coursera.org/learn/particle-physics/lecture/Vd0tP/4-2-electromagnetic-scattering> Университет Женевы, 2020

- [5] Л.И.Сарычева Введение в физику микромира. Физика частиц и ядер. стр.66 – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012
- [6] Martin Pohl Particles, Fields, Space-Time: From Thomson’s Electron to Higgs’ Boson – CRC Press, 2020
- [7] P.Ekstrom and D.Wineland The Isolated Electorn – Scientific American, 243, p.90 – 1980
- [8] Douglas C.Giancoli Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Fourth Edition, p.1301 – England: Pearson Education Limited, 2014
- [9] Клод Коэн-Таннуджи, Бернар Диу, Франк Лалоз Квантовая механика, Том II, стр.757 – Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2000