

# АСИМЕТРИЧНІ КРИПТОСИСТЕМИ ТА ПРОТОКОЛИ

## Конспект лекцій

Сергій Яковлєв та група ФІ-33

23 січня 2017 р.

# Зміст

Передмова . . . . .	2
1 Важкооборотні функції та важкооборотні функції із секретом	3
2 Криптографічні геш-функції та схеми цифрового підпису	4
3 Криптосистеми на еліптичних кривих	5
4 Асиметричні криптографічні протоколи	6
4.1 Ідентифікація та автентифікація. Криптографічні протоколи автентифікації .	6

# Передмова

Лекції жодним чином не редагувались (окрім правок, необхідних для компіляції) та наразі надаються as is.

## Розділ 1

### Важкооборотні функції та важкооборотні функції із секретом

## Розділ 2

### Криптографічні геш-функції та схеми цифрового підпису

## Розділ 3

# Криптосистеми на еліптичних кривих

## Розділ 4

# Асиметричні криптографічні протоколи

### 4.1 Ідентифікація та автентифікація. Криптографічні протоколи аутентифікації

*(Автор: Марина Соловйова. Не редагувалось.)  
(Версія від 19 січня 2017 р.)*

*Ідентифікація* - це надання суб'єкту (об'єкту) індивідуального кода (наприклад, номера), тобто ідентифікатора, який відрізняється від всіх інших, а також перевірка ідентифікатора (все це не секретні дані).

*Автентифікація* - це перевірка достовірності суб'єкту по наданим ідентифікаторам та деякій додатковій інформації (наприклад, паролем, ключам) шляхом порівняння.

При контакті користувача, наприклад, з комп'ютерною мережею здійснюються наступні процедури:

- ідентифікація
- автентифікація
- авторизація

#### Принципи аутентифікації

1. По наданню деякої секретної інформації, відомої користувачеві (пароль, код).
2. По наданню деяких об'єктивних характеристик (мікросхема, магнітна стрічка).
3. По наданню індивідуальних біометричних характеристик (відбитків пальців, рисунку райдужної оболонки ока, тембру голосу).
4. По характеристикам роботи з апаратурою в реальному часі.
5. По відповідям в режимі діалогу.
6. За допомогою третьої сторони.

#### Криптографічні протоколи аутентифікації

1. Автентифікація за допомогою пароля (наприкладі аутентифікації з комп'ютерною системою – надалі будемо позначати як «КС»).

(a) *Парольна автентифікація з використанням односторонніх функцій*

Нехай  $h(x)$  – одностороння хеш-функція, що володіє сильною стійкістю до колізій. Користувачі  $A_i$  мають ідентифікатори  $D_i$  та паролі  $p_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

- i. Попередньо в КС формується та розміщується таблиця  
 $T = \{D_i, H_i, i = \overline{1, n}\}$ , де  $H_i = h(p_i, D_i)$ .
- ii. (При контакті)  $A_i : (p_i, D_i) \rightarrow \text{КС}$ .
- iii. КС перевіряє:  $?D_i \in T?$  (ідентифікація),
- iv.  $?h(p_i, D_i) = H_i? \longleftrightarrow ?H_i \in T?$  (автентифікація).
- v. Якщо все виконується, то авторизація, інакше – відмова.

(b) *Паралельна автентифікація за допомогою симетричного шифрування стійких до атак на основі відкритого тексту (ВТ).*

Користувачі  $A_i$  мають ідентифікатори  $D_i$  та паролі  $p_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Нехай  $E_k$  – алгоритм симетричного шифрування, стійкий до атак на основі ВТ.

- i. Попередньо в КС формується та розміщується таблиця
- ii.  $T = \{D_i, C_i, i = \overline{1, n}\}$ , де  $C_i = E_{p_i}(D_i)$ .
- iii.  $A_i : (p_i, D_i) \rightarrow \text{КС}$ .
- iv. КС перевіряє:  $?D_i \in T?$  та  $?E_{p_i}(D_i) = C_i?$   
Якщо все виконується, то авторизація, інакше – відмова.

(c) *Парольна автентифікація з захистом від коротких паролів.*

- i. модифікація в варіанті 1 з хеш-функцією  $h(x)$  – використання односторонніх хеш-функцій з секретним ключем (який відомий лише адмін-у КС).
- ii. модифікація в варіанті 2: таблиця  $T = \{D_i, C_i, i = \overline{1, n}\}$  – використання секретного ключа  $k$ :  $C_i = E_{p_i \oplus k}(D_i)$ .  
Перевірка аналогічна.

(d) *Парольна автентифікація зі змінним паролем.*

Користувачі  $A_i$  мають ідентифікатори  $D_i$  та паролі  $p_i^{(0)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Наявна одностороння стійка до колізій хеш-функція  $h(x)$  (відкрита).

- i. Кожен  $A_i$  обчислює ряд разових паролів:

$$p_i^{(0)}, p_i^{(1)} = h(p_i^{(0)}), p_i^{(2)} = h(p_i^{(1)}) = h^2(p_i^{(0)}); p_i^{(t)} = h^t(p_i^{(0)}) \text{ та } p_i^{(t)} \rightarrow \text{КС}, i = \overline{1, n}.$$

- ii. КС формує таблицю  $T = \{D_i, p_i^{(t)}, i = \overline{1, n}\}$ .
- iii. (При контакті)  $A_i : (D_i, p_i^{(t-1)}) \rightarrow \text{КС}$ .
- iv. КС перевіряє:  $?D_i \in T?$  та  $?h(p_i^{(t-1)}) = p_i^{(t)}?$   
Якщо все виконується, то виконується авторизація і КС в таблиці  $T$  змінює  $(D_i, p_i^{(t)})$  на  $(D_i, p_i^{(t-1)})$ .
- v. (При другому контакті)  $A_i : (D_i, p_i^{(t-2)}) \rightarrow \text{КС}$ .
- vi. КС перевіряє:  $?D_i \in T?$  та  $?h(p_i^{(t-2)}) = p_i^{(t-1)}?$

Якщо все виконується, то КС в таблиці  $T$  змінює  $(D_i, p_i^{(t-1)})$  на  $(D_i, p_i^{(t-2)})$ .

**Примітка:** Якщо всі разові паролі будуть вичерпані, потрібно згенерувати нові їх послідовності.

Але що робити при технічному збої? Зрозуміло, що повторювати пароль не можна. Тому при, наприклад, однократному збої на кроці 6):  $A_i : (D_i, p_i^{(t-3)}) \rightarrow \text{КС}$ . Після чого КС перевіряє:  $?D_i \in T?$  та  $?h^2(p_i^{(t-3)}) = p_i^{(t-1)}?$  після чого алгоритм продовжує свою роботу.



2. Автентифікація за допомогою симетричних криптосистем.

Користувачі  $A_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  мають ідентифікатори  $D_i$  та  $K_{ij}$  - секретні ключі  $A_i$  та  $A_j$  зі спільною системою симетричного шифрування  $(E_k, D_k)$ .

- (a) Ініціатор автентифікації  $A_i : D_i \rightarrow A_j$ .
- (b)  $A_j$  генерує випадкове  $M \rightarrow A_i$ .
- (c)  $A_i$  шифрує на спільному ключі повідомлення:  $E_{K_{ij}}(M) = C_{ij} \rightarrow A_j$ .
- (d)  $A_j$  перевіряє:  $D_{K_{ij}}(C_{ij}) = M$ .

3. Автентифікація за допомогою асиметричних криптосистем (на прикладі RSA).

Користувачі  $A_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  мають відкриті  $(n_i, e_i)$  та закриті  $d_i$  ключі RSA.

- (a) За допомогою цифрового підпису (ЦП).
  - i.  $A_i$  генерує випадкове  $M$  і підписує його, тобто:  
 $S = M^{d_i} \bmod n_i, \Rightarrow (M, S) \rightarrow A_j$ .
  - ii.  $A_j$  перевіряє ЦП:  $?S^{e_i} \bmod n_i = M?$
  - iii. За допомогою шифрування.

4. Автентифікація за допомогою протоколу доказу без розголошення.