Дълго време провежданите у нас състезания по математика бяха за ученици от 4. до 12. клас. През последните години се даде шанс за изява и на децата от 2. и 3. клас. Оказа се, че интересът на най-малките, на техните родители и на учителите им е изключителен. Всяко дете, което усвоява отлично задължителния учебен материал, търси да решава нестандартни задачи, присъстващи във всички математически състезания.

В предложеното помагало задачите са тематично обособени в 12 групи. Всяка е отбелязана за ученици от кой клас (втори, трети или четвърти) е подходяща. Съдържа и разсъжденията, които се използват за решаване на голям брой от предложените задачи.

При работа със задачите на ученика се дава възможност да запълни някои празноти в подготовката си и да повиши своя интерес към нешаблонните задачи. Целта е да се провокира у учениците интерес да търсят и да решават нестандартни задачи.

www.koalapress.com

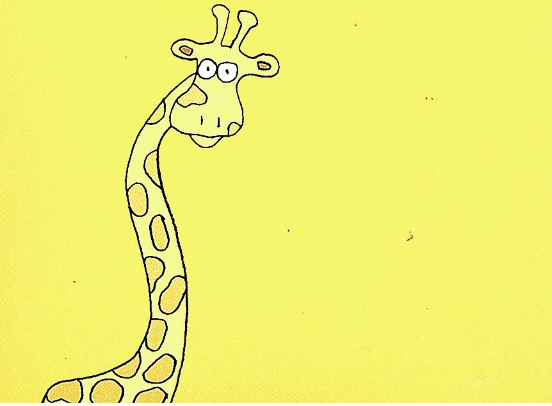
9 786197 134247

Цена: 8,40 лв.

ПЕНКА РАНГЕЛОВ

АЗ РЕШАВАМ ЗАДАЧИ ЗА МАТЕМАТИЧЕСК СЪСТЕЗАНИЯ

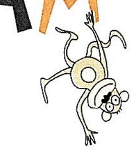
ЗА УЧЕНИЦИ ОТ 2. ДО 4. КЛА



КОАЛА ПРЕ

ПЕНКА РАНГЕЛОВА

АЗ РЕШАВАМ ЗАДАЧИ



ЗА МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ

ЗА УЧЕНИЦИ ОТ 2. ДО 4. КЛАС

КОАЛА ПРЕС

Съдържание

ISBN: 978-619-7134-24-7

Предговор

Дълго време провежданите у нас състезания по математика бяха за ученици от 4. до 12. клас. През последните години се даде шанс за изява и на децата от 2. и 3. клас. Оказа се, че интересът на най-малките, на техните родители и на учителите им е изключителен. Всяко дете, което усвоява отлично задължителния учебен материал, търси да решава нестандартни задачи, присъстващи във всички математически състезания.

В предложеното помагало сме обособили задачите тематично в 12 групи. Всяка е отбелязана за ученици от кой клас (втори, трети или четвърти) е подходяща. Показали сме разсъжденията, които водят до решаване на голям брой от предложените задачи.

Децата в тази възраст не само имат желание да участват в различни математически състезания, но и трябва да се подготвят за първите си изпити. След 4. клас всички полагат национален изпит за външно оценяване на математическите им знания и умения, а голяма част от тях са кандидати за математически паралелки в различни училища. За класиране в такива паралелки от значение е не само положеният изпит в училището, но и резултатите на децата от различни училищни, регионални и национални състезания. На всички е ясно, че подготовката трябва да започне отрано. С всяко участие в математическо състезание детето придобива увереност във възможностите си. Всяко добро класиране му дава самочувствие и сили за покоряване на нови върхове. Всички участващи в състезания по математика ученици се уверяват, че няма лесни и трудни задачи. Има задачи, които им са познати, и знаят средствата, с които се решават, а има и такива, до които не са се докосвали. Те осъзнават, че трябва да намерят начини за тяхното решаване. Такива задачи те карат да мислиш, разсъждаваш, разширяваш обема от идеи.

При работа със задачите от помагалото на ученика се дава възможност да запълни някои празноти в подготовката си и да повиши своя интерес към нешаблонните задачи. Надяваме се да провокираме у учениците интерес да търсят и решават такива задачи.

Авторът

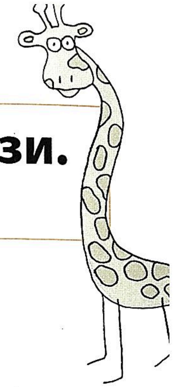
Задачата е подходяща:

2 за 2. клас.

3 за 3. клас.

4 за 4. клас.

1 Пресмятане на числови изрази. Сравняване на числа



1 Стойността на разликата $80 - 18$ е:

(А) 72 (В) 88

(Б) 98 (Г) 62

2 Стойността на сбора $24 + 19$ е:

(А) 33 (В) 42

(Б) 43 (Г) 5

3 Пресметнете:

а) $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8$;

б) $98 - 40 - 53$;

в) $9 + 11 + 10 - 5$;

4 Стойността на израза
$12 - 11 + 10 - 9 + 8 - 7 + 7 - 6 + 5 - 4 + 3 - 2 + 1 - 0$ е:

(А) 6 (В) 8

(Б) 7 (Г) 0

5 Пресметнете:

а) $73 - 58$;

б) $(56 + 35) - 41$;

в) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$;

г) $8+13+12+17$;

д) $5+8+3+4-(12+8)$;

е) $18+16-20+15+20-16$.

6 Намерете:

а) $33+17+30-20$;

б) $31-7-5$;

в) $27+(52-25)$;

г) $(19+43)-44$.

7 Кой от изразите има най-малка стойност?

(А) $5 \cdot 5+7 \cdot 7-3 \cdot 8$

(Б) $8 \cdot 8-4 \cdot 4$

(В) $6 \cdot 8+1 \cdot 1$

(Г) $1 \cdot 1+8 \cdot 8$

8 Пресметнете:

а) $24+4 \cdot 6+6 \cdot 8$;

б) $8 \cdot 9-6 \cdot 6-4 \cdot 4$;

в) $59-7 \cdot 7+5 \cdot 6+7 \cdot 8$.

9 Коя разлика е най-голяма?

(А) $15-7$

(Б) $14-7$

(В) $19-10$

(Г) $16-5$

10 Кой сбор е най-малък?

(А) $24+17$ (В) $22+14$

(Б) $25+13$ (Г) $21+19$

11 Стойността на кой израз **не е** 33?

(А) $19+14$ (В) $8 \cdot 4+1$

(Б) $33+0$ (Г) $12+12+10$

12 Намерете числената стойност на израза $99+(a-32)$, ако $a=56+65$.

13 Пресметнете стойността на израза $a+b-c$, където $a=37-8+1$, $b=a-15$ и $c=7+3+15$.

14 Разликата на числата, скрити под ♦ и ♥ в $5 \cdot ♥ = 35 - ♦ = 19$, е равна на:

(А) 9

(Б) 10

(В) 8

(Г) друг отговор

15 Кое от дадените равенства е вярно?

(А) $36+9=32+25$

(Б) $3 \cdot 7+5 \cdot 6=78-26$

(В) $3 \cdot 5+7 \cdot 8=7 \cdot 7+5 \cdot 5$

(Г) $34+5-8+44=4 \cdot 9+6 \cdot 7-3$

16 Кое от написаните равенства **не е** вярно?

Ⓐ 54 = 5 десетици + 4 единици

Ⓑ 62 = 7 десетици – 8 единици

Ⓒ $95 - 30 = 80 - (30 - 5)$

Ⓓ $39 + 15 = 72 - 18$

17 Кое от написаните равенства е вярно?

(А) $36 + 25 = 51$	(В) $32 + 49 = 71$
(Б) $36 + 26 = 62$	(Г) $43 + 28 = 61$

18 Посочете **невярното** равенство:

(А) $9 . 5 = 4 . 9 + 9$	(В) $3 . 6 = 3 . 8 - 2 . 3$
(Б) $7 . 3 + 3 = 7 . 6$	(Г) $9 . 7 = 7 . 5 + 4 . 7$

19 Кое от равенствата **не е** вярно?

(А) $38 - 28 = 4 + 6$

(Б) $40 + 20 = 30 + 30$

(В) $46 + 20 = 36 + 30$

(Г) $38 - 14 = 50 - (17 + 6)$

20 Кое от неравенствата е вярно?

(А) 15 м – 7 м > 5 м + 4 м

(Б) 80 ст. + 50 ст. < 1 лв.

(В) 1 кг + 3 кг < 18 кг – 13 кг

(Г) 1 лв. + 1 лв. < 80 ст. + 90 ст.

21 Кое число трябва да се допише в ▢, за да е вярно неравенството $22 + 9 > 49 - ▢$?

(А) 21	(В) 13
(Б) 17	(Г) 18

22 Кое число трябва да се постави в ▢, за да е вярно равенството $38 + 7 = 9 + 6 . ▢$?

(А) 5	(В) 6
(Б) 7	(Г) друг отговор

23 Най-малкото число, което трябва да се постави на мястото на *, за да е вярно неравенството $33 + * > 11 + 33$, е:

(А) 10	(В) 33
(Б) 11	(Г) 12

24 Намерете най-малкото число, което може да се постави в ▢ така, че да е вярно неравенството $33 + ▢ > 17 + 20$.

(А) 6	(В) 4
(Б) 2	(Г) 5

25 Пресметнете:

а) $7 - 3 + 7 - 3 + 7 - 3 + 7 - 3$;

б) $324 + 82 - 200 + 176$;

в) $(24 + 38) - 11 + (32 + 58)$;

г) $936 - (224 + 512)$;

д) $5 + (5 + 5 + (25 - 5) + 5)$;

е) $320 + 430 + 550 - (600 + 700)$.

26 Намерете стойността на израза:

а) $25 : 5 + 20 + 4 . 5$;

б) $14 + 63 : 7 + 5 - 14$;

в) $75 - 25 : 5 + 120$;

г) $(17 - 72 : 9) : 3 - 2$;

д) $91 - 63 : 7 + 64 + 16 . 2$;

е) $2 . (2 + 2 + (2 + (2 + 2) : 2))$.

27 Пресметнете числената стойност на израза:

а) $274 + 3 . 7 + 56 : 8 - 21 : 3$;

б) $25 : 5 + (30 + 6) : 6 . 2 - 4 . 3$;

в) $(118 - 98 : 2) - 4 . 5$;

г) $(527 - 222 : 3) + 2 . 3 . 5$;

д) $[308 : 4 : 11 + 56 : 8 . 5] : 6$.

28 Числата, с които записваме 24 май 2015 година, са 24, 5 и 2015. Намерете техния сбор.

29 Кое е най-малкото измежду числата?

А) $72 : 9 - 2$ В) $72 : (8 - 4)$

Б) $72 : (38 - 34)$ Г) $72 : (18 : 2)$

30 Поставете число на мястото на * така, че да е вярно равенството $3 + 5 + 7 + 9 = 4 + 6 + 8 +$ *.

31 Поставете число на мястото на *, за да е вярно неравенството $11 - 7 > 2 +$ *.

32 Намерете стойността на числовия израз:

а) $(72 . 5 - 7 . 0) : 8$;

б) $809 - 405 + 28 . 7$;

в) $108 . 7 + 4 . 108 - 6 . 108 - 5 . 108$;

г) $(275 . 8) : 5 + (287 . 8) : 7$.

33 Пресметнете:

а) $880 : (7 + 1) - (32 - 4 . 7 + 15 . 4)$;

б) $(5 . 7 . 16) : 4 + 4 . (360 : 9 - 9 . 3)$;

в) $(408 - (774 : 3 + 102)) : 2$;

г) $(964 - 122 . 5 - 4) : 7 + (25 + 38) . 2$;

д) $((5400 : 5 + (323 - 198) . 8) . 4 + 132) : 2 + 74$.

34 Кое равенство **не е** вярно?

А) $(675 : 9) . 3 + 5 . 15 = 300$

Б) $(945 : 9) . 6 - 110 . 3 = 300$

В) $(595 : 5) : 7 + 71 . 4 = 300$

Г) $(498 . 2) : 3 - 64 : 2 = 300$

35 Да се намери стойността на израза $B - A$, където $B = 234 + 785 - 130 + 252 - 200$ и $A = (326 + 27 . 3 : 9) : 5$.

36 Поставете знак за сравнение ($>$, $<$ или $=$):

а) $(256 + 23 . 7 - 17) : 5 + 222 . 3 - 5 . 7 - 600 \;\square\; 111$;

б) $675 : 9 \;\square\; 98 . 2 - 3 . 40$;

в) $(124 . 3 + 15 . 8 . 7) : 6 \;\square\; 328 : (49 : 7 - 5) + 3 . 2 + 8 + 7 . 3 - 5$.

37 Кое от числата **не е** равно на 300?

(А) $7 \,.\, 43 - 7 \,.\, 13 + 2 \,.\, 6 + 4 \,.\, 7 - 10$

(Б) $999 : 3 + 17 \,.\, 2 - 6 \,.\, 8 + 73 \,.\, 0 - 1 \,.\, 19$

(В) $44 \,.\, 5 + 9 \,.\, 9$

(Г) $25 \,.\, 5 + 25 \,.\, 15 - 4 \,.\, 20 - 3 \,.\, 40$

38 Сравнете числата A и B, ако
$A = 327 \,.\, 6 + 327 \,.\, 4 - (15 \,.\, 7 + 15 \,.\, 13) - 970$ и
$B = 2015 : 5 + 108 \,.\, 5 + 272 .\, 9 - (130 \,.\, 3 + 1)$.

2 Намиране на неизвестно число от дадено равенство

1 Намерете неизвестното число x от равенството:

а) $56 + x = 103$;

б) $x + 34 = 28 + 76$;

в) $39 - x = 2 \,.\, 14$;

г) $x : 13 = 5$;

д) $64 : x = 5 + 3$

е) $x \,.\, 5 = 135$.

2 Определете x от равенството:

а) $x - 2 \,.\, 9 = 72 : 9 - 5$;

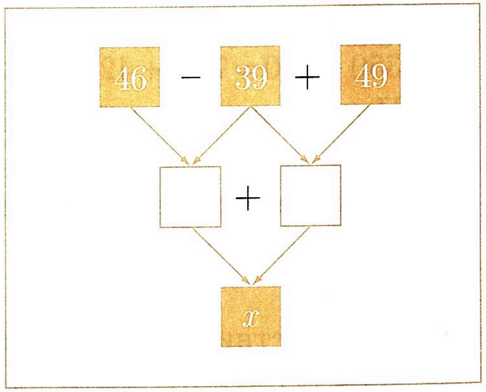
б) $x + 7 \,.\, 8 = 9 \,.\, 7 + 4 \,.\, 8$;

в) $25 \,.\, (x + 3) = 107 + 6 \,.\, 3$;

г) $35 : (x : 4) = 7$.

3 Ако $123 + a + 17 = 555$, то намерете сбора $a + 585$.

4 Намерете стойността на x от схемата.



5 Да се намери неизвестното число от равенството:

а) $(x+58)+(98+42)=198$;

б) $(110-a):2=53$;

в) $56:(x:7)=24:3$;

г) $600:2=(8\,.\,x+4\,.\,3)\,.\,5$.

6 Намерете неизвестното число x от равенството:

а) $(x+2):9+7=40\,.\,2:10$;

б) $9\,.\,x+11\,.\,7=12\,.\,3+17\,.\,4$;

в) $5\,.\,x=12\,.\,2+17\,.\,4-11\,.\,7$;

г) $423+198+(x+56)=734+66$;

д) $650:5=(13\,.\,x)\,.\,2$.

7 Неизвестното число x от равенството $24:x=10-x$ е:

(А) 2 (В) 8

(Б) 6 (Г) 3

8 Намерете неизвестните числа x и y от равенствата
$56:x+49=108:2+3$ и
$350+230=7\,.\,y+42\,.\,3-42\,.\,2-42-1$.
Пресметнете $x+y$, $y-x$ и $x\,.\,y$.

9 Намерете x от равенството
$(x+1):3:5:7:9=1$.

10 Неизвестните x и y удовлетворяват равенствата
$((x+12)\,.\,4-6):9=81:9:3\,.\,2$ и $770:y:2:5=11$.
Намерете $x\,.\,y$.

11 Ако $x+2+3+4+5+6=25$ и $(((y-3)\,.\,2+2)+3)-5=2$, то сравнете числата $A=x+3\,.\,8$ и $B=2\,.\,y+3\,.\,7+2$.

12 Да се намери числото x от равенството:

а) $(x-188)+122=303+44$;

б) $(850-x):3=45$;

в) $5+5:((5+5\,.\,(x-5)):5-5)-5=5$;

г) $(5\,.\,660:110+7\,.\,10):x=20$;

д) $(5\,.\,x+48-4\,.\,x):17+444=448$;

е) $17\,.\,(5+x)-2\,.\,x=190$;

ж) $462-(100-(150-x):6):8=452$.

13 Пресметнете $A+B+C$, ако $308-A=204$, $B-823=52$ и $C-277=777$.

14 Ако $1008:8+53\,.\,6-x=4\,.\,11$ и
$(924-742:7):2+3\,.\,y=529$, то сравнете числата $x:y$ и y.

15 Дадени са числата $A=1\,.\,2+3\,.\,4+5\,.\,6+7\,.\,8+9\,.\,10$ и
$B=(555:5+666:6+999:9):9$. Намерете x от равенството
$A-x=B\,.\,5$.

3 Решаване на задачи от края към началото

В литературата тези задачи се наричат още рачешки задачи, метод на обратните операции или метод на инверсията. Той се базира на взаимнообратните действия събиране и изваждане; умножение и деление.

1 Намерете числото x от схемата:

а) $\boxed{x} \xrightarrow{+3} \boxed{} \xrightarrow{-6} \boxed{} \xrightarrow{+15} \boxed{} \xrightarrow{+10} \boxed{} \xrightarrow{-13} \boxed{} \xrightarrow{+51} \boxed{99}$

б) $\boxed{x} \xrightarrow{:3} \boxed{} \xrightarrow{.7} \boxed{} \xrightarrow{:2} \boxed{} \xrightarrow{:5} \boxed{} \xrightarrow{.7} \boxed{} \xrightarrow{.2} \boxed{98}$

в) $\boxed{x} \xrightarrow{+8} \boxed{} \xrightarrow{:2} \boxed{} \xrightarrow{+28} \boxed{} \xrightarrow{.3} \boxed{} \xrightarrow{+5} \boxed{200}$

2 Намислих едно число, умножих го по 4, към полученото число прибавих 8, разделих получения резултат на 5 и от резултата извадих 7. Получих числото 5. Кое е намисленото число?

3 Баба е с 6 години по-млада от дядо и с 25 години по-голяма от татко. Мама е с 3 години по-млада от татко и с 25 години по-голяма от батко. Батко е с 3 години по-голям от мен. Ако сега аз съм на 11 години, то намерете на колко години е сега всеки член от семейството ми.

4 Петър е с 13 см по-нисък от Иван и е със 7 см по-висок от Стоян. Кирил е с 6 см по-нисък от Стоян и е 2 пъти по-висок от братчето ми Борис. Ако Борис е висок 68 см, то колко е висок Иван?

5 Сутринта тръгнах за училище с определена сума джобни пари. Купих си закуска за 1 лв. и 20 ст. и тетрадка за 90 ст. Срещнах сестра си и тя ми даде 1 лв. и 30 ст. След това си купих сладолед за 1 лв. и 50 ст. и останах с 1 лв. и 20 ст. Колко пари съм имал в началото?

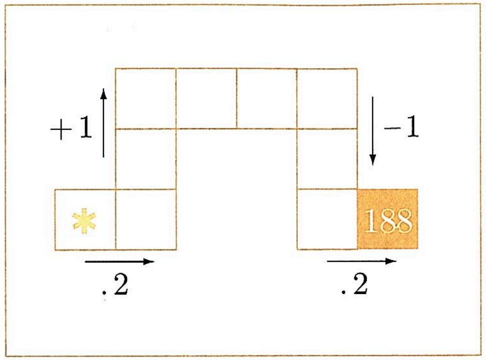
6 Ако годините на властване на хан Омуртаг умножим по 500, от полученото произведение извадим 975 и получената разлика разделим на 5, а полученото частно разделим на 3, получаваме числото 435. Колко години е бил на власт хан Омуртаг?

7 Баба Мария набрала кайсии и ги оставила в една тава. Дядо Иван донесъл още толкова кайсии и ги сложил в тавата. Внук им Иво изял 8 кайсии, а сестра му изяла половината от останалите и още една. В тавата останали 10 кайсии. Колко кайсии е донесла баба Мария?

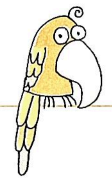
8 На втория ред в училищната библиотека има книги, които са с 300 по-малко от тези на първия ред и с 200 повече от тези на третия ред. На четвъртия ред има с 300 книги по-малко от тези на третия ред и 2 пъти повече от тези, които са поставени върху една маса. Дошли ученици и взели 56 книги от масата. След това на нея останали 444 книги. Колко са книгите на първи ред в библиотеката?

9 Баба Донка боядисала определен брой яйца. Половината от тях дала на внуците си, половината от останалите на правнуците и 8 яйца поделила между сина и дъщеря си. На нея останали 7 яйца. Колко яйца е боядисала баба Донка?

10 В квадратчето със * е написано число. Останалите квадратчета се попълват последователно, като при движение надясно по хоризонтален ред се умножава по 2, при движение нагоре се прибавя 1, а надолу се изважда 1. Намерете числото под *.



4 Ребуси



Решаването на ребуси допринася за:

- съзнателното и пълно усвояване на четирите действия с естествени числа;
- развиване на наблюдателност, съобразителност, умения за анализиране и предвиждане на всички възможности при дадена ситуация;
- повишаване на изчислителната култура.

1 Намерете липсващите цифри в квадратчетата:

а) $\begin{array}{r} 37\square \\ +\ 169 \\ \hline \square 3 \square \end{array}$ б) $\begin{array}{r} 38\square \\ -\ 1\square 3 \\ \hline \square 16 \end{array}$

Намерете сбора на всички намерени цифри в квадратчетата.

2 Възстановете цифрите, записани със звездички:

а) $\begin{array}{r} ** \\ +\ ** \\ \hline 197 \end{array}$ б) $\begin{array}{r} *** \\ -\ ** \\ \hline 1 \end{array}$

3 Намерете сборовете:

а) $\begin{array}{r} 3*8 \\ +\ 5* \\ \hline *01 \end{array}$ б) $\begin{array}{r} *3* \\ +\ *7 \\ \hline **04 \end{array}$ в) $\begin{array}{r} *9* \\ +\ 78 \\ *5 \\ \hline **11 \end{array}$

4 Под петте цветчета е скрито едно и също число. Кое е това число?

✿ + ✿ + ✿ + ✿ + ✿ = 35

5 Възстановете цифрите, записани със звездички.

а) $** \cdot 7 = **$ б) $** : 9 = *$.

6 Разшифровайте равенството $** + *** = ****$, ако е известно, че всяко от събираемите и сборът не се изменят, ако прочетем тези три числа отляво надясно и отдясно наляво.

7 Число има за цифра на единиците 9. Ако изоставим тази цифра, се получава число, което събрано с първото, дава сбор 306216. Намерете това число.

8 Възстановете цифрите, записани със звездички.

а) $\begin{array}{r} -\;****\\ ***\\ \hline 2\end{array}$ б) $\begin{array}{r} +\;**3\\ 5*\\ \hline **01\end{array}$ в) $\begin{array}{r} -\;2*7\\ *6*\\ \hline *28\end{array}$

9 Възстановете липсващите цифри така, че да са верни равенствата:

а) $\begin{array}{r} +\;68*43\\ *195*\\ \hline 100000\end{array}$ б) $\begin{array}{r} -\;*0*3*\\ 3*0*4\\ \hline 18990\end{array}$

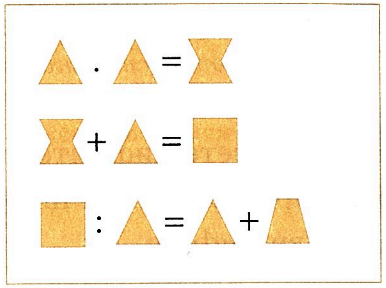
10 В сбора на мястото на a стои една и съща цифра. Намерете тази цифра.

$\begin{array}{r} 37a\\ +\;5a1\\ aaa\\ \hline 1603\end{array}$

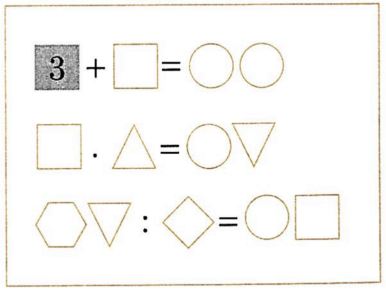
11 В ребуса на различните букви отговарят различни цифри, а на еднаквите букви – еднакви цифри. Възстановете събирането.

$\begin{array}{r} +\;\text{СПА}\\ \text{АСА}\\ \hline \text{СТАН}\end{array}$

12 В равенствата под всяка фигура стои число. Под еднаквите фигури числата са едни и същи, а под различните – различни. Кое е числото, което стои под ⏢, ако под ▲ стои числото 3?



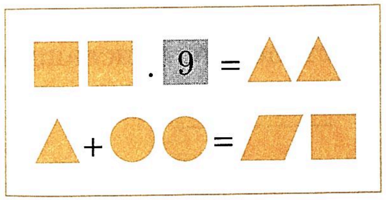
13 Под всяка фигура се крие цифра. Под различните фигури цифрите са различни. Намерете под всяка фигура коя цифра стои.



14 Намерете числото, което се крие под ▲:

▲ . 44 = 2222 – 594.

15 Зад всяка фигура е скрита цифра. Зад еднаквите фигури стоят еднакви цифри, а зад различните – различни. Намерете сбора от числата, които са зад ●● и ▱.



16 В сбора ПАЛ + МА на различните букви съответстват различни цифри, а на еднаквите букви – еднакви цифри. Коя е най-голямата стойност на този сбор?

17 Да се възстановят цифрите в означените действия $\overline{АБВГ} - \overline{АБВ} - \overline{АБ} - А = 1988$, ако А = Б, а на останалите букви отговарят различни цифри.
(Задачата е от състезание за 4. клас, Пловдив, 1988 г.)

18 Възстановете цифрите, ако на различните букви отговарят различни цифри, а на еднаквите букви – еднакви цифри:

а) $\begin{array}{r} \mathrm{BDCE} \\ +\ \mathrm{BDAE} \\ \hline \mathrm{AECBE} \end{array}$

б) $\begin{array}{r} a\,5\,2\,b \\ -\ b\,2\,5\,a \\ \hline 8\,c\,r\,c \end{array}$

в) $\begin{array}{r} \text{В} \\ \text{АААА} \\ +\ \text{АААА} \\ \text{АААА} \\ \hline \text{ВАААА} \end{array}$

г) $\begin{array}{r} \text{ТРИ} \\ +\ \text{ТРИ} \\ \text{ТРИ} \\ \hline \text{ВРИ} \end{array}$

д) $\begin{array}{r} \text{ОМ} \\ +\ \text{МГ} \\ \text{ГО} \\ \hline \text{ОМГ} \end{array}$

19 Възстановете липсващите цифри:

а) $\begin{array}{r} 6\,5\,.\,*\,* \\ \hline +\ *\,*\,* \\ *\,* \\ \hline *\,*\,5 \end{array}$

б) $\begin{array}{r} *\,*\,.\,*\,* \\ \hline +\ *\,* \\ *\,* \\ \hline 9\,5\,7 \end{array}$

20 Възстановете събирането, като на еднаквите букви отговарят еднакви цифри, а на различните – различни цифри:

а) $\begin{array}{r} \text{СЕЕ} \\ \text{СЕЕ} \\ +\ \text{СЕЕ} \\ \text{СЕЕ} \\ \hline \text{ПЕЕМ} \end{array}$

б) $\begin{array}{r} \text{РАЛИ} \\ +\ \text{РАЛИ} \\ \hline \text{ДЕКАР} \end{array}$

(Задачите са от Зимни математически състезания за 4. клас, 1996 г. и 2005 г.)

21 Възстановете умножението:

$\begin{array}{r} \text{ПРОЛЕТ} \\ \cdot\ \text{Т} \\ \hline \text{АААААА} \end{array}$

$\begin{array}{r} \text{ДСБАС}\,.\,\text{АБА} \\ \hline \text{ЛСВАЕС} \\ +\ \text{АБКРБЕ} \\ \text{ЛСВАЕС}\phantom{\text{АА}} \\ \hline \text{ЛИАЕБЛЕС} \end{array}$

ако на едни и същи букви отговарят едни и същи цифри, а на различни букви – различни цифри.
(Задачите са от Зимни математически състезания за 4. клас, 1987 г. и 1985 г.)

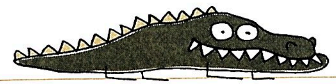
22 Възстановете делението:

а) $\begin{array}{l} 2\,9\,*\,*\,:\,*\,7 = *\,* \\ -\ *\,*\,5 \\ \hline \quad -\ *\,1\,* \\ \quad\ \ *\,*\,* \\ \hline \qquad\ 0 \end{array}$

б) $\begin{array}{l} 1\,4\,*\,*\,:\,*\,7 = *\,* \\ -\ *\,*\,5 \\ \hline \quad -\ *\,* \\ \quad\ \ *\,1 \\ \hline \qquad 0 \end{array}$

(Задачата от условие б) е от Зимни математически състезания за 4. клас, 1983 г.)

5 Редици от числа. Номериране страниците на книга



1 Коя цифра е използвана най-много в редицата 1, 2, 9, 10, 11, 12, 21, 22, 23, 32, 33, 34?

(А) 1 (В) 3
(Б) 2 (Г) поравно са използвани 1 и 2

2 Едно след друго са написани числата от 1 до 70. Колко между тях са двуцифрените числа?

(А) 60 (В) 59
(Б) 61 (Г) 62

3 Цанко написал всички числа от 8 до 27 включително. Броят на цифрите, които е използвал, е:

(А) 40 (В) 38
(Б) 36 (Г) 42

4 Намерете следващите три числа от редицата:

а) 1, 6, 11, 16, 21, ...; б) 70, 67, 64, 61, 58, ...

5 Намерете следващите три числа от редицата:

а) 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...;
б) 2, 2, 2, 6, 10, 18, ...;
в) 26, 3, 25, 3, 24, 3, ...

6 Записани са едно след друго числата от 1 до 100. Колко цифри участват в този запис?

7 Записани са последователно числата от 1 до 683. Колко цифри са използвани?

8 Записани са последователно числата от 19 до 488. Колко цифри има в този запис?

9 Написани са последователно числата от 51 до 2015. Колко цифри участват в този запис?

10 Естествените числа от 6 до 58 са написани в редица едно след друго. Коя цифра стои на 62-о място?

11 Числото $A = 1234567891011\ldots$ е получено, като се пишат едно след друго последователно естествени числа и има:

а) 1989 цифри; б) 1990 цифри; в) 2015 цифри.

Намерете последната цифра на числото A (възможно е последната цифра на A да е част от число в редицата).

12 Числото $B = 252627,\ldots$ т.е. то се получава, като се пишат едно след друго естествени числа, започвайки от 25. Коя е последната цифра на числото B, ако то се състои от 1990 цифри?

13 Написани са числата от 1 до 2015 едно след друго. Колко цифри участват в този запис? Коя цифра стои на двехилядното място?

14 Колко цифри са използвани за последователното записване на числата от 1 до 1989? Коя е 1989-ата цифра от този запис?

(Втори кръг на олимпиада по математика за 4. клас, Пловдив, 1989 г.)

15 Сборът на колко последователни числа от редицата на естествените числа, започвайки от 1, е равен на:

а) 15; б) 28; в) 105?

16 Колко цифри са необходими за номериране на страниците на книга, която има 352 страници?

17 Колко цифри са необходими за номерирането на страниците на книга от 78 страници, ако номерирането започва от 3-а страница?

18 За номерирането на страниците на книга са използвани 556 цифри. Номерацията започва от шеста страница. Колко страници има книгата?

19 За номерирането на страниците на една книга са използвани:

а) 1392 цифри; б) 1164 цифри.

От колко страници е книгата, ако номерацията е започнала от първата страница?

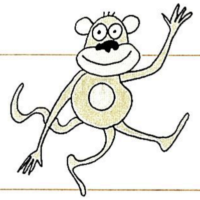
20 С помощта на 1242 цифри са номерирани страниците на книга, като се започва от първата страница. Намерете страниците на тази книга.

21 Възможно ли е да се номерират страниците на една книга, като се използват 1900 цифри? Какъв е отговорът, ако цифрите са 2016? (Номерацията започва с първата страница.)

22 Възможно ли е да се номерират страниците на книга, като се използват 2015 цифри? Какъв е отговорът, ако цифрите са 2025? (Номерацията започва от първата страница.)

23 Борис намерил част от книга. Първата страница е 163, а номерът на последната страница е число, образувано от същите цифри, но в друг ред. Колко листа от книгата е намерил Борис?

6 Календар



Всяка невисокосна година има 365 дни, а всяка високосна – 366 дни. Освен това, ако една година е високосна, то числото, показващо годината, се дели на четири без остатък. Понеже $365 = 52 . 7 + 1$, а $366 = 52 . 7 + 2$, то невисокосната година се състои от 52 седмици и един ден, а високосната – от 52 седмици и 2 дни.

1 Сега сме 2015 година. Посочете двете най-близки за 2015 година високосни години.

2 Установете, че всяка невисокосна година започва и завършва с един и същи ден от седмицата.

3 Установете, че всяка високосна година започва и завършва с два последователни дни от седмицата.

4 През 1990 година 1 януари е бил понеделник. Какъв ден е бил 31 декември? А 26 декември?

5 През 2008 година 1 януари е бил вторник. Какъв ден е бил 30 декември?

6 През 1992 година 30 декември е бил сряда. Какъв ден е бил 3 януари?

7 През 1991 година 5 януари е бил събота. Какъв ден е бил 31 декември?

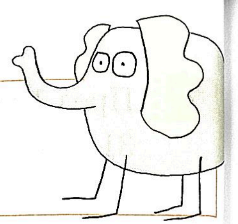
8 Покажете, че ако три едни и същи дни от седмицата (например три сряди) са все на четни дати, то това може да бъдат само датите 2, 16 и 30 от месеца.

9 В един месец три от вторниците са на четни дати. На коя дата е последният четвъртък от този месец?

10 През 1991 година през месец октомври има четири понеделника и четири петъка. В какъв ден от седмицата е бил първи октомври?

11 През март 1989 година има пет сряди и пет петъка. Какъв ден е бил 5 март?

7 Диофантови уравнения



Ще разгледаме уравнения, в които броят на неизвестните е две, и ще търсим решенията им в множеството на естествените числа и нулата. Тези уравнения се наричат неопределени диофантови уравнения.

При решаване ще се възползваме от някои познати ни вече свойства на умножението, а именно:

- Ако умножим произволно естествено число с 10, то полученото произведение има цифра на единиците нула.
- Ако умножим произволно четно естествено число с 5, полученият резултат завършва на нула.
- Ако умножим произволно нечетно естествено число с 5, полученият резултат завършва на пет.
- Произведението на две нечетни числа е нечетно число, а произведението на четно число с произволно число е четно число.
- Ако a, b и c са естествени числа и a дели b и c без остатък, то a дели $b+c$ и $b-c$ $(b>c)$. Действително, щом a дели b и c без остатък, то $b=a\,.\,d$ и $c=a\,.\,p$, където d и p са естествени числа. Тогава $b\pm c=a\,.\,(d\pm p)$, което показва, че a дели сбора и разликата им.

1 В склад доставили 223 литра химикали в бидони по 10 литра и 17 литра. Намерете броя на бидоните от всеки вид.

2 Колко марки от 5 ст. и 16 ст. могат да се закупят с 1 лв. и 77 ст.?

3 Може ли с 62 ст. да се купят марки по 9 ст. и 10 ст., без да останат пари?

4 Касиерка трябва да изплати сума от 32 лв., а разполага само с банкноти от 2 лв. и 5 лв. Как тя може да изплати сумата?

5 В закусвалня има столове с по 3 и с по 4 крака. Ако столовете имат общо 36 крака, то по колко стола от всеки вид има в закусвалнята?

6 В кибритена кутия има 48 клечки. Колко петоъгълника и триъгълника могат да се построят с всички тези клечки, ако фигурите нямат обща страна?

7 Изрязани са 428 еднакви по дължина ленти. Колко 10-ъгълника и 23-ъгълника могат да се направят с всички тях, ако фигурите нямат обща страна?

8 Разполагаме с пръчки с дължина 7 см и 12 см. По колко от всеки вид да вземем, за да направим пръчка, дълга 1 м?

9 Решете в естествени числа уравненията:

а) $3\,.\,x+5\,.\,y=23$;
б) $11\,.\,x+8\,.\,y=100$;
в) $9\,.\,x+5\,.\,y=98$;
г) $3\,.\,x+9\,.\,y=40$;
д) $13\,.\,x+4\,.\,y=78$;
е) $7\,.\,x+6\,.\,y=73$;
ж) $4\,.\,x+5\,.\,y=62$;
з) $7\,.\,x+21\,.\,y=52$.

10 От рафта за кисело мляко няколко души взели по 2 кофички и няколко взели по 3. Ако всичките 36 кофички с мляко са свършили, то колко най-малко и колко най-много са били клиентите за кисело мляко?

11 Няколко приятели били на риболов. Някои от тях си тръгнали с улов от по 15 риби, а други – с по 7 риби. Оказало се, че всичките хванати риби са 144. Колко от рибарите са хванали по 15 риби и колко по 7 риби?

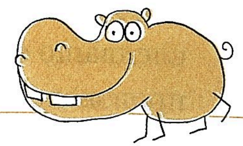
12 Трима приятели купили 14 дъвки. Петър купил два пъти по-малко дъвки от Сашо, а Иван – повече от Петър, но по-малко от Сашо. Колко дъвки е купил всеки?

13 Иван със сина си и Петър със сина си били на риболов. Петър хванал толкова риба, колкото сина си Симеон, а Иван – три пъти повече от своя син. Общо хванали 35 риби. Кой колко риба е хванал? Как се казва синът на Иван?

14 В магазин доставили няколко къси панталона с цена 21 лв. и определен брой тениски по 4 лв. Общата цена на доставената стока е 133 лв. Намерете броя на доставените панталони и тениски в този магазин.

15 В сладкарница „Захарно петле“ има масички и столове, групирани в комплекти по следния начин – няколко комплекта по една маса с 4 крака и 4 стола с по 3 крака, няколко комплекта по една маса с 3 крака и 4 стола с по 4 крака. Общият брой на краката е 264. С колко стола разполагат в сладкарницата?

8 Задачи за намиране на числа



1 В квадратчетата поставете едно и също число, такова, че да е вярно равенството $\square + \square - 3 = 19$.

2 Намерете числото в $\square$ от равенството $54 + 19 = 7$ десетици $+ \square$ единици.

3 Намерете сбора от цифрите на числото 308.

4 Вярно ли е, че 1 единица + 5 десетици = 15 единици?

5 Сборът от цифрите на числото, което е равно на разликата $59 - 25$, умножете по 7. Кое число получихте?

6 Сборът на две едноцифрени числа е 18. Намерете произведението на тези числа.

7 Ако делимото е 27, а делителят е с 3 по-голям от 6, то намерете частното.

8 Делимото е най-голямото двуцифрено число, а делителят е най-голямото едноцифрено число. Намерете частното.

9 Сборът на най-голямото двуцифрено число и на най-малкото двуцифрено число, записано с различни цифри, умножете по 11. Кое число получихте?

10 Напишете три числа, първото от които е 10, а всяко следващо е с пет по-голямо от предходното. Намерете произведението на тези три числа.

11 Без да извършвате умножението, определете последната цифра на произведението 2014 . 2014. 2014 . 2014 . 2014.

12 Колко пъти числото 3 е по-малко от сбора на числата 2014 и 2015?

13 Посочете цифрите, които трябва да зачертаем в числото 8143706, за да се получи възможно най-малкото петцифрено число.

14 Делимото е 72, а делителят е с 3 по-голям от 5. Полученото частно умножете по 25. Кое число получихте?

15 Ако умаляемото е 52, а умалителят е с 5 по-малък от 17, то намерете частното на получената разлика с числото 8.

16 Сборът на две двуцифрени числа е 198. Намерете разликата им.

17 Сборът на две различни цифри е 16. Намерете произведението им.

18 С помощта на цифрите 2, 4, и 6 могат да се образуват няколко двуцифрени числа с различни цифри. Разликата на кои две от тях е 40?

19 Кое число се състои от 66 хиляди, 66 стотици, 66 десетици и 66 единици.

20 Могат ли предмети с тегла 2 кг, 3 кг, 5 кг, 7 кг, 8 кг, 9 кг и 11 кг да се опаковат в четири пакета с еднакви тегла? Обосновете отговора си.

21 На мястото на ■ поставете знаци за изваждане и умножение, така че да е вярно равенството
(3 ■ 7 ■ 1) ■ 2 = 10.

22 Може ли в израза 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 32 звездичките да се заменят със знаците за събиране и изваждане, така че да е вярно равенството?
Ако 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 31 и отново се използват само действията събиране и изваждане, ще се стигне ли до вярно равенство?

23 Запишете всяка една от цифрите 0, 1, 2, 3, ... 9 с помощта на четирите аритметични действия и неограничен брой скоби, като използвате:

а) четири тройки;

б) пет тройки.

24 За числото 307 четири деца посочват:

Руси: „Числото е трицифрено.“

Стоян: „Сборът от цифрите му е 10.“

Тодор: „Всички негови цифри са нечетни.“

Филип: „То е по-малко от числото 400.“

Има ли грешно твърдение? Ако има, посочете го.

25 С помощта на цифрите 3, 5 и 9 съставете две различни трицифрени числа с различни цифри, сумата на които да е възможно най-малка. Посочете намерената сума.

26 Дадени са цифрите 0, 4 и 7. Като използвате всяка от тях точно по един път, запишете най-голямото и най-малкото трицифрено число. Намерете разликата им и определете колко пъти тя е по-голяма от 111.

27 Дели ли се на 23 сумата на естествените числа от 1 до 45?

28 Сборът на две числа е 31. Едното от тях е с 9 по-голямо от другото. Намерете тези две числа.

29 Вместо към дадено число да прибави 6, Пешо извадил от него 6. Намерете разликата между верния отговор и неговия резултат.

30 Сборът на три числа е 1308. От първото извадили 164, от второто извадили 84, а от третото – 139. Получили се три равни разлики. Кои са дадените числа?
(Задачата е от олимпиада за 4. клас, 2005 г.)

31 Сборът на четири числа е 2015, като едното събираемо е 789. Ако заменим това събираемо с числото 978, да се намери новия сбор.

32 Сборът на три числа е 2016. Първото и третото увеличили съответно с 52 и 27, а второто намалили с 33. Намерете получения нов сбор.

33 Сборът на три различни числа е 19. Ако едното от тях се увеличи три пъти, а другите се запазят, то сборът на новите три числа ще бъде 49. Намерете първоначалните числа.

34 Сборът на три числа е 24. Сборът на първото и второто е 15, а на първото и третото е 17. Намерете числата.

35 С колко трябва да се намали най-голямото число, записано с различни четни цифри, за да се получи най-малкото число, сборът от цифрите на което е 37?

36 Сборът на седем различни естествени числа е 30. Намерете произведението на тези числа.
(Задачата е от Зимни математически състезания за 4. клас, 2003 г.)

37 Сборът на две естествени числа е 495. Едното от тях завършва на нула. Ако зачертаем тази нула, ще получим друго събираемо. Намерете двете числа.

38 Сборът на числата A и B е 176. Ако зачертаем една от цифрите на A, се получава B. Намерете числата A и B.

39 Намерете сбора от остатъците, получени при делението на $35 : 4$, $53 : 7$, $77 : 8$ и $81 : 9$.

40 Едно число е разделено на 4. Посочете възможните остатъци при това деление.

41 Да се намери a, ако:

а) $a : 13 = 7$ и остатък 2; в) $384 : a = 54$ и остатък 6;

б) $a : 23 = 11$ и остатък 15; г) $1345 : a = 42$ и остатък 1.

42 Числата 7, 8, 13 и 99 са делимо, делител, остатък и частно. Да се определи стойността на делимото, делителя, частното и остатъка.

43 При делението на 118 на числото a се получава частно b и остатък 3. Намерете a и b.

44 Числото 62 разделили на някакво число и получили остатък 4. Намерете делителя и частното.

45 При деление на числото 71 с неизвестно число се получава остатък 6. Намерете делителя.

46 При деление на числото a с 225 се получава остатък 150. Дели ли се a (без остатък) на 75? Защо?

47 Разликата на две числа е 54. Като разделили умаляемото на умалителя, получили частно 2 и остатък 24. Намерете тези две числа.

48 Разликата на две числа е 691, а като разделили умаляемото на умалителя, получили частно 3 и остатък 79. Кои са тези две числа?

49 Сборът на две числа е 62. Като разделили едното число на другото, получили частно 1 и остатък 8. Намерете числата.

50 Да се намерят две естествени числа. Едното от тях е по-голямо от другото с 420. Частното на сбора им с тяхната разлика е 5 с остатък 48.

В безкрайното множество на естествените числа се крият забележителни свойства, характерни за определен вид числа, свързани с образуващите ги цифри и мястото им в техния запис. Да разгледаме числата 197 и 791. Те са записани с едни и същи цифри в обратен ред. Такива числа наричаме огледални, ако те са различни помежду си.

За всяко число, чиято цифра на единиците не е 0, съществува огледално число.

Ще използваме следните записи за двуцифрени числа: $\overline{ab} = 10 . a + b$, за трицифрени: $\overline{abc} = 100 . a + 10 . b + c$ и т.н.

Да намерим сбора на две двуцифрени огледали числа: $\overline{ab} + \overline{ba} = 10 . a + b + 10 . b + a = 11 . (a + b)$.

За разликата им при $a > b$ получаваме: $\overline{ab} - \overline{ba} = 9 . (a - b)$.

Тези свойства се използват при решаване на задачи с огледални числа.

51 Сборът на две огледални числа е 176. Намерете тези числа.

52 Да се намерят двуцифрените огледални числа, чиято разлика е равна на сбора от цифрите им.

53 Да се намери най-малкото число с различни цифри, което е с 396 по-голямо от своето огледално число.

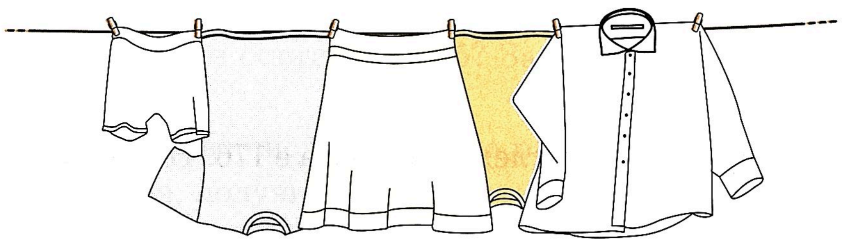
54 При умножение на кое четирицифрено число с 4 се получава неговото огледално число?

9 Нестандартни задачи

1 Радка е разрязала едно шоколадово руло на 13 кръгчета. Колко са направените срязвания? Защо?

2 Осем липи са посадени в редица през четири метра една от друга. Намерете разстоянието от първата до последната липа.

3 Мама простира пране на простора, който е дълго въже. Всяка от дрехите захваща с една щипка със следващата, за да използва най-малко щипки. Колко дрехи е проснала мама, ако е използвала 16 щипки?



4 Дядо Иван отглежда 16 кокошки и няколко овце. Броят на краката на кокошките е равен на броя на краката на овцете. Колко овце има дядо Иван?

5 Днес, 1 март, е вторник. Колко вторника има през този месец?

6 Деси е по-висока от Кали, Станка е по-висока от Дани, а Дани е по-ниска от Кали. Кое от момичетата е най-ниско? Защо?

7 Боряна написала четири пъти думата математика. Колко пъти е написала буквата а?

8 В думата „матрица“ е скрито числото три. Намерете сбора на числата, скрити в изречението: „Петко посади по едно коренче от трилистник в седемте празни саксии.“

9 Един хляб и два шоколадови десерта струват 2 лв., а два хляба и един шоколадов десерт струват 3 лв. Каква е цената на 12 хляба и 12 шоколадови десерта?

10 В кутия има три цвята от един и същи вид чорапи. Колко най-малко чорапи трябва да извади Цонка (без да гледа в кутията), за да е сигурна, че ще има поне един чифт?

11 В кашон има 6 червени, 2 бели и 3 сини топчета. Колко топчета (без да гледаме) трябва да вземем, за да има поне едно бяло?

12 В кутия има 40 балона, които са в син, червен и бял цвят. Ако белите и сините балони са общо 28, а червените и белите са общо 25, то колко общо са сините и червените балони?

13 На библиотечен рафт има 56 книги. Ако броим отляво надясно, книгата „Червената шапчица“ е на шестнадесето място. На кое място е тя, ако броим отдясно наляво?

14 Инспектори по безопасност на храните проверили 16 магазина. В последния от тях установили, че в седмия магазин, след съставянето на акт, са забравили пакета с бланките за актове. Върнали се обратно, за да вземат пакета. При това движение в кой поред магазин са намерили пакета?

15 Пет панделки имат общо 10 края. Колко края имат три панделки и половина?

16 Пипи си легнала в осем часа вечерта и се събудила в осем часа сутринта на другия ден. Колко часа е спала Пипи?

17 Биляна се храни по пет пъти на ден – три основни ядения и две закуски. Колко пъти се е хранила тя за две седмици?

18 Димитър чете книга от 37 страници. На коя страница е той, когато е стигнал средата на книгата?

19 Един портокал и 4 кайсии тежат колкото 3 портокала. Колко кайсии тежат колкото 5 портокала?

20 Два хляба и половина струват колкото един хляб и 135 ст. Каква е цената на един хляб?

21 Николай купил 8 банички, а Петър – 6 шоколадови десерта, и платили общо 18 лв. Николай е платил сума, два пъти по-голяма от тази на Петър. Намерете цената на един шоколадов десерт.

22 Елена хвърлила 6 пъти един зар и като събрала точките от тези хвърляния, получила 35. Колко пъти Елена е хвърлила шестица? Може ли да кажете какви числа са ѝ се паднали?

23 Кукувица кука 5 пъти за 8 секунди. За колко секунди ще изкука 15 пъти?

24 24 ученика от трети клас участват в различни спортни игри. Народна топка играят 16 от тях, а 10 – баскетбол. Колко деца са участвали и в двата вида игри?

25 Междучасията в едно училище са по 9 минути. Днес учениците от трети клас имат 5 часа. Колко минути ще бъдат в междучасия?

26 Различните букви на думата математика са оцветени в различни цветове, а еднаквите – в един и същи цвят. Колко цвята са използвани?

27 Четири последователни числа за закодирани с буквите А, Б, ВГ, ВВ, като на различните букви отговарят различни цифри. Закодирайте числата 101, 118, 911, 810 и 8911.

28 В кутия има 45 бели топчета, 40 черни и 30 червени. Колко най-малко топчета да се извадят (без да се гледа), за да има поне 3 червени топчета?

29 Васил, Запрян и Ивайло имат точно по едно от следните животни: куче, котка и канарче. Васил има животно с козина, Запрян има животно с четири лапи. Васил и Ивайло не обичат кучета. Кой какво животно има?

30 Между селищата A и $Б$ (които са на един и същи прав път) разстоянието е 42 км. На всеки седем километра по този път има друго селище. Колко общо са селищата, заедно с A и $Б$?

31 Дядо Матей има овце, кози и кокошки. Кокошките са два пъти повече от овцете и козите, взети заедно. Краката на всичките животни са 320. Колко поотделно са кокошките, овцете и козите, ако овцете са 3 пъти повече от козите?

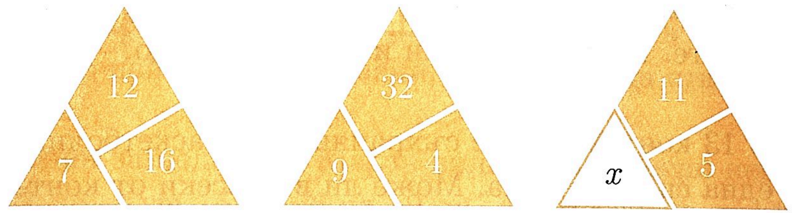
32 Коко и Пепи имат общо 92 лв. Ако Коко даде на Пепи 10 лв., парите им ще станат поравно. С колко лева парите на Коко са повече от тези на Пепи?

33 Ирена и Константин играят шах. След всяка партия загубилият дава на победителя 1 лев. Накрая се оказало, че Ирена е спечелила пет партии, а Константин – 5 лева. Колко партии шах са изиграли?

34 Асен и Боян вървят заедно. Асен прави 2 крачки от по 50 см, а в същото време Боян прави 3 крачки по 30 см. След 16 крачки на Асен кой от двамата е изминал повече път и с колко сантиметра повече?

35 Мария и Ивета се уговорили да се качат в осми вагон на влак за селото на техните баба и дядо. Когато пристигнали на гарата, към влаковата композиция нямало прикачен локомотив. Мария броила вагоните отляво надясно, а Ивета отдясно наляво. Така те попаднали в различни вагони. Между вагоните, в които се намират, има още 4 други вагона. От колко вагона се състои влаковата композиция, ако Мария е надясно от Ивета?

36 Да се замести x с число, така че да се спазва закономерността:



37 Ако 618614 е код за думата ЕСЕН, то намерете кода за думата ЗИМА.

38 Бистра, Гергана, Донка и Желка са родени в една и съща календарна година. Рождените им дати са 13 март, 26 май, 13 септември, 24 септември, но не непременно в този ред. Бистра и Гергана са родени в един и същи месец, а Гергана и Донка – на една и съща дата. Коя от тях е най-малка?

39 Олга и Радост имат общо 27 диска с музика. Радост и Таня имат общо 25 диска, а Таня и Юлия – 23 диска. Колко общо диска имат Олга и Юлия?

40 Мартин и Николай тежат общо 118 кг, Никола и Ангел тежат общо 130 кг, а Ангел и Мартин – 132 кг. По колко килограма тежи всеки от тях?

41 В три училища учат общо 3845 деца. В първите две училища има по равен брой ученици, а в третото има

17 ученика повече, отколкото във всяко от първите две. Намерете броя на учениците, които учат в третото училище.

42 Дядо има 40 кокошки и определен брой овце. Броят на краката на кокошките е равен на този на краката на овцете. Колко кокошки и овце има дядо?

43 В 13 контейнера се съхраняват 94 баскетболни топки на една спортна зала. Може ли във всеки от контейнерите броят на съхраняваните топки да е нечетно число? Обосновете отговора си.

44 Върху маса има 13 листа хартия. Зара скъсала няколко от тях на по 3 равни части и броят на листовете върху масата нараснал на 29. Колко листа е скъсала Зара?

45 Яна има гребен с 90 зъба, всеки с ширина 1 мм. Разстоянията между всеки два зъба също е 1 мм. Намерете дължината на гребена.

46 Ако половината на половината на половината на една опаковка с шоколадови десерти е 3 десерта, то колко десерта общо съдържа опаковката?

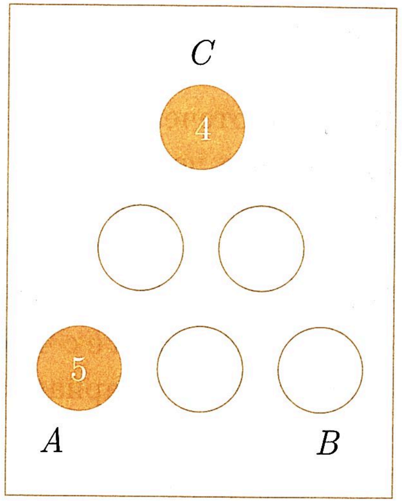
47 Дебеланчо и Щеката изяли общо три четвъртинки от всичките миникроасани на своята леля. Дебеланчо взел още 8, а Щеката – последните 6. Колко са били всички кроасани, приготвени от тяхната леля?

48 На олимпиада по математика взели участие 30 ученици. От тях 25 са решили първата задача, 24 – втората, 23 – третата, и 22 – четвъртата. Може ли да се твърди, че има четирима ученици, които са решили всички задачи? Обосновете отговора си.

49 В магазин яйцата са наредени в опаковки по 6, 8 или 12 броя. Василка иска да купи 70 яйца, като вземе възможно най-малко опаковки. Как може да стане това?

50 В магазин за подаръци Марта видяла интересни неща с цени 1 лв., 4 лв., 5 лв., 6 лв., 9 лв., 10 лв., 11 лв. и 14 лв. Тя иска да направи три подаръка с равни цени. Ако това е възможно, то ѝ помогнете да го направи.

51 В кръгчетата на схемата да се поставят шест различни цифри, така че сборът на всеки три цифри по всяка от страните на $\triangle ABC$ да е равен на 15. На колко е равен сборът на всички записани числа?



10 Задачи с практико-приложен характер

1 В книжарница има 116 тетрадки, 40 от които са голям формат, а останалите – малък формат. Клиент купил половината от тетрадките малък формат. Колко тетрадки са останали в книжарницата?

2 В цветарски магазин има само 23 бели зюмбюла, с 19 повече розови зюмбюли и 56 лалета. Колко общо цветя има в магазина?

3 На библиотечен рафт има 42 книги. Влизат петима приятели и четирима от тях си взимат по две книги. Колко книги са останали на рафта?

4 Ивана е на 11 години. Нина е със седем години по-голяма от нея, а Мариана е с 4 години по-малка от Нина. На колко години е Мариана?

5 Мама донесе 14 кайсии. Сестра ми изяде половината, батко си взе 3, а аз изядох останалите. Колко кайсии съм изял аз?

6 В класа бяхме 24 деца. Дойдоха още 7 деца, но в края на годината трима ученици напуснаха. Колко деца са останали в класа?

7 Борис има 30 диска с игри и още толкова с приказки. Дисковете му с филми са колкото тези с игри и приказки, взети заедно. Намерете колко диска има Борис.

8 Колко е рестото от 5 лв., ако са закупени 6 кроасана по 50 стотинки?

9 От второкласниците в едно училище през лятната ваканция 20 ще тренират плуване, 35 ще участват в компютърен клуб, а футбол ще тренират два пъти повече деца, отколкото децата от компютърния клуб са повече от плувците. Колко са всичките ученици от трите клуба?

10 Катя купила 200 грама маслини, три пъти повече салам и малко кашкавал. Колко кашкавал е купила, ако покупките тежат общо 990 грама?

11 Катя и Лили пазарували за началото на учебната година. Лили си купила химикалки, транспортир, линия и пергел, а Катя – 8 тетрадки голям формат. Двете дали общо 32 лв., като платили еднакви суми. Намерете цената на една тетрадка.

12 Моята костенурка за 3 часа изминава 20 метра, а тази на Христина за 4 часа изминава 28 метра. Коя от костенурките е по-бърза и защо?

13 Емил, брат му Живко и баща им Георги отиват на футболен мач. Билет за възрастни е с цена 6 лв., а детският билет е с 2 лв. по-евтин. Колко лева е платил Георги за тримата?

14 С колко 3 кг грозде са по-леки от 21 кг ябълки и 18 кг круши, взети заедно?

15 На симпозиум за опазване на околната среда участват 150 ученици. От тях 78 владеят английски език, 65 знаят руски език, а 30 не знаят нито един от тези два езика. Колко са участниците, които знаят английски и руски език?

16 Ани изработила мартеница с дължина 15 см, а Валя е направила мартеница с дължина, третина от тази на Ани. Наталия е направила мартеница, чиято дължина в сантиметри е стойността на израза $(5 \cdot 13 + 140 : 4) : 10 - 7$. Коя от трите е изработила най-късата мартеница?

17 Колко общо колела имат 18 леки автомобила?

18 На рафта на магазин има 28 кутии с по 300 дъвки. Колко дъвки има на рафта?

19 Мая има 5 диска с приказки. На рождения си ден тя получила по един диск с приказки от мама, татко, баба и батко. Колко са станали дисковете на Мая?

20 Колко стотинки ще ми върнат, ако дам два лева, за да купя три десерта по 35 стотинки и вафла от 25 стотинки?

21 В магазин продават букви на магнитчета. Гласните букви са по 2 лв., а съгласните – по 3 лв. Купих си букви, за да напиша МА̀ТЀМА̀ТИКА. Колко лева съм платил?

22 С третинка от парите си Петко си купил шоколадови десерти от различни видове и му останали 12 лв. Колко лева е похарчил за десертите?

23 Пет десерта струват с 2 лв. и 40 ст. повече от два десерта от същия вид. Намерете цената на един десерт в стотинки.

24 Галя засадила 24 рози за 2 часа, а Ива засадила 78 луковици на лалета за 3 часа. Общо колко рози и лалета са засадили двете момичета за 1 час?

25 Преди 3 години сборът от годините на Кирил и Марин е бил равен на 19. Сега Марин е на 13 години. След колко години Кирил ще е на 13 години?

26 Марина купила 5 кутии с по 12 бисквити „сандвичи“. Тя очаквала гости и ги подредила в чинийки по 10 броя. Колко чинийки е използвала?

27 Свилен има една банкнота от 100 лв., 5 банкноти от по 20 лв., 10 банкноти от по 5 лв., 6 банкноти от по 2 лв. и 8 монети по 1 лев. Колко лева има общо Свилен?

28 Храст има 12 клона, всеки клон има по 10 клончета и всяко клонче има по 20 листенца. Духнал вятър и обрулил от всеки 100 листенца по 6. Колко листенца са останали на храста?

29 На гости на дядо Христо идват неговите потомци. Той има 7 деца. Всяко от тях има по 5 деца и всяко от тези деца има по 3 деца. Колко са гостите на дядо Христо?

30 Ако купя 15 сладоледа, ще ми останат 30 стотинки, а за 17 сладоледа няма да ми стигнат 50 стотинки. Колко пари имам?

31 Янаки и Юлиян искат да си купят новия брой на списание „Техника“. На Янаки не му достигат 1 лев и 40 стотинки, а на Юлиян – 1 лев и 80 стотинки. Двамата събрали парите си и се оказало, че не им достигат 20 стотинки. Каква е цената на списанието?

32 Колко леки автомобила могат да се паркират на паркинг с правоъгълна форма с размери 36 м на 28 м, ако за всеки автомобил са необходими 12 кв. м и 60 кв. м са необходими за маневриране?

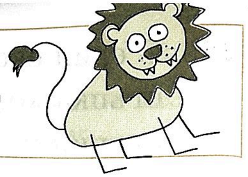
33 На кастинг за участие във филм се явили 323 мъже и жени. След първия кръг били отстранени третинка от мъжете и 25 от жените. Отстранените кандидати са общо 120. Колко жени са се явили на кастинга?

34 В магазин доставили на промоционални цени вакуумирани опаковки сирене. Образувала се опашка. Опаковките били достатъчни, ако всеки от опашката си купи по една опаковка. Първите 18 души купили по 3 опаковки, а всеки от следващите – по 2 опаковки, и 90 души не успели да си купят сирене. Колко опаковки са били доставени?

35 С един скок жабок се премества на 15 метра, а с една стъпка костенурка напредва с 10 милиметра. Колко стъпки на костенурката дават разстоянието, направено от 12 скока на жабока?

36 Андон отива до басейна с велосипед, а се връща пеша за 3 часа. Ако той отива и се връща с велосипед за 1 час, то за колко време ще отиде и ще се върне пеша?

11 Метод на изчерпването



Провеждането на разсъждения, с които се изчерпват всички възможни случаи от условието на задачата, е един от най-древните методи за решаване на задачи. Дълго време се е смятало, че този метод е „некрасив“, „второкачествен“ и даже „ненаучен“. В последните години методът на изчерпването се прилага все по-често при решаване на задачи, в които търсената величина приема само цели стойности от крайно множество.

1 Да се намерят всички трицифрени и двуцифрени естествени числа, разликата на които е 4.

2 Намерете всички двуцифрени числа, сборът от цифрите на които е 7.

3 Числото 72 се дели на цифрата на единиците си – 2. Намерете всички естествени числа, по-големи от 40 и по-малки от 60, които се делят на цифрата на единиците си.

4 Числото 36 се дели на сбора от цифрите си ($3 + 6 = 9$ и 9 дели 36). Намерете всички естествени числа между 10 и 40, които притежават това свойство.

5 Сборът на осем цифри е 20. Седем от тях са равни, а осмото е различно. Кои са тези цифри?

6 Намерете най-близкото число до 1567, което е по-малко от него и се дели на 356.

7 Петър Берон е съставил първия български учебник „Рибен буквар“. Ще откриете в коя година е написан, като намерите число, по-голямо от 1800 и по-малко от 1900, със сбор от цифрите 15, което се дели на 57.

8 Бащата е на 25 години, а синът на 3. След колко години бащата ще бъде три пъти по-стар от сина?

9 Трима братя получили 24 ябълки, при което на най-малкия по-малко, а на най-големия повече, отколкото на другите двама. Най-малкият предложил да разделят ябълките отново по следния начин:
Аз ще взема за себе си половината от ябълките, които имам, а останалите ще разделя поравно между двамата. След като получи моите ябълки, нека средният брат остави половината от ябълките за себе си, а останалите раздели поравно между мен и най-големия брат. Накрая третият брат да постъпи по същия начин. Колко ябълки е имал всеки от братята в началото?

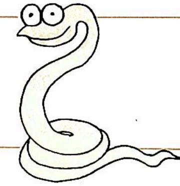
10 На пощенско гише клиент купува за 100 лева марки от 2 лева, 10 пъти повече марки от 1 лев, а за останалите пари – марки от 5 лева. Как ще му бъде изпълнена поръчката?

11 Студент в продължение на петгодишното си следване положил 31 изпита. Всяка следваща година студентът полага повече изпити, отколкото през предходната. През последната година е положил три пъти повече изпити, отколкото през първата. Колко изпита е положил студентът през четвъртата година?

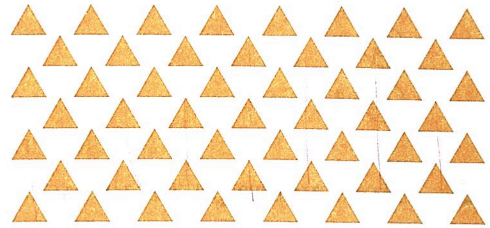
12 Как с банкноти от 2 лв. и 5 лв. може да се изплати сума от 23 лв., без да се връща ресто?

13 Да се намерят две огледални числа, чието произведение е 65125.

12 Геометрични фигури



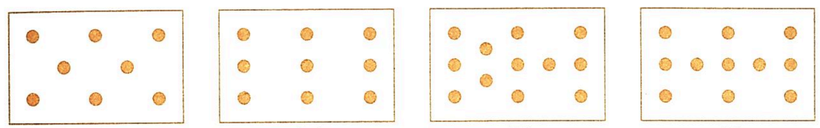
1 Колко са триъгълниците на фигурата?



Ⓐ 43
Ⓑ 60
Ⓒ 53
Ⓓ 50

(А) 43 (Б) 60 (В) 53 (Г) 50

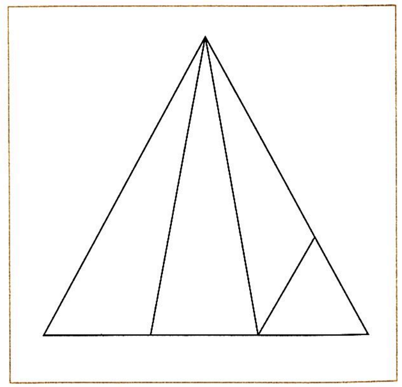
2 В кой от правоъгълниците точките са най-много?



А Б В Г

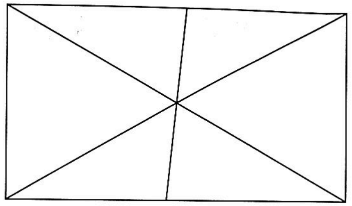
(А) А (Б) Б (В) В (Г) Г

3 Колко са всичките триъгълници на чертежа?



(А) 8
(Б) 9
(В) 7
(Г) 6

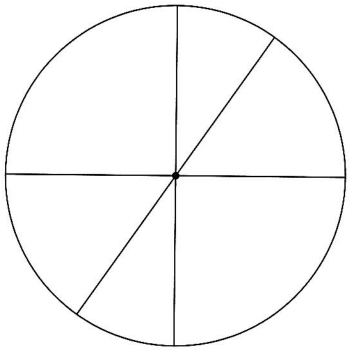
4 Колко са всичките триъгълници на чертежа?



Ⓐ 10
Ⓑ 12
Ⓒ 8
Ⓓ 11

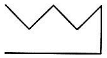
(А) 10
(Б) 12
(В) 8
(Г) 11

5 През центъра на кръг са построени 3 прави. На колко части е разделен кръга от тях?

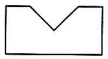


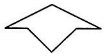
(А) 4
(Б) 8
(В) 2
(Г) 6

6 В коя фигура отсечките са седем?

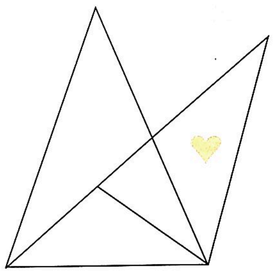
(А) 

(Б) 

(В) 

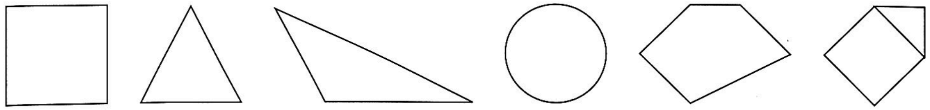
(Г) 

7 Броят на всички триъгълници, в които има ♥, е:



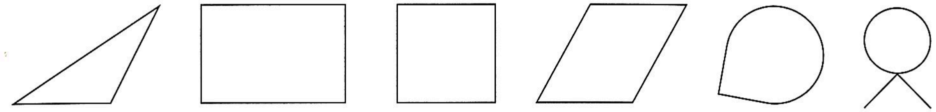
(А) 2
(Б) 3
(В) 4
(Г) 1

8 От колко отсечки общо са съставени фигурите?



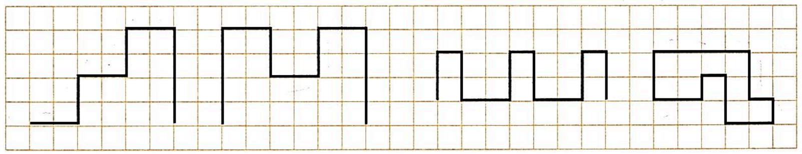
(А) 21
(Б) 20
(В) 22
(Г) 19

9 Колко общо са ъглите на фигурите?



(А) 17
(Б) 19
(В) 18
(Г) 20

10 Коя от начупените линии е с най-голяма дължина?



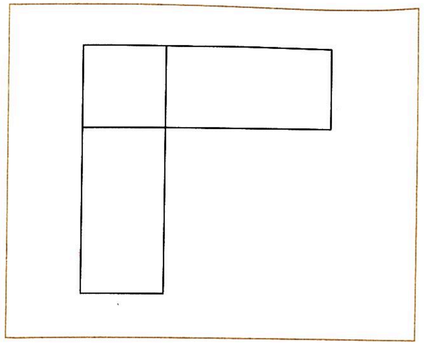
(А) А
(Б) Б
(В) В
(Г) Г

11 Обиколката на квадрат е 32 см. Намерете дължината на страната му в сантиметри.

12 Квадрат има обиколка, равна на обиколката на триъгълник със страни 10 дм, 11 дм и 3 дм. Намерете страната на квадрата в дециметри.

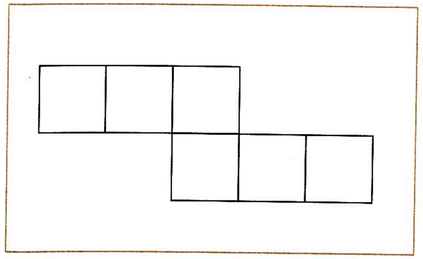
13 Намерете обиколката на правоъгълник със страни 20 см и 13 см.

14 Обиколката на квадрат е 8 см. Обиколката на всеки от правоъгълниците е 18 см. Намерете обиколката на получената фигура от чертежа.



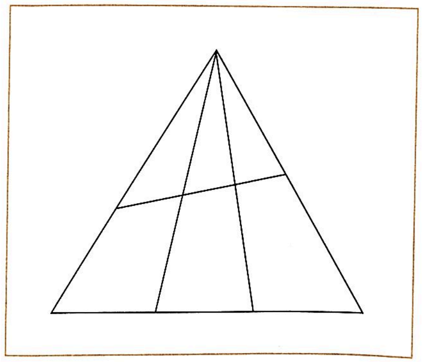
15 През точка върху един лист хартия са начертани 11 прави. На колко части се разделя листът от тях?

16 Колко са всичките правоъгълници на чертежа?



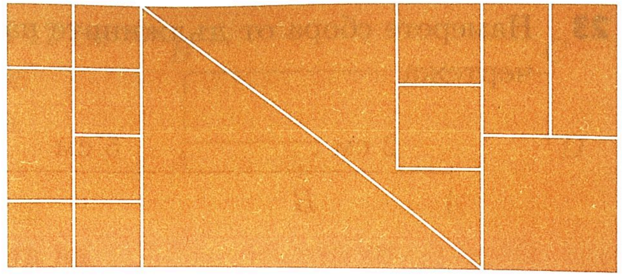
Ⓐ 12
Ⓑ 13
Ⓑ 9
Ⓖ 11

17 Колко са всичките триъгълници на чертежа?

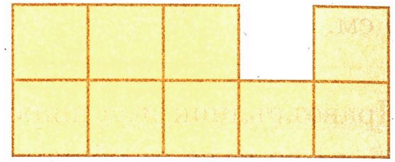


Ⓐ 11
Ⓑ 13
Ⓑ 12
Ⓖ 10

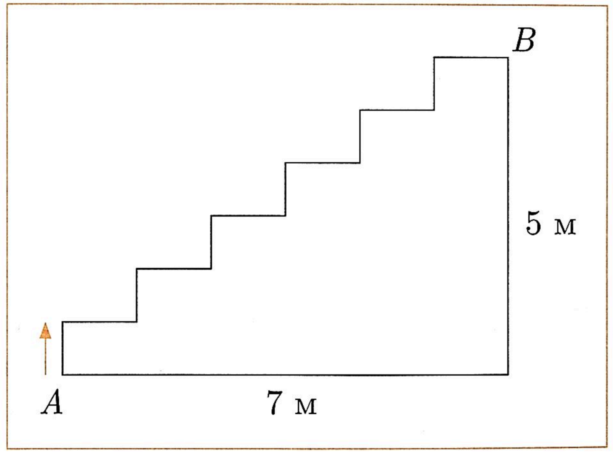
18 Под всяко квадратче на опаковката са скрити по 3 захарни петлета. Намерете броя на петлетата.



19 Обиколката на всяко от малките квадратчета от фигурата е 20 см. Намерете обиколката на фигурата.



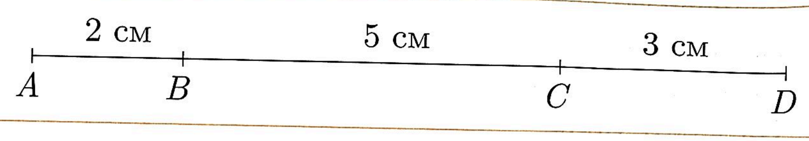
20 Изкачих се по стълбата от точка A до точка B (вж. чертежа). Колко метра съм изминала?



21 От 10 квадрата със страна 12 см е съставен правоъгълник. Намерете обиколката му.

22 Една от страните на правоъгълник е 16 см, а другата е с 8 см по-къса от нея. Намерете дължината на страната на квадрат в сантиметри, чиято обиколка е равна на тази на дадения правоъгълник.

23 Намерете сбора от дължините на всички отсечки от чертежа.



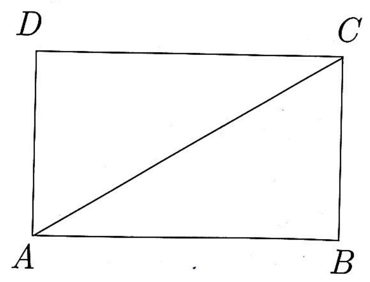
24 Обиколката на триъгълник със страни 6 см, 7 см и 8 см сравнете с обиколката на правоъгълник с размери 4 см и 6 см.

25 Правоъгълник има широчина 15 дм, а дължината му е с 66 дм по-къса от обиколката му. Намерете лицето на правоъгълника.

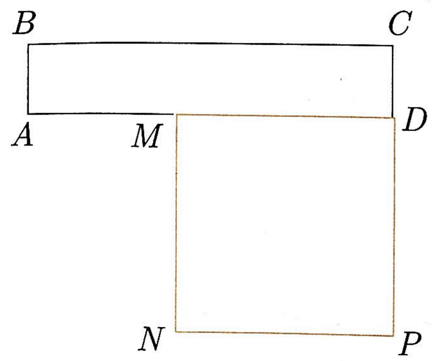
26 Равностранен триъгълник със страна 80 см и квадрат имат равни обиколки. Обиколката на този квадрат и един правоъгълник са общо 400 см. Ако дължината на правоъгълника е 3 пъти по-голяма от широчината му, то намерете широчината.

27 Може ли с 5 клечки с дължина по 1 см, 3 клечки с дължина по 2 см, 3 клечки с дължина по 3 см и 1 клечка с дължина от 5 см да се построи правоъгълник? Отговорът да се обоснове. (Клечките не могат да се чупят.)

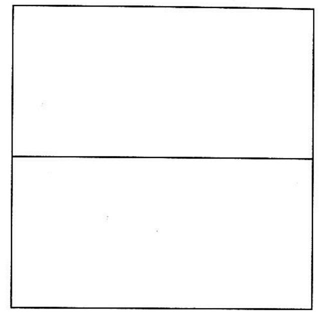
28 Обиколката на правоъгълника $ABCD$ е 42 см, а обиколката на $\triangle ABC$ е 36 см. Намерете дължината на отсечката AC.



29 Квадрат с обиколка 12 см и правоъгълник със същата обиколка са залепени, както е показано на чертежа. Намерете обиколката на получената фигура.



30 Квадратът от чертежа е съставен от два еднакви правоъгълника. Ако обиколката на един от тези правоъгълници е 66 см, то намерете обиколката на квадрата.



31 Лицето на квадрат е 81 кв. см. Разгледайте правоъгълник с широчина, равна на страната на квадрата, и дължина, два пъти по-голяма от широчината. Намерете лицето на този правоъгълник.

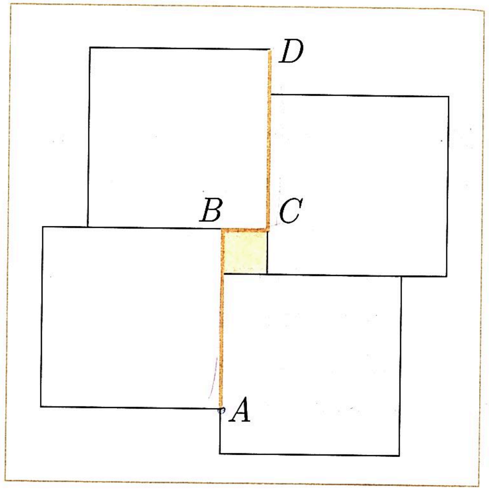
32 Дължината на правоъгълник е равна на обиколката на квадрат с лице 36 кв. см. Широчината му е с 4 см по-голяма от страната на квадрата. Намерете обиколката на правоъгълника.

33 Една от страните на правоъгълник е 13 см. Ако я увеличим с 5 см, то лицето на правоъгълника ще се увеличи с 30 кв. см. Намерете втората страна на изходния правоъгълник.

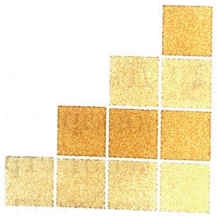
34 Дадена е правоъгълна лента от хартия с размери 20 см на 3 см. Изрязват се квадрати, чиито размери са равни на по-късата страна на лентата. С останалата част от лентата се постъпва по същия начин. Колко най-много квадрата могат да се изрежат по това правило? Обосновете отговора си.

35 Фигурата на чертежа е съставена от четири големи квадрата с равни страни и един малък квадрат. Страната на всеки от големите квадрати е 4 пъти по-голяма от страната на малкия квадрат и дължината на начупената линия $ABCD$ е 30 см. Намерете лицето и периметъра на получената фигура.

(Задачата е от Зимни математически състезания за 4. клас, 2007 г.)



36 На фигурата е показана стълба с четири стъпала. Тя е изградена от 10 кубчета. Колко кубчета са необходими за изграждането на стълба от 15 стъпала?



37 Всяка от стените на куба А е съставена от 64 стени на еднакви малки кубчета. От колко такива кубчета е съставен кубът А? Намерете обема на куба А, ако едно малко кубче има обем 8 куб. см.

Отговори, упътвания

1 Пресмятане на числови изрази. Сравняване на числа

1 (Г)

2 (Б)

3 а) 64; б) 5; в) 25.

4 $(12-11)+(10-9)+(8-7)+(7-6)+(5-4)+(3-2)+1=$
$=1+1+1+1+1+1+1=7$, т.е. (Б).

5 а) 15; б) 50; в) $(1+9)+(3+7)+5=25$;

г) $(8+12)+(13+17)=20+30=50$;

д) $20-20=0$;

е) $(18+15)+(16-16)+(20-20)=33+0+0=33$.

6 а) 60; б) 19; в) $27+27=54$; г) 18.

7 (Б)

8 а) 96; б) 20; в) 96.

9 (Г)

10 (В)

11 Ⓖ

12 $a = 121$ и $99 + (121 - 32) = 188$.

13 $a = 30$, $b = 15$, $c = 25$ и $(a + b) - c = 20$.

14 Под ♦ стои 7, а под ♥ – 16. Отг. е (А).

15 (Г)

16 (В)

17 (Б)

18 (Б)

19 (Г)

20 (В)

21 (А)

22 (В)

23 (Г)

24 (Г)

25 а) $4 + 4 + 4 + 4 = 16$; б) 382; в) 141; г) $936 - 736 = 200$;
д) $5 + (10 + 5 + 5) = 5 + 20 = 25$; е) 0.

26 а) 45; б) 14; в) 190; г) 1; д) 178;
е) $2 \,.\, (4 + (2 + 2)) = 2 \,.\, 8 = 16$.

27 а) 295; б) 5; в) 49; г) 483; д) 7.

28 2044.

29 (А)

30 6.

31 1.

32 а) 45; б) 600;
в) $108 \,.\, (7 + 4 - 6 - 5) = 108 \,.\, 0 = 0$;
г) $(275 : 5) \,.\, 8 + (287 : 7) \,.\, 8 = 55 \,.\, 8 + 41 \,.\, 8 =$
$= (55 + 41) \,.\, 8 = 96 \,.\, 8 = 768$.

33 а) 46; б) 192; в) 24; г) 176; д) 4300.

34 (В)

35 $B = 941$; $A = 67$; $B - A = 874$.

36 а) двата израза са равни; б) $75 < 76$; в) $202 > 194$.

37 (В)

38 а) $A = 327 \,.\, (6 + 4) - (15(7 + 13)) - 970 = 3270 - 970 = 2000$,
$B = 403 + 540 + 2448 - 391 = 3000$, откъдето получаваме
$A < B$.

2 Намиране на неизвестно число от дадено равенство

1 а) 47; б) 70; в) 11; г) 65; д) 8; е) 27.

2 а) 21; б) 39; в) 2; г) 20.

3 $a = 415$ и $a + 585 = 1000$.

4 $x = 95$.

5 а) 0; б) 4; в) 49; г) 6.

6 а) 7; б) 3; в) 3; г) 123; д) 5.

7 Ⓑ

8 $x = 7$, $580 = 7y + 42 \,.\, (3 - 2 - 1) - 1$
$\Rightarrow y = 83$, $x + y = 90$, $y - x = 76$ и $x \,.\, y = 581$.

9 $(x + 1) : 3 : 5 : 7 = 9 \Rightarrow (x + 1) : 3 : 5 = 63 \Rightarrow (x + 1) : 3 = 315$
$\Rightarrow x + 1 = 945 \Rightarrow x = 944$.

10 $x = 3$, $y = 7$ и $x \,.\, y = 21$.

11 $x = 5$, $y = 4$, $A = 5 + 24 = 29$ и $B = 8 + 21 + 2 = 31 \Rightarrow A < B$.

12 а) 413; б) 715;

в) $5 : ((5 + 5 \,.\, (x - 5)) : 5 - 5) + (5 - 5) = 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow (5 + 5 \,.\, (x - 5)) : 5 - 5 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow (5 + 5 \,.\, (x - 5)) : 5 = 6 \Rightarrow 5 + 5 \,.\, (x - 5) = 30 \Rightarrow$

$\Rightarrow 5 \,.\, (x - 5) = 25 \Rightarrow x - 5 = 5 \Rightarrow x = 10$;

г) 5; д) $(5 \,.\, x - 4 \,.\, x + 48) : 17 = 4 \Rightarrow x + 48 = 68 \Rightarrow x = 20$;

е) $85 + 17 \,.\, x - 2 \,.\, x = 190 \Rightarrow 15 \,.\, x = 105 \Rightarrow x = 7$;

ж) $10 = (100 - (150 - x) : 6) : 8 \Rightarrow$
$\Rightarrow 80 = 100 - (150 - x) : 6 = (150 - x) : 6 = 20 \Rightarrow x = 30$.

13 $A = 104$, $B = 875$, $C = 1054$ и $A + B + C = 2033$.

14 $x = 400$, $y = 40$, $x : y < 40 = y$.

15 $A = 190$, $B = 37$, $x = 5$.

3 Решаване на задачи от края към началото

1 а) 39 −3 42 +6 36 −15 51 −10 61 +13 48 −51 99

б) 30 .3 10 :7 70 .2 35 .5 7 :7 49 :2 98

в) 66 −8 74 .2 37 −28 65 :3 195 −5 200

2 13 :4 52 −8 60 .5 12 +7 5

3 73 +6 67 +25 42 +3 39 +25 14 +3 11

дядо баба татко мама батко аз

4 162 см +13 149 см +25 142 см +6 136 см .2 68 см

Иван Петър Стоян Кирил Борис

5 350 +120 230 +90 140 −130 270 +150 120

Сутринта съм имал 3 лв. и 50 ст.

6 15 :500 7500 +975 6525 .5 1305 .3 435

Хан Омуртаг е бил на власт 15 години.

7 15 :2 30 +8 22 .2 11 +1 10

Баба Мария е донесла 15 кайсии.

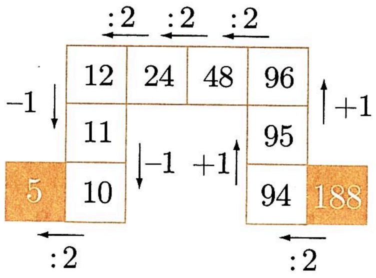
8 1800 +300 1500 +200 1300 +300 1000 .2 500 +56 444

На първия ред книгите са 1800.

9 60 .2 30 .2 15 +8 7

Баба Донка е боядисала 60 яйца.

10



Търсеното число е 5.

4 Ребуси

1 а) $350 + 169 = 539$; б) $389 - 173 = 216$.

Техният сбор е $0 + 5 + 9 + 9 + 7 + 2 = 32$.

2 а) Ясно е, че числата са близо до 100. С проверка получаваме $99 + 98 = 197$;

б) $100 - 99 = 1$.

3 а) $348 + 53 = 401$; б) $937 + 67 = 1004$;

в) $898 + 78 + 35 = 1011$ или $998 + 78 + 35 = 1111$.

4 Числото е 7.

5 а) Търсим произведение на двуцифрено число със 7 да е отново двуцифрено. Проверяваме непосредствено и получаваме $10 . 7 = 70$, $11 . 7 = 77$, $12 . 7 = 84$, $13 . 7 = 91$ и $14 . 7 = 98$ ($15 . 7 = 105$ е трицифрено число);

б) $18 : 9 = 2$, $27 : 9 = 3$, $36 : 9 = 4$, $45 : 9 = 5$, $54 : 9 = 6$, $63 : 9 = 7$, $72 : 9 = 8$ и $81 : 9 = 9$.

6 От условието на задачата получаваме, че трябва да решим ребуса:

$$\begin{array}{r} + \quad a\,a \\ b\,c\,b \\ \hline d\,e\,e\,d \end{array}$$

Щом сумата е четирицифрено число, то $b = 9$ (може да имаме само единица пренос в стотиците), $e = 0$ и $d = 1$. Така ребусът приема вида

$$\begin{array}{r} + \quad a\,a \\ 9\,c\,9 \\ \hline 1\,0\,0\,1 \end{array}$$

откъдето следва, че $a = 2$ и $c = 7$.

7 От условието на задачата получаваме, че едното събираемо е петцифрено, а другото шестцифрено число и решаваме ребуса:

$$\begin{array}{r} + \quad a\,b\,c\,d\,e\,9 \\ a\,b\,c\,d\,e \\ \hline 3\,0\,6\,2\,1\,6 \end{array}$$

Вече лесно се установява, че $e = 7$, $d = 3$, $c = 8$, $b = 7$, $a = 2$.

8 а) $1000 - 998 = 2$ или $1001 - 999 = 2$; б) $943 + 58 = 1001$;
в) $297 - 169 = 128$.

9 а) $68043 + 41957 = 10000$;

б) Запишете ребуса така
$$\begin{array}{r} 18990 \\ +\ 3{*}0{*}4 \\ \hline {*}0{*}3{*} \end{array}$$

откъдето с лекота се получава
$$\begin{array}{r} 18990 \\ +\ 31044 \\ \hline 50034 \end{array}$$

10 $a = 6$.

11 Сборът на две трицифрени числа е четирицифрено число само с цифра на хилядите 1. Така намерихме, че $C = 1$ и ребусът приема вида:
$$\begin{array}{r} 1\,П\,А \\ +\ А\,1\,А \\ \hline 1\,Т\,А\,Н \end{array}$$
За $А$ има две възможности: да е 8 или 9. Ако $А = 8$, то $Н = 6$ и $П = 6$, но $Н \neq П$. Случаят е невъзможен. Ако $А = 9$, $Н = 8$, $П = 7$.

12 Под ▲ се намира числото 1.

13 В първото равенство резултатът е двуцифрено число, записано с една и съща цифра, т.е. под ◯◯ стои 11 или 22, или 33 и т.н. Понеже под □ стои цифра, то под него е 8, а ◯◯ = 11. Второто равенство приема вида 8 . △ = 1▽, откъдето △ = 2 и ▽ = 6. Последното равенство става ⬡6 : ◇ = 18, което записваме като произведение 18 . ◇ = ⬡6. Последното показва, че ◇ = 2 или ◇ = 7. Понеже 18 . 7 е трицифрено число, то остава ◇ = 2 и ⬡ = 3.

14 От ▲ . 44 = 1628 получаваме ▲ = 1628 : 44 = 37.

15 ■ = 1, ▲ = 9, ● = 2, ▰ = 3 и ●● + ▰ = 22 + 3 = 25.

16 Трицифреното число ПАЛ ще е най-голямо, ако цифрата на стотиците е 9, а на десетиците следващата по големина цифра, т.е. А = 8. За да е голямо и двуцифреното число, избираме М = 7 и за Л остава цифрата 6. Сборът е $986 + 78 = 1064$. Ако изберем М = 8, А = 7 и Л = 6, сборът е $976 + 87 = 1063 < 1064$.

17 Щом А = Б, даденият запис приема вида $\overline{ААВГ} - \overline{ААВ} - \overline{АА} - А = 1988$. От това, че крайният резултат е 1988, става ясно, че А = 1 или А = 2.
Първи случай: Нека А = 1. Тогава получаваме $\overline{11ВГ} - \overline{11В} - 11 - 1 = 1988$ или $\overline{11ВГ} - \overline{11В} = 2000$, което е невъзможно. *Втори случай:* Нека А = 2. Тогава получаваме $\overline{22ВГ} - \overline{22В} - 22 - 2 = 1988$ или $\overline{22ВГ} - \overline{22В} = 2012$. Лесно е вече да съобразим, че В = 3 и Г = 5.

18 а) Лесно се вижда, че А = 1 и Е = 0. Ребусът приема вида
$$\begin{array}{r} B\,D\,C\,0 \\ +\ B\,D\,1\,0 \\ \hline 1\,0\,C\,B\,0 \end{array}$$
, откъдето B = 5 и
$$\begin{array}{r} 5\,D\,C\,0 \\ +\ 5\,D\,1\,0 \\ \hline 1\,0\,C\,5\,0 \end{array}$$
, което показва, че C = 4 и D = 2;

б) $a = 9$, $b = 1$, $c = 2$, $r = 6$;

в) А = 9 и В = 2;

г) И = 0, Р = 5, Т = 1, В = 4 или И = 0, Р = 5, Т = 2 и В = 7;

д) От сбора на цифрите на единиците намираме М + Г + О = Г или М + Г + О = 10 + Г, или М + Г + О = 20 + Г. Тези три равенства са възможни при М + О = 0 или М + О = 10, или М + О = 20. Установете, че първият и последният случай са невъзможни. Остава М + О = 10. За сбора на десетиците получаваме О + М + Г + 1 = 11 + Г (има 1 наум вляво). Ако Г = 9, М = 0 и О = 2, което не е решение (М + О = 10). Ако Г ≠ 9, О = 1, М = 10 − 1 = 9 и от 11 + Г = 19 намираме Г = 8.

19 а) Единицата в множителя е 1, 3, 5, 7 или 9 (5 . 1 = 5, 5 . 3 = 15, 5 . 7 = 35 и 5 . 9 = 45), но щом след първото умножение резултатът е трицифрено число, то тя е 3, 5, 7 или 9. Цифрата на десетиците е 1, защото 65 . 1 = 65 е единственото двуцифрено число при това умножение. След проверка намираме 65 . 13 = 845 и 65 . 15 = 975;

б) Щом цифрата на единиците в произведението е 7, то цифрите на единиците в множителите са 9 и 3 или 1 и 7. Така се получават следните възможни ребуси за тази задача:

$$(1)\quad \begin{array}{r} *9\,.\,*3 \\ \hline +\quad *7 \\ ** \\ \hline 957 \end{array} \qquad \text{или} \qquad (2)\quad \begin{array}{r} *1\,.\,*7 \\ \hline +\quad *7 \\ ** \\ \hline 957 \end{array}\ .$$

За (1) цифрата на десетиците на първия множител е или 1, или 2 (за да остане първият междинен резултат двуцифрено число). Така достигаме до

$$\begin{array}{r} 19\,.\,*3 \\ \hline +\quad 57 \\ ** \\ \hline 957 \end{array} \qquad \text{или} \qquad \begin{array}{r} 29\,.\,*3 \\ \hline +\quad 87 \\ ** \\ \hline 957 \end{array}\ .$$

Очевидно първият ребус е невъзможен. За втория получаваме 29 . 33 = 957. За (2) се получава 11 . 87 = 957.

20 а) Ясно е, че при събиране на единиците трябва да има пренос (наум), т.е. Е ≥ 3. Преносът при Е четно число също трябва да е четно число, а при Е нечетно – нечетно число. Нека Е = 3, получаваме М = 2, С = 8 и П = 3, което е невъзможно (П ≠ Е). Нека Е = 4, получаваме М = 6, но преносът е 1 и в този случай не се получава решение. Ако Е = 5, М = 0 и преносът (наум) е 2, което е невъзможно. Ако Е = 6, М = 4, С = 1 и П = 0, което е невъзможно. Ако Е = 7, то преносът е 2, което е невъзможно. При Е = 8 преносът е 3, което е невъзможно. Остава Е = 9, М = 6, С = 4 и П = 1. Единственото решение е 499 + 499 + 499 + 499 = 1996;

б) Първото, което се вижда, е, че Д = 1 и Р е четна цифра (И + И = Р) и е по-голяма от 5, т.е. Р = 6 или Р = 8. Нека Р = 6. Тогава А = 2 или А = 3. Ако А = 3, трябва да има пренос от третата в четвъртата колона, което е невъзможно. При А = 2, то Л = 1 или Л = 6, което е невъзможно. Така получаваме Р = 8, А = 6 или А = 7. Ако А = 6, то има пренос (наум) към IV колона, което е невъзможно. Остава А = 7, за Л има две възможности – да е 3 или 8. Установяваме, че Л = 8 не е възможно, защото Р = 8. И така Л = 3, К = 4, И = 9 и получаваме 8739 + 8739 = 17478.

21 а) Понеже Т ≠ А, то Т не може да е никоя от цифрите 0, 1 и/или 6. Ако Т = 2, то АААААА = 444444 и ПРОЛЕТ = 444444 : 2 = 222222, което е невъзможно, понеже ПРОЛЕТ е с различни цифри. Аналогично се отхвърля Т = 3. Ако Т = 4, то АААААА = 66666 и то не се дели на 4, и значи Т ≠ 4. Ако Т = 7, произведението е 999999 и 999999 : 7 = 142857. Едно от решенията е 142857 . 7 = 999999. Ако Т = 8, то АААААА = 444444, което не се дели на 8. Ако Т = 9, то ААААА = 111111, което не се дели на 9;

б)
$$\begin{array}{r} 85435 \,.\, 343 \\ \hline 256305 \\ +\;341740 \\ 256305 \\ \hline 29304205 \end{array}$$

22 а) Лесно съобразяваме, че десетиците на частното са 5, понеже *7 . 5 трябва да е трицифрено число, което е близко до 290, и неизвестната цифра на делителя е или 4, или 5. С непосредствена проверка се установява, че е 5. Така стигаме до ребуса:

$$\begin{array}{l} \underline{29{*}{*}} : 57 = 5{*} \\ -\underline{285} \\ -{*}1{*} \\ \underline{{*}{*}{*}} \\ 0 \end{array}$$

Тогава цифрата на десетиците на делимото може да е само 6 и получаваме:

$$\begin{array}{l} 296{*} : 57 = 5{*} \\ -\underline{285} \\ -11{*} \\ \underline{11{*}} \\ 0 \end{array}$$

От 57 . * = 11* намираме, че 57 . 2 = 114. Окончателно получаваме 2964 : 57 = 52.

б) 1431 : 27 = 53. Разсъждавайте, както в условие а).

5 Редици от числа. Номериране на книга

1 Ⓑ

2 Ⓑ

3 Ⓒ

4 а) 26, 31, 36; б) 55, 52, 49;

5 а) Всеки член на редицата след втория е равен на сбора на предходните два. Търсените три числа са: 13, 21, 34;

б) Всеки член от редицата след третия е равен на сбора на предходните три. Търсените числа са: 34, 62, 114;

в) Всеки член след 26 намалява с 1 и между два съседни члена се записва числото 3. Търсените членове са: 23, 3, 22.

6 Редицата е 1, 2, ... 9, 10, ... 99, 100 и за първите 9 числа цифрите са 9 . 1 = 9. За двуцифрените числа са (99 – 9) . 2 = 180 цифри и 3 цифри за числото 100. Всичко са използвани 9 + 180 + 3 = 192 цифри.

7 От 1 до 9 ⇒ 9 . 1 = 9 цифри; от 10 до 99 ⇒ ⇒ (99 – 9) . 2 = 180 цифри; от 100 до 683 ⇒ ⇒ (683 – 99) . 3 = 1752 цифри.

Общо 1752 + 180 + 9 = 1941 цифри.

8 Двуцифрените числа от редицата са 99 – 18 = 81 и за тях са използвани 81 . 2 = 162 цифри. За трицифрените числа използваните цифри са (488 – 99) . 3 = 1167. Общо използваните цифри са 1167 + 162 = 1329.

Цифрите за двуцифрените числа от редицата са $(99 - 50) \,.\, 2 = 98$, за трицифрените числа са $(999 - 99) \,.\, 3 = 2700$ и за четирицифрените числа са $(2015 - 999) \,.\, 4 = 4064$. Всичките цифри са $4064 + 2700 + 98 = 6862$.

За едноцифрените числа са използвани $(9 - 5) \,.\, 1 = 4$ цифри. Остават $62 - 4 = 58$ цифри за записване на двуцифрени числа. За всяко от тях се използват по 2 цифри. Това показва, че търсеното двуцифрено число е $58 : 2 = 29$ поред от двуцифрените числа. Кое е това число ще получим, като към 29 прибавим броя на едноцифрените числа, т.е. $29 + 9 = 38$. Неговата цифра на единиците – 8, е търсената цифра.

Вече знаем, че за записване на всички едноцифрени и двуцифрени числа се използват 189 цифри (вж. зад. 7).

а) Остават още $1989 - 189 = 1800$ цифри. За записването на всички трицифрени числа се използват $(999 - 99) \,.\, 3 = 2700$ цифри. В нашия случай цифрите са 1800, което показва, че сме в множеството на трицифрените числа. От $1800 : 3 = 600$ получаваме, че последното число в записа на A е шестстотното от трицифрените числа, а това е $600 + 99 = 699$. Оттук намираме, че последната цифра на A е 9;

б) От $1990 - 189 = 1801$ и $1801 : 3 = 600$ и остатък 1 намираме, че търсената цифра е първата на 601-то от трицифрените числа, което е числото 700, а търсената цифра е 7.

Двуцифрените числа в записа на числото B са $99 - 24 = 75$ и за тях са използвани $75 \,.\, 2 = 150$ цифри. От $1990 - 150 = 1840$ следва, че 1840 цифри са използвани за написване на трицифрени числа. Понеже $1840 : 3 = 613$ и остатък 1, то в записа на B участват 613 от трицифрените числа и първата цифра на 614-ото число. Трицифреното число, което е на 613-о място, е $613 + 99 = 712$, а следващото е 713 и първата му цифра е 7. Последната цифра на B е 7.

13 Използваните цифри са $9 \,.\, 1 + 90 \,.\, 2 + 900 \,.\, 3 + (2015 - 999) \,.\, 4 = 6953$. От $(2000 - 182) : 3 = 603$ и остатък 2. Следва, че от 604-ото трицифрено число е взета цифрата на десетиците, а то е $604 + 99 = 703$. Търсената цифра е 0.

14 Използвани са 6849 цифри; на 1989-о място стои цифрата 9.

15 а) на първите пет; б) на първите 7; в) на първите 14.

16 Необходимите цифри са $9 \,.\, 1 + 90 \,.\, 2 + (352 - 99) \,.\, 3 = 948$.

17 $7 \,.\, 1 + (78 - 9) \,.\, 2 = 145$ цифри.

18 Понеже $556 = 4 \,.\, 1 + 90 \,.\, 2 + 124 \,.\, 3$, то последната страница на книгата е 124-ото трицифрено число, т.е. $124 + 99 = 223$.

19 За номериране на страниците до 99 са използвани 189 цифри.

а) От $1392 - 189 = 1203$ и $1203 : 3 = 401$ получаваме, че последната страница е 401-ото трицифрено число, т.е. $99 + 401 = 500$. Книгата има 500 страници;

б) Книгата има 424 страници.

20 Книгата има 351 страници.

21 От $1900 - 189 = 1711$ и $1711 : 3 = 570$ и остатък 1 правим извода, че с 1900 цифри не може да се номерират страниците на книга.

От $2016 - 189 = 1827$ и $1827 : 3 = 609$ намираме, че книгата има 708 страници.

22 Не. Да.

23 Последната страница може да има един от следните номера: 136, 163, 316, 361, 613, 631. Понеже всяка втора страница на всеки лист се номерира с четно число, то възможностите са 136 или 316. По условие книгата започва със 163 страница, а $136 < 163$, то тя не може да завършва със 136. Остава последната страница да е 316. Страниците, намерени от Борис, са $316 - 162 = 154$.

6 Календар

1 Търсените високосни години са 2016 г. и 2012 г.

2 От равенството $365 = 52 . 7 + 1$, което е в сила за всяка невисокосна година, получаваме, че в нея са изминали 52 седмици и 31 декември е първият ден от следващата седмица (Под седмица ще разбираме седем последователни дни. Например от сряда до вторник или от петък до четвъртък и т.н.). Последното показва, че 31 декември е същият ден, какъвто е бил 1 януари за тази година.

3 Вижте решението на задача 2.

4 Понеже числото 1990 не се дели на 4 без остатък, то годината е невисокосна. Съгласно задача 2 последният ден отново е понеделник. За да намерим какъв ден е 26 декември, трябва да се върнем от 31 декември – понеделник, с пет дни назад, т.е. до сряда.

5 Вторник.

6 Петък.

7 Вторник.

8 Да разгледаме случая, когато месецът е от 31 дни. От $31 = 7 . 4 + 3$ получаваме, че той има четири пълни седмици и три дни. Това показва, че от първия, втория или третия ден на месеца започват да се нижат цели седмици (може да не са от понеделник до неделя, а например от сряда до вторник). И в трите случая само 2, 16 и 30 са еднакви дни. Разгледайте сами случая, когато месецът е от 30 дни.

9 От зад. 8 получаваме, че вторниците са обезателно 2, 16 и 30. Понеже тридесетият ден от седмицата е вторник, намираме, че последният четвъртък е двадесет и петият ден от този месец.

10 Месец октомври има 31 дни и щом има четири понеделника и четири петъка, то те са съответно 7, 14, 21, 28 и 4, 11, 18, 25. Тогава не е трудно да съобразим, че 1 октомври е бил вторник.

11 Неделя.

7 Диофантови уравнения

1 Нека броят на бидоните от 10 л е x, а от 17 л е y. Тогава е в сила уравнението $10 \,.\, x + 17 \,.\, y = 223$. Първото събираемо за всяко естествено число x завършва на 0. Тогава второто събираемо трябва да завършва на 3, защото дясната страна има цифра на единиците 3. Оттук следва, че възможните стойности на y са 9 или 19, или 29... С непосредствена проверка се установява, че $y = 9$, а $x = 7$.

2 Нека броя на закупените марки от 5 ст. означим с x, а от 16 ст. с y. В сила е уравнението $5 \,.\, x + 16 \,.\, y = 177$. Второто събираемо за всяко естествено число y е четно, а 177 е нечетно число. Следователно $5 \,.\, x$ трябва да е нечетно число, което показва, че x е нечетно число.
С непосредствена проверка намираме, че $x = 13$, $y = 7$ или $x = 29$, $y = 2$.

3 Нека броят на закупените марки от 9 ст. е x, а от 10 ст. – y. Получаваме уравнението $9 \,.\, x + 10 \,.\, y = 62$. Понеже $10 \,.\, x$, за всяко x, завършва на 0, то $9 \,.\, x$ трябва да завършва на 2, но няма такова число x, което при умножение с 9 да има цифра на единиците 2 и да е по-малко от 62. Това показва, че покупката е невъзможна.

4 Нека банкнотите от 2 лв. са x броя, а от 5 лв. – y броя. Получаваме уравнението $2 \,.\, x + 5 \,.\, y = 32$. Понеже $2 \,.\, x$ и 32 се делят на 2 за всяко число x, то $5 \,.\, y$ също трябва да се дели на 2. Числото 5 не се дели на 2, откъдето получаваме, че y се дели на 2, т.е. $y = 0, 2, 4, 6...$
С непосредствено пресмятане намираме, че $y = 0$, $x = 16$; $y = 2$, $x = 11$; $y = 4$, $x = 6$ и $y = 6$, $x = 1$.

5 Нека броят на столовете с по 3 крака е x, а с по 4 крака – y. Трябва да решим уравнението $3 \,.\, x + 4 \,.\, y = 36$. Понеже 36 и $4 \,.\, y$ се делят на 4 за всяко число y, то трябва и $3 \,.\, x$ да се дели на 4. Числото 3 не се дели на 4, така че остава x да се дели на 4, т.е. $x = 0, 4, 8, 12...$
При $x = 0$, $y = 9$, при $x = 4$, $y = 6$, при $x = 8$, $y = 3$ и при $x = 12$, $y = 0$.

6 Нека броят на петоъгълниците е x, а на триъгълниците – y. Записваме уравнението $5 \,.\, x + 3 \,.\, y = 48$. Числото 3 дели 48 и $3 \,.\, y$ за всяко число y, то трябва 3 да дели $5 \,.\, x$. Понеже 3 не дели 5, то 3 трябва да дели x. За x имаме следните възможни стойности: 0, 3, 6, 9. По-големи стойности за x не можем да вземем, защото $5 \,.\, 12 = 60 > 48$. С проверка намираме, че при $x = 0$, $y = 16$, при $x = 3$, $y = 1$, при $x = 6$, $y = 6$ и при $x = 9$, $y = 1$.

7 Нека десетоъгълниците са x на брой, а 23-ъгълниците – y. Получаваме уравнението $10 \,.\, x + 23 \,.\, y = 428$. За всяко x събираемото $10 \,.\, x$ завършва на 0, откъдето следва, че $23 \,.\, y$ трябва да завършва на 8. Това е възможно при $y = 6$ или при $y = 16$,... Установява се, че единственото решение е $y = 6$ и $x = 29$.

8 Трябва да се реши уравнението $7. \, x + 12 \,.\, y = 100$. Отговорът е $x = 4$, $y = 6$.

9 а) $x = 6$, $y = 1$; $x = 1$, $y = 4$;

б) $x = 4$, $y = 7$;

в) $x = 2$, $y = 16$; $x = 7$, $y = 7$;

г) От $9 \,.\, y < 40$ получаваме следните възможности за y: 0, 1, 2, 3, 4. С непосредствена проверка се установява, че при нито една от тези стойности уравнението няма решение;

д) $x = 2$, $y = 13$; $x = 6$, $y = 0$;

е) $x = 0$, $y = 12$; $x = 6$, $y = 5$;

ж) $x = 3$, $y = 10$; $x = 13$, $y = 2$; $x = 8$, $y = 6$;

з) Установете, че y може да приема само стойности 0, 1 или 2 и че уравнението няма решение.

10 Трябва да се реши уравнението $2 \,.\, x + 3 \,.\, y = 36$. Понеже числото 2 дели $2 \,.\, x$ и 36 и не дели 3, то 2 трябва да дели y. Така получаваме:

y	0	2	4	6	8	10	12
x	18	15	12	9	6	3	0

Намерените стойности за x и y показват, че най-малкият брой клиенти е 12, а най-големият – 18.

11 Уравнението $15 \,.\, x + 7 \,.\, y = 144$ има единственото решене $x = 4$, $y = 12$.

12 Нека Петър е купил x на брой дъвки. Тогава Сашо е купил $2 \,.\, x$ дъвки, а Иван – y броя дъвки, като $x < y < 2 \,.\, x$. От условието получаваме уравнението $x + 2 \,.\, x + y = 14$ или $3 \,.\, x + y = 14$. Всичките решения на това уравнение са: $x = 1$, $y = 13$; $x = 2$, $y = 8$; $x = 3$, $y = 5$ и $x = 4$, $y = 2$, но само $x = 3$ и $y = 5$ изпълняват условието $x < y < 2 \,.\, x$.

13 Съгласно условието на задачата Петър и Симеон са хванали по x на брой риби, а Иван и синът му съответно $3y$ и y броя риби и е в сила $2 \,.\, x + 4 \,.\, y = 35$. Лявата страна е винаги четно число, а дясната (35) е нечетно число. Това показва, че уравнението няма решение. Остава синът на Иван да е Петър и уравнението да приеме вида $3 \,.\, x + x + x = 35$, където $x = 7$. И така, Петър и Симеон са хванали по 7 риби, а Иван – 21 риби.

14 Уравнението е $21 \,.\, x + 4 \,.\, y = 133$. То има решение $x = 5$, $y = 7$.

15 В първия комплект краката са $4 + 4 \,.\, 3 = 16$, а във втория – $3 + 4 \,.\, 4 = 19$. Нека броят на комплектите от първия вид е x, а от втория – y. Трябва да се реши уравнението $16 \,.\, x + 19 \,.\, y = 264$. Понеже 4 дели $16 \,.\, x$ и 264, а не дели 19, то трябва да дели y. Възможните стойности за y са 0, 4, 8, 12 ($16 \,.\, 19 = 304 > 264$). С проверка се установява, че $x = 7$ и $y = 8$. В 7 комплекта от първи вид има $7 \,.\, 4 = 28$ стола, а в комплекта от втори вид има $8 \,.\, 4 = 32$ стола, т.е. общият брой столове е 60.

8 Задачи за намиране на числа

1 11

2 3

3 11

4 Не

5 49

6 81

7 3

8 $99 : 9 = 11$

9 1199

10 $10 \,.\, 15 \,.\, 20 = 3000$

11 4

12 1343

13 8 и 4

14 225

15 $(52 - (17 - 5)) : 8 = 5$

16 0

17 63

18 $64 - 24 = 40$

19 $66000 + 6600 + 660 + 66 = 73326$

20 Не. От $2 + 3 + 5 + 7 + 8 + 9 + 11 = 45$ кг се вижда, че полученото общо тегло не се дели на 4.

21 $(3 \,.\, 7 - 1) : 2 = 10$

22 Лесно се намира, че $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. Ако искаме да извадим едно от тези числа, то трябва да означим това число с a. Тогава от 45 трябва да извадим $2 \,.\, a$ (веднъж – защото то вече не е в сбора, и втори път – заради изваждането). Това показва, че от 45 вадим четно число. Полученият резултат ще е нечетно число. Да се получи числото 32 е невъзможно. Възможно е да се стигне до 31. От $45 - 31 = 14 = 2 \,.\, 7$ получаваме, че трябва да извадим числа, чийто сбор е 7. Може да извадим едно число, което ще трябва да е 7, две числа, които биха били 1 и 6, 2 и 5 или 3 и 4, или три числа, които ще трябва да са 1, 2 и 4. Други възможности няма.

23 а) $0 = 3 - 3 + 3 - 3;$

$1 = 33 : 33;$

$2 = 3 : 3 + 3 : 3;$

$3 = (3 + 3 + 3) : 3;$

$4 = (3 \,.\, 3 + 3) : 3;$

$5 = 3 + 3 - 3 : 3;$

$6 = 3 + 3 + 3 - 3;$

$7 = 3 + 3 + 3 : 3;$

$8 = 3 \,.\, 3 - 3 : 3;$

$9 = 3 \,.\, 3 + 3 - 3;$

б) $0 = 333 \,.\, (3 - 3);$

$1 = 3 : 3 + 3 \,.\, (3 - 3);$

$2 = (3 + 3) : 3 \,.\, (3 : 3);$

$3 = 3 + (3 - 3) + (3 - 3);$

$4 = 3 + 3 : 3 + 3 - 3;$

$5 = 3 + 3 : 3 + 3 : 3;$

$6 = 3 + 3 + 3 \,.\, (3 - 3);$

$7 = (3 \,.\, 3 + 3) : 3 + 3;$

$8 = 3 + 3 + 3 - 3 : 3;$

$9 = 3 + 3 + 3 + 3 - 3.$

24 Грешно е твърдението на Тодор.

25 $359 + 395 = 754$

26 $740 - 407 = 333$, което е три пъти по-голямо от 111.

27 $1 + 2 + 3 + 4 \ldots + 43 + 44 + 45 =$
$= (1 + 45) + (2 + 44) + (3 + 43) + \ldots + (22 + 24) + 23 =$
$= 46 \,.\, 22 + 23 = 1035$. С непосредствена проверка се установява, че $1035 : 23 = 45$.

28 От $(31 - 9) : 2 = 11$ е намерено по-малкото число, а другото е $11 + 9 = 20$.

29 Вместо числото да нарасне с 6, то е намалено с 6. Търсената разлика е $6 + 6 = 12$.

30 Ако от 1308 извадим сбора $164 + 84 + 139 = 387$, ще получим утроения резултат от всяка разлика. Делим този резултат на 3 и получаваме, че всяка от разликите е 307. Търсените числа са $307 + 164 = 471$, $307 + 84 = 391$ и $307 + 139 = 446$.

31 От $978 - 789 = 189$ получаваме, че неговият сбор ще е със 189 по-голям от стария. Така търсеният сбор е $2015 + 189 = 2204$.

32 $2016 + (52 + 27 - 33) = 2062$

33 Сборът се е увеличил с $49 - 19 = 30$ и това е два пъти едно от дадените числа. Така намираме, че едно от числата е $30 : 2 = 15$. От $19 - 15 = 4$ получаваме, че сборът на другите две числа е 4. От $4 = 1 + 3 = 2 + 2$ и това, че числата са различни, намираме, че другите две числа са 1 и 3.

34 Третото число е $24 - 15 = 9$. От това, че сборът на първото и третото е 17, получаваме, че първото число е $17 - 9 = 8$. За второто намираме $24 - (9 + 8) = 7$.

35 Най-голямото число с различни четни цифри е 86420, а най-малкото със сбор от единиците 37 е 19999. Тогава търсеното число е равно на разликата $86420 - 19999 = 66421$.

36 Седемте различни числа със сбор 31 са 1, 2, 3, 4, 5, 7 и 8 или 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 9. Търсените произведения са $1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 5 \,.\, 7 \,.\, 8 = 6720$ или $1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 5 \,.\, 6 \,.\, 9 = 6480$.

37 Понеже сборът на двете числа, които търсим, е 495, то едното от тях е трицифрено с цифра на единиците 0, а другото се получава от него след зачеркване на нулата, т.е. числото е двуцифрено. Така получаваме $\overline{xy0} + \overline{xy} = 495$ или $100 \,.\, x + 10 \,.\, y + 10 \,.\, x + y = 495$, $110 \,.\, x + 11 \,.\, y = 495$. Трябва да решим неопределеното диофантово уравнение в множеството на числата 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Понеже $110 \,.\, x$ и 495 се делят на 5, то и $11 \,.\, y$ трябва да се дели на 5. Единствената възможност е за $y = 5$. Тогава $110 \,.\, x + 55 = 495$ или $110 \,.\, x = 440$, или $x = 4$.

38 От условието следва, че A е трицифрено, а B е двуцифрено. Нека $A = \overline{abc}$. За B имаме три възможности:

I. $B = \overline{ab}$. От $\overline{abc} + \overline{ab} = 176$ получаваме, че $a = 1$ и от $100 + 10 \,.\, b + c + 10 + b = 176$ достигаме до $11 \,.\, b + c = 60$. Тогава при $b = 6$, $c = 0$ и числата са 160 и 16. Ако $b = 5$, получаваме, че $c = 11$, а c е цифра. При $b = 5$ няма решение.

II. $B = \overline{ac}$. По аналогия се получава, че $a = 1$, $b = 5$, $c = 8$ и числата са 158 и 18.

III. $B = \overline{bc}$. В този случай $b = 3$, $c = 8$ и числата са 138 и 38.

39 $3 + 4 + 5 + 0 = 12$

40 0, 1, 2, 3.

41 а) $a = 13 \,.\, 7 + 2 = 93$;

б) $a = 23 \,.\, 11 + 15 = 268$;

в) $384 : 54 = 7$ и остатък 6, откъдето $a = 7$;

г) $1345 : 42 = 32$ и остатък 1, откъдето $a = 32$.

42 $99 : 13 = 7$ и остатък 8. При $99 : 8 = 12$ и остатък 3, което не е решение.

43 От $118 : a = b$ и остатък 3 получаваме $a \,.\, b + 3 = 118$ или $a \,.\, b = 115$. Понеже $115 = 1 \,.\, 115$ или $115 = 5 \,.\, 23$, то $a = 115$, $b = 1$ или $a = 5$, $b = 23$.

44 Ако $62 : a = b$ и остатък 4, то $a \,.\, b + 4 = 62$ или $a \,.\, b = 58$. Понеже $58 = 58 \,.\, 1$ или $58 = 2 \,.\, 29$, то $a = 58$, $b = 1$ или $a = 29$, $b = 2$.

45 Делителят е 13.

46 Нека частното при деление на a с 225 означим с b. Тогава $a = 225 \,.\, b + 150 = 75 \,.\, 3 \,.\, b + 75 \,.\, 2 = 75 \,.\, (3 \,.\, a + 2)$. Последното показва, че a се дели на 75.

47 От условието на задачата имаме $a - b = 54$ и $a : b = 2$ и остатък 24 или $a = 2 \,.\, b + 24$. Заместваме a с $2 \,.\, b + 24$ в първото равенство и получаваме $2 \,.\, b + 24 - b = 54$ или $b = 30$. Тогава $a = 2 \,.\, 30 + 24 = 84$.

48 Числата са 997 и 306.

49 По условие $a + b = 62$ и $a : b = 1$ и остатък 8, откъдето $a = b + 8$. Така достигаме до $b + 8 + b = 62$, откъдето $b = 27$ и $a = 35$.

50 Понеже $a - b = 420$ по условие, то сборът $a + b$ ще делим на 420. Така получаваме $(a + b) : 420 = 5$ и остатък 48, т.е. $a + b = 420 \,.\, 5 + 48 = 2148$. По-голямото от числата е $(2148 + 420) : 2 = 1284$, а по-малкото е $(1284 - 420) = 864$.

51 Ясно е, че търсените числа са двуцифрени. Да означим едното с $\overline{ab}$, тогава другото е $\overline{ba}$ и $\overline{ab} + \overline{ba} = 11 \,.\, (a + b)$ (напомняме, че a и b са цифри при $b \neq 0$). По условие $11 \,.\, (a + b) = 176$, откъдето намираме $11 \,.\, (a + b) = 11 \,.\, 16$, т.е. $a + b = 16$. Единствената възможност за a и b са 9 и 7 или числата 97 и 79.

52 Ако $a > b$, то $\overline{ab} - \overline{ba} = 9 \,.\, (a - b)$ и по условие $9 \,.\, (a - b) = a + b$ или $4 \,.\, a = 5 \,.\, b$, което е изпълнено само за $a = 5$ и $b = 4$, т.е. числата са 54 и 45.

53 Ако търсеното число е двуцифрено с цифри a и b $(a > b)$, то разликата с неговото огледално число е $9 \,.\, (a - b) \le 9 \,.\, 8 = 72$, $a \le 9$, $b \ge 1$. Това показва, че няма двуцифрено число с такова свойство. Да разгледаме трицифрените числа $\overline{abc}$ и $\overline{cba}$, като $a > c$. Тяхната разлика е

$(100 \,.\, a + 10 \,.\, b + c) - (100 \,.\, c + 10 \,.\, b + a) = 99 \,.\, (a - c)$ и $99 \,.\, (a - c) = 396 = 99 \,.\, 4$. Така получаваме, че $a - c = 4$, откъдето $a = 5$, $c = 1$, $b = 0$ и числото е 501, а огледалното е 105 и $501 - 105 = 396$.

54 По условие $4 \,.\, \overline{abcd} = \overline{dcba}$. Понеже $d \le 9$, то $a \le 2$. Произведението на 4 и d не може да завършва на 0, поради което $a=2$, а тогава $d=8$. Лесно се съобразява, че единствените възможности за b и c са $b=1$ и $c=7$. Числото е 2178 и 2178 . 4 = 8712.

9 Нестандартни задачи

1 При едно срязване се получават две парчета, при две срязвания – три парчета. Така достигаме до извода, че са необходими 12 срязвания, за да се получат 13 парчета.

2 Аналогично на задача 1 установяваме, че между тези 8 липи има 7 разстояния от по 4 метра. Разстоянието от първата до последната е 7 . 4 = 28 метра.

3 За простирането на една дреха се използват 2 щипки, за две – 3 щипки и т.н. Щом е използвала 16 щипки, тя е проснала 15 дрехи.

4 Броят на краката на кокошките е 32 и той е равен на броя на краката на овцете. Така намираме, че овцете са 32 : 4 = 8.

5 Вторниците са на датите 1, 8, 15, 22 и 29 март, т.е. 5 на брой.

6 Най-ниска е Дани. Не може да се определи коя е най-висока.

7 12 пъти.

8 5 + 1 + 3 + 7 = 16

9 По условие 1 хляб + 2 десерта = 2 лв. и 2 хляба + 1 десерт = 3 лв., откъдето получаваме, че 3 хляба + 3 десерта = 5 лв. Тогава 12 хляба и 12 десерта ще струват 20 лв.

10 Ако вземе 2 или 3 чорапа, те могат да са в различни цветове. Трябва да вземе 4.

11 Ако вземем 9 топчета, то те могат да са шестте червени и трите сини. За да сме сигурни, че има поне едно бяло, трябва да вземем 10 топчета.

12 Щом всичките балони са 40, а белите и сините са общо 28, то остава червените да са 12. От 40 – 25 = 15 намираме, че сините са 15. Общо сините и червените балони са 27.

13 Вляво на книгата „Червената шапчица“ стоят 15 книги. Вдясно от нея трябва да има още 40 книги. Тогава, ако броим отдясно наляво, тя е 41-ата книга.

14 Както в задача 13, след седмия магазин има още 9 магазина. Като броим обратно, търсеният магазин е десетият.

15 Понеже всяка част от панделката също е с два края, то отговорът е 8.

16 12 часа.

17 14 . 5 = 70 пъти се е хранила Биляна.

18 На 19 страница, защото преди и след нея има по 18 страници.

19 По условие 1 портокал + 4 кайсии = 3 портокала, откъдето намираме, че 2 портокала са тежки колкото 4 кайсии, а 1 портокал тежи колкото 2 кайсии. Тогава 5 портокала ще тежат колкото 10 кайсии.

20 От условието получаваме, че хляб и половина струват 135 ст. Понеже един хляб се равнява на две половини, то три половини струват 135 ст. Тогава едната половина струва $135 : 3 = 45$ ст., а един хляб е с цена 90 ст.

21 Понеже Николай е платил 2 пъти повече от Петър, то $18 : 3 = 6$ лв. – цената, платена от Петър за шоколадовите десерти. Един десерт струва 1 лв.

22 Да предположим, че Елена не е хвърлила нито една шестица. Дори да е хвърляла само петици, то от $6 . 5 = 30$ намираме, че са хвърлени 5 шестици и една петица.

23 Интервалите между петте кукания са 4 и са с продължителност 8 секунди. Тогава за всяко са необходими 2 секунди. За 15 кукания интервалите са 14, а времето е $14 . 2 = 28$ секунди.

24 От $16 + 10 = 26$, което е с 2 по-голямо от учениците в класа, намираме, че 2 от децата участват в двете игри.

25 Ще имат 4 междучасия от по 9 минути или ще бъдат в междучасия 36 минути.

26 Използвани са 6 цвята.

27 101 → ВГВ, 118 → ВВА, 911 → БВВ, 810 → АВГ и 8911 → АБВВ.

28 Ако извадим $45 + 40 = 85$, може да се случи да бъдат извадени всичките бели и всичките черни. Ако извадим още три, т.е. извадим 88, то поне 3 ще са червени.

29 От условието получаваме, че Васил и Запрян имат куче и котка, а Ивайло – канарче. Щом Васил не обича кучета, то той има котка, а Запрян – куче.

30 Селищата са 7.

31 Щом кокошките са 2 пъти повече от овцете и козите, взети заедно, то техните крака са колкото на овцете и козите общо, т.е. $420 : 2 = 160$ крака за кокошките, а броят им е 80. От $160 : 4 = 40$ броя са козите и овцете, като овцете са 30, а козите – 10.

32 Щом Коко даде 10 лв. на Пепи и парите им се изравнят, то той има с 20 лв. повече.

33 Щом Ирена е спечелила 5 партии, то Константин ги е загубил и е платил за тях 5 лв. За да възстанови загубените 5 лв. и за да спечели още 5 лв., той трябва да победи в 10 партии. Изиграли са общо 15 партии.

34 По условие с 2 крачки Асен изминава 100 см, а направените за това време крачки на Боян го придвижват с 90 см, т.е. Асен изпреварва Боян с 10 см за всеки свои 2 крачки. За 16 крачки ще го изпревари с 80 см.

35 Решението демонстрираме със следната схема:

Вагоните са 10. Може да се разсъждава и така: $8 + 8 = 16$ вагона, но осмият за Мария, осмият за Цвета и четирите вагона между тях са броени по два пъти. Тогава $16 - (1 + 1 + 4) = 10$ са търсените вагони.

36 Установете, че $7 = (12 + 16) : 4$, $9 = (32 + 4) : 4$. Тогава $x = (11 + 5) : 4 = 4$.

37 Кодът се определя от реда на буквите в българската азбука. ЗИМА $\rightarrow$ 89131.

38 От условието получаваме, че Бистра и Гергана са родени през септември. Понеже Гергана и Донка са на една и съща дата, а това би била само датата 13, следва, че Гергана е родена на 13 септември, Донка на 13 март, а Бистра на 24 септември – тя е най-малката.

39 Четирите имат общо $27 + 23 = 50$ диска, а Олга и Юлия – $50 - 25 = 25$ диска.

40 Сборът $118 + 130 + 132 = 380$ е удвоеното тегло на тримата. Тогава общо тримата ще тежат $380 : 2 = 190$ кг. Ангел тежи $190 - 118 = 72$ кг, Мартин – $190 - 130 = 60$ кг и Никола – $190 - 132 = 58$ кг.

41 От $(3845 - 17) : 3 = 1276$ ученика, намираме учениците в първите две училища. В третото са $1276 + 17 = 1293$ ученика.

42 Понеже 40 кокошки имат 80 крака, то овцете имат 80 крака, а броят им е $80 : 4 = 20$. Всичките животни са $40 + 20 = 60$.

43 Не, защото сборът на 13 нечетни числа е също нечетно число, а топките са 94.

44 При всяко скъсване парчетата се увеличават с 2, защото са били 1, а стават 3. От $(29 - 13) : 2 = 16 : 2 = 8$ следва, че скъсаните листове са 8.

45 Междузъбните пространства са 89. Дължината на гребена е $89 . 1 + 90 . 1 = 179$ мм.

46 Щом половината на половината на половината са 3 десерта, то половината на половината са 6 десерта, а половината са 12 десерта. Тогава цялата опаковка е 24 десерта.

47 Щом двамата са изяли три четвъртинки и още 14 и с това кроасаните са свършили, то 14 кроасана са четвъртина от всичките кроасани. В началото кроасаните са били $14 . 4 = 56$.

48 По условие първа задача не са я решили 5 ученици, втора – 6, трета – 7 и четвърта – 8. Така получаваме, че най-много $5 + 6 + 7 + 8 = 26$ ученици може да не са решили и четирите задачи. Остават още 4 ученици, които са решили всичките задачи.

49 За да вземе най-малко опаковки, Василка трябва да вземе най-много опаковки от 12 броя яйца. От $12 . 5 = 60$ е ясно, че не може да вземе 5 от тези опаковки. Десет яйца не могат да се вземат с останалите опаковки.

От 12 . 4 = 48 и 70 – 48 = 22, а 22 = 2 . 8 + 1 . 6 получаваме броя на опаковките – 4 + 2 + 1 = 7.

50 От 1 + 4 + 5 + 6 + 9 + 10 + 11 + 14 =
= (1 + 9) + (6 + 14) + (4 + 5 + 11) + 10 = 10 + 20 + 20 + 10 = 60
следва, че всеки подарък ще е със стойност 60 : 3 = 20 лв.
Групирането може да е така:

I подарък – 14 + 6 = 20 лв.,
II подарък – 11 + 9 = 20 лв.,
III подарък – 1 + 4 + 5 + 10 = 20 лв.
Друга възможност е 14 + 1 + 5 = 20 лв., 11 + 9 = 20 лв. и 4 + 6 + 10 = 20 лв.

51 Третото число по страната AC е 6. Върху страната BC ще има цифри, чийто сбор е 15 – 4 = 11. Представяме 11 = 9 + 2 или 11 = 8 + 3 (не могат да се използват повече цифрите 4, 5 и 6). Така получаваме следните четири възможности:

4	4	4	4
6 9	6 2	6 3	6 8
5 8 2	5 1 9	5 2 8	5 7 3

Сборът на цифрите е 29 или 22, или 28, или 33.

10 Задачи с практико-приложен характер

1 В книжарницата са останали 116 – (116 – 40) : 2 = 78 тетрадки.

2 Цветята са 23 + (23 + 19) + 56 = 121 на брой.

3 На рафта са останали 42 – 4 . 2 = 34 книги.

4 Нина е на 18 години, а Марина е на 14 години.

5 14 : 2 – 3 = 4 кайсии.

6 (24 + 7) – 3 = 28 деца.

7 (30 + 30) + (30 + 30) = 120 диска.

8 500 – 6. 50 = 200 ст. = 2 лв.

9 20 + 35 +2 . (35 – 20) = 85 деца.

10 990 – (200 + 3 . 200) = 190 г е кашкавалът.

11 (32 : 2) : 8 = 2 лв. е цената на една тетрадка.

12 Най-малкото число, което се дели на 3 и 4, е 12. Тогава за 12 часа моята костенурка ще измине 20 . 4 = 80 метра, а тази на Христина – 28 . 3 = 84 метра. Понеже 84 > 80, то костенурката на Христина е по-бърза.

13 6 + 2 . (6 – 2) = 14 лева.

14 С 36 килограма.

15 150 – 30 =120 учени не знаят английски и руски. Тези, които знаят и двата езика, са (78 + 65) – 120 = 23.

16 Мартеницата на Валя е 5 см, а на Наталия – 3 см. Най-къса е мартеницата на Наталия.

17 Всичките колела са 72.

18 Броят на дъвките е 28 . 300 = 8400.

19 $5 + 4 = 9$ диска.

20 $200 - (35 \,.\, 3 + 25) = 70$ стотинки.

21 $5 \,.\, 2 + 5 \,.\, 3 = 25$ лева.

22 От $12 : 2 = 6$ лв. е едната третина. Петко похарчил 6 лв.

23 Петте десерта са с 3 повече от 2 десерта и те струват 240 ст. Тогава един десерт струва $240 : 3 = 80$ стотинки.

24 $24 : 2 + 78 : 3 = 38$ са засадените цветя за 1 час.

25 Преди 3 години Марин е бил на 10 години, а Кирил – на 9 години. След 4 години Кирил ще е на 13 години, но 3 от тези години са минали. След 1 година ще е на 13 години.

26 $(12 \,.\, 5) : 10 = 6$ чинийки.

27 $1 \,.\, 100 + 5 \,.\, 20 + 10 \,.\, 5 + 6 \,.\, 2 + 8 \,.\, 1 = 270$ лв.

28 Листата в началото са били $12 \,.\, 10 \,.\, 20 = 2400$. От $2400 : 100 = 24$ намираме, че 24 са стотиците и от тях са обрулени по 6 листа, т.е. $24 \,.\, 6 = 144$ листа. Остават $2400 - 144 = 2256$ листа.

29 $7 + 7 \,.\, 5 + 5 \,.\, 3 = 57$ са гостите.

30 Понеже 17 сладоледа са с 2 повече от 15 сладоледа, то тези 2 сладоледа струват $30 + 50 = 80$ стотинки. Всичките пари са $15 \,.\, 40 + 30 = 630$ ст. $= 6$ лв. и 30 ст.

31 Цената на списанието е $(100 + 180) + 20 = 300$ ст. $= 3$ лв.

32 Общата площ на паркинга е $28 \,.\, 36 = 1008$ кв. м. Площта за паркиране е $1008 - 60 = 948$ кв. м. Броят на колите, които могат да се паркират, е $948 : 12 = 79$.

33 От $120 - 25 = 95$ намираме, че отстранените мъже са 95. Те са третина от всичките, откъдето намираме, че всичките мъже са $95 \,.\, 3 = 285$. Броят на явилите се жени на кастинга е $323 - 285 = 38$.

34 За последните 90 души не е достигнало сиренето, което означава $90 \,.\, 1 = 90$ опаковки. Тези 90 опаковки идват от 18 души по 2 опаковки, т.е. 36 опаковки. Така остават $90 - 36 = 54$ опаковки – от тези, които са взели по 2, което показва, че те са 54 души. Доставените опаковки са $18 \,.\, 3 + 54 \,.\, 2 = 162$ броя.

35 От 10 мм = 1 см получаваме, че 15 стъпки ще дадат 15 см, което е един скок на жабока. Тогава $15 \,.\, 12 = 180$ стъпки на костенурката са равни на 12 скока на жабока.

36 Пътят на отиване и връщане е един и същи. Щом с колело в двете посоки движението е 1 час = 60 минути, то в едната посока времето с колело е 30 минути. За отиване с колело и връщане пеша се губят 3 часа, което дава, че едното разстояние пеша се минава за 2 часа и 30 минути, а в двете посоки ще е за 5 часа.

11 Метод на изчерпването

1 Търсените числа се намират в близост с числото 100. Започваме със 100 и търсим такова двуцифрено число, че разликата да е 4. Ясно е, че това е двойката 100 и 96. След това разглеждаме 101 и 97, 102 и 98 и 103 и 99.

2 16, 25, 34, 43, 52, 70.

3 Търсените числа са измежду 41, 42, 43, ..., 57, 58, 59. С непосредствена проверка намираме, че числата 41, 42, 44, 45, 48, 51, 52 и 55 изпълняват условието на задачата.

4 Търсим числа измежду 11, 12, 13, ..., 37, 38, 39 с посоченото свойство. Така стигаме до извода, че числата са 12, 18, 20, 21, 24, 27, 30 и 36.

5 Очевидно седемте цифри не са 0. Ако те са единици, то сборът им е 7 и за осмото остава 13, което не е цифра. Ако седемте са двойки, то от $7 . 2 = 14$ за последното остава да е цифрата 6. Възможно ли е да са тройки седемте цифри? От $7 . 3 = 21 > 20$ получаваме, че това е невъзможно.

6 Умножаваме делителя 356 последователно с 2, 3, 4 и т.н. и сравняваме получения резултат с числото 1567. Така намерените произведения ще се делят на 356. От $356 . 2 = 712$ намираме число, което се дели на 356, но дали е най-близо до 1567? За целта намираме разликата $1567 - 712 = 855$. Понеже $855 > 356$, то 712 не е най-близкото число до 1567. Следващото по-голямо число от 712, което се дели на 356, е $356 . 3 = 1068$ и $1567 - 1068 = 499$. Отново $499 > 356$. Продължаваме да търсим по-близко число. От $356 . 4 = 1424$ и $1567 - 1424 = 143$ и $143 < 356$ правим извода, че търсеното число е 1424.

7 Търсената година има записа $\overline{18ab}$. От $1 + 8 + a + b = 15$ намираме, че $a + b = 6$. Всички възможности на a и b са:

a	0	1	2	3	4	5	6
b	6	5	4	3	2	1	0

Проверяваме кое от числата $\overline{18ab}$ се дели на 57 и установяваме, че това е числото 1824.

8 Решение може да се получи с нарастване на годините на двамата и сравняването им.

Години на бащата	26	27	28	29	30	31	32	33
Години на сина	4	5	6	7	8	9	10	11

Само за двойката години 33 и 11 се изпълнява условието на задачата. Това ще стане след 8 години.

9 Най-малкият брат е получил по-малко от $8 = 24 : 3$ ябълки. От друга страна, броят на ябълките му трябва да се дели на 4, защото половината от ябълките му се делят на 2. Понеже 7, 6 и 5 не се делят на 4, то най-малкият брат е получил 4 ябълки. За другите двама остават 20. Средният е получил по-малко от най-големия, т.е. получил е по-малко от 10 ябълки и в същото време повече от 4. Броят на ябълките му отново се дели на 4. Измежду числата 5, 6, 7, 8, 9 само 8 притежава това свойство. Това са ябълките с дадената ябълка от малкия брат, т.е. $8 = 7 + 1$. Така средният брат е имал 7 ябълки, а за най-големия остават 13 ябълки.

10 Нека броят на марките от 2 лв. е x. Тогава броят на марките от 1 лв. е $10 . x$, а от 5 лв. – y. От уравнението $2 . x + 10 . x . 1 + 5y = 100$ или $12 . x + 5y = 100$ получаваме, че $x = 0, 1, 2, ..., 8$. С проверка в уравнението установяваме, че при $x = 0$, $y = 20$ и при $x = 5$, $y = 8$.

11 Нека положените изпити през първите четири година са x, y, z и v. По условие $x < y < z < v$, а през петата година те са $3 . x$ и $x < y < z < v < 3x$. Ако $x = 1$, тогава $3 . x = 3$ и за останалите три години остават 27 изпита, които трябва да се разпределят така, че всяка следваща година да са повече и да са по-малко от 3, което е невъзможно.

Нека $x = 2$, тогава $3 . x = 6$ и отново 23 изпита не могат да се разделят между трите години и да се изпълнят свойствата, защото $3 + 4 + 5 = 12 < 23$.

Нека $x = 3$, тогава $3 . x = 9$. Изпитите за втората, третата и четвъртата година са $31 - 12 = 19$. От $4 + 5 + 6 < 19$ и от $6 + 7 + 8\ 21 > 19$ стигаме до извода, че изпитите са $5 + 6 + 8 = 19$. Така получихме, че през четвъртата година са положени 8 изпита.

12 Нека банкнотите от 2 лева са x на брой, а тези от 5 лева – y. Така получаваме уравнението $2 . x + 5 . y = 23$. Знаем, че всяко събираемо е по-малко от сбора. Тогава от $5 . y < 23$ получаваме следните възможности за y: 0 или 1, или 2, или 3, или 4. Понеже 23 е нечетно число, то четните стойности за y отпадат и проверяваме с $y = 1$ и $x = 3$. Така получаваме следните възможности $x = 9$, $y = 1$ и $x = 4$, $y = 3$.

13 Първо ще установим колко цифрени са числата. Могат ли да са двуцифрени? От $99 . 99 = 9801 < 65125$ получаваме, че те не са двуцифрени. Могат ли да са четирицифрени? От $1000 . 1000 = 1000000 > 62125$ правим извода, че не са четирицифрени. Така получаваме, че са трицифрени. Щом произведението им завършва на 5, то поне едно от числата ще завършва на 5, т.е. има вида $\overline{ab5}$, а огледалното му е $\overline{5ba}$. Очевидно $\overline{ab5} > 500$, откъдето $\overline{ab5} . \overline{5ba} > \overline{ab5} . 500$ или $65125 > \overline{ab5} . 500$. Тогава $\overline{ab5} < 65125 : 500 < 131$. Трицифрените числа, които завършват на 5 и са по-малки от 131, са 105, 115 и 125. С непосредствена проверка се установява, че търсеното число е 125, а огледалното му число е 521.

12 Геометрични фигури

1 (В)

2 (В)

3 (А)

4 (Б)

5 (Г)

6 (В)

7 (Б)

8 (А)

9 (А)

10 Ⓑ

11 8 см.

12 6 дм.

13 2. $(20 + 13) = 66$ см.

14 Страната на квадрата е 2 см, а размерите на правоъгълниците са 7 см и 2 см (обяснете защо). Обиколката е 36 см.

15 Постройте 2 прави през една точка и пребройте частите, на които се разделя листът. Направете ги 3 прави и установете зависимостта.

16 Ⓑ

17 Ⓑ

18 27 захарни петлета.

19 Обиколката е 80 см.

20 Сборът от размерите на вертикалните части е 5 м, а от хоризонталните части е 7 м.

21 От дадените квадратчета могат да се образуват два правоъгълника – единият от 10 квадратчета в един ред, а другият – 2 реда по 5 квадратчета.

22 Страните на правоъгълника са 16 см и 8 см, а страната на квадрата е 12 см.

23 Всичките отсечки са AB, BC, CD, AC, BD и AD. Търсената дължина е 35 см.

24 Обиколката на триъгълника е по-голяма от тази на правоъгълника.

25 От условието следва, че 66 дм са сбор от 2 . 15 дм и дължината в сантиметри, откъдето следва, че дължината е 36 см.

26 Обиколката на квадрата е 240 см, а обиколката на правоъгълника: $400 - 240 = 160$ см. Ако широчината на правоъгълника е x см, то дължината е $3 . x$ см и $2 . (x + 3 . x) = 160$, откъдето широчината е $x = 20$ см.

27 Общата дължина на всички клечки е $5 . 1 + 3 . 2 + 3 . 3 + 1 . 5 = 25$ см, което е нечетно число и трябва да е обиколка на правоъгълник. Така установяваме, че не е възможно да се построи правоъгълник.

28 По условие $2 . (AB + BC) = 42$ или $AB + BC = 21$ см. Понеже $AB + BC + AC = 36$, то $21 + AC = 36$, откъдето $AC = 15$ см.

29 Ако съберем обиколките на квадрата и правоъгълника, ще получим $12 + 12 = 24$ см. Тук два пъти е броена отсечката MD, която не участва в обиколката на фигурата. Търсената обиколка е $24 - 2 . MD = 24 - 2 . 3 = 18$ см.

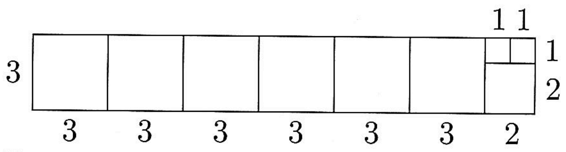
30 Обиколката на един от правоъгълниците се състои от две страни на квадрата и две техни половинки, което означава три страни на квадрата. От $66 : 3 = 22$ намираме, че страната на квадрата е 22 см, а обиколката му $22 . 4 = 88$ см.

31 Страната на квадрата и широчината на правоъгълника са по 9 см, а дължината на правоъгълника е 18 см. Търсеното лице е равно на 162 кв. см.

32 Дължината на правоъгълника е 24 см, широчината му е 10 см, а обиколката му – 68 см.

33 Нека втората страна на правоъгълника е x. От връзката между лицата на двата правоъгълника получаваме $18 \, . \, x = 13 \, . \, x + 30$ или $5x = 30$, откъдето $x = 6$ см.

34



Разрязването е показано на чертежа.

35 Дължината на начупената линия $ABCD$ се състои от две от страните на малкия квадрат и две от страните на големите квадрати. Понеже страната на всеки от големите квадрати е 4 пъти по-голяма от страната на малкия квадрат, то 10 страни на малкия квадрат задават дължината на $ABCD$, откъдето страната на малкия квадрат е 3 см, а на големия квадрат – 12 см. Лицето на фигурата е $4 \, . \, 12 \, . \, 12 + 3 \, . \, 3 = 585$ кв. см. В обиколката на цялата фигура участват 8 от страните на големите квадрати и 4 отсечки с дължината на малкия квадрат. Търсената обиколка е $8 \, . \, 12 + 4 \, . \, 3 = 108$ см.

36 За 1 стъпало – 1 кубче, за 2 стъпала – $1 + 2 = 3$ кубчета, за 3 стъпала – $1 + 2 + 3 = 6$ кубчета, ..., за 15 стъпала – $1 + 2 + ... + 15 = 120$ кубчета.

37 Кубът A е съставен от 512 кубчета и има обем 4096 куб. см.

Използвана литература

1. Дойчев, С. Метод на изчерпването. Математика+, бр. 2, 1996. ISSN: 0861-8321.

2. Кънчев, Е. и др. Математически турнир „Иван Салабашев“. УНИМАТ СМБ, 2008. ISBN: 978-854-8880-30-5.

3. Лесов, Х. Огледални числа. Математика+, бр. 4, 1995. ISSN: 0861-8321.

4. Рангелова, П. Аз решавам задачи по математика (учебно пособие за IV клас). Макрос 2000, Пловдив, 1992.

5. Раковска, Д. и др. Математически състезания 4.–7. клас (четвърто допълнено издание). Регалия 6, София, 2007. ISBN: 978-954-745-115-5.

6. Симеонова, К., И. Старибратов, В. Симеонов. Сборник по математика за извънкласна работа в IV клас. Изкуства, София, 2011. ISBN: 978-954-9463-10-1.

7. Стоева, Т., М. Лилкова, П. Нинкова. Софийски математически турнир 2.–7. клас. Изкуства, София, 2011. ISBN: 978-954-9463-65-1.

8. Списание „Математика“. ISSN: 0204-6881.

Пенка Рангелова
Аз решавам задачи за математически състезания
За ученици от 2. до 4. клас

Българска, I издание, 2015 г.

Корица и компютърен дизайн: Атанас Чакъров
Илюстрации: czibo, www.dreamstime.com
Коректор: Жанет Желязкова
Печат: „Абагар“ АД – Велико Търново

Формат 70 x 100 / 16
Печатни коли 7

КОАЛА ПРЕС
Пловдив
ул. „Атанас Каменаров“ № 11
тел./факс: (032) 642 102

София
ул. „Поручик Христо Топракчиев“ № 11
ет. 2, офис 24
мобилен: 0896 829 244

www.koalapress.com
www.facebook.com/koalapress