

求函数 $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ 在附加条件 $x + y + z = 1$ 下的最小值。

(2018) 将长为 $2m$ 的铁丝分为三段, 依次围成圆、正方形与正三角形, 三个图形的面积之和是否存在最小值? 若存在, 求出最小值。

(2010) 求函数 $u = xy + 2yz$ 在约束条件 $x^2 + y^2 + z^2 = 10$ 下的最大值和最小值。

求表面积为 a^2 而体积为最大的长方体的体积。（其中 $a > 0$ ）

(2013) 求曲线 $x^3 - xy + y^3 = 1 (x \geq 0, y \geq 0)$ 上的点到坐标原点的最长距离和最短距离。

《课堂练习》

求函数 $u = xyz$ 在附加条件 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{a} (x > 0, y > 0, z > 0, a > 0)$ 下的极小值。

【答案】 $u(3a, 3a, 3a) = 27a^3$ 为极小值