总框架（公共部分）

一、 计算

（1） 微分 $\begin{cases}\text{一元}\\ \text{二元}\end{cases}$

（2） 积分 $\begin{cases}\text{一重}\\ \text{二重}\end{cases}$

二、 应用

（1） 几何应用

（2） 微分方程

三、 高中延伸类

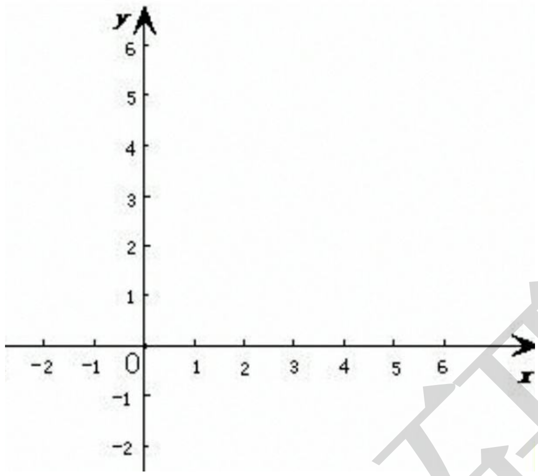
（1） 代数：不等式证明 → 微分中值定理

（2） 几何：无

四、 其他（极限）

普通函数的定积分

一、基本概念



定积分 已知函数 $y=f(x)$，由x轴，$x=a, x=b$和$f(x)$所围成的图形的面积，叫作定积分，用$\int_a^b f(x)$表示。

积分下限和积分上限 其中，a叫做积分下限，b叫做积分上限。

二、基本公式

（1）换脸公式：定积分只与被积函数和积分限有关，而与积分变量无关，即

$$\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(t)dt=\int_a^b f(u)du=\cdots$$

（2）取反公式：$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$

（3）加法公式：$\int_a^b [f(x)\pm g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx\pm\int_a^b g(x)dx$

（4）乘法公式（数乘）：$\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$（$k$为常数）

（5）拼接公式：$\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$

（6）降级公式：$\int_a^b dx=b-a$（其中$b-a$表示线段ab的长度）

（7）比较定理：若 $f(x)\le g(x)$, 则$\int_a^b f(x)dx\le\int_a^b g(x)dx$

三、定积分的主要题型

（1）普通函数的定积分

（2）特殊函数的定积分

（3）变限积分

简称："肯定普特变"

四、普通函数"定积分"的一般求法

设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续

（1）$\int f(x)dx = F(x)+C$

（2）$\int_a^b f(x)dx = F(x)\big|_a^b = F(b)-F(a)$

其中，（2）式称为牛顿—莱布尼兹公式

五、换元法和交换法在"定积分"中的简化

（1）换元法

设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，若 $x=\varphi(t)$，$\varphi(\alpha)=a$，$\varphi(\beta)=b$，

$$\int_a^b f(x)dx \underline{\underline{\ x=\varphi(t)\ }} \int_\alpha^\beta f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt$$

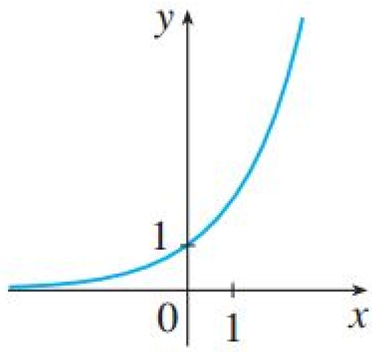
（2）交换法

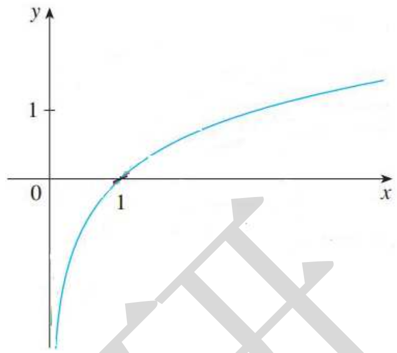
设 $u(x), v(x)$ 在 $[a,b]$ 上具有连续导函数 $u'(x), v'(x)$，则

$$\int_b^a u(x)dv(x) = u(x)v(x)\big|_b^a - \int_b^a v(x)du(x)$$

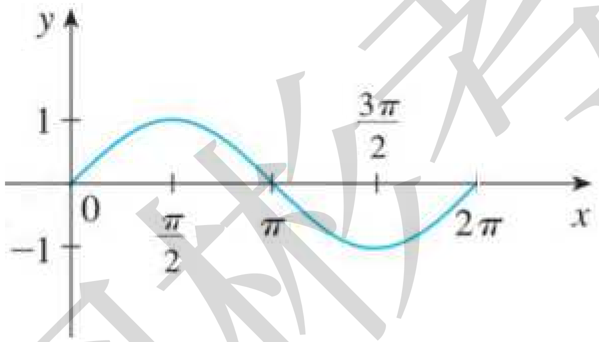
六、基本函数的图像（复习）

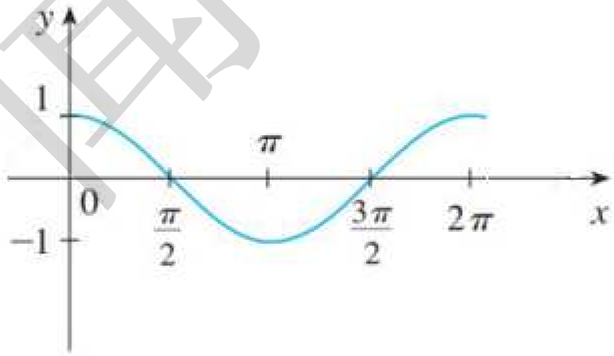
（1）指数与对数



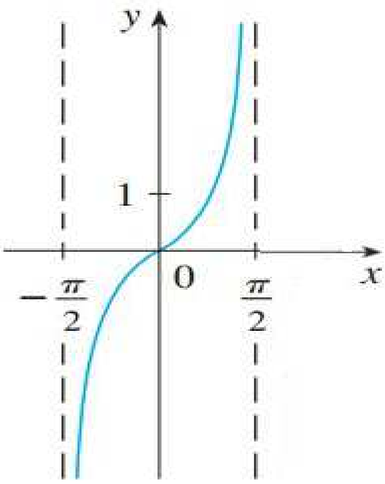


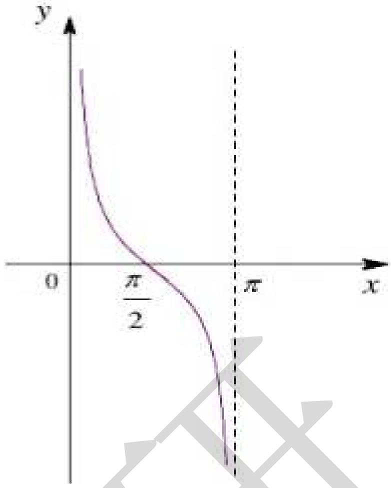
（2）正弦与余弦



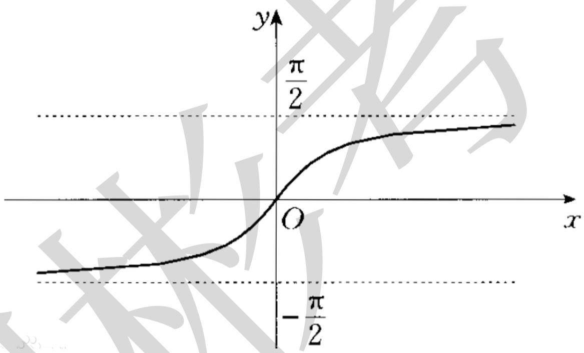


（3）正切与余切

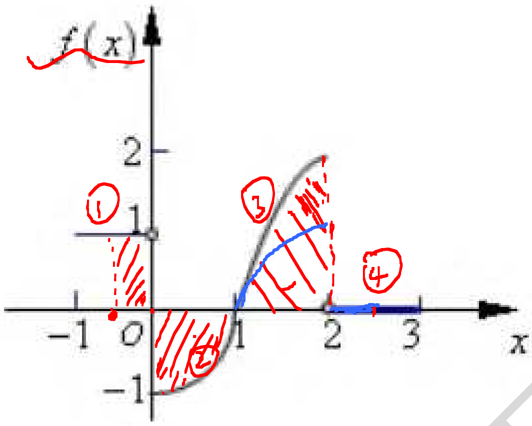




（4）反正切



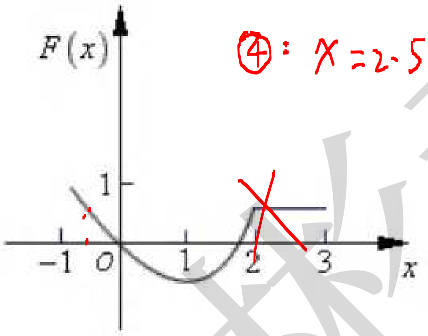
(2009) 设函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-1,3]$ 上的图形为



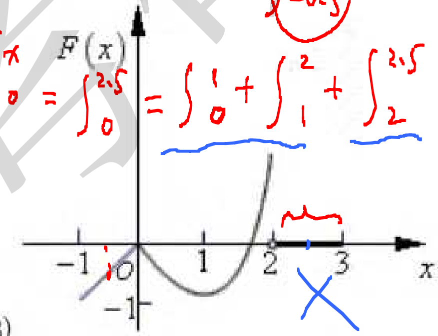
则函数 $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ 的图形为 （ D ）

①：$x=-0.5$时，$\int_0^x = \int_0^{-0.5} = -\int_{-0.5}^0 = -?$

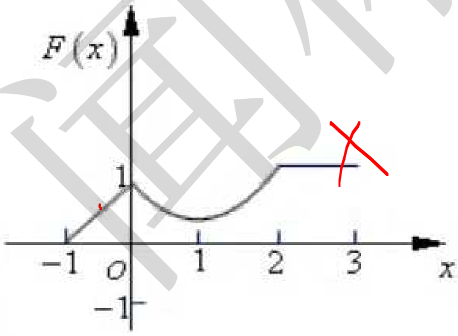
④：$x=2.5$时，$\int_0^x = \int_0^{2.5} = \int_0^1 + \int_1^2 + \int_2^{2.5} = (+?) + 0 = +?$



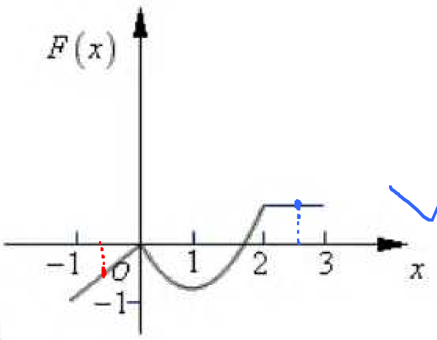
(A)



(B)



(C)



(D)

(2010) $\int_0^{\pi^2}\sqrt{x}\cos\sqrt{x}\,dx=$ $\underline{\ -4\pi\ }$.

解：$\xrightarrow[\substack{x=t^2\\ dx=2t\,dt}]{\sqrt{x}=t}$ $\int_0^{\pi} t\cos t\cdot 2t\,dt=2\int_0^{\pi}t^2\cos t\,dt=2\int_0^{\pi}t^2\,d\sin t$

$=2\left(t^2\sin t\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\sin t\cdot 2t\,dt\right)$

$=2\times\left(-2\int_0^{\pi}t\sin t\,dt\right)=+4\int_0^{\pi}t\,d\cos t$

$=4\left(t\cos t\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\cos t\,dt\right)$

$=4\left(\pi\cos\pi-0-\sin t\Big|_0^{\pi}\right)$

$=4(-\pi-0)$

$=-4\pi$

（2014）设 $\int_0^a xe^{2x}dx=\frac{1}{4}$，则 $a=$ $\underline{\frac{1}{2}}$.

解：$\sim=\frac{1}{2}\int_0^a xe^{2x}d(2x)=\frac{1}{2}\int_0^a x\,de^{2x}=\frac{1}{2}\left(xe^{2x}\Big|_0^a-\int_0^a e^{2x}dx\right)$

$=\frac{1}{2}\left(a\cdot e^{2a}-0-\frac{1}{2}\int_0^a e^{2x}d(2x)\right)$

$=\frac{1}{2}\left(a\cdot e^{2a}-\frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^a\right)$

$=\frac{1}{2}\left[a\cdot e^{2a}-\frac{1}{2}\left(e^{2a}-e^{0}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}a\cdot e^{2a}-\frac{1}{4}e^{2a}+\frac{1}{4}$

$=\underbrace{e^{2a}\left(\frac{1}{2}a-\frac{1}{4}\right)}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

$e^{2a}\left(\frac{1}{2}a-\frac{1}{4}\right)=0$

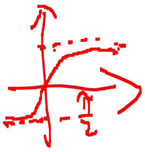
$\because e^{2a}\neq 0$，$\therefore \frac{1}{2}a-\frac{1}{4}=0$，$\frac{1}{2}a=\frac{1}{4}$，$a=\frac{1}{2}$

（2014）求下列定积分：

（1）$\int_{-\infty}^{1} \frac{1}{x^2+2x+5}dx$ （2）$\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}dx$ （3）$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^2}dx$

解：(1) $\sim = \int_{-\infty}^{1} \frac{1}{(x+1)^2+2^2}dx$

$= \frac{1}{2}\arctan\frac{x+1}{2}\Big|_{-\infty}^{1}$



$= \frac{1}{2}(\arctan 1 - \arctan -\infty)$

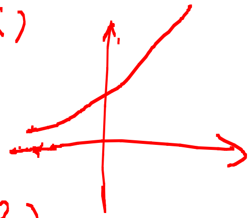
$= \frac{1}{2}(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2})$

$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\pi$

$= \frac{3}{8}\pi$

(2) $\sim = \int_0^{+\infty} e^{-x^2} d\frac{x^2}{2}$

$= -\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} e^{-x^2} d(-x^2)$



$= -\frac{1}{2}e^{-x^2}\Big|_0^{+\infty}$

$= -\frac{1}{2}(e^{-\infty} - e^0)$

$= -\frac{1}{2}(0-1)$

$= \frac{1}{2}$

(3) $\int_0^{+\infty} \arctan x \cdot \frac{1}{1+x^2} dx = \int_0^{+\infty} \arctan x \, d\arctan x$

$= \frac{(\arctan x)^2}{2}\Big|_0^{+\infty}$

$= \frac{1}{2}[(\arctan +\infty)^2 - 0]$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\pi^2}{4} = \frac{\pi^2}{8}$

特殊函数的定积分

一、定积分的主要题型

（1）普通函数的定积分

（2）特殊函数的定积分

（3）变限积分

简称："肯定普特变"

二、特殊函数的类型

（1）奇函数和偶函数

（2）周期函数

（3）半圆函数

（4）$\sin x$和$\cos x$的n次方

简称"特奇周半死"

三、常用公式

（1）奇函数和偶函数

$f(x)$为奇函数：$\int_{-l}^{l} f(x)dx=\int_{0}^{l}[f(x)+f(-x)]dx=0$

$f(x)$为偶函数：$\int_{-l}^{l} f(x)dx=\int_{0}^{l}[f(x)+f(-x)]dx=2\int_{0}^{l} f(x)dx$

（2）周期函数

$f(x)$ 为以 T 为周期的周期函数：$\int_{a}^{a+T} f(x)dx=\int_{0}^{T} f(x)dx$

（3）半圆函数：$y=\sqrt{a^2-x^2}$

$$\int_{-a}^{a}\sqrt{a^2-x^2}dx=S_{半圆}=\frac{1}{2}S_{圆}=\frac{1}{2}\pi r^2=\frac{1}{2}\pi a^2$$

$$\int_{0}^{a}\sqrt{a^2-x^2}dx=\frac{1}{4}S_{圆}=\frac{1}{4}\pi r^2=\frac{1}{4}\pi a^2$$

（4）$\sin x$和$\cos x$的n次方

$$n\text{为偶数：}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n xdx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n xdx = \frac{n-1}{n}\cdot\frac{n-3}{n-2}\cdots\frac{1}{2}I_0$$

$$n\text{为奇数 ：}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n xdx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n xdx = \frac{n-1}{n}\cdot\frac{n-3}{n-2}\cdots\frac{2}{3}I_1$$

$$\text{其中,}\begin{cases} I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^0 xdx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^0 xdx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \dfrac{\pi}{2} \\ I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin xdx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos xdx = \sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 \end{cases}$$

四、总结

（1）只有在特殊区间内才可以使用以上公式

（2）特殊函数的特殊区间，简称“双特”

奇 ← $\sin x \cdot \dfrac{1}{1+\cos x}$ → 偶

求下列定积分：

（1）[2015] $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\sin x}{1+\cos x}+|x|\right)dx$

解：$\because \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$ 为奇函数

$|x|$ 为偶函数

$\therefore \sim = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |x| dx$

$= 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx$

$= \cancel{2} \times \dfrac{x^2}{\cancel{2}}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \dfrac{\pi^2}{4} - 0$

$= \dfrac{\pi^2}{4}$

（2）[2012] $\int_0^2 x\sqrt{2x-x^2}\,dx$

解：方法一：$2x-x^2 = -(x^2-2x) = -[(x-1)^2-1]$

$= 1-(x-1)^2$

$\therefore \sim = \int_0^2 x\sqrt{1-(x-1)^2}\,dx$

令 $x-1=\sin t$

$x = \sin t + 1$

$dx = \cos t\, dt$

$\therefore \sim = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin t + 1)\cos^2 t\, dt$

$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin t \cos^2 t\, dt + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t\, dt$

$= 0 + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t\, dt$

$= \cancel{2} \times \dfrac{1}{\cancel{2}} I_0 = I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dt = \dfrac{\pi}{2}$

奇 ← $\sin x$ · $\frac{1}{1+\cos x}$ → 偶

求下列定积分：

（1）[2015] $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}+|x|\right)dx$

（2）[2012] $\int_0^2 x\sqrt{2x-x^2}\,dx$

方法二：令 $t=x-1$，$x=t+1$

则 $\sim=\int_{-1}^{1}(t+1)\sqrt{2(t+1)-(t+1)^2}\,dt$

$=\int_{-1}^{1}(t+1)\sqrt{(t+1)[2-(t+1)]}\,dt$

$=\int_{-1}^{1}(t+1)\sqrt{(t+1)(1-t)}\,dt$

$=\int_{-1}^{1}(t+1)\sqrt{1-t^2}\,dt$

$=\int_{-1}^{1}t\sqrt{1-t^2}\,dt+\int_{-1}^{1}\sqrt{1-t^2}\,dt$ 半

$=0+\frac{1}{2}\pi r^2=\frac{1}{2}\pi$

解：方法一：$2x-x^2=-(x^2-2x)=-[(x-1)^2-1]$

$=1-(x-1)^2$

$\therefore\sim=\int_0^2 x\sqrt{1-(x-1)^2}\,dx$

令 $x-1=\sin t$

$x=\sin t+1$

$dx=\cos t\,dt$

$\therefore\sim=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin t+1)\cos^2 t\,dt$

$=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin t\cos^2 t\,dt+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\,dt$

$=0+2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\,dt$

$=\cancel{2}\times\frac{1}{\cancel{2}}I_0=I_0=\int_0^{\frac{\pi}{2}}dt=\frac{\pi}{2}$

求下列定积分：

（1）[2017] $\int_{-\pi}^{\pi}\left(\sin^3 x+\sqrt{\pi^2-x^2}\right)dx$ 奇 偶

（2）$\int_{-3}^{3}\left[x^2\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)-\sqrt{9-x^2}\right]dx$ 偶 奇

解：(1) $\sim = 2\int_0^{\pi}\sqrt{\pi^2-x^2}\,dx$

$= 2\times\frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi\cdot\pi^2$

$= \frac{1}{2}\pi^3$

(2) 令 $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

则 $f(-x)=\ln\left(-x+\sqrt{1+x^2}\right)$

$f(x)+f(-x)=\ln\left[(1+x^2)-x^2\right]$

$=\ln 1=0$

$\therefore f(x)$ 为奇函数

$\therefore \sim = -\int_{-3}^{3}\sqrt{9-x^2}\,dx$ 半

$= -\frac{1}{2}\pi r^2 = -\frac{1}{2}\pi\cdot 3^2 = -\frac{9}{2}\pi$

求下列定积分：

（1）[2016] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4\theta d\theta$

（2）$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \arctan x + \cos^7 x + \sin^8 x)dx$

偶 奇 偶 偶

解：(1) $\sim = \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} I_0$

$= \frac{3}{8}\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta$

$= \frac{3}{8}\cdot\frac{\pi}{2}$

$= \frac{3}{16}\pi$

(2) $\sim = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^7 x + \sin^8 x)dx$

$= 2\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^8 x dx\right)$

$= 2\left(\frac{6}{7}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3} I_1 + \frac{7}{8}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} I_0\right)$ 　$I_1 \to 1$, $I_0 \to \frac{\pi}{2}$

$= 2\left(\frac{16}{35} + \frac{35}{256}\pi\right)$

[2018]求定积分 $\int_0^{2\pi}(1-\cos t)^3 dt$

调1法

解：

$$\sim=\int_0^{2\pi}\left[1-\left(1-2\sin^2\frac{t}{2}\right)\right]^3 dt$$

$$=\int_0^{2\pi}\left(2\sin^2\frac{t}{2}\right)^3 dt$$

$$=8\times 2\int_0^{2\pi}\sin^6\frac{t}{2}\,d\frac{t}{2}$$

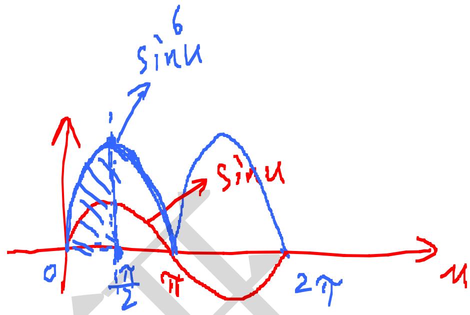
$$\overset{\frac{t}{2}=u}{=\!=}16\times\int_0^{\pi}\sin^6 u\,du$$

死

$$=16\times 2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^6 u\,du$$

$$=\cancel{32}\times\left[\frac{5}{\cancel{6}}\cdot\frac{3}{\cancel{4}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\pi}{\cancel{2}}\right]$$

$$=5\pi$$



变限积分

一、定积分的主要题型

（1）普通函数的定积分

（2）特殊函数的定积分

（3）变限积分

简称：“肯定普特变”

二、变限积分的基本公式

设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则

$$\left(\int_a^x f(t)dt\right)'_x = f(x)$$

三、推论

（1）$\left(\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right)'_x = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)$

步骤：

①将变限积分中的 $\varphi(x)$ 放到下面

②然后再对 $\varphi(x)$ 求导

简称：变下面一撇

（2）$\left(\int_{\psi(x)}^{\varphi(x)} f(t)dt\right)'_x = f[\varphi(x)]\varphi'(x) - f[\psi(x)]\cdot\psi'(x)$

（3）$\left(\int_a^{\varphi(x)} f(t)g(x)dt\right)'_x = \left(g(x)\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right)'_x$

$= g'(x)\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt + g(x)f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)$

（2019）已知 $f(x)=\int_{1}^{x}\sqrt{1+t^4}\,dt$，则 $\int_{0}^{1}x^2 f(x)dx=$ $-\frac{1}{18}(2\sqrt{2}-1)$.

解：

$f'(x)=\sqrt{1+x^4}$

$$\int_0^1 x^2 f(x)\,dx=\frac{1}{3}\int_0^1 f(x)\,dx^3=\frac{1}{3}\left(f(x)\cdot x^3\Big|_0^1-\int_0^1 x^3 f'(x)\,dx\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(0-\int_0^1 x^3\sqrt{1+x^4}\,dx\right)$$

$$=-\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\int_0^1\sqrt{1+x^4}\,d(x^4+1)$$

$$\overset{1+x^4=t}{=}-\frac{1}{12}\int_1^2\sqrt{t}\,dt$$

$$=-\frac{1}{12}\times\frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{3}{2}}\Bigg|_1^2$$

$$=-\frac{1}{12}\times\frac{2}{3}\cdot t^{\frac{3}{2}}\Big|_1^2=-\frac{1}{18}\left(2^{\frac{3}{2}}-1\right)$$

$$=-\frac{1}{18}(2\sqrt{2}-1)$$

(2013)计算 $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx$，其中 $f(x)=\int_1^x \frac{\ln(t+1)}{t}dt$.

解： $f'(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}$

$\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx = \int_0^1 f(x)\,d\,2\sqrt{x}$

$= 2\sqrt{x}f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 2\sqrt{x}f'(x)dx$

$= 0 - 2\int_0^1 \sqrt{x}\cdot\frac{\ln(x+1)}{x\sqrt{x}}dx$

$= -2\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}dx$

$= -2\int_0^1 \ln(x+1)\,d\,2\sqrt{x}$

$= -2\left(2\sqrt{x}\ln(x+1)\Big|_0^1 - \int_0^1 2\sqrt{x}\cdot\frac{1}{x+1}dx\right)$

$= -2\left(2\ln 2 - 0 - 2\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1}dx\right)$

$= -4\ln 2 + 4\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1}dx$

$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1}dx \xlongequal[x=t^2]{\sqrt{x}=t} \int_0^1 \frac{t}{t^2+1}\cdot 2t\,dt$

$dx = 2t\,dt$

$= 2\int_0^1 \frac{t^2}{t^2+1}dt = 2\int_0^1 \frac{t^2+1-1}{t^2+1}dt$

$= 2\int_0^1 \left(1-\frac{1}{t^2+1}\right)dt$

$= 2\left(\int_0^1 dt - \int_0^1 \frac{1}{t^2+1}dt\right)$

$= 2\left(1 - \arctan t\Big|_0^1\right)$

$= 2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$

$\therefore$ 原式 $= -4\ln 2 + 4\times 2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$

$= -4\ln 2 + 8\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$

$= -4\ln 2 + 8 - 2\pi$

（2009）曲线$\begin{cases} x=\int_0^{1-t} e^{-u^2}du \\ y=t^2\ln\left(2-t^2\right) \end{cases}$在（0，0）处的切线方程为 $y=2x$.

解：$\frac{dx}{dt}=x'_t=e^{-(1-t)^2}\cdot(-1)\Big|_{t=1}=-e^0=-1$

$\frac{dy}{dt}=2t\ln(2-t^2)+\frac{1}{2-t^2}\cdot(-2t)\cdot t^2$

$=2t\ln(2-t^2)-\frac{2t^3}{2-t^2}\Big|_{t=1}=-\frac{2}{1}=-2$

$k=\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}\Big|_{t=1}=\frac{-2}{-1}=2$

$y-0=2(x-0)$

$y=2x$

（2015）设函数 $f(x)$ 连续，$\varphi(x)=\int_0^{x^2} xf(t)dt$，若 ① $\varphi(1)=1$，② $\varphi'(1)=5$，则 $f(1)=$ $\underline{\quad 2 \quad}$.

解：$\varphi'(x)=\left(x\int_0^{x^2}f(t)dt\right)'=\int_0^{x^2}f(t)dt+f(x^2)\cdot 2x\cdot x$

$=\int_0^{x^2}f(t)dt+2x^2f(x^2)$

① $\because \varphi(1)=1$

$\therefore \varphi(1)=\int_0^1 f(t)dt=1$

② $\because \varphi'(1)=5$

$\therefore \varphi'(1)=\int_0^1 f(t)dt+2f(1)=1+2f(1)=5$

$\therefore 2f(1)=4$

$f(1)=2$

（2010）设可导函数 $y=y(x)$ 由方程 $\int_0^{x+y} e^{-t^2}dt = \int_0^x x\sin t^2 dt$ 确定，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0} =$ $\underline{\ -1\ }$.

$=0$　　$y'(0)$

解：两边对 x 求导，得

$$e^{-(x+y)^2}\cdot(x+y)' = \left(x\int_0^x \sin t^2 dt\right)'$$

$$e^{-(x+y)^2}\cdot(1+y') = \int_0^x \sin t^2 dt + x\sin x^2.$$

令 $x=0$，则 $y=0$，代入上式，得

$$e^0\cdot[1+y'(0)] = 0+0$$

$$1+y'(0)=0$$

$\therefore\ y'(0)=-1$