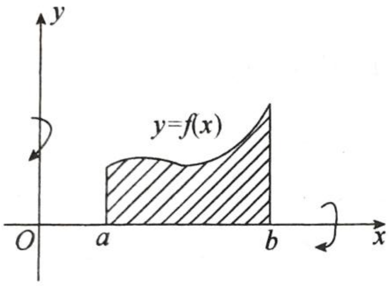
试证明：以下阴影区域绕 x 轴和 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积，分别为

$$V_x=\int_a^b \pi f^2(x)dx \text{ 和 } V_y=\int_a^b 2\pi x f(x)dx \text{。}$$



（2015）设 $A>0$，D 是由曲线段 $y=A\sin x(0\le x\le \frac{\pi}{2})$ 及直线 $y=o, x=\frac{\pi}{2}$ 所形成的平面区域，V_1，V_2 分别表示 D 绕 x 轴与绕 y 轴旋转所成旋转体的体积，若 $V_1=V_2$，求 A 的值。

（2010）设位于曲线 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x\left(1+\ln^2 x\right)}}\left(e\le x<+\infty\right)$ 下方，x 轴上方的无界区域为 G，则 G 绕 x 轴旋转一周所得空间区域的体积是_________.

（2011）曲线 $y=\sqrt{x^2-1}$，直线 $x=2$ 及 x 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转所成的旋转体的体积为________ .

（2013）设 D 是由曲线 $y=\sqrt[3]{x}$，直线 $x=a\ (a>0)$ 及 x 轴所围成的平面图形，V_x,V_y 分别是 D 绕 x 轴和 y 轴旋转一周所形成的立体的体积，若 $10V_x=V_y$，求 a 的值.

（2012）过 $(0,1)$ 点作曲线 $L: y=\ln x$ 的切线,切点为 A,又 L 与 x 轴交于 B 点,区域 D 由 L 与直线 AB 围成,求区域 D 的面积及 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

（2016）设 D 是由曲线 $y=\sqrt{1-x^2}\,(0\le x\le 1)$ 与 $\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}\left(0\le t\le \dfrac{\pi}{2}\right)$ 围成的平面区域，求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。