Informe de Proyecto: Analizador Numérico Interactivo

Herramienta para la Evaluación de Derivadas e Integrales Definidas

Autores

Julio Cesar Martinez
`julio.martinezm@cecar.edu.co`

Alex Javier Betin
`alex.betin@cecar.edu.co`

Asignatura:	Análisis de Técnicas Numéricas
Docente:	Carlos Segundo Cohen Manrique

Corporación Universitaria del Caribe - CECAR

Facultad de Ciencias Básicas, Ingeniería y Arquitectura
Programa de Ingeniería de Sistemas
Sincelejo, Sucre

12 de junio de 2025

Índice

1. Identificación

- **Nombre del Software:** Analizador Numérico Interactivo
- **Autores:** Julio Cesar Martinez, Alex Javier Betin
- **Asignatura:** Análisis de Técnicas Numéricas
- **Institución:** Corporación Universitaria del Caribe - CECAR
- **Fecha de Entrega:** 12 de junio de 2025
- **Tecnologías Utilizadas:**
  - **Backend:** Python, FastAPI, NumPy, SymPy, SciPy.
  - **Frontend:** React, TypeScript, Tailwind CSS, Recharts.

2. Descripción de los Métodos Utilizados

Este software implementa una serie de métodos numéricos clásicos para la aproximación de integrales definidas. Cada método se basa en un principio diferente para estimar el área bajo una curva.

2.1. Regla del Trapecio

Es el método más fundamental. Aproxima el área bajo la curva dividiendo el intervalo en múltiples subintervalos y sumando las áreas de los trapecios formados por estos. Su fórmula es:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)\right]$$

El error de este método es de orden $O(h^2)$.

2.2. Regla de Simpson 1/3

Mejora la regla del trapecio al usar polinomios de segundo grado (parábolas) para aproximar la función en pares de subintervalos. Requiere que el número de subintervalos, n, sea par.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4\sum_{i=1,3,5...}^{n-1} f(x_i) + 2\sum_{j=2,4,6...}^{n-2} f(x_j) + f(x_n)\right]$$

Es exacto para polinomios de hasta grado 3 y su error es de orden $O(h^4)$.

2.3. Regla de Simpson 3/8

Similar a la regla de 1/3, pero utiliza polinomios de tercer grado sobre grupos de tres subintervalos. Requiere que n sea un múltiplo de 3. Es ligeramente más preciso que la regla de 1/3 para el mismo número de puntos, pero menos flexible. Su error también es de orden $O(h^4)$.

2.4. Regla de Boole

Es una extensión de las reglas de Simpson que utiliza un polinomio de cuarto grado sobre grupos de cuatro subintervalos. Requiere que n sea un múltiplo de 4. Su fórmula es más compleja, pero ofrece una precisión aún mayor, con un error de orden $O(h^6)$.

2.5. Integración de Romberg

Es un método de extrapolación. Comienza con la regla del trapecio para diferentes tamaños de paso (n, n/2, n/4, ...) y luego utiliza estos resultados para extrapolar a un valor mucho más preciso. Es un método muy potente y adaptativo, especialmente para funciones suaves. Requiere que n sea una potencia de 2.

3. Metodología Empleada

El desarrollo del software se estructuró en dos componentes principales: un backend para el procesamiento numérico y un frontend para la interacción con el usuario.

3.1. Backend (API con FastAPI)

Se eligió Python por su robusto ecosistema de librerías científicas.

1. **API RESTful:** Se utilizó el framework **FastAPI** para crear una API rápida y bien documentada que expone un único endpoint `/analyze`.
2. **Análisis Simbólico:** La librería **SymPy** se emplea para interpretar la función ingresada por el usuario como un string, calcular su derivada simbólica y, cuando es posible, calcular la integral analítica exacta para usarla como valor de referencia.
3. **Cálculo Numérico: NumPy** y **SciPy** son el motor de los cálculos. Se implementaron las fórmulas de cada método de integración. Para el valor "verdadero"de la integral, si la solución analítica falla, se utiliza el método de Romberg de SciPy con alta precisión como benchmark.
4. **Manejo de Errores:** El backend valida los datos de entrada y maneja casos especiales, como derivadas infinitas (ej. en $\sqrt{x}$) o funciones constantes, para evitar que la aplicación falle.

3.2. Frontend (Interfaz con React)

Se desarrolló una Single-Page Application (SPA) utilizando tecnologías modernas para una experiencia de usuario fluida.

1. **Librería Principal:** Se utilizó **React** con **TypeScript** para un desarrollo robusto y tipado.
2. **Diseño y Estilos: Tailwind CSS** se empleó para crear una interfaz de usuario limpia, moderna y responsiva.

3. **Visualización de Datos:** La librería **Recharts** fue seleccionada para generar los gráficos interactivos, permitiendo visualizar tanto la función original como la aproximación de cada método.

4. **Interacción:** La interfaz permite al usuario ingresar cualquier función matemática válida en sintaxis de Python, seleccionar los límites y el número de subintervalos. Un menú desplegable permite analizar el comportamiento visual de cada método por separado.

4. Guía de Uso del Software (Paso a Paso)

1. **Ingreso de la Función:** En el campo ”Función f(x)”, introduzca la función a analizar. **Importante:** Debe usar sintaxis de Python. Por ejemplo, ‘x**2‘ para x^2, ‘sin(x)‘ para $\sin(x)$, y ‘*‘ para la multiplicación (‘2*x‘).

2. **Definir Límites:** Ingrese los límites de integración inferior (a) y superior (b). Puede usar ”pi”para el valor de π.

3. **Número de Subintervalos (n):** Especifique el número de divisiones para el intervalo. Tenga en cuenta que algunos métodos tienen requisitos sobre n (par, múltiplo de 3, etc.) y no aparecerán si no se cumplen.

4. **Analizar:** Haga clic en el botón .ᴬnalizar”.

5. **Interpretación de Resultados:**
   - **Resumen:** Una tarjeta inicial le indicará el mejor método y el valor exacto de la integral.
   - **Tabla Comparativa:** Revise la tabla para ver el valor calculado y el error absoluto de cada método válido.
   - **Gráfico de Aproximación:** Utilice el menú desplegable para seleccionar un método. El gráfico mostrará la función original (curva gris suave) y la aproximación del método seleccionado (línea de color quebrada). Compare la diferencia visual entre ambas para entender el error.

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1. Conclusiones

- Se desarrolló exitosamente una herramienta web funcional que permite la comparación cuantitativa y cualitativa de cinco métodos de integración numérica.

- El software demuestra de manera efectiva un principio fundamental del análisis numérico: los métodos de orden superior (como Simpson, Boole o Romberg) convergen mucho más rápido al valor real que los métodos de orden inferior (como el Trapecio), especialmente para funciones suaves.

- La arquitectura cliente-servidor (React + FastAPI) demostró ser una elección excelente, separando la lógica de la interfaz de usuario del procesamiento numérico intensivo, lo que resulta en una aplicación escalable y mantenible.

- La herramienta sirve como un excelente recurso educativo, ya que permite a los estudiantes visualizar el concepto de aproximación y entender por qué la elección del método y de los parámetros (como n) es crucial.

5.2. Recomendaciones

- **Mejorar el Parser de Funciones:** Para futuras versiones, se podría implementar un parser más avanzado en el backend que acepte notación matemática estándar (ej. ‘2x‘ en lugar de ‘2*x‘, ‘x^{2}‘$enlugarde$‘$x * *2$‘), $mejorandolaexperienciadelusuario.$

- **Añadir Más Métodos:** Se podría expandir el software para incluir otros métodos importantes, como la Cuadratura de Gauss, que es extremadamente eficiente para ciertos tipos de funciones.

- **Visualización de Errores:** Se podría añadir un gráfico adicional que muestre cómo evoluciona el error de cada método a medida que aumenta el valor de n, lo que permitiría visualizar la tasa de convergencia.

6. Referencias Bibliográficas

1. Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2011). *Métodos numéricos para ingenieros* (6a. ed.). McGraw-Hill.

2. Nieves, A., & Domínguez, F. C. (2002). *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería.* Compañía Editorial Continental.

3. Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Análisis numérico* (9a. ed.). Cengage Learning.

4. Documentación oficial de FastAPI. `https://fastapi.tiangolo.com/`

5. Documentación oficial de NumPy y SciPy. `https://scipy.org/docs.html`