



## Rapport : Graphe

HUANG Julien  
AFKER Samy  
CRICO Ruben

Département Sciences du Numérique - Deuxième année  
2023-2024

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Modélisation sous forme de graphe</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Étude des graphes non valués</b>	<b>4</b>
3.1	Degré moyen, distribution du degré, moyenne et distribution du degré de clustering	4
3.2	Nombre de cliques (et leurs ordres), nombre de composantes connexes (et leurs ordres)	5
3.3	Longueur des chemins les plus courts, distribution des plus courts chemins et nombre des plus courts chemins (en nombre de sauts entre tous les couples de sommets connectés) . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Étude des graphes valués</b>	<b>8</b>
4.1	Longueur des chemins les plus courts, distribution des plus courts chemins et nombre des plus courts chemins (en nombre de sauts entre tous les couples de sommets connectés) . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Références</b>	<b>9</b>

## Table des figures

1	Description générale . . . . .	3
2	Degré moyen (lignes (haut vers bas) : densité = faible moyenne forte; colonnes (gauche vers droite) : portée = 20 40 60) . . . . .	4
3	Distribution du degré . . . . .	4
4	Moyenne du degré de clustering (lignes (haut vers bas) : densité = faible moyenne forte; colonnes (gauche vers droite) : portée = 20 40 60) . . . . .	4
5	Distribution du degré de clustering . . . . .	5
6	Nombre de cliques (et leurs ordres) . . . . .	6
7	Nombre de composantes connexes (lignes (haut vers bas) : densité = faible moyenne forte; colonnes (gauche vers droite) : portée = 20 40 60) . . . . .	6
8	Nombre de composantes connexes (et leurs ordres) . . . . .	6
9	Moyenne des longueurs des plus courts chemins . . . . .	7
10	Écarts-types des longueurs des plus courts chemins . . . . .	7
11	Distribution des plus courts chemins . . . . .	7
12	Moyenne . . . . .	7
13	écart type . . . . .	7
14	distribution des plus courts chemins et nombre des plus courts (cas valué) . . . . .	8

# 1 Introduction

Ce rapport présente une étude sur un groupe de petits satellites qui orbite autour de la lune. Notre objectif est d'analyser comment ces satellites se comportent dans différentes situations, comme s'ils étaient proches ou éloignés les uns des autres. En variant la densité et/ou la portée des satellites.

En raison des différentes fonctions déjà présente, nous avons décidé d'utiliser Matlab pour réaliser ce projet. Une alternative à Matlab serait Python en raison de son large panel de bibliothèques bien garnies. Nous avons utilisé ces fonctions afin d'analyser les graphes et comprendre comment les satellites sont connectés les uns aux autres.

Ce rapport est organisé en plusieurs parties, chacune expliquant une étape de notre étude. Nous commençons par expliquer comment nous avons représenté les satellites sous forme de graphe, puis nous analysons et expliquons ce que nous avons découvert en étudiant ces graphes (degré moyen, nombre de clique, nombre de composantes connexes...) . D'abord, nous menons l'étude sur des graphes non-valués et ensuite nous allons refaire une analyse similaire pour des graphes valués.

## 2 Modélisation sous forme de graphe

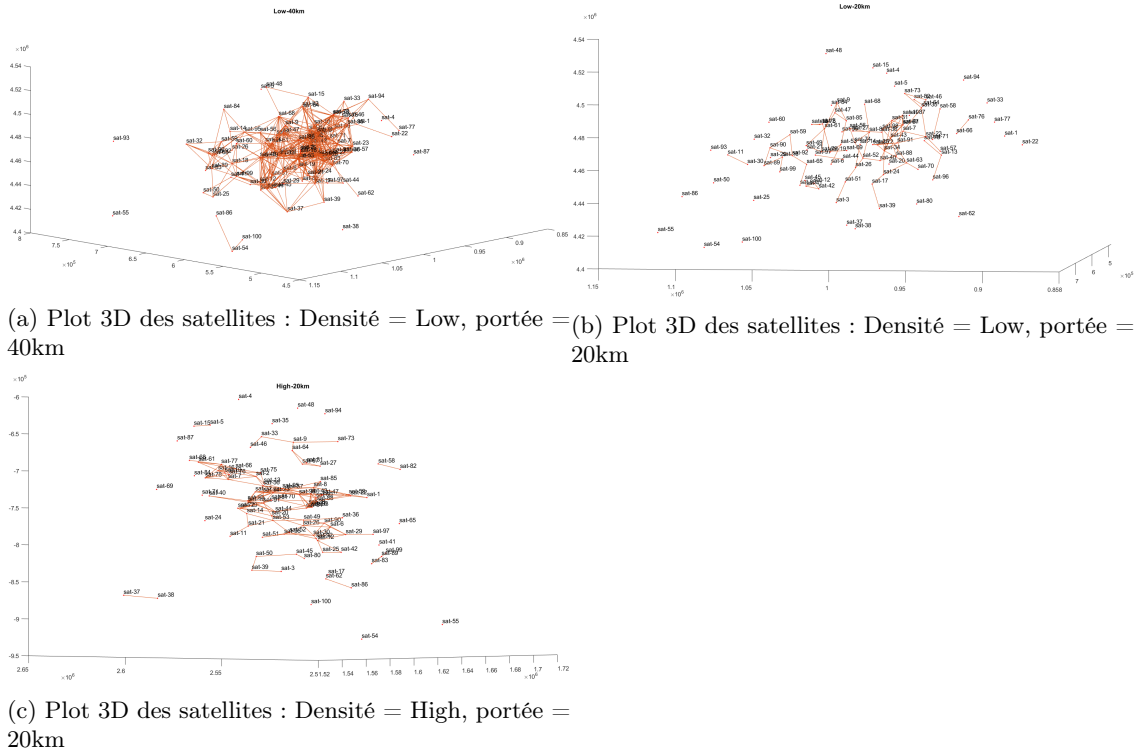


FIGURE 1 – Description générale

On remarque que pour une densité fixée (faible ici), l'augmentation de la portée engendre la création de plus d'arêtes entre les noeuds du graphes. De même, à une portée fixée (20km ici), l'augmentation de la densité implique aussi une augmentation du nombre d'arêtes créées (la différence est cependant moindre par rapport au cas précédent). Ces observations se généralisent pour toutes les variations du couple portée-densité.

### 3 Étude des graphes non valués

#### 3.1 Degré moyen, distribution du degré, moyenne et distribution du degré de clustering

```

degre_moy_tab =

    2.8000    12.4200    30.4200
    4.4600    17.8400    36.6400
    4.7200    19.6800    38.4000

```

FIGURE 2 – Degré moyen (lignes (haut vers bas) : densité = faible moyenne forte ; colonnes (gauche vers droite) : portée = 20 40 60)

On remarque que, lorsque la densité ou la portée augmente, le degré moyen augmente. C'est intuitif : une portée plus élevée permet de connecter plus de sommets à un sommet fixé, et une densité plus élevée implique d'avoir plus de sommets reliés pour une même portée.

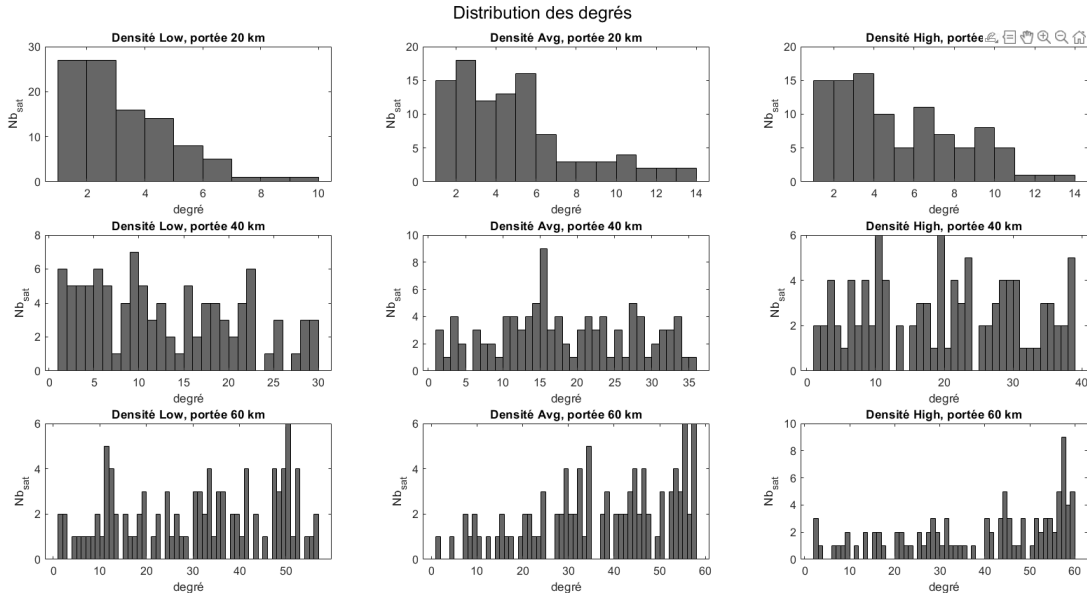


FIGURE 3 – Distribution du degré

On remarque que si l'on augmente la densité ou la portée, alors l'ordre maximal de l'ensemble des satellites de l'essaim augmente et on aura plus de satellites d'ordre élevé.

```

degre_moy_clustering_tab =

    0.2261    0.5205    0.6724
    0.3637    0.6370    0.7280
    0.3981    0.6651    0.7281

```

FIGURE 4 – Moyenne du degré de clustering (lignes (haut vers bas) : densité = faible moyenne forte ; colonnes (gauche vers droite) : portée = 20 40 60)

Le coefficient de clustering mesure la probabilité que deux nœuds soient connectés sachant qu'ils ont un voisin en commun. On remarque que plus la portée ou la densité augmente et plus

ce coefficient augmente.

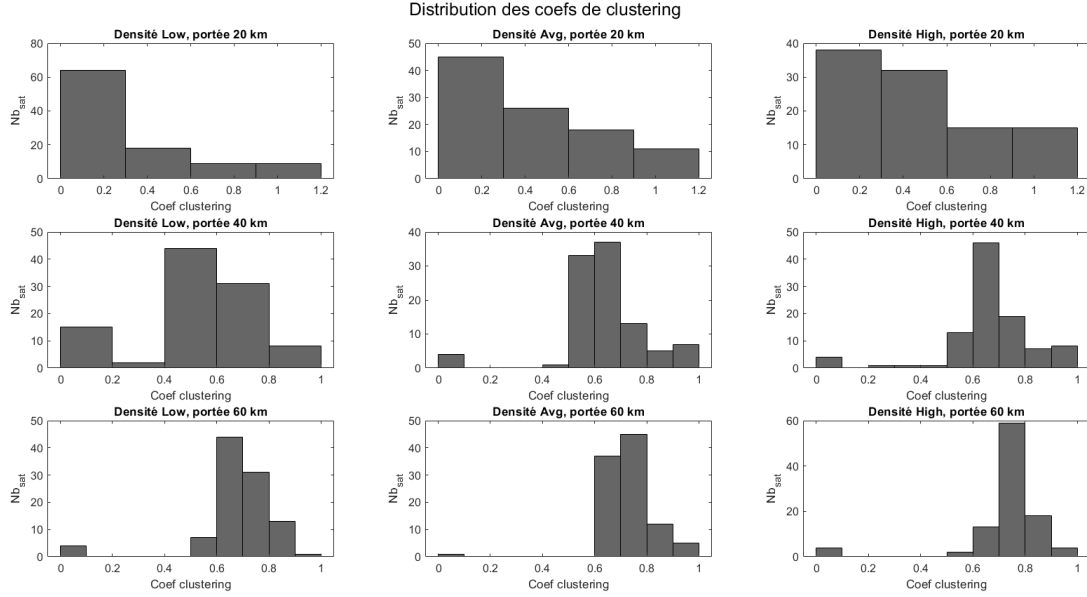


FIGURE 5 – Distribution du degré de clustering

On remarque que, lorsque l'on fixe la densité et que l'on augmente la portée, les pics se déplacent vers la droite : cela signifie qu'une augmentation de la portée implique une augmentation globale des coefficients de clustering des noeuds.

De plus, lorsque l'on fixe la portée est qu'on augmente la densité, les variations sont moins visibles mais on peut dire que cette augmentation implique globalement une augmentation du nombre de sommets avec un coefficient élevé.

### 3.2 Nombre de cliques (et leurs ordres), nombre de composantes connexes (et leurs ordres)

Pour des raisons de temps de calculs on a préféré calculer seulement les cas où la portée est égale à 20km et 40km.

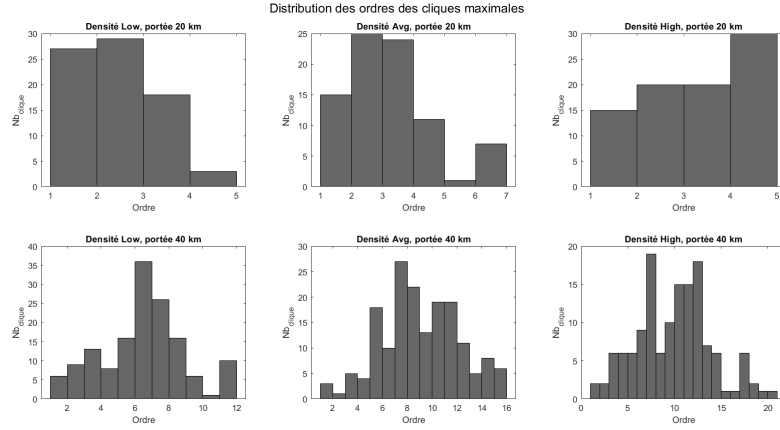


FIGURE 6 – Nombre de cliques (et leurs ordres)

On a des résultats pertinents : si on augmente la portée et la densité on a plus de cliques d'ordre élevé.

Nb\_comps =

39	22	23
8	4	4
4	2	2

FIGURE 7 – Nombre de composantes connexes (lignes (haut vers bas) : densité = faible moyenne forte; colonnes (gauche vers droite) : portée = 20 40 60)

Le nombre de composantes connexes est décroissant lorsque la portée ou la densité augmente.

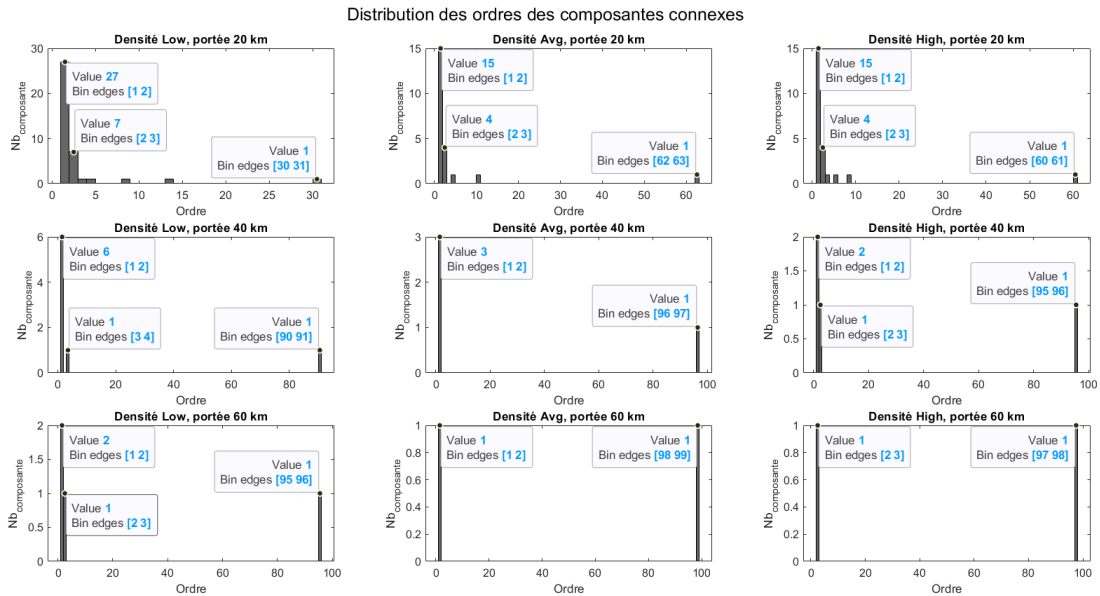


FIGURE 8 – Nombre de composantes connexes (et leurs ordres)

On observe que plus on augmente la portée ou la densité et plus le nombre de composantes connexes diminue. On remarque aussi qu'une composante connexe (celle d'ordre le moins élevé)

est toujours présente : en effet, un petit groupe de satellites est isolé du groupe.

### 3.3 Longueur des chemins les plus courts, distribution des plus courts chemins et nombre des plus courts chemins (en nombre de sauts entre tous les couples de sommets connectés)

moyenne\_longueur\_plus\_court\_chemin =    ecart\_type\_longueur\_plus\_court\_chemin =

3.7990	2.8980	1.9217	2.0722	1.3350	0.7902
5.1658	2.7650	1.9246	2.8884	1.3780	0.8889
4.0944	2.8110	1.9809	2.1013	1.5298	1.0809

FIGURE 9 – Moyenne des longueurs des plus courts chemins    FIGURE 10 – Ecart-types des longueurs des plus courts chemins

On constate que la moyenne des longueurs des plus courts chemins diminue avec la portée (de gauche à droite). C'est intuitif : une portée plus élevée implique plus de connexions entre des noeuds éloignés et donc moins de sauts à effectuer pour se rendre de l'un à l'autre. De même pour l'écart-type : c'est intuitif car le cas limite de l'augmentation de la portée est le cas où tous les sommets sont reliés donc on aurait une distance égale à 1 de tout sommet à tout sommet, donc un écart-type qui diminuerait vers 0.

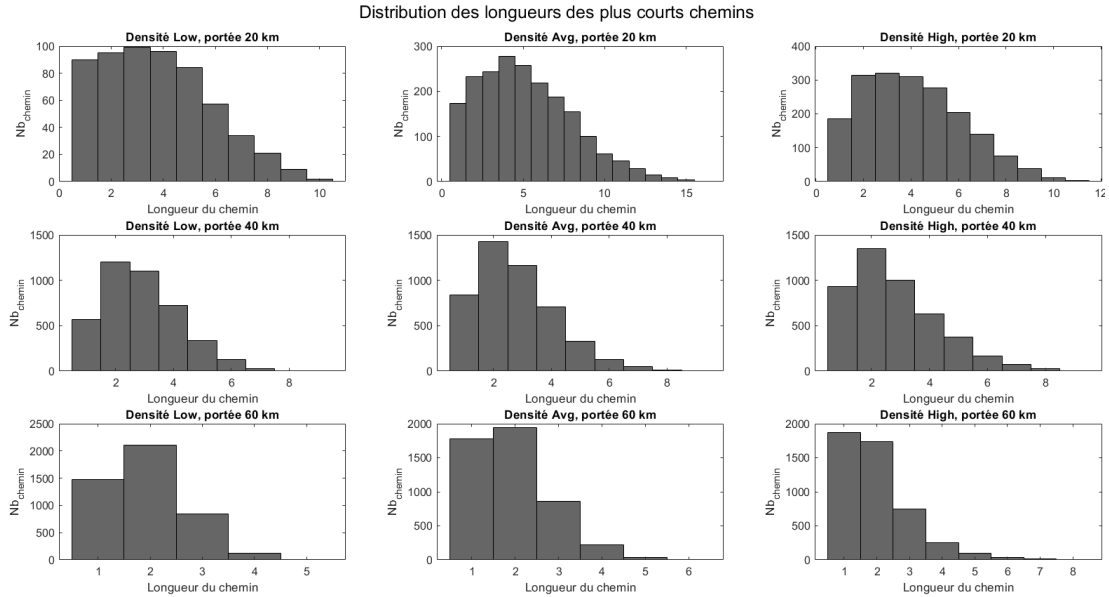


FIGURE 11 – Distribution des plus courts chemins

De même, quand la portée augmente, le nombre de chemins de longueur plus élevée diminue et il y a donc plus de plus courts chemins de longueur plus faible.

moyenne\_plus\_court\_chemin =    ecart\_type\_plus\_court\_chemin =

1.7802	13.5996	19.8507	1.2777	31.6141	53.4192
25.0050	30.9046	49.6357	68.4812	108.7955	264.3864
5.1941	66.0434	74.8332	8.1460	294.7818	504.0680

FIGURE 12 – Moyenne

FIGURE 13 – écart type

On remarque que, globalement, plus la portée ou la densité augmente et plus le nombre de plus courts chemins augmente en moyenne. Il en est de même pour l'écart-type. C'est cohérent car on a alors plus de manières d'aller d'un sommet à un autre.

## 4 Étude des graphes valués

Maintenant, nous considérons des graphes valués dont le poids d'une arête est  $d_{ij}^2$  (avec  $d_{ij}$  la distance qui sépare les deux sommets  $i$  et  $j$ ).

Ainsi, l'ensemble des paramètres étudiés précédemment reste inchangé sauf ce qui concerne les chemins les plus courts.

### 4.1 Longueur des chemins les plus courts, distribution des plus courts chemins et nombre des plus courts chemins (en nombre de sauts entre tous les couples de sommets connectés)

Nous allons maintenant considérer le poids de chaque arête. En regardant que le cas où la portée est égale à 60 km.

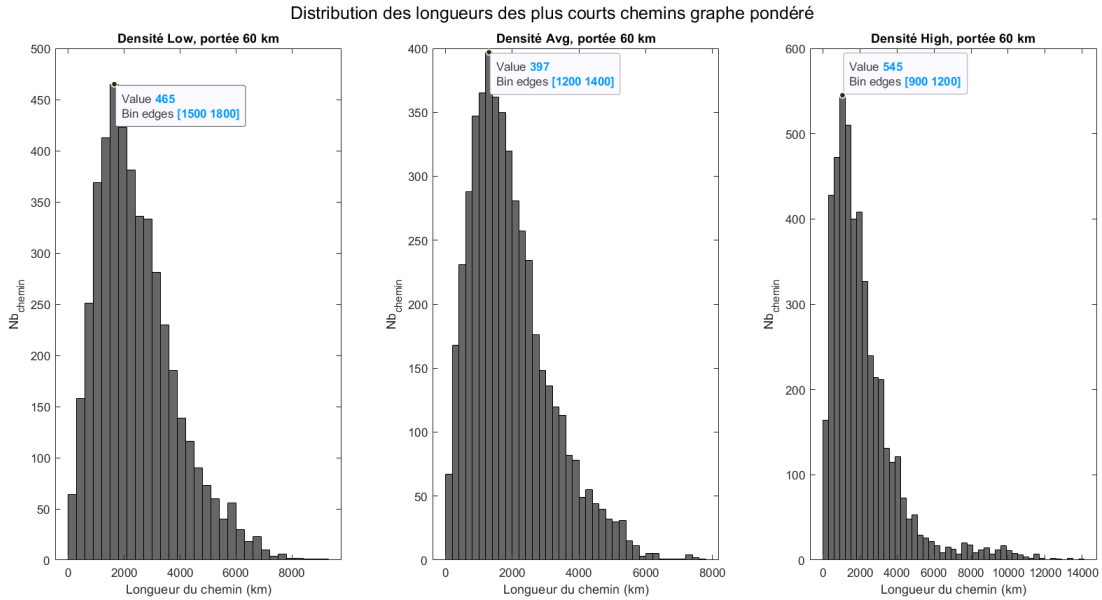


FIGURE 14 – distribution des plus courts chemins et nombre des plus courts (cas valué)

La distribution des longueurs des chemins les plus courts ci-dessus semble cohérente. Nous remarquons qu'en augmentant la densité, le pic de la distribution se déplace vers la gauche. En effet, augmenter la densité des satellites conduit à la création de connexions supplémentaires. Ainsi, des chemins encore plus courts sont créés ce qui permet de diminuer de façon générale la longueur des plus courts chemins.



## 5 Conclusion

Ce projet nous a permis de voir l'influence de la densité de répartition et de la portée des satellites sur sa connexité ainsi que ses plus courts chemins. Ainsi on peut jouer avec la portée et la densité pour avoir une répartition plus optimale selon nos besoins.

## 6 Références

Voici la liste des fonctions que nous avons utilisées, avec les références correspondantes :

- **testBK\_MAXCLIQUE** : Trouver les cliques maximales en utilisant l'algorithme de Bron-Kerbosch par Berk Birand (c) 2012.  
Référence : Birand B. (2012). "Bron-Kerbosch Algorithm for Maximal Cliques." [En ligne] Disponible à l'adresse : <http://www.berkbirand.com>.
- **BKMAXIMAL** : Trouver l'ensemble stable maximal en utilisant l'algorithme de Bron-Kerbosch par Berk Birand (c) 2012.  
Référence : Birand B. (2012). "Bron-Kerbosch Algorithm for Maximal Stable Sets." [En ligne] Disponible à l'adresse : <http://www.berkbirand.com>.
- **matlab\_bgl** : Dossier fourni par David Gleich, Université Stanford, 2007-2008.  
Référence : Gleich D. (2008). "Matlab\_bgl : A Matlab Package for Graph Algorithms." [En ligne] Disponible à l'adresse : <https://www.stanford.edu/>.
- **matlab\_tpgrapge** : Dossier fourni par le corps enseignant de l'ENSEEIHT, 2023-2024.