



Rapport du projet de Télécommunications : Étude de chaînes de transmissions en bande de base

AUGEREAU Robin - FRESCO Alan - HUANG Julien

Département Sciences du Numérique - Première année
2022-2023

Table des matières

1	Introduction	4
2	Étude de modulateurs bande de base	4
2.1	Modulateur 1	5
2.2	Modulateur 2	6
2.3	Modulateur 3	8
2.4	Comparaison des modulateurs implantés	9
3	Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist	10
3.1	Étude sans canal de propagation	11
3.1.1	Implantation optimale du bloc modulateur/démodulateur	11
3.1.2	Modification des instants d'échantillonnage	13
3.2	Étude avec canal de propagation sans bruit	13
3.2.1	BW = 8000 Hz	14
3.2.2	BW = 1000 Hz	15
4	Etude de l'impact du bruit et du filtrage adapté, notion d'efficacité en puissance	17
4.1	Étude de chaque chaîne de transmission	17
4.1.1	Sans bruit	17
4.1.2	Avec bruit	19
4.2	Comparaison des chaînes de transmission implantées	23
5	Annexes	25
5.1	Puissance de bruit à introduire dans les chaînes de transmission	25
5.2	Précision sur les mesures de TEB	25
6	Conclusion	26
7	Bibliographie	26

Table des figures

1	Signal généré (modulateur 1)	5
2	Tracé de la DSP du signal généré avec une échelle fréquentielle correcte en Hz (modulateur 1)	5
3	Comparaison de la DSP estimée et théorique (modulateur 1)	5
4	Signal généré (modulateur 2)	6
5	Tracé de la DSP du signal généré avec une échelle fréquentielle correcte en Hz (modulateur 2)	7
6	Comparaison de la DSP estimée et théorique (modulateur 2)	7
7	Signal généré (modulateur 3)	8
8	Tracé de la DSP du signal généré avec une échelle fréquentielle correcte en Hz (modulateur 3)	8
9	Comparaison de la DSP estimée et théorique (modulateur 3)	9
10	Comparaison des DSP pour $\alpha = 1$	9
11	Comparaison des DSP pour $\alpha = 0,2$	10
12	Signal en sortie du filtre de réception	11
13	Schématisation du signal en sortie du filtre récepteur	11
14	Schématisation du transport d'un signal sans canal	12
15	Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission g	12
16	Diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception	12
17	Tracé du signal échantillonné pour $n_0 = 3$	13

18	Réponse impulsionnelle globale (BW = 8000 Hz)	14
19	Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception (BW = 8000 Hz)	14
20	Tracé superposant les réponses en fréquence des filtres de mise en forme, de réception et canal (BW = 8000 Hz)	15
21	Réponse impulsionnelle globale (BW = 1000 Hz)	15
22	Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception	16
23	Tracé superposant les réponses en fréquence des filtres de mise en forme, de réception et canal (BW = 1000 Hz)	16
24	Diagramme de l'oeil de la chaîne 1	18
25	Diagramme de l'oeil de la chaîne 2	18
26	Diagramme de l'oeil de la chaîne 3	19
27	Diagramme de l'oeil avec bruit (Chaîne 1)	20
28	Comparaison des TEB simulé et théorique (Chaîne 1)	20
29	Diagramme de l'oeil avec bruit (Chaîne 2)	21
30	Comparaison des TEB simulé et théorique (Chaîne 2)	21
31	Diagramme de l'oeil avec bruit (Chaîne 3)	22
32	Comparaison des TEB simulé et théorique (Chaîne 3)	22
33	TEBs obtenus par simulation pour les chaînes 1 et 2	23
34	TEBs obtenus par simulation pour les chaînes 1 et 3	23
35	Comparaison des TEB - chaînes 1 et 3	24
36	Comparaison des TEB - chaînes 1 et 2	24

1 Introduction

Ce projet est une première étude d'une chaîne de transmission en bande de base. Les différents objectifs de ce travail sont les suivants :

- L'évaluation de l'efficacité spectrale et de l'efficacité en puissance.
- L'identification des solutions possibles pour optimiser en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.
- La comparaison des chaînes de transmission en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.

2 Étude de modulateurs bande de base

Ce premier travail est dédié à l'étude des modulateurs bande de base et, en particulier, à l'identification des éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission.

Pour cela, nous avons implanté plusieurs modulateurs bande de base, en utilisant une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000\text{Hz}$ pour transmettre un même débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde. Le facteur de suréchantillonnage N_s sera à déterminer, dans chaque cas, pour respecter ces paramètres. En outre, nous rappelons qu'en numérique, la durée symbole T_s est constituée de N_s points distants de T_e , T_e représentant la période d'échantillonnage.

Les modulateurs que nous avons implanté, étudié et comparé, en termes d'efficacité spectrale, sont les suivants :

- Modulateur 1 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de hauteur 1 et de durée égale à la durée symbole.
- Modulateur 2 :
 - Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de hauteur 1 et de durée égale à la durée symbole.
- Modulateur 3 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : racine de cosinus surélevé.

Ainsi, pour chaque modulateur, nous avons tracé le signal généré avec une échelle temporelle correcte en seconde, la densité spectrale de puissance (DSP) du signal généré avec une échelle fréquentielle correcte en Hz, et les tracés superposés sur une même figure de la DSP estimée du signal généré et de sa DSP théorique.

2.1 Modulateur 1

Le signal généré sera de la forme : $x(t) = \sum_k^\infty a_k h(t - kT_s)$, où les a_k représentent les symboles.

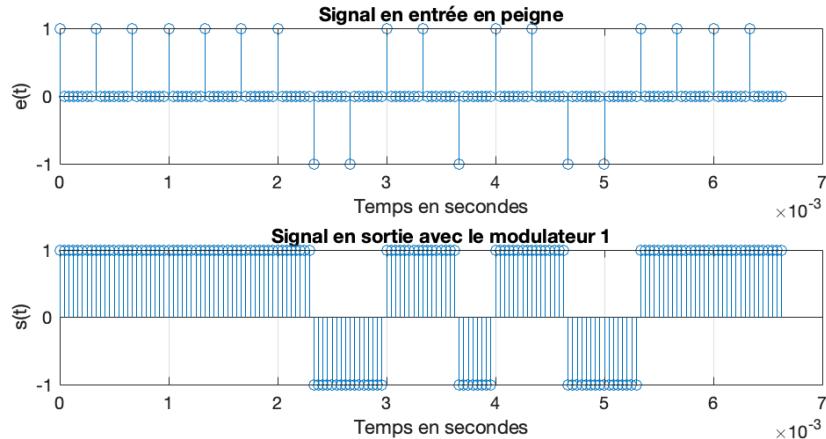


FIGURE 1 – Signal généré (modulateur 1)



FIGURE 2 – Tracé de la DSP du signal généré avec une échelle fréquentielle correcte en Hz (modulateur 1)

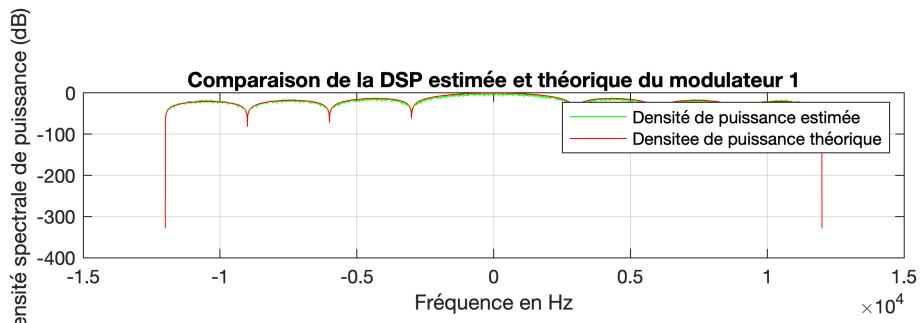


FIGURE 3 – Comparaison de la DSP estimée et théorique (modulateur 1)

Nous avons calculé la DSP théorique du signal précédemment généré en s'appuyant sur la démonstration suivante :

Comme la moyenne du signal est nulle ($m = 0$), et que les symboles sont décorrélés, on déduit d'après l'expression générale de la DSP d'un signal de communication numérique en bande de base que :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 \quad (1)$$

De plus, comme $m = 0$, on démontre que :

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 &= E(|a_k - m|^2) \\ &= E(|a_k|^2) \\ &= P(a_k = -1).(-1)^2 + P(a_k = 1).1^2 \\ \sigma_a^2 &= 1 \end{aligned}$$

Calculons maintenant la réponse impulsionnelle du filtre :

$$h(t) = \Pi_{T_s}(t - \frac{T_s}{2}) = \Pi_{T_s}(t) * \delta(t - \frac{T_s}{2})$$

Or, on sait que :

$$\Pi_T(t) = Tsinc(\pi f T)$$

Donc, on déduit :

$$H(f) = T_s sinc(\pi f T_s) e^{-j2\pi f \frac{T_s}{2}}$$

Par passage aux valeurs absolues et par mise au carré :

$$|H(f)|^2 = T_s^2 sinc(\pi f T_s)^2$$

Ainsi, en utilisant la formule de la DSP encadrée plus haut (1), on a :

$$S_x(f) = T_s^2 sinc(\pi f T_s)^2$$

2.2 Modulateur 2

Le signal généré sera de la forme : $x(t) = \sum_k^\infty a_k h(t - kT_s)$, où les a_k représentent les symboles.

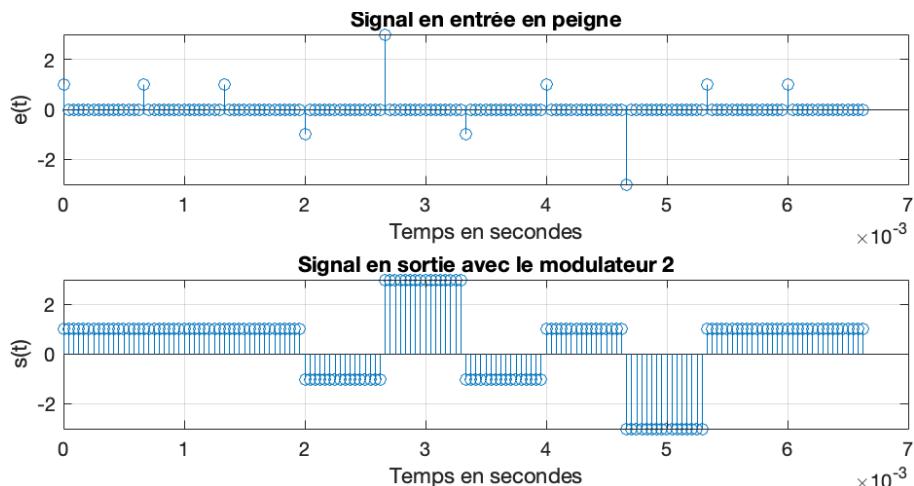


FIGURE 4 – Signal généré (modulateur 2)

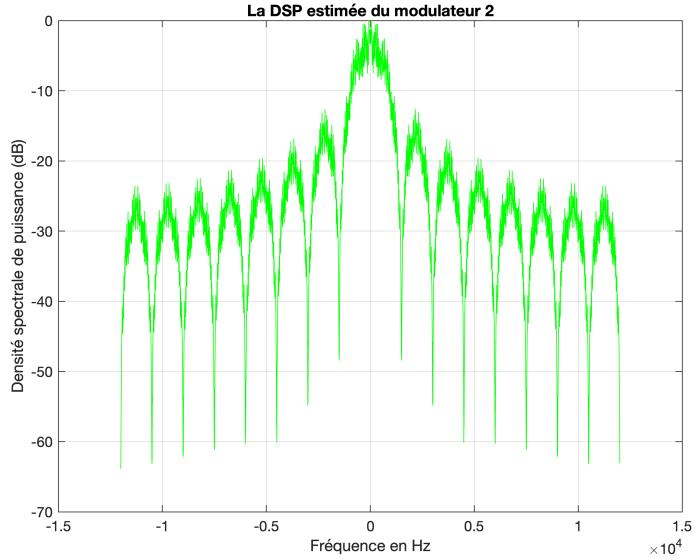


FIGURE 5 – Tracé de la DSP du signal généré avec une échelle fréquentielle correcte en Hz (modulateur 2)

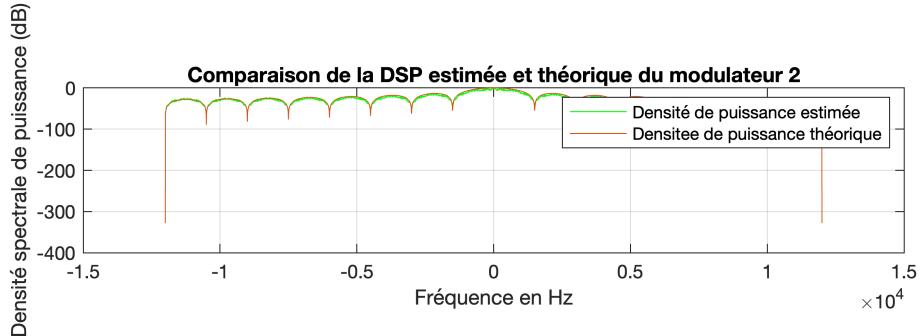


FIGURE 6 – Comparaison de la DSP estimée et théorique (modulateur 2)

Pour calculer la DSP théorique du modulateur 2, on a utilisé la formule (1). À l'instar du modulateur 1, il nous suffit de calculer σ_a et $H(f)$; σ_a sera suffisant ici, car $H(f)$ est le même que pour le modulateur 1.

Ainsi, on calcule :

$$\begin{aligned}
 \sigma_a^2 &= E(|a_k - m|^2) \\
 &= E(|a_k|^2) \\
 &= P(3).3^2 + P(1).1^2 + P(-1).(-1)^2 + P(-3).(-3)^2 \\
 &= \frac{1}{4}(9 + 1 + 1 + 9) \\
 &= \frac{20}{4} \\
 \sigma_a^2 &= 5
 \end{aligned}$$

Par conséquent, en utilisant la formule (1), on a :

$$S_x(f) = \frac{20}{T_s}|H(f)|^2$$

De ce fait, comme $H(f)$ est le même que pour le modulateur 1, on déduit :

$$S_x(f) = 20T_s \operatorname{sinc}(2\pi f T_s)^2$$

2.3 Modulateur 3

Le signal généré sera de la forme : $x(t) = \sum_k^\infty a_k h(t - kT_s)$, où les a_k représentent les symboles.

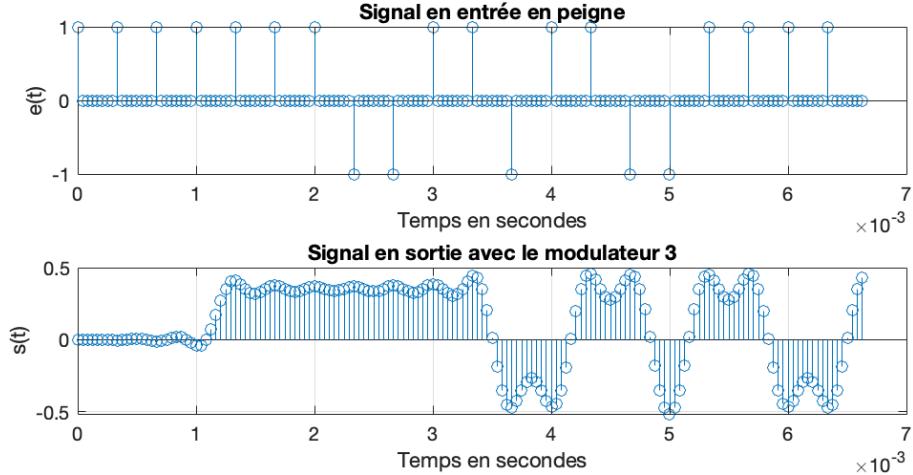


FIGURE 7 – Signal généré (modulateur 3)

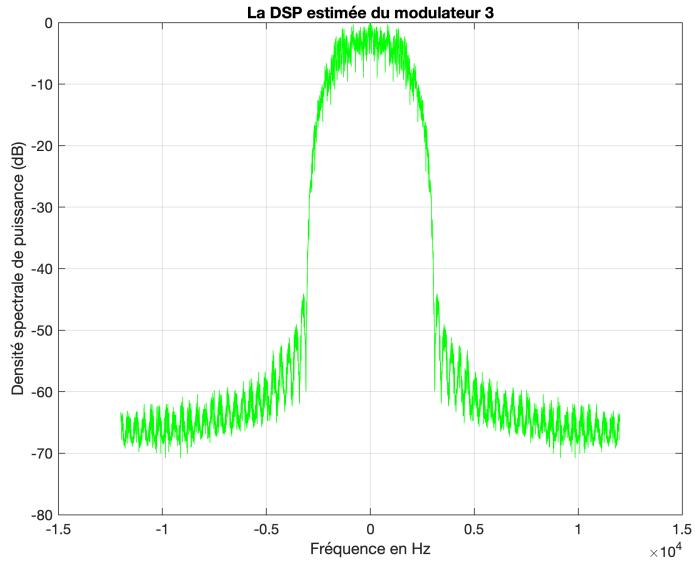


FIGURE 8 – Tracé de la DSP du signal généré avec une échelle fréquentielle correcte en Hz (modulateur 3)

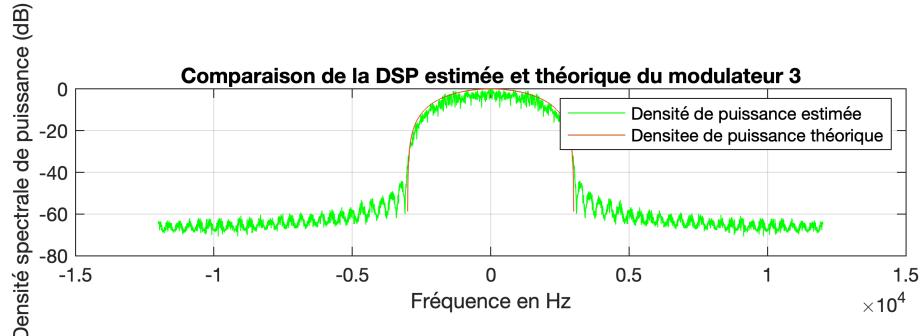


FIGURE 9 – Comparaison de la DSP estimée et théorique (modulateur 3)

La DSP théorique du modulateur 3 nous est donnée, où σ_a^2 représente la variance des symboles émis, α le roll-off et T_s la durée symbolique :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} \begin{cases} T_s & \text{si } |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T_s} \\ \frac{T_s}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\pi T_s}{\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T_s} \right) \right) \right) & \text{si } \frac{1-\alpha}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T_s} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

2.4 Comparaison des modulateurs implantés

Pour comparer les différents modulateurs implantés précédemment, en termes d'efficacité spectrale, nous nous sommes appuyés sur une superposition des tracés des DSP des différents signaux générés pour un même débit binaire : $R_b = 3000$ bits par seconde.

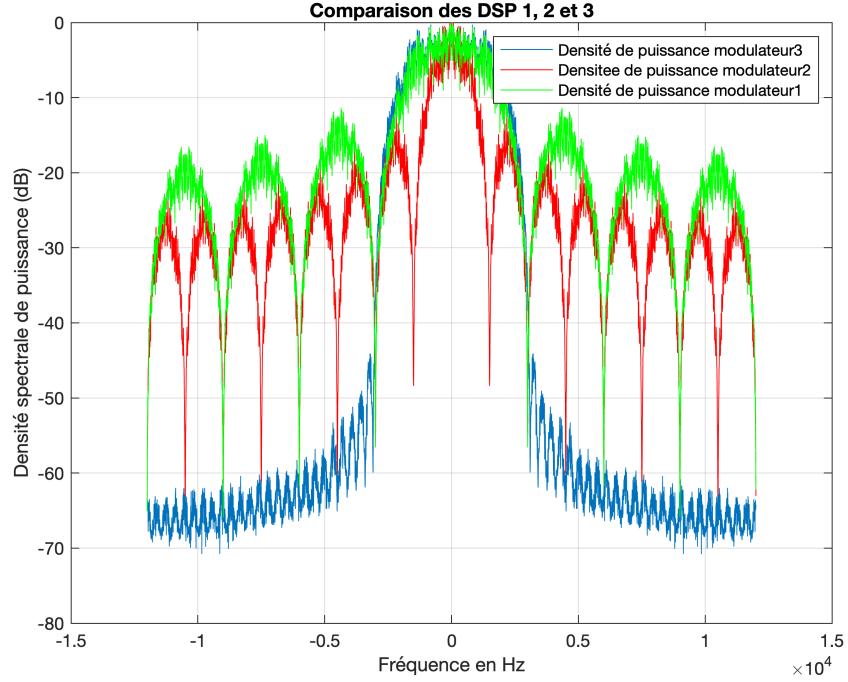


FIGURE 10 – Comparaison des DSP pour $\alpha = 1$

Dans le cas où $\alpha = 1$ (roll-off), c'est le modulateur 2 (rouge) qui fournit la meilleure efficacité spectrale, car en observant le lobe central des différents modulateurs, on observe que c'est bien le modulateur 2 qui possède la demi-bande passante la plus petite. En effet, comme l'efficacité spectrale est inversement proportionnelle à la largeur de la bande passante ($\eta = \frac{R_b}{B}$), on déduit qu'il s'agit bien du modulateur 2 qui est le plus efficace spectralement.

De plus, on sait que :

$$B = k \cdot \frac{R_b}{\log_2(M)}$$

Donc :

$$\eta = \frac{\log_2(M)}{k}$$

Ainsi, comme on sait que le modulateur 2 a $M = 4$, on obtient un résultat cohérent pour le lobe principal.

Quant aux modulateurs 1 et 3 (vert et bleu) cela se joue au k . Avec le modulateur 3, la bande est égale à :

$$B = (1 + \alpha) \times R_s$$

On déduit que pour augmenter l'efficacité spectrale, il faut augmenter M , ou dans le cas du modulateur 3, diminuer le roll-off α , à un débit binaire fixé.

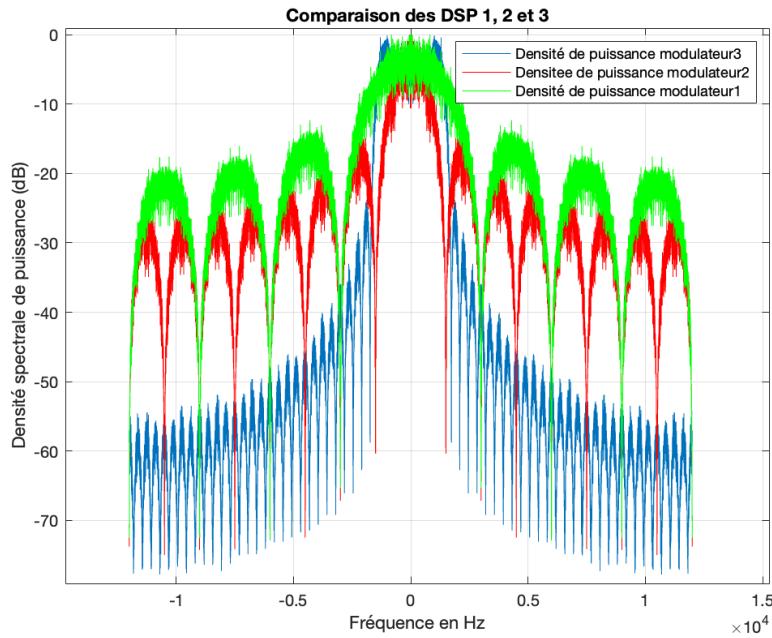


FIGURE 11 – Comparaison des DSP pour $\alpha = 0, 2$

On constate ici que c'est avec le modulateur 3 qu'on obtient la meilleure efficacité spectrale pour $\alpha = 0, 2$.

3 Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist

Nous allons dans cette section planter une chaîne de transmission en bande de base sans bruit et l'analyser en nous focalisant sur les interférences entre symboles : leur impact sur la transmission et l'influence du respect ou du non-respect du critère de Nyquist.

La chaîne de transmission est implantée avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000 \text{ Hz}$ pour transmettre un débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde. Nous considérerons un

mapping binaire à moyenne nulle. À noter que le facteur de suréchantillonnage N_s sera à déterminer pour respecter les paramètres donnés. Le filtre de mise en forme et le filtre de réception auront les mêmes réponses impulsionales rectangulaires de durées égales à la durée symbole et de hauteur 1.

3.1 Étude sans canal de propagation

Dans un premier temps, la chaîne de transmission devra être étudiée sans canal de propagation, autrement dit elle sera étudiée sans bruit, mais également sans filtrage introduit par le canal (réponse impulsionnelle du canal $h_c(t) = \delta(t)$). Ce qui revient à étudier uniquement le bloc modulateur/démodulateur.

3.1.1 Implantation optimale du bloc modulateur/démodulateur

- Pour tracer le signal en sortie du filtre de réception, nous avons convolué les filtres de réception et d'émission qui ont des réponses impulsionales rectangulaires de durées égales à la durée symbole et de hauteur 1. Ainsi, cette convolution a donné une forme rectangulaire qu'on retrouve dans le figure 12 ci-dessous.

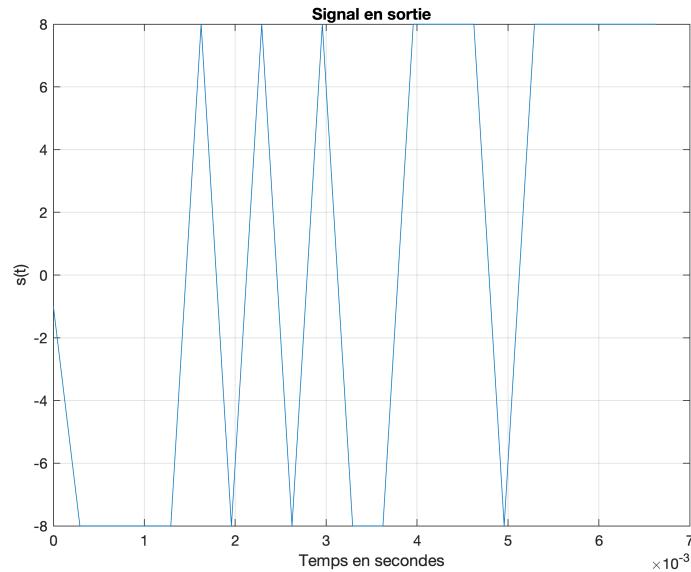


FIGURE 12 – Signal en sortie du filtre de réception

- Pour tracer la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission g , nous avons utilisé ce même principe, rappelé ci-dessous, provenant du cours :

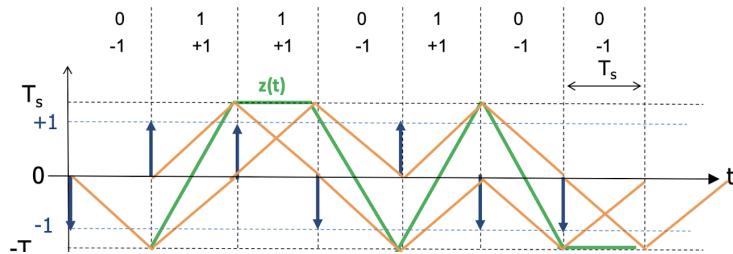


FIGURE 13 – Schématisation du signal en sortie du filtre récepteur

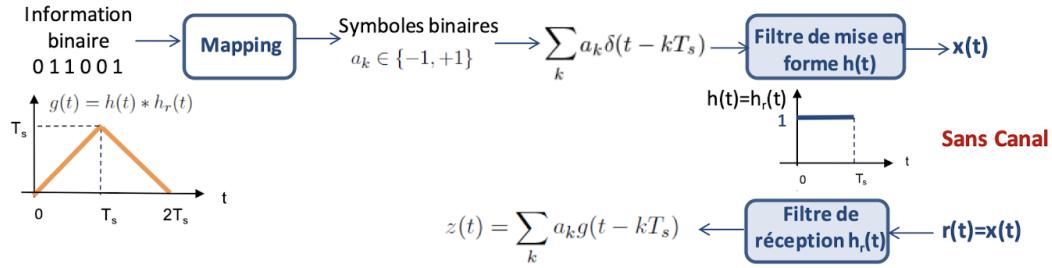


FIGURE 14 – Schématisation du transport d'un signal sans canal

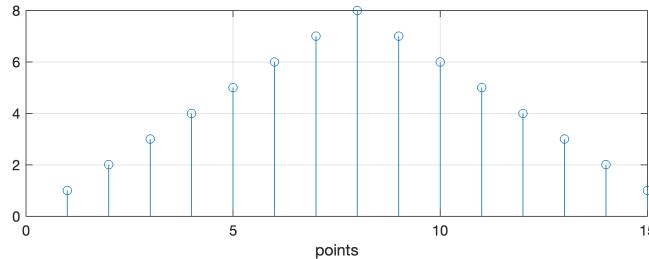


FIGURE 15 – Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission g

3. La réponse impulsionnelle causale de toute la chaîne g est ici un triangle de base $2T_s$, centré en T_s avec une hauteur de T_s .

La condition pour respecter le critère de Nyquist ici est d'échantillonner à $t_0 + mT_s$ avec $t_0 = T_s$. On a alors :

$$g(t_0) = T_s \neq 0$$

$$g(t_0 + pT_s) = 0 \quad \forall p \in \mathbb{Z}^*$$

4.

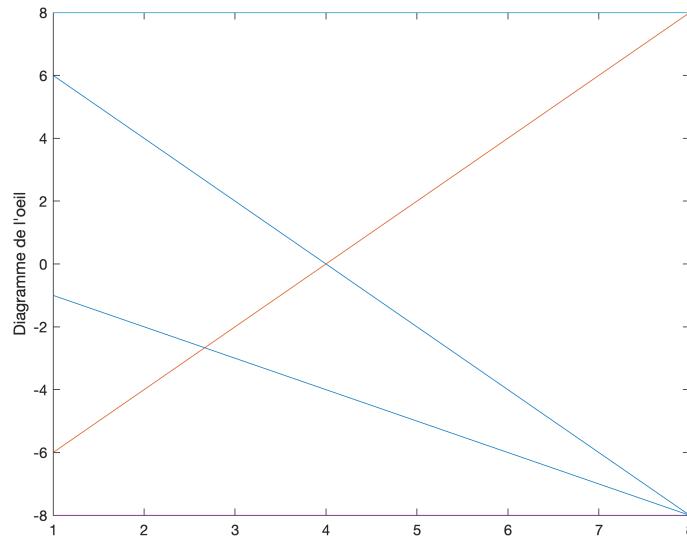


FIGURE 16 – Diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception

5. Pour un mapping à symboles binaires à moyenne nulle, il ne faut avoir que deux points d'intersection dans le diagramme de l'oeil et on a ce résultat pour $n_0 = 8$.
6. Pour retrouver les symboles émis à partir du signal échantillonné, il suffit juste de prendre les valeurs positives comme étant des 1 et les valeurs négatives comme étant des 0.

3.1.2 Modification des instants d'échantillonnage

Nous avons modifié les instants d'échantillonnage dans l'implantation précédente pour échantillonner à $n_0 + mN_s$, avec $n_0 = 3$ (tous les autres éléments restant identiques par ailleurs).

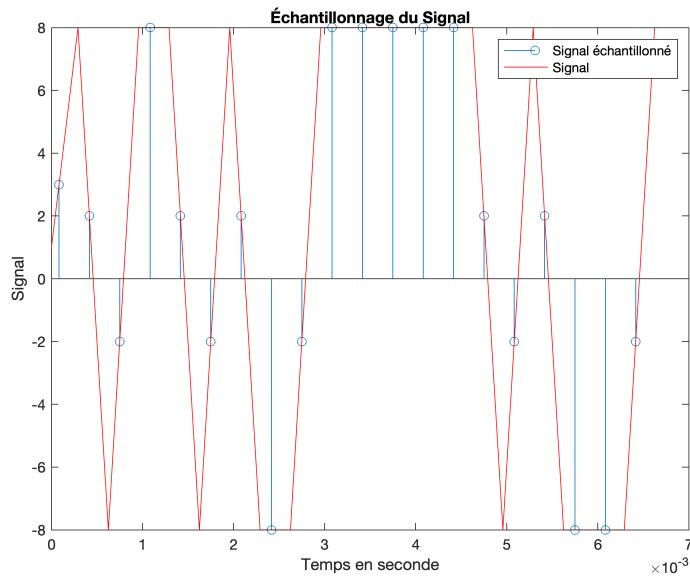


FIGURE 17 – Tracé du signal échantillonné pour $n_0 = 3$

On estime un taux d'erreur binaire de la transmission d'environ 50%. Ce résultat était attendu, car l'échantillonnage est mauvais. En effet, on a échantilloné le signal au niveau des « pentes » alors qu'il aurait fallu échantillonner au niveau des « sommets », comme on peut le constater sur la figure 17. Ce qui crée de ce fait un décalage qui perturbe l'échantillonnage ; le critère de Nyquist n'est pas respecté.

3.2 Étude avec canal de propagation sans bruit

Nous avons désormais considéré un canal de propagation à bande limitée BW, qui n'introduit cependant pas de bruit. Pour ce faire, nous avons repris notre schéma modulateur/démodulateur optimal implanté précédemment, en y ajoutant un filtre passe-bas représentant le canal de propagation.

3.2.1 BW = 8000 Hz

1.

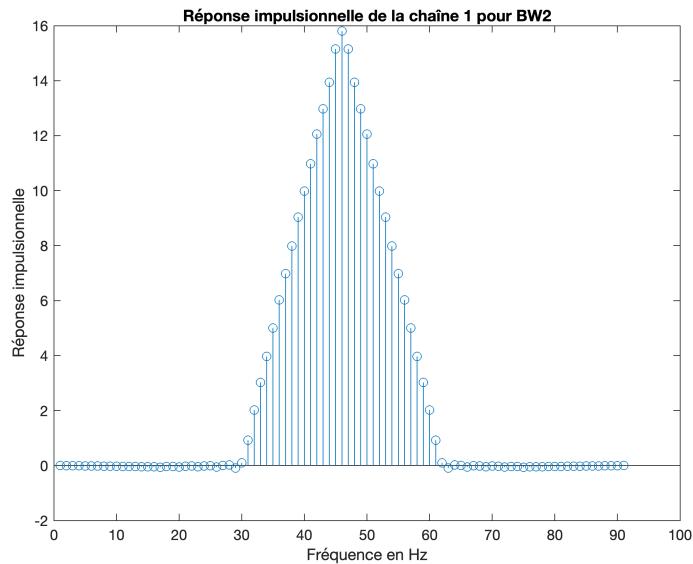


FIGURE 18 – Réponse impulsionnelle globale (BW = 8000 Hz)

2.

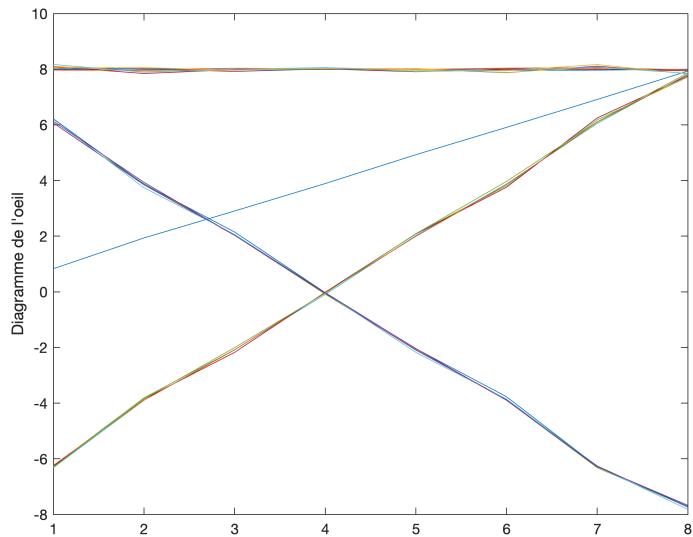


FIGURE 19 – Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception (BW = 8000 Hz)

3. Tracé, sur une même figure, de $|H(f)Hr(f)|$ et de $|Hc(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $Hr(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $Hc(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal :

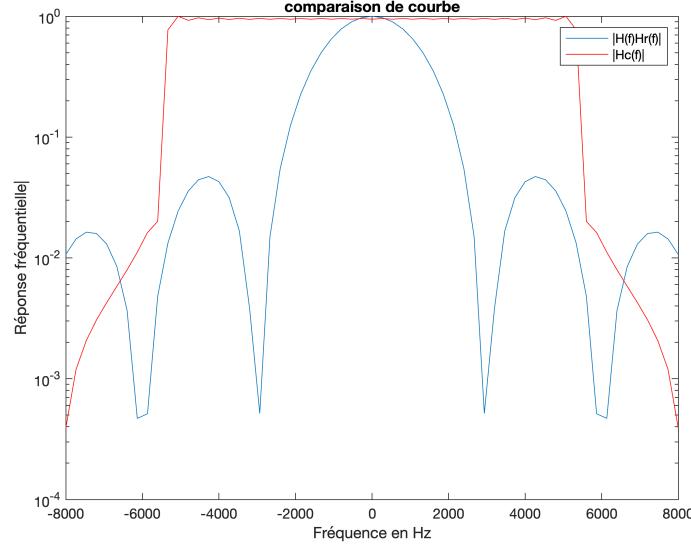


FIGURE 20 – Tracé superposant les réponses en fréquence des filtres de mise en forme, de réception et canal (BW = 8000 Hz)

4. On obtient un TEB nul, ce qui est cohérent. En effet, comme le filtre est la superposition des trois filtres, le canal ne coupe quasiment rien. Il y aura donc peu de dispersion, comme on peut l'observer sur le diagramme de l'oeil, figure 20. En prenant $n_0 = 8$, on aura donc un TEB nul.

3.2.2 BW = 1000 Hz

1.

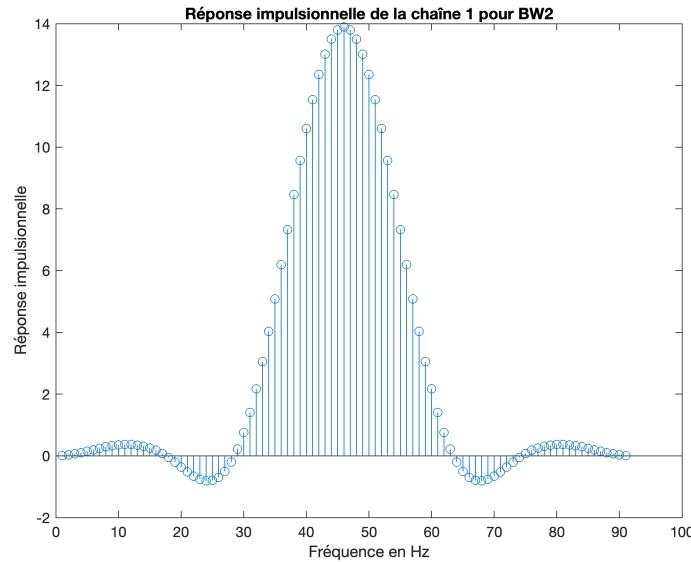


FIGURE 21 – Réponse impulsionnelle globale (BW = 1000 Hz)

2.

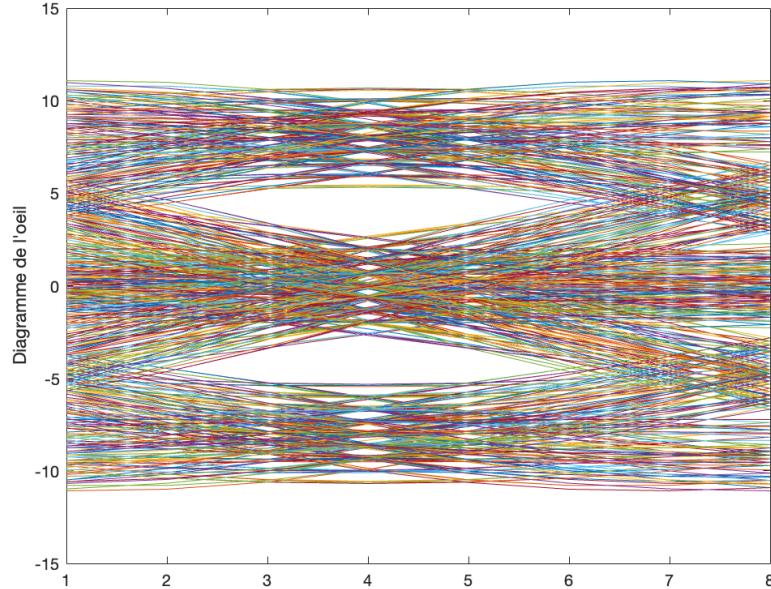


FIGURE 22 – Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception

3. Tracé, sur une même figure, de $|H(f)Hr(f)|$ et de $|Hc(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $Hr(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $Hc(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal :

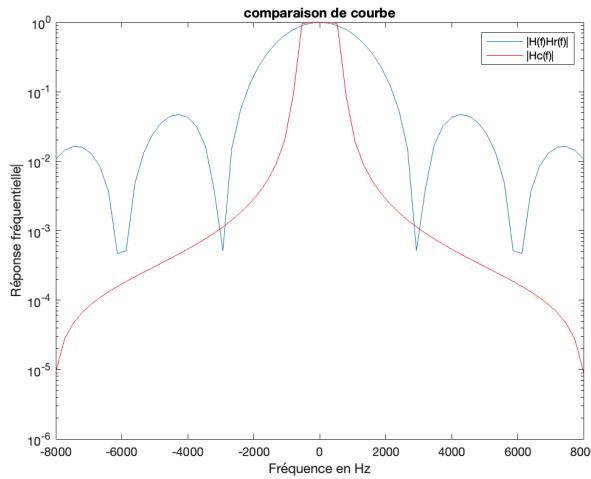


FIGURE 23 – Tracé superposant les réponses en fréquence des filtres de mise en forme, de réception et canal (BW = 1000 Hz)

4. Le TEB obtenu est relativement aléatoire, en effet, le canal filtre quasiment tout, comme on peut le voir sur la figure 23 la courbe bleue n'est quasiment pas visible, car trop large. Ainsi, il y aura beaucoup de dispersion, comme on peut le constater dans le diagramme de l'oeil, figure 22. Cependant, en prenant $n_0 = 8$, on a un TEB relativement satisfaisant, d'environ 7%. Toutefois, ce résultat est à nuancer, car en présence de bruit, le TEB pourrait exploser.

4 Etude de l'impact du bruit et du filtrage adapté, notion d'efficacité en puissance

Cette dernière partie va être dédiée à l'étude du bruit dans la chaîne de transmission numérique : impact du bruit introduit par le canal sur la transmission, influence du filtrage adapté, calcul et estimation du taux d'erreur binaire (TEB) dans le but de comparer les chaînes de transmission en termes d'efficacité en puissance.

Pour y parvenir, nous avons implanté sous Matlab trois chaînes de transmission permettant de transmettre un débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde. Elles seront constituées des éléments suivants :

- Mapping :
 - Chaîne 1 : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Chaîne 2 : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Chaîne 3 : symboles 4-aires à moyenne nulle.
- Facteur de suréchantillonnage N_s à déterminer pour respecter les paramètres données auparavant.
- Filtre de mise en forme rectangulaire de durée égale à la durée symbole et de hauteur 1.
- Canal de propagation à bruit additif et gaussien. Le bruit sera ajouté en utilisant :

$$\text{bruit} = \sigma_n * \text{randn}(1, \text{length}(x));$$

où x représente le signal à bruiter et σ_n^2 la puissance du bruit, donnée en fonction du rapport signal à bruit par bit souhaité à l'entrée du récepteur, $\frac{E_b}{N_0}$, par (voir démonstration en annexe) :

$$\sigma_n^2 = \frac{P_x N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où N_s représente le facteur de suréchantillonnage, M l'ordre de la modulation et P_x la puissance du signal à bruiter (signal en sortie du modulateur bande de base). P_x peut être obtenue sous Matlab de la manière suivante : $P_x = \text{mean}(\text{abs}(x).^2)$.

- Filtre de réception :
 - Chaîne 1 : rectangulaire de durée égale à la durée symbole et de hauteur 1.
 - Chaîne 2 : rectangulaire de durée égale à la moitié de la durée symbole et de hauteur 1.
 - Chaîne 3 : rectangulaire de durée égale à la durée symbole et de hauteur 1.
- Échantillonnage aux instants optimaux.
- Décisions sur les symboles par détecteur à seuil avec seuil(s) optimal(aux).
- Démapping adapté au mapping utilisé.

4.1 Étude de chaque chaîne de transmission

4.1.1 Sans bruit

Pour chaque chaîne de transmission étudiée, nous avons identifié les instants optimaux d'échantillonnage et le ou les seuil(s) optimal(aux) de décision en nous aidant d'un diagramme de l'oeil tracé en sortie du filtre de réception sur une (ou deux) période(s) symbole. Ainsi, nous vérifierons que le TEB obtenu est bien nul.

— Chaîne 1 :

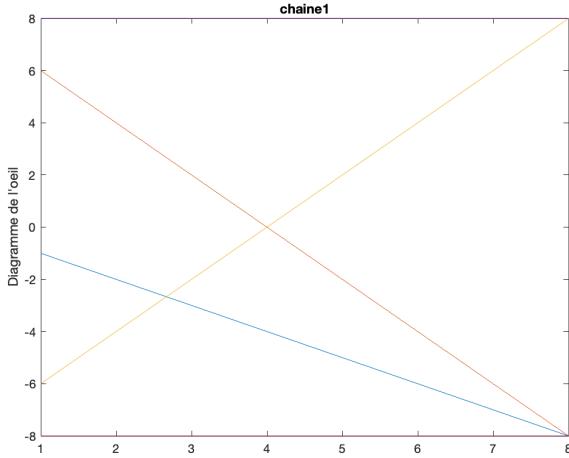


FIGURE 24 – Diagramme de l'œil de la chaîne 1

L'instant optimal d'échantillonnage est à $n_0 = 8$, car il s'agit de la seule abscisse où il n'y a que deux ordonnées associées.

Le seuil de décision est 0, car si la valeur est positive, le bit vaut 1, et si la valeur est négative, il vaut 0.

Le TEB est bien nul.

— Chaîne 2 :

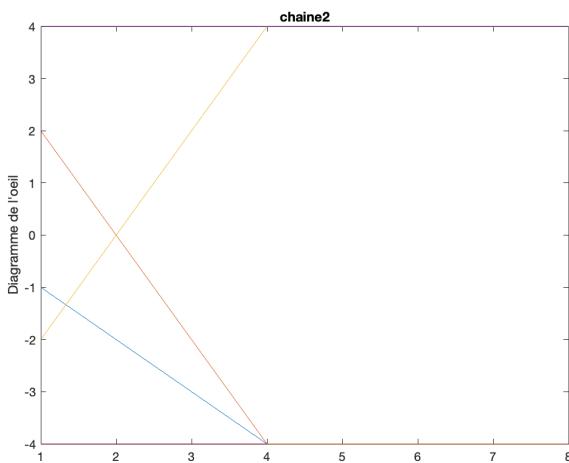


FIGURE 25 – Diagramme de l'œil de la chaîne 2

Les instants optimaux d'échantillonnage sont situés pour n_0 compris entre 4 et 8, pour les mêmes raisons que précédemment.

De la même façon, le seuil de décision est 0.

Le TEB est bien nul.

— Chaîne 3 :

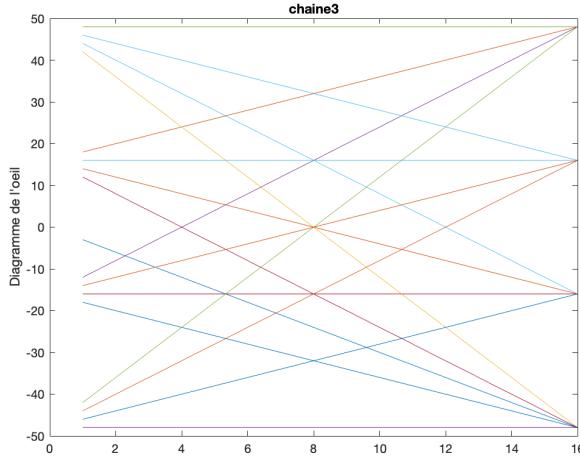


FIGURE 26 – Diagramme de l'oeil de la chaîne 3

L'instant optimal d'échantillonnage est à $n_0 = 16$, car le mapping est à symboles 4-aires cette fois-ci, donc au lieu de deux ordonnées associées à une abscisse, il en faut quatre.

Dans cette situation, on va déterminer les seuils de décision par paires de bits :

- pour 00 : le signal échantillonné doit être inférieur à -32 ,
- pour 01 : le signal échantillonné doit être compris entre -32 et 0 ,
- pour 10 : le signal échantillonné doit être supérieur à 32 ,
- pour 11 : le signal échantillonné doit être compris entre 0 et 32 .

Le TEB est bien nul.

4.1.2 Avec bruit

Pour chaque chaîne de transmission étudiée, nous avons tracé le diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception pour différentes valeurs de $\frac{E_b}{N_0}$ afin d'identifier l'impact du bruit. De plus, nous avons tracé, sur une même figure, le taux d'erreur binaire obtenu par simulation et le taux d'erreur binaire théorique de la chaîne étudiée.

— Chaîne 1 :

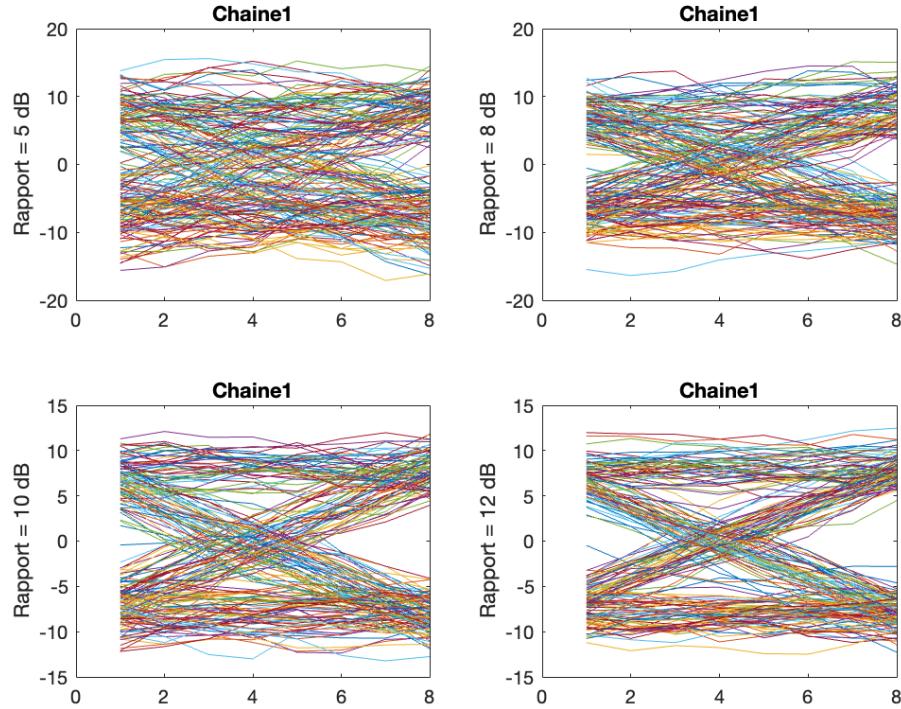


FIGURE 27 – Diagramme de l'oeil avec bruit (Chaîne 1)

Plus le bruit augmente, plus le rapport $\frac{E_b}{N_0}$ est faible ainsi les valeurs sont peu lisibles, ce que l'on retrouve dans les diagrammes de l'oeil suivants.

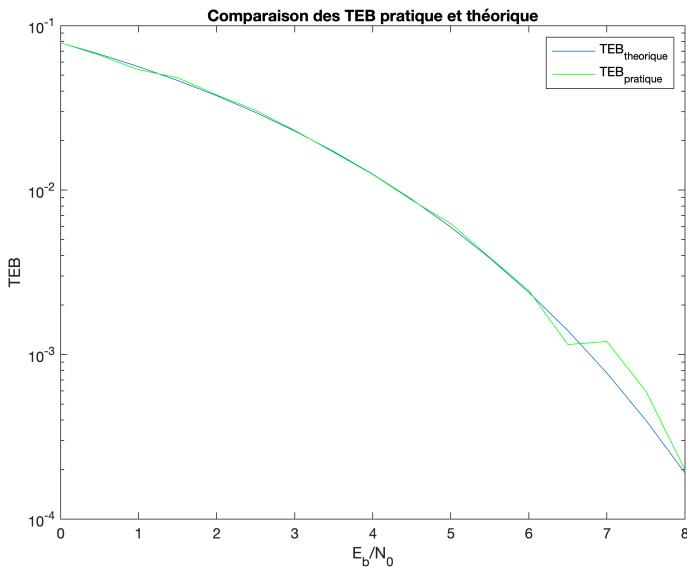


FIGURE 28 – Comparaison des TEB simulé et théorique (Chaîne 1)

— Chaîne 2 :

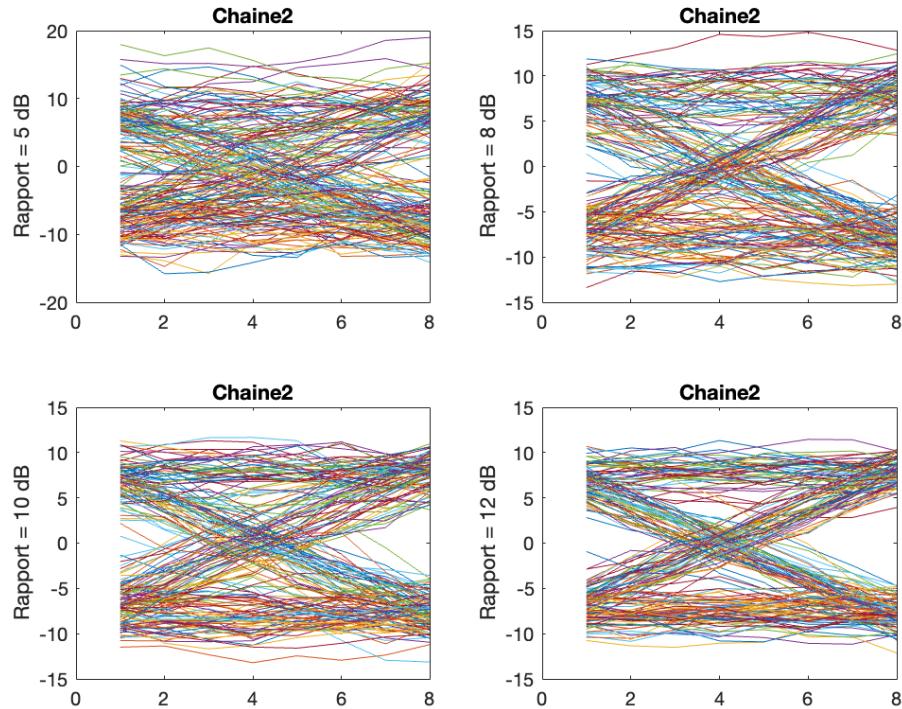


FIGURE 29 – Diagramme de l'oeil avec bruit (Chaîne 2)

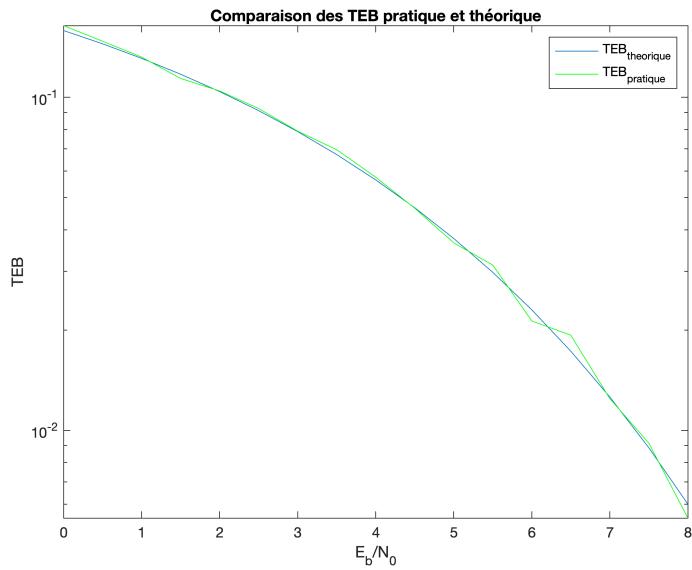


FIGURE 30 – Comparaison des TEB simulé et théorique (Chaîne 2)

— Chaîne 3 :

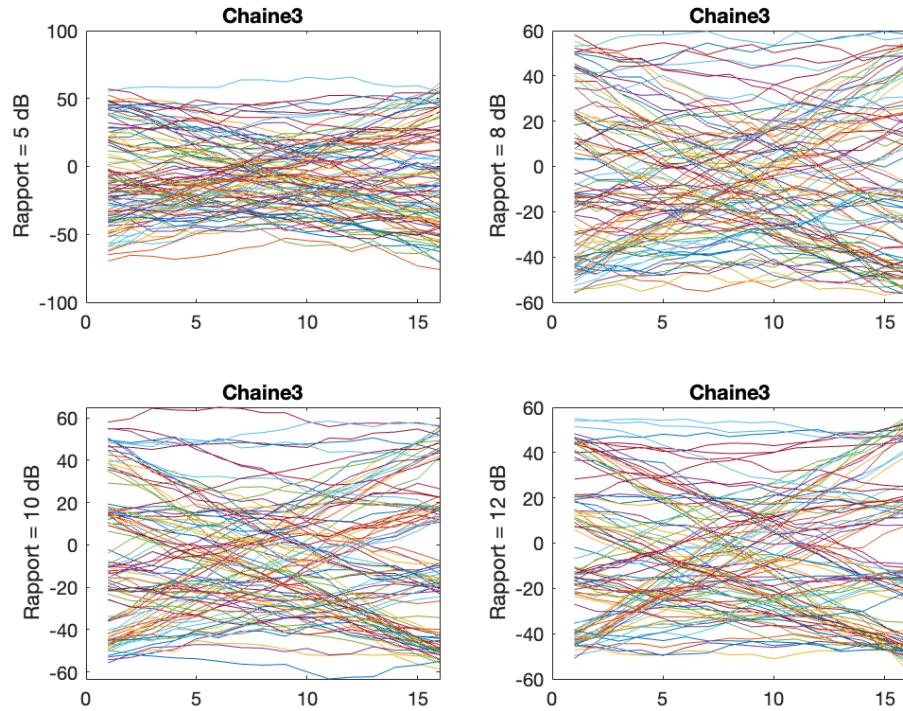


FIGURE 31 – Diagramme de l'oeil avec bruit (Chaîne 3)

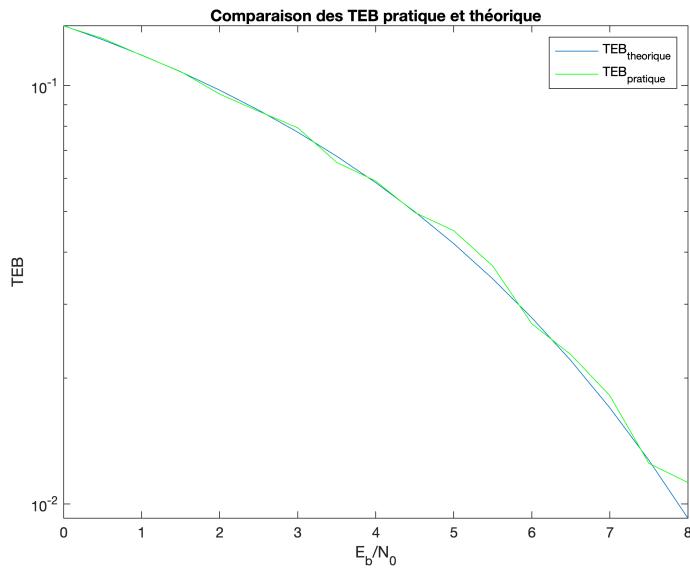


FIGURE 32 – Comparaison des TEB simulé et théorique (Chaîne 3)

4.2 Comparaison des chaînes de transmission implantées

1.

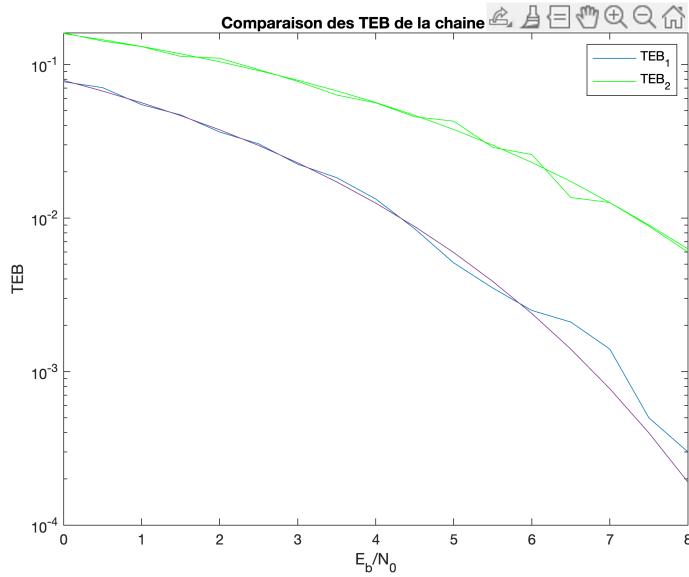


FIGURE 33 – TEBs obtenus par simulation pour les chaînes 1 et 2

2. La chaîne de référence nécessite un rapport $\frac{E_b}{N_0}$ plus faible pour atteindre ce TEB donc cette chaîne de référence nécessite moins de puissance. Ainsi, elle est plus efficace en puissance.
La chaîne 1 a une meilleure efficacité en puissance que la chaîne 2. En effet, le TEB de la chaîne 1 est plus faible que celui de l'autre chaîne. Cette différence peut être expliquée par le fait que la chaîne 1 utilise un filtrage plus adapté, meilleur.

3.

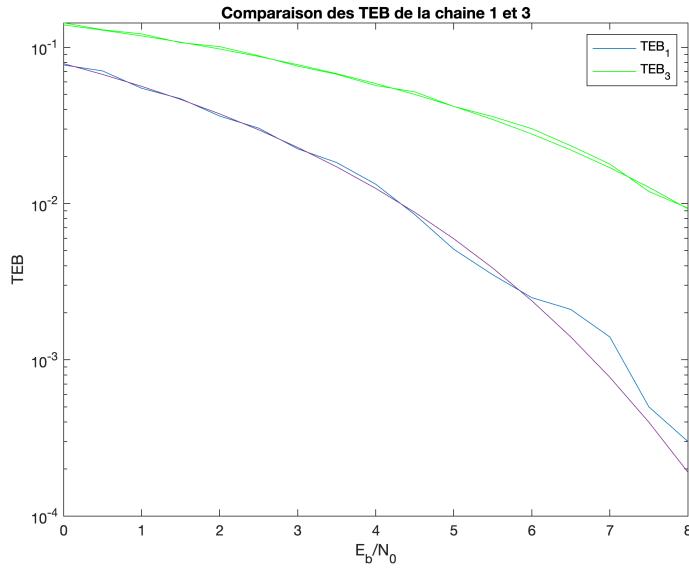


FIGURE 34 – TEBs obtenus par simulation pour les chaînes 1 et 3

4. La chaîne 1 a une efficacité en puissance plus élevée, car pour un rapport SNR fixé, le TEB de la chaîne 1 est plus faible que celui de la chaîne 3. En effet, la chaîne 1 possède une efficacité spectrale plus élevée que celle de la chaîne 3 car, puisqu'on utilise un mapping d'ordre 4, on

transmet plus d'informations dans un symbole, donc on peut transmettre à une fréquence plus faible.

5.

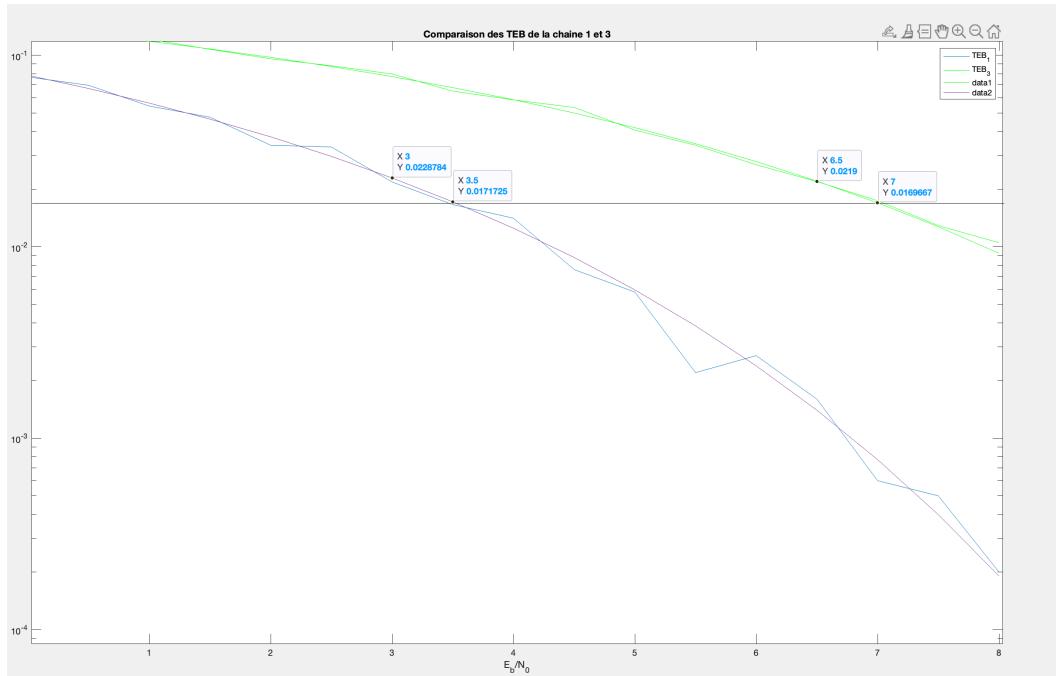


FIGURE 35 – Comparaison des TEB - chaînes 1 et 3

6.

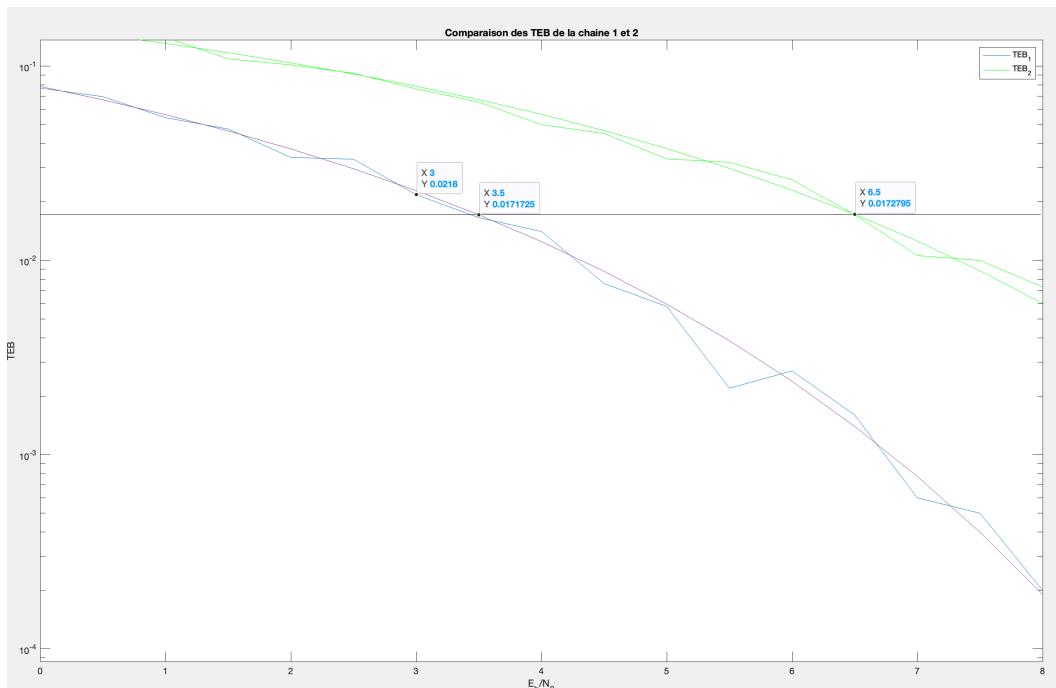


FIGURE 36 – Comparaison des TEB - chaînes 1 et 2

5 Annexes

5.1 Puissance de bruit à introduire dans les chaînes de transmission

Nous avons introduit un bruit de densité spectrale de puissance $N_0/2$ dans la bande F_e . La variance du bruit à introduire est donc donné par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} F_e = \frac{E_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_x T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_x N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}}$$

où :

- E_s représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M)E_b$, si E_b représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et M l'ordre de la modulation,
- T_s représente la durée symbole,
- N_s représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, $T_e = 1/F_e$ étant la période d'échantillonnage,
- P_x représente la puissance du signal à bruiter (signal en sortie du modulateur bande de base).

5.2 Précision sur les mesures de TEB

Le TEB peut être modélisé par une somme de variables aléatoires X_k prenant leurs valeurs dans l'ensemble {0,1} avec les probabilités $P[X_k = 0] = 1 - p$ (pas d'erreur) et $P[X_k = 1] = p$ (erreur) :

$$TEB = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k.$$

L'erreur quadratique relative sur le TEB est donnée par :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2},$$

où m_{TEB} et σ_{TEB}^2 représentent respectivement la moyenne et la variance sur l'estimation du TEB. La précision sur les mesures de TEB sera donnée par ϵ . On peut écrire :

$$m_{TEB} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E[X_k] = \frac{1}{N} N(1 \times p + 0 \times (1 - p)) = p$$

et

$$\sigma_{TEB}^2 = E \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k \right)^2 \right] - p^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N N E[X_k X_i] - p^2$$

- si $k = i$ (N cas) alors

$$E[X_k^2] = 1^2 \times p + 0^2 \times (1 - p) = p$$

- si $k \neq i$ ($N^2 - N$ cas) alors

$$E[X_k X_i] = E[X_k] E[X_i] = p^2$$

D'où :

$$\sigma_{TEB}^2 = \frac{1}{N^2} N_p + (N^2 - N)p^2 - p^2 = \frac{p(1 - p)}{N}$$

On constate que la variance de l'erreur tend vers 0 quand N augmente et on peut écrire l'erreur quadratique relative sur le TEB de la manière suivante :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2} = \frac{1-p}{N_p} \simeq \frac{1}{N_p} \text{ pour } p \ll 1$$

On obtient alors :

- le nombre d'élément binaire à générer, N , de manière à obtenir une précision ϵ fixée sur la mesure d'un TEB dont la valeur est, a priori, connue. Par exemple, si on veut mesurer un TEB de 10^{-2} avec une précision de 10%, il faudra générer $N = \frac{1}{10^{-2} \times (10^{-1})^2} = 10^4$ bits.
- le nombre de simulations à réaliser si la valeur à mesurer pour le TEB n'est pas, a priori, connue. On fera alors des simulations jusqu'à observer $1/\epsilon^2$ erreurs pour obtenir une mesure avec une précision ϵ fixée. Par exemple, si on veut mesurer le TEB avec une précision $\epsilon = 10\%$, il faudra compter les erreurs jusqu'à en obtenir $1/\epsilon^2 = 10^2$ avant de considérer la mesure de TEB obtenue comme disposant de la précision requise.

6 Conclusion

Cette étude permet de mettre en évidence l'impact de trois facteurs clés sur un signal en bande de base : la modulation, les filtres et le bruit.

7 Bibliographie

- Cours de Télécommunications
- TP et TD de Télécommunications