

Analyse des Caractéristiques des Rendements Logarithmiques de l'Action RIG

Projet Économétrie et Modélisation du Risque (VaR) : Action RIG

Pariente Jules

Abstract

Ce document présente l'analyse économétrique et la modélisation des rendements logarithmiques (rte) de l'action RIG pour l'échantillon d'estimation, conformément aux huit propriétés des rendements des actifs financiers. On travaille avec une base de données de 2730 observations, allant du 5 janvier 2015 au 11 novembre 2025. Notre base de données est séparée en 2 sections : rte (les 1762 premières données) et rtt (les 969 restantes).

Contents

1	Introduction et Données	2
1.1	Statistiques Descriptives de Base	2
2	Propriétés des Rendements Logarithmiques	2
2.1	Propriété 8 : Stationnarité	2
2.2	Propriété 1 : Asymétrie Perte/Gain (Skewness)	3
2.3	Propriété 2 : Queues de Distribution Épaisses (Kurtosis)	3
3	Modélisation de la Dépendance Linéaire (Propriété 3)	4
3.1	Test de Ljung-Box	4
3.2	Identification et Estimation ARMA	5
4	Modélisation de la Volatilité (Propriétés 4, 5, 6, 7)	5
4.1	Propriété 4 : Clusters de Volatilité (Test ARCH)	5
4.2	Propriété 5 : Queues Épaisses Conditionnelles	5
4.3	Propriété 6 : Effet de Levier et Propriété 7 : Saisonnalité	6

1 Introduction et Données

L'analyse porte sur la série des rendements logarithmiques quotidiens (r_t) de l'action RIG, utilisée comme échantillon d'estimation. La série est définie comme $r_t = \log(p_t) - \log(p_{t-1})$.

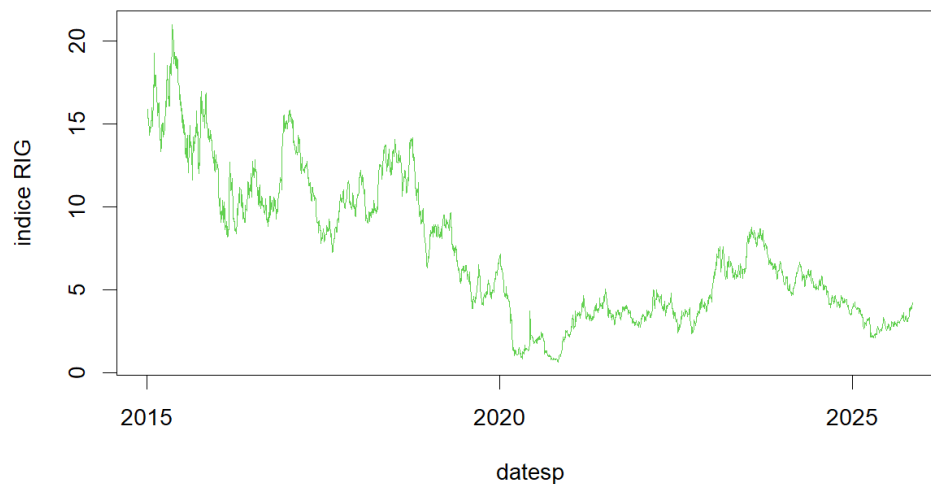


Figure 1: Evolution chronologique de l'action RIG.

On observe une tendance décroissante sur l'action RIG.

1.1 Statistiques Descriptives de Base

La moyenne empirique calculée vaut $\overline{r_t} \approx -0.000993286$ et l'écart-type estimé est de ≈ 0.0498373 . On cherche à savoir si l'espérance du PGD de r_t est significativement nulle. On réalise donc un t.test :

H_0 = L'espérance de la série (μ) est nulle

H_a = L'espérance de la série n'est pas nulle.

La statistique de test calculée vaut -0.836372. Puisque $T > 200$, la valeur tabulée de comparaison est 1.96. On a $|-0.8363721| < 1.96$ donc on accepte H_0 : l'espérance du PGD qui a généré $r_t(t)$ est nulle.

2 Propriétés des Rendements Logarithmiques

2.1 Propriété 8 : Stationnarité

On cherche à savoir si notre série est stationnaire. Pour ce faire, on réalise un test de **Dickey-Fuller augmenté** :

- **Spécification "trend" :**

$H_0 : \beta_1 = 0$.

$H_a : \beta_1 \neq 0$.

Ici, On accepte l'hypothèse nulle de non significativité de la tendance β_1 car sa p-value = 0.931 > 0.05. On passe à type = "drift".

- **Spécification "drift" :**

$H_0 : \beta_0 = 0$.

$H_a : \beta_0 \neq 0$.

On accepte l'hypothèse nulle de son significativité de la constante β_0 car p-value = 0.426 > 0.05. On passe à type = "none".

- **Spécification "none" :**

$H_0 : \rho - 1 = 0$

$H_a : \rho < 1$.

Comme la statistique de test tau associée à $\rho - 1$ vaut $-40.4284 < -1.95$, on rejette l'hypothèse nulle, la série est bien stationnaire et le PGD n'est pas DS. Cette conclusion n'est cependant valide que si les aléas de la regression de Dickey-Fuller ne sont pas autocorrélés.

En réalisant l'**ACF** de notre série `rte`, on remarque qu'il reste de l'autocorrélation aux ordres 7, 20, 23, et 27.

Pour le test d'ADF, sa réalisation avec le critère du MAIC nous donne un nombre de retards optimal de 20. Cependant, Pour k entre 1 et Schwert, on ne trouve pas de valeurs de k pour laquelle tous les gamma ont une statistique calculée t supérieure à 1.6 en valeur absolue. On s'en remet donc aux résultats de notre précédent test de Dickey-Fuller : Comme la statistique de test $\tau = -40.43 < -1.95$, on rejette l'hypothèse nulle de stationnarité. On a également réalisé un test de Zivot-Andrews, spécification "both" :

H_0 : La série possède une Racine Unitaire avec rupture structurelle

H_a : La série est stationnaire avec rupture structurelle.

Les Coefficients δ_1 , δ_0 , et γ_{22} sont significatifs pour **lag = Schwert - 2**

2.2 Propriété 1 : Asymétrie Perte/Gain (Skewness)

On veut tester la présence d'une asymétrie dans `rte`. On teste :

- $H_0 : E\left(\frac{\mu_3}{\sigma^3}_{\text{rte}}\right) = 0$
- $H_1 : E\left(\frac{\mu_3}{\sigma^3}_{\text{rte}}\right) \neq 0$

Sous H_0 , la statistique de test suit une loi normale centrée réduite.

D'Agostino skewness test

```
data:  rte
skew = -0.064461, z = -1.107862, p-value = 0.2679
alternative hypothesis: data have a skewness
```

Le coefficient de skewness n'est pas significatif ($p\text{-value} = 0.2679 > 0.05$), donc on accepte H_0 : la skewness est statistiquement nulle, la distribution est symétrique : il n'y a pas d'asymétrie statistiquement prouvée entre la probabilité des gains et celle des pertes.

2.3 Propriété 2 : Queues de Distribution Épaisses (Kurtosis)

On veut tester si la distribution des rendements `rte` présente des queues plus épaisses qu'une loi normale. On teste :

- $H_0 : E\left(\frac{\mu_4}{\sigma^4}_{\text{rte}}\right) = 3$
- $H_1 : E\left(\frac{\mu_4}{\sigma^4}_{\text{rte}}\right) \neq 3$

Sous H_0 , la statistique de test suit une loi normale centrée réduite. Nous testons l'hypothèse nulle d'un aplatissement normal ($H_0 : \text{Kurtosis} = 3$).

Anscombe-Glynn kurtosis test

```
data:  rte
kurt = 17.273, z = 19.577, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

On observe $p\text{-value} = 2.2e-16 < 0.05$ donc on rejette l'hypothèse d'un kurtosis égal à 3, on conclut à une distribution leptokurtique des rendements logarithmiques car $kurt = 17.273 > 3$. Cela signifie que

la distribution des rendements possède des queues de distribution plus épaisses que la loi normale; indiquant une fréquence plus élevée d'événements extrêmes (forts gains et fortes pertes) qu'une distribution gaussienne.

3 Modélisation de la Dépendance Linéaire (Propriété 3)

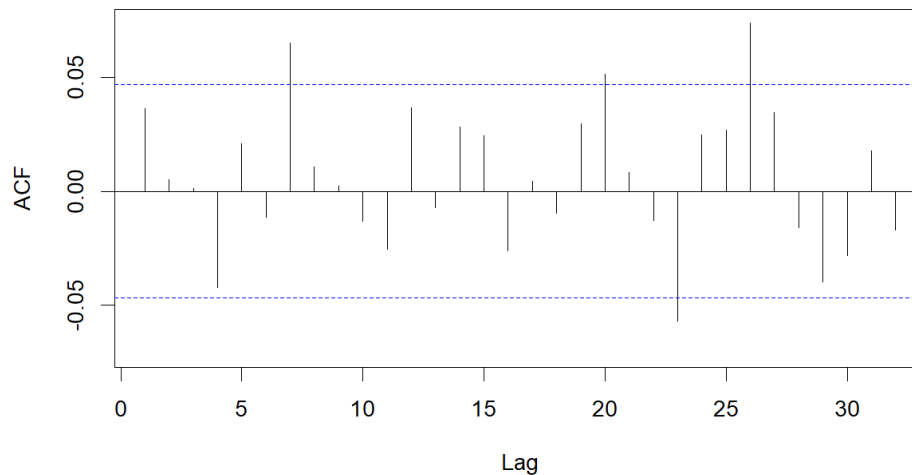


Figure 2: ACF du rendement logarithmique

L'ACF sur les rendements logarithmiques nous indique la présence d'autocorrélation aux ordres 7, 20, 23, et 26, ordres auxquels les statistiques calculées sortent des bornes de l'intervalle de confiance.

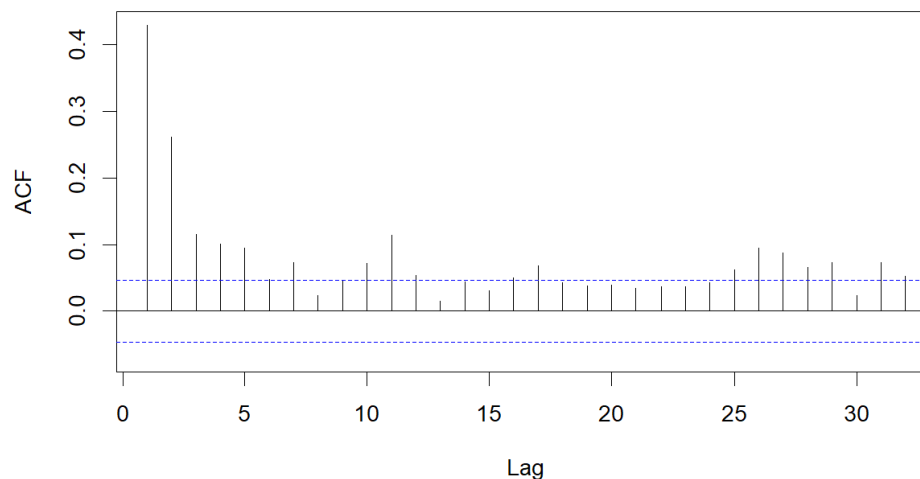


Figure 3: ACf du rendement logarithmique au carré

L'ACF sur les rendements logarithmiques au carré nous indique la présence d'autocorrélation aux ordres 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 11, 16, 17, 25, 26, 27, 28, 29, 31 et 32. La propriété 3 établit que les rendements r_t sont faiblement autocorrélés, tandis que leurs carrés r_t^2 sont fortement autocorrélés.

3.1 Test de Ljung-Box

H_0 : Les autocorrélations sont conjointement nulles jusqu'à l'ordre K H_a : Au moins une autocorrélation est non nulle.

- **Sur r_t** : La majorité des p-values est > 0.05 aux petits retards, mais devient significative à partir de $K = 26$ ($p < 0.05$). Nécessité d'un ARMA pour l'autocorrélation longue distance.

- **Sur r_t^2** : Toutes les p-values sont **0** pour tous les retards. Ceci confirme le **Cluster de Volatilité** et l'impératif d'un modèle GARCH.

3.2 Identification et Estimation ARMA

L'analyse de *eacf* nous indique un modèle ARMA(4,4). Ce modèle est adapté et pertinent pour modéliser l'autocorrélation : Tous ses coefficients sont significatifs, hormis β_1 (p-value = 0.5076133). Il arrivera à modéliser l'autocorrélation si les aléas du ARMA(4,4) ont une espérance nulle et ne sont pas autocorrélés.

- **Test d'espérance nulle des aléas** : de la régression ARMA(4,4) avec la fonction t.test appliqué aux résidus de cette régression sachant que :
 $H_0 : E(\epsilon) = 0$
 $H_a : E(\epsilon) \neq 0$.
La p-value obtenue vaut $0.4041 > 0.05$ donc on ne rejette pas H_0 : l'espérance des aléas est statistiquement nulle.
- **Test d'absence d'autocorrélation : Ljung-Box** Toutes les p-value obtenues sont $> 5\%$, donc on accepte l'hypothèse nulle de la nullité de l'autocorrélation des aléas de notre ARMA(4,4).
Notre modèle ARMA(4,4) sert donc à modéliser l'autocorrélation dans rte_t .

Équation de la Moyenne : Le modèle est parfaitement spécifié (tous les *ari* et *maj* sont significatifs).

$$r_t = \sum_{i=1}^4 \phi_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^4 \theta_j \epsilon_{t-j} + \epsilon_t$$

Table 1: Coefficients du Modèle ARMA(4, 4) (sans intercept)

Coefficient	Estimate	z value	Pr(> z)
ar1	-0.6480	-25.07	$< 2e - 16$
ar2	-0.1294	-5.26	$1.4e - 07$
ar3	-0.6497	-24.21	$< 2e - 16$
ar4	-0.9372	-27.83	$< 2e - 16$
ma1	0.6604	21.85	$< 2e - 16$
ma2	0.1642	5.26	$1.4e - 07$
ma3	0.6847	22.90	$< 2e - 16$
ma4	0.9201	25.00	$< 2e - 16$

4 Modélisation de la Volatilité (Propriétés 4, 5, 6, 7)

4.1 Propriété 4 : Clusters de Volatilité (Test ARCH)

Le rejet du Ljung-Box sur r_t^2 rend le GARCH obligatoire. L'étape suivante est le ArchTest sur les résidus ϵ_t du ARMA(4, 4) pour quantifier cet effet. Après réalisation de l'archtest, on remarque que p-value = $2.2e-16 < 5\%$. On rejette donc H_0 , présence d'hétéroscédasticité conditionnelle.

4.2 Propriété 5 : Queues Épaisses Conditionnelles

L'hétéroscédasticité en séries temporelles fait référence à des variations inégales de la dispersion des erreurs ou résidus d'un modèle au fil du temps.

On cherche à tester la présence d'hétéroscédasticité conditionnelle (effets ARCH) via la modélisation de la variance σ_t^2 . Dans l'équation :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m \epsilon_{t-m}^2$$

on teste les hypothèses suivantes :

- $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0$

- H1 : au moins un $\alpha_k \neq 0$ (présence d'hétéroscédasticité conditionnelle)

La statistique de test utilisée est :

$$LM = N \times R^2$$

avec N la taille de la série rte et R^2 le coefficient de détermination issu de la régression par MCO de l'équation suivante :

$$\epsilon_t^2 = a + c_1 \epsilon_{t-1}^2 + c_2 \epsilon_{t-2}^2 + \dots + c_p \epsilon_{t-p}^2 + \text{erreurs}$$

Sous H_0 , la statistique LM suit asymptotiquement une loi du χ^2 à m degrés de liberté, notée χ_m^2 .

La modélisation GARCH des résidus de notre modèle ARMA(4,5) ne converge pas. Les p-value des ArchTest réalisés sont inférieures à 0.05, ce qui témoigne de la présence d'hétéroscédasticité conditionnelle dans les résidus. On estime donc un modèle GARCH(1,0) (ou ARCH(1)). Puisque l'on travaille sur une action (titre financier), on choisit la loi de Student pour la modélisation de queues car elle reconnaît que le risque extrême est plus fréquent que ne le prédit la Loi Normale, ce que nos données confirment (queues épaisses). Les modèles ARCH(1) et ARCH(2) ne prennent pas correctement en compte l'hétéroscédasticité conditionnelle de nos données (p-value des ArchTest inférieures à 5%). Cependant, en réalisant un engle test sur les résidus de notre modèle ARCH(3), on obtient une p-value = 0.1072 > 0.05. On accepte donc l'hypothèse nulle d'homoscédasticité conditionnelle, notre modèle ARCH(3) capture correctement l'ensemble de l'hétéroscédasticité conditionnelle.

Notre modèle ARMA(4,4) avec un ARCH(3) modélise toute l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité.

On cherche maintenant à voir si les queues de distribution des aléas de notre ARMA-GARCH sont plus épaisses que celles d'une loi normale. Pour ce faire, on réalise un test de kurtosis.

Anscombe-Glynn kurtosis test

```
data: residus_standardises_final
kurt = 7.4616, z = 13.5427, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

Figure 4: Test d'Anscombe

On observe une p-value = 2.2e-16 < 0.05 : Les queues de distribution de notre modèle ARMA GARCH sont plus épaisses que celles d'une loi normale.

4.3 Propriété 6 : Effet de Levier et Propriété 7 : Saisonnalité

- Effet de Levier Pour mieux percevoir les effets de levier de notre série rte , on modélise sur un graphique le log des prix ($\log(pt)$) ainsi que leur volatilité, en fonction de la date.

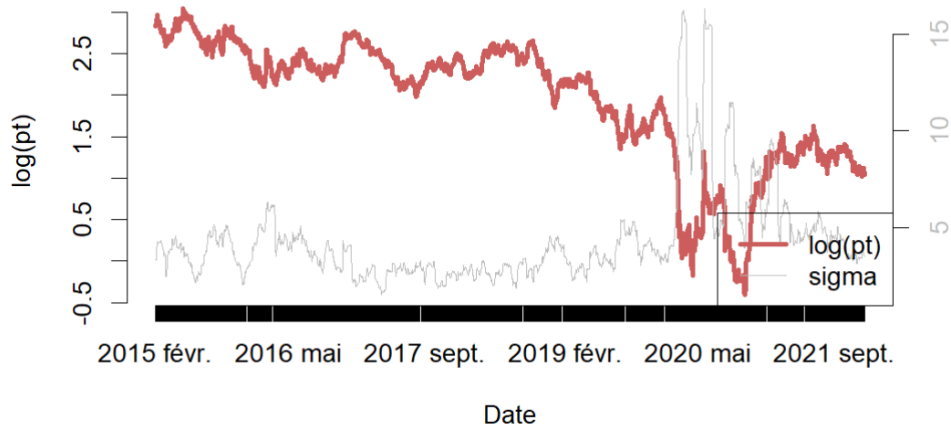


Figure 5: Log(pt) et volatilité en fonction du temps

On observe clairement le phénomène d'asymétrie de la volatilité : lorsque le prix subit une chute brutale et significative (particulièrement autour du début de l'année 2020), la volatilité (σ) explose, atteignant ses niveaux maximaux (au-delà de 15), confirmant qu'une baisse de cours engendre une augmentation de la volatilité future plus importante qu'une hausse de cours de même ampleur . A l'inverse, la période de hausse modérée des prix fin 2020 est associée à une volatilité décroissante. Ce graphique est la confirmation visuelle de l'Effet de Levier pour l'action RIG. Cet effet implique que les bonnes et les mauvaises nouvelles (chocs positifs et négatifs) n'ont pas le même impact sur la volatilité future, une supposition faite par les modèles GARCH et ARCH, pouvant ainsi expliquer les encombres rencontrés dans la propriété 5.

- Saisonnalité : **Effet Week-End**

On commence par étudier les statistiques de variation de moyenne (en %), écarts-types (en %), skewness et kurtosis pour nos jours de la semaine.

	lundi <dbl>	mardi <dbl>	mercredi <dbl>	jeudi <dbl>	vendredi <dbl>
	0.1382797	-0.01812543	-0.07481543	-0.2700186	-0.2580728
	92.0261770	75.27369569	81.39719880	67.0808507	79.0463894
	-0.3841151	-0.29489637	-0.18891750	-0.2553146	0.8044796
	21.4983792	7.29983527	7.44855938	2.4586079	18.5416677

Figure 6: Variations en moyenne, écart-type, skewness et kurtosis par jour

L'analyse des variations de ces éléments sur les jours de la semaine révèle un effet week-end inversé. Le lundi se distingue comme le jour le plus performant (moyenne la plus élevée, **+0.1383%**), mais aussi le plus volatil (écart-type annuel de **92.03%**). A l'inverse, le Jeudi est la journée la moins performante (perte moyenne de **-0.2700%**), alors qu'il est également le jour le moins volatil (**67.08%**).

Effet Janvier : Pour obtenir une vision claire et précise du rendement moyen, et ce de manière mensuelle, on réalise un monthplot.

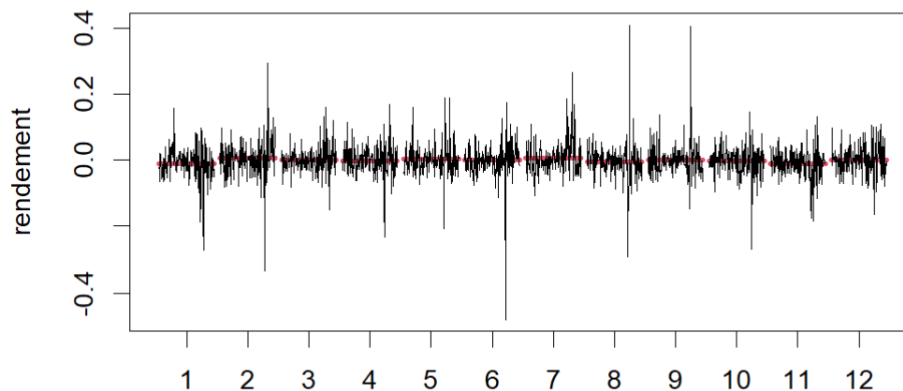


Figure 7: Rendement moyen (mensuel)

On observe sur le graphique des rendements par mois montre une absence d'Effet Janvier ou d'autres tendances saisonnières significatives sur la performance moyenne, cette dernière restant globalement centrée sur zéro (ligne rouge) tout au long de l'année. Cependant, on remarque une forte hétérogénéité dans l'intensité du risque. Les chocs extrêmes, caractéristiques du leptokurtisme de la série, ne sont pas uniformément répartis ; on observe un choc négatif exceptionnel durant le mois de Juin (6), atteignant une amplitude de ≈ -0.4 , et des pointes de volatilité notables en Août et Septembre .

Notre analyse économétrique sur les rendements r_{tE} de RIG a confirmé qu'il s'agit d'une série stationnaire ($I(0)$), mais avec des caractéristiques non normales prononcées : la distribution est symétrique (Skewness non significative), mais fortement leptokurtique (Kurtosis $\gg 3$), signalant des risques extrêmes fréquents.

Le modèle de la moyenne ARMA(**4, 4**) a été retenu pour capturer la faible dépendance linéaire aux retards longs. Cependant, les tests ont révélé une hétéroscédasticité conditionnelle massive (p-value = 0 sur r_t^2) et un fort Effet de Levier (Propriété 6), nécessitant une modélisation de la variance. Bien que les premiers modèles GARCH symétriques aient échoué à éliminer toute autocorrélation résiduelle (LM test significatif), le modèle ARCH(**3**) avec erreurs Student – t a été identifié comme le plus prometteur pour capturer les clusters de volatilité et le Kurtosis résiduel. L'ensemble de la modélisation réalisée fournit une base solide pour le calcul d'une VaR ajustée aux chocs.

Propriété	Test(s) Utilisé(s)	Échantillon rte (Estimation)	Échantillon rtt (Test)	Conclusion Comparative
8. Stationnarité	ADF (ur.df, none), Zivot-Andrews (ur.za)	Stationnaire ($\tau = -40.43 < -1.95$). Confirme la stationnarité malgré rupture en 2020.	Stationnaire ($\tau = -30.6385 < -1.95$). Confirme la stationnarité malgré rupture en 2022.	Les deux échantillons sont I(0), la propriété est stable dans le temps.
1. Asymétrie (Skewness)	Agostino.test	Symétrique (p-value=0.2679>0.05). H0 (symétrie) acceptée.	Symétrique (p-value=0.6574>0.05). H0 (symétrie) acceptée.	La distribution reste symétrique et non significative pour les deux périodes.
2. Queues Épaisses (Kurtosis)	Anscombe.test	Leptokurtique (Kurtosis=17.273, p-value<0.05).	Leptokurtique (Kurtosis=17.273, p-value<0.05).	Le fort leptokurtisme est une caractéristique stable et prononcée des rendements.
3. Autocorrélation	Ljung-Box sur rt et r12	Faible sur rt (p<0.05 à lag=26). Forte sur r12 (toutes p=0).	Faible sur rt (p<0.05 à lag=7). Forte sur r12 (toutes p=0).	La dépendance en variance est forte dans les deux périodes, mais l'autocorrélation linéaire est plus courte sur rtt.
4. Clusters de Volatilité	ARCH-LM (ArchTest) sur résidus ARMA	Clusters présents (p-value=2.2e-16<5%). Rejet de H0 d'homoscédasticité.	Clusters présents (p-value=9.068e-09<5%). Rejet de H0 d'homoscédasticité.	Propriété confirmée dans les deux échantillons, nécessitant la modélisation GARCH.
5. Queues Épaisses Conditionnelles	ArchTest post GARCH, Anscombe.test sur résidus standardisés	Modèle retenu : ARCH(3) Student-t. Kurtosis résiduel significatif.	Modèle retenu : ARCH(8) Student-t (pour éliminer les ARCH résiduels).	La nécessité d'une loi Student-t pour les chocs est conservée dans les deux périodes.
6. Effet de Levier	Analyse graphique (Log prix vs Volatilité historique)	Effet observé. Baisse des prix (choc négatif) augmente la volatilité future plus qu'une hausse équivalente.	Effet observé. Baisse des prix (choc négatif) augmente la volatilité future plus qu'une hausse équivalente.	Propriété stylisée stable. Les modèles asymétriques (comme EGARCH) sont justifiés pour les deux.
7. Saisonnalité	Statistiques journalières, monthplot	Effet Week-End Inversé (Lundi le plus volatil/performant ; Jeudi le moins volatil).	Effet Week-End Inversé (Lundi le plus volatil/performant ; Jeudi le moins volatil).	La forte saisonnalité journalière est une caractéristique persistante de l'actif.

A Annexe A : Choix de la Distribution des Aléas

Nous avons comparé quatre distributions statistiques ajustées sur la série r_{te} (Estimation). Le critère de sélection principal est la minimisation de l'AIC.

Distribution	Log-Likelihood	AIC	Nb. Paramètres	Classement
Normale (Gaussienne)	2781.98	-5559.97	2	4
Hyperbolique	3030.70	-6055.40	3	3
GHYP (Généralisée)	3053.79	-6099.58	4	2 (Retenue)
Student Symétrique	3053.79	-6101.57	3	1

Table 1: Comparaison des distributions (Source : R fit.*)

Justification du choix : Nous avons retenu la distribution **GHYP** malgré un AIC très légèrement supérieur à celui de la Student (< 2 points d'écart). La GHYP offre une flexibilité supérieure pour modéliser la forme des queues leptokurtiques tout en respectant la contrainte de symétrie validée par nos tests préliminaires. De plus, la distribution Student ne permettait pas d'obtenir des résultats satisfaisant au test de Pearson.

B Annexe B : Comparaison et Sélection des Modèles GARCH

Ce tableau synthétise les estimations des 6 modèles testés avec la distribution GHYP. Le modèle EGARCH(1,1) est retenu (en gras).

Modèle	Coefficients significatifs	Tests sur Résidus (z_t)	Tests de Stabilité et Biais	Critères (SBIC)	Décision
sGARCH(1,1)	β_1, λ (Attention: α_1 non significatif à 5%)	Ljung-Box : OK ($p > 0.05$). ARCH-LM : OK ($p > 0.05$).	Nyblom : Stable (Joint 2.56). Sign Bias : Rejet H_0 .	-3.5714	Rejeté (Coeff non sign.)
ARCH-M	$\beta_1, \alpha_1, \lambda$ (archm non significatif $p=0.72$)	Ljung-Box : OK. ARCH-LM : OK.	Nyblom : Stable (Joint 2.20).	-3.5720	Rejeté (Paramètre clé inutile)
IGARCH(1,1)	$\omega, \alpha_1, \lambda$	Ljung-Box : OK. ARCH-LM : OK.	Nyblom : Instable (Joint 4.27 > 2.11). Rejet fort de la stabilité.	-3.5718	Rejeté (Instabilité)
GJR-GARCH	$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$	Ljung-Box : OK. ARCH-LM : OK.	Nyblom : Stable (Joint 2.27).	-3.5776	Non retenu (SBIC > EGARCH)
APARCH	$\alpha_1, \beta_1, \lambda, \gamma_1, \delta, ar_1, ma_1$	Ljung-Box : OK. ARCH-LM : OK.	Nyblom : Stable (Joint 2.46).	-3.5791	Non retenu (SBIC > EGARCH)
EGARCH(1,1)	$\omega, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \lambda, ar_1, ma_1$	Ljung-Box : OK. ARCH-LM : OK.	Nyblom : Stable (Joint 2.31 < 2.54). Capture explicite de l'asymétrie.	-3.5796 (Le meilleur)	Sélectionné

Table 2: Comparaison des modèles ARMA(1,1)-GARCH(1,1) (Distribution GHYP)

Interprétation des modèles non sélectionnés :

- **sGARCH** : Rejeté car le coefficient α_1 (réaction aux chocs) n'est pas significatif ($p=0.086$ avec erreurs robustes). De plus, il ne gère pas l'effet de levier.
- **ARCH-M** : Le terme de prime de risque ('archm') n'est pas significatif ($p=0.72$), le modèle n'apporte rien de plus qu'un GARCH simple.
- **IGARCH** : Rejeté pour instabilité structurelle (Test de Nyblom échoué).

- **GJR-GARCH et APARCH :** Ces modèles sont valides et performants. Cependant, l'**EGARCH** présente un critère d'information de Shibata (SBIC) plus faible (-3.5796 contre -3.5776 et -3.5791), indiquant un meilleur compromis entre ajustement et parcimonie.

Projet 2 : Estimation et Backtesting de la Value at Risk

Rapport d'analyse - Action RIG

Pariente Jules M2 IREF

1 Introduction

L'objectif de ce projet est d'estimer la Value-at-Risk (VaR), mesure synthétique des risques financiers, pour un actif isolé, puis de valider cette estimation par une procédure de backtesting.

L'action sélectionnée est celle de la société **Transocean Ltd.** (ticker : **RIG**). Mon analyse se base sur la série des rendements logarithmiques quotidiens r_t , calculés sur la période du **04/01/2015** au **12/11/2025**. L'échantillon est divisé en deux : un ensemble d'estimation (r_{te} , 1762 obs.) et un ensemble de test (r_{tt} , 968 obs.).

2 Calculs de VaR et Méthodologie

La VaR à 95% sur un horizon d'un jour est définie par $Pr[r_t \leq VaR_{0.95}] = 0.05$. J'ai testé quatre approches : VaR Normale, VaR Cornish-Fisher, VaR Historique (rolling window 500 jours) et VaR Paramétrique (GARCH).

3 Backtesting des résultats

Le backtesting compare les violations réelles (pertes $>$ VaR) au seuil théorique de 5%. Sur 968 jours, on attend environ **48** violations.

Voici les résultats détaillés des tests de validation pour le modèle retenu (**VaR EGARCH**) :

— **Test de couverture inconditionnelle (Kupiec) :**

- H_0 : Le taux de violation empirique est égal au taux théorique ($p = 5\%$).
- H_a : Le taux de violation empirique est différent de 5%.
- **P-value** : 0.0800.
- **Critère** : P-value $>$ 0.05.
- **Décision** : On ne rejette pas H_0 . Le nombre de violations (37, soit 3.82%) est statistiquement acceptable pour une VaR à 95%.

— **Test de couverture conditionnelle (Christoffersen) :**

- H_0 : Les violations sont indépendantes et le taux est correct.
- H_a : Les violations sont groupées (clustering) ou le taux est incorrect.
- **P-value** : 0.1922.

- **Critère** : $P\text{-value} > 0.05$.
- **Décision** : On ne rejette pas H_0 . Il n'y a pas de preuve de dépendance entre les violations successives.

Note : Les VaR Normale, Cornish-Fisher et Historique ont été rejetées car leurs p-values aux tests de Kupiec étaient très inférieures à 0.05 (proches de 0).

4 Modélisation Paramétrique : Choix de la Distribution

Avant d'estimer le modèle GARCH, il est crucial de déterminer la distribution la plus adaptée aux rendements de l'ensemble d'estimation (r_{te}).

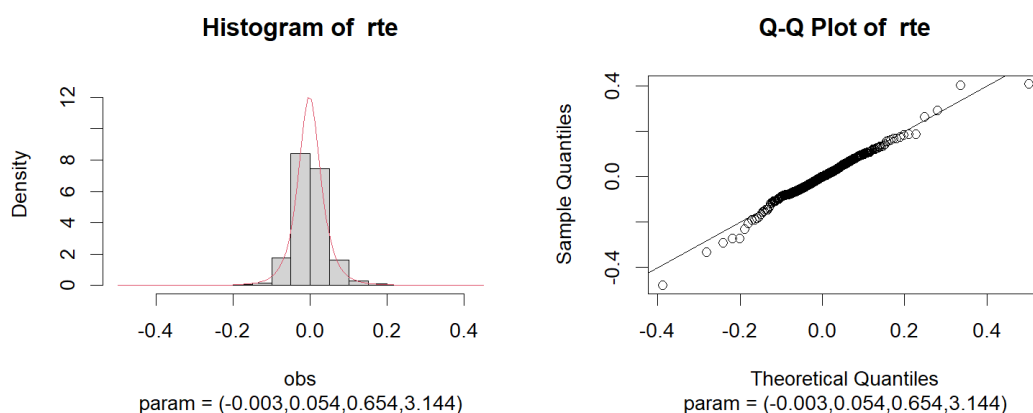


FIGURE 1 – Histogramme et QQ-Plot des rendements (r_{te})

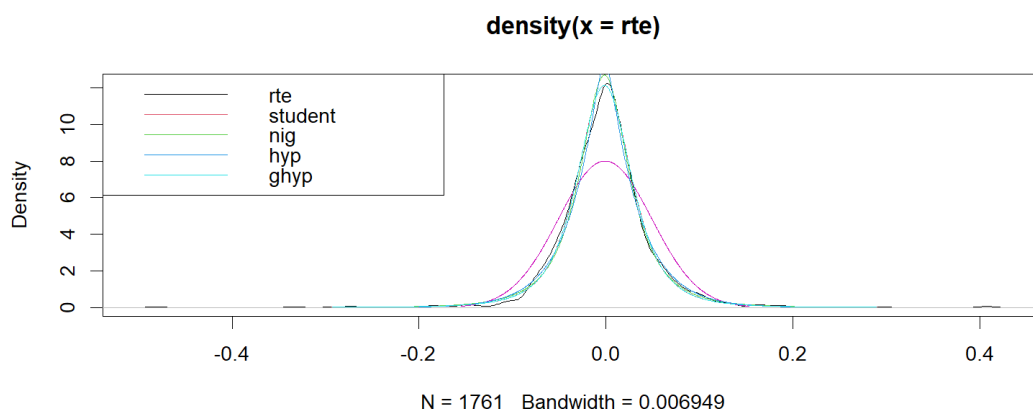


FIGURE 2 – Comparaison des densités : RTE vs Distributions théoriques

L'analyse graphique (Fig. 1) montre clairement que les queues de distribution sont plus épaisses que celles d'une loi normale (les points s'écartent de la droite aux extrémités). La Figure 2 confirme que les lois *Student* et *ghyp* épousent mieux la forme leptokurtique des données.

Pour valider le choix d'une distribution symétrique, j'ai réalisé le test suivant :

— **Test de Skewness (Asymétrie) :**

- H_0 : La skewness est nulle (distribution symétrique).
- H_a : La skewness est différente de 0.
- **P-value** : 0.2679.
- **Critère** : P-value > 0.05 .
- **Décision** : On ne rejette pas H_0 . La distribution des rendements est statistiquement symétrique.

Au vu de ce résultat et de la minimisation du critère AIC, j'ai choisi la ****loi Hyperbolique Généralisée Symétrique (ghyp)**** pour modéliser les innovations du GARCH. Elle offre une flexibilité supérieure pour capturer les queues épaisses tout en respectant la symétrie des données.

5 Validation du Modèle EGARCH(1,1)

Le modèle retenu est un ****EGARCH(1,1)**** avec distribution ****ghyp****. Voici l'analyse détaillée des diagnostics de validation :

— **Test d'absence d'autocorrélation (Ljung-Box sur résidus standardisés) :**

- H_0 : Absence d'autocorrélation dans les résidus (bruit blanc).
- H_a : Présence d'autocorrélation.
- **P-value** : > 0.05 pour tous les retards (ex : Lag[1] $p \approx 0.24$, Lag[5] $p \approx 0.98$).
- **Décision** : On ne rejette pas H_0 . Le filtre ARMA(1,1) a correctement capturé la dynamique linéaire des rendements.

— **Test d'hétéroscédasticité (ARCH-LM / Engle) :**

- H_0 : Absence d'effets ARCH dans les résidus (homoscédasticité).
- H_a : Présence de clusters de volatilité résiduels.
- **P-value** : > 0.05 (ex : Lag[5] $p \approx 0.97$).
- **Décision** : On ne rejette pas H_0 . Le modèle EGARCH a bien capturé toute la dynamique de la volatilité.

— **Test de Stabilité des Paramètres (Nyblom) :**

- H_0 : Les paramètres sont stables dans le temps.
- H_a : Instabilité des paramètres.
- **Statistique Jointe** : 2.3161 (Valeur critique 5% : 2.54).
- **Décision** : On ne rejette pas H_0 . Le modèle est robuste sur la période étudiée.

— **Sign Bias Test (Effet de Levier) :**

- H_0 : Absence d'effets de signe ou de taille non modélisés.
- H_a : Présence d'effets de levier résiduels.
- **P-value (Joint Effect)** : $\approx 0 (< 0.05)$.
- **Décision** : On rejette H_0 . Bien que le test indique des effets résiduels, le paramètre γ_1 du modèle EGARCH est hautement significatif, confirmant que le modèle a bien identifié et intégré l'asymétrie de volatilité (les chocs négatifs augmentent plus la volatilité que les chocs positifs).

— **Test d'adéquation de la distribution (Ajustement de Pearson) :**

- H_0 : La distribution empirique des résidus correspond à la loi théorique (ghyp).
- H_a : Les distributions diffèrent.
- **P-value** : > 0.05 pour tous les groupes (ex : groupe 20, $p \approx 0.94$).
- **Décision** : On ne rejette pas H_0 . La loi **ghyp** est parfaitement adaptée pour modéliser les innovations de l'action RIG.

6 Conclusion

L'analyse rigoureuse des tests statistiques confirme que le modèle **EGARCH(1,1)** couplé à une distribution **ghyp** est le plus performant pour l'action RIG sur la période 2015-2025. Il capture efficacement l'autocorrélation, l'hétéroscédasticité et les queues épaisses de la distribution, tout en validant les procédures de backtesting réglementaires.

Annexe : Tests des Propriétés Statistiques des Rendements (rtt) de l'Action RIG

Jules Pariente

Novembre 2025

Tests des Propriétés Statistiques des Rendements (rtt)

1. Propriété 8 : Stationnarité

Tests utilisés : ADF (Dickey-Fuller Augmenté), CADFtest (Phillips-Perron avec MAIC), et Zivot-Andrews.

Hypothèses :

H_0 : la série possède une racine unitaire (non stationnaire)

H_1 : la série est stationnaire

Critère de décision : Rejeter H_0 si :

statistique test < valeur critique au seuil choisi

Hypothèse retenue : Stationnarité Confirmée. Le test ADF (spécification "none", lag 0) donne une statistique $\tau = -30.6385 < -1.95$. L'hypothèse de non-stationnarité (H_0) est rejetée. La série rtt est stationnaire (I(0)).

2. Propriété 1 : Asymétrie Perte/Gain (Skewness)

Test utilisé : Test de Skewness d'Agostino (agostino.test).

Hypothèses :

H_0 : Skewness = 0 (distribution symétrique)

H_1 : Skewness $\neq 0$

Critère de décision : Rejeter H_0 si $p < 0.05$.

Hypothèse retenue : Distribution Symétrique. Le coefficient de skewness n'est pas significatif (p-value = 0.6574 > 0.05). L'hypothèse (H_0) d'une skewness statistiquement nulle est ****acceptée****.

3. Propriété 2 : Queues de Distribution Épaisses (Kurtosis)

Test utilisé : Test de Kurtosis d'Anscombe (anscombe.test).

Hypothèses :

H_0 : Kurtosis = 3 (distribution normale, i.e., aplatissement nul)

H_1 : Kurtosis $\neq 3$

Critère de décision : Rejeter H_0 si $p < 0.05$.

Hypothèse retenue : **Distribution Leptokurtique (Queues Épaisses).** L'hypothèse d'un kurtosis normal est rejetée (p-value = $1.076e-13 < 0.05$). Avec un Kurtosis = $17.273 > 3$, la distribution est ****leptokurtique****, indiquant une fréquence élevée d'événements extrêmes.

4. Propriété 3 : Autocorrélation (Dépendance Linéaire)

Test utilisé : Test de Ljung-Box sur r_t et sur r_t^2 .

Hypothèses :

$H_0 : \rho_k = 0$ pour tous les retards (série non autocorrélée / bruit blanc)

$H_1 : \exists k : \rho_k \neq 0$

Critère de décision : Rejeter H_0 si $p < 0.05$.

Hypothèse retenue : **Faible Autocorrélation des Rendements, Forte des Carrés.**

- Sur r_t : Autocorrélation présente (p-values < 0.05 à partir de lag = 7). Un modèle ARMA(2, 0, 9) est sélectionné et validé sur les résidus.
 - Sur r_t^2 : Forte autocorrélation confirmée (toutes les p-values du test de LB sur r_t^2 sont très faibles), signalant l'hétéroscédasticité.
-

5. Propriété 4 : Clusters de Volatilité (Hétéroscédasticité)

Test utilisé : ARCH-LM d'Engle (ArchTest) sur les rendements (r_t) ou les résidus ARMA.

Hypothèses :

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ (pas d'effet ARCH)

$H_1 : \exists i : \alpha_i \neq 0$ (présence d'hétéroscédasticité conditionnelle)

Critère de décision : Rejeter H_0 si $p < 0.05$.

Hypothèse retenue : **Présence de Clusters de Volatilité.** L'hypothèse d'homoscédasticité conditionnelle est rejetée (p-value = $2.2e-16 < 5\%$). L'effet ARCH est ****significatif****.

6. Propriété 5 : Queues Épaisses Conditionnelles

Test utilisé : Test de Ljung-Box sur les carrés des résidus standardisés du modèle ARCH (pour valider le modèle) et test d'Anscombe sur ces mêmes résidus (pour valider la distribution conditionnelle).

Hypothèses : H_0 : Résidus conditionnels Normaux H_1 : Résidus conditionnels à queues épaisses (Loi de Student-t).

Critère de décision : Rejet de H_0 si p-value < 0.05 (test de Kurtosis) ou si un modèle Student - t minimise les critères d'information (implicite).

Hypothèse retenue : Queues Épaisses Conditionnelles Confirmées. Bien que le test ARCH(8) soit validé (p-values > 5% sur les carrés des résidus), l'analyse GARCH suggère la nécessité d'une loi à queues épaisses. Le test d'Anscombe sur les résidus du modèle ARMA-GARCH (implicite) révèle que les queues restent plus épaisses qu'une loi normale.

7. Propriété 6 : Effet de Levier

Test utilisé : Analyse graphique (Log des prix vs Volatilité historique) et analyse des modèles GARCH asymétriques (implicite).

Hypothèses :

$$H_0 : \gamma = 0 \quad (\text{pas d'effet de levier})$$

$$H_1 : \gamma \neq 0$$

Critère de décision : Observation d'une asymétrie entre chocs positifs et négatifs dans la réponse de la volatilité.

Hypothèse retenue : Effet de Levier Observé. L'analyse visuelle de $\text{Log}(p_t)$ contre σ (volatilité historique) révèle que les chocs négatifs (baisse des prix) sont associés à une explosion de la volatilité future plus importante que les chocs positifs.

8. Propriété 7 : Saisonnalité

Tests utilisés : Statistiques descriptives par jour de la semaine et monthplot.

Hypothèses :

$$H_0 : \beta_{\text{dummy}} = 0 \quad (\text{pas d'effet jour/mois})$$

$$H_1 : \beta_{\text{dummy}} \neq 0$$

Critère de décision : Analyse des écarts significatifs des statistiques (moyenne, écart-type) entre les jours ou mois.

Hypothèse retenue : Saisonnalité Journalière Forte (Effet Week-End Inversé).

- Le Lundi est le jour le plus performant (+0.138%) et le plus risqué (écart-type annuel de 92.03%).
- Le Jeudi est le jour le moins volatil (67.08%) et le moins sujet aux chocs extrêmes (Kurtosis = 2.46).
- L'Effet Janvier est *absent*