

Analyse des Caractéristiques des Rendements Logarithmiques de l'Action RIG

Projet Économétrie et Modélisation du Risque (VaR) : Action RIG

Pariente Jules

Abstract

Ce document présente l'analyse économétrique et la modélisation des rendements logarithmiques (rte) de l'action RIG pour l'échantillon d'estimation, conformément aux huit propriétés des rendements des actifs financiers. On travaille avec une base de données de 2730 observations, allant du 5 janvier 2015 au 11 novembre 2025. Notre base de données est séparée en 2 sections : rte (les 1762 premières données) et rtt (les 969 restantes).

Contents

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Introduction et Données | 2 |
| 1.1 | Statistiques Descriptives de Base | 2 |
| 2 | Propriétés des Rendements Logarithmiques | 2 |
| 2.1 | Propriété 8 : Stationnarité | 2 |
| 2.2 | Propriété 1 : Asymétrie Perte/Gain (Skewness) | 3 |
| 2.3 | Propriété 2 : Queues de Distribution Épaisses (Kurtosis) | 3 |
| 3 | Modélisation de la Dépendance Linéaire (Propriété 3) | 4 |
| 3.1 | Test de Ljung-Box | 4 |
| 3.2 | Identification et Estimation ARMA | 5 |
| 4 | Modélisation de la Volatilité (Propriétés 4, 5, 6, 7) | 5 |
| 4.1 | Propriété 4 : Clusters de Volatilité (Test ARCH) | 5 |
| 4.2 | Propriété 5 : Queues Épaisses Conditionnelles | 5 |
| 4.3 | Propriété 6 : Effet de Levier et Propriété 7 : Saisonnalité | 6 |

1 Introduction et Données

L'analyse porte sur la série des rendements logarithmiques quotidiens (r_t) de l'action RIG, utilisée comme échantillon d'estimation. La série est définie comme $r_t = \log(p_t) - \log(p_{t-1})$.

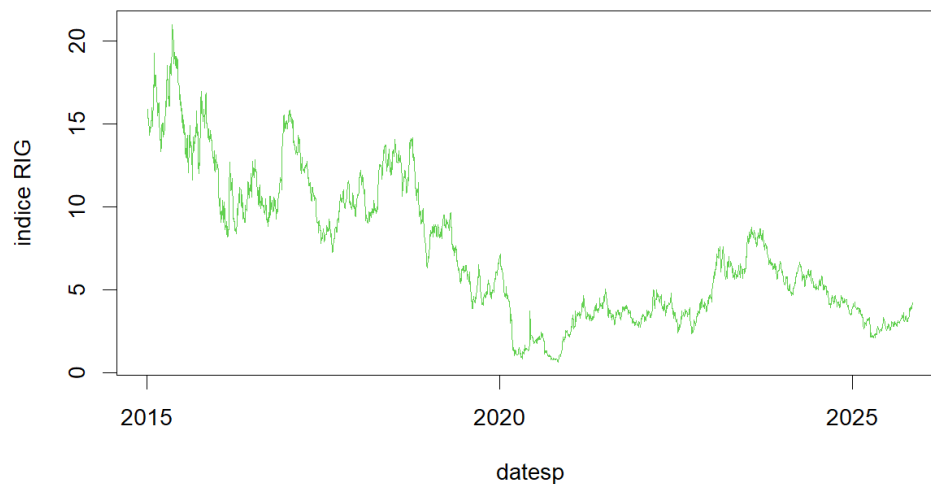


Figure 1: Evolution chronologique de l'action RIG.

On observe une tendance décroissante sur l'action RIG.

1.1 Statistiques Descriptives de Base

La moyenne empirique calculée vaut $\overline{r_t} \approx -0.000993286$ et l'écart-type estimé est de ≈ 0.0498373 . On cherche à savoir si l'espérance du PGD de r_t est significativement nulle. On réalise donc un t.test :

H_0 = L'espérance de la série (μ) est nulle

H_a = L'espérance de la série n'est pas nulle.

La statistique de test calculée vaut -0.836372. Puisque $T > 200$, la valeur tabulée de comparaison est 1.96. On a $|-0.836372| < 1.96$ donc on accepte H_0 : l'espérance du PGD qui a généré $r_t(t)$ est nulle.

2 Propriétés des Rendements Logarithmiques

2.1 Propriété 8 : Stationnarité

On cherche à savoir si notre série est stationnaire. Pour ce faire, on réalise un test de **Dickey-Fuller augmenté** :

- **Spécification "trend" :**

$H_0 : \beta_1 = 0$.

$H_a : \beta_1 \neq 0$.

Ici, On accepte l'hypothèse nulle de non significativité de la tendance β_1 car sa p-value = 0.931 > 0.05. On passe à type = "drift".

- **Spécification "drift" :**

$H_0 : \beta_0 = 0$.

$H_a : \beta_0 \neq 0$.

On accepte l'hypothèse nulle de son significativité de la constante β_0 car p-value = 0.426 > 0.05. On passe à type = "none".

- **Spécification "none" :**

$H_0 : \rho - 1 = 0$

$H_a : \rho < 1$.

Comme la statistique de test tau associée à $\rho - 1$ vaut $-40.4284 < -1.95$, on rejette l'hypothèse nulle, la série est bien stationnaire et le PGD n'est pas DS. Cette conclusion n'est cependant valide que si les aléas de la regression de Dickey-Fuller ne sont pas autocorrélés.

En réalisant l'**ACF** de notre série `rte`, on remarque qu'il reste de l'autocorrélation aux ordres 7, 20, 23, et 27.

Pour le test d'ADF, sa réalisation avec le critère du MAIC nous donne un nombre de retards optimal de 20. Cependant, Pour k entre 1 et Schwert, on ne trouve pas de valeurs de k pour laquelle tous les gamma ont une statistique calculée t supérieure à 1.6 en valeur absolue. On s'en remet donc aux résultats de notre précédent test de Dickey-Fuller : Comme la statistique de test $\tau = -40.43 < -1.95$, on rejette l'hypothèse nulle de stationnarité. On a également réalisé un test de Zivot-Andrews, spécification "both" :

H_0 : La série possède une Racine Unitaire avec rupture structurelle

H_a : La série est stationnaire avec rupture structurelle.

Les Coefficients δ_1 , δ_0 , et γ_{22} sont significatifs pour **lag = Schwert - 2**

2.2 Propriété 1 : Asymétrie Perte/Gain (Skewness)

On veut tester la présence d'une asymétrie dans `rte`. On teste :

- $H_0 : E\left(\frac{\mu_3}{\sigma^3}_{\text{rte}}\right) = 0$
- $H_1 : E\left(\frac{\mu_3}{\sigma^3}_{\text{rte}}\right) \neq 0$

Sous H_0 , la statistique de test suit une loi normale centrée réduite.

D'Agostino skewness test

```
data:  rte
skew = -0.064461, z = -1.107862, p-value = 0.2679
alternative hypothesis: data have a skewness
```

Le coefficient de skewness n'est pas significatif ($p\text{-value} = 0.2679 > 0.05$), donc on accepte H_0 : la skewness est statistiquement nulle, la distribution est symétrique : il n'y a pas d'asymétrie statistiquement prouvée entre la probabilité des gains et celle des pertes.

2.3 Propriété 2 : Queues de Distribution Épaisses (Kurtosis)

On veut tester si la distribution des rendements `rte` présente des queues plus épaisses qu'une loi normale. On teste :

- $H_0 : E\left(\frac{\mu_4}{\sigma^4}_{\text{rte}}\right) = 3$
- $H_1 : E\left(\frac{\mu_4}{\sigma^4}_{\text{rte}}\right) \neq 3$

Sous H_0 , la statistique de test suit une loi normale centrée réduite. Nous testons l'hypothèse nulle d'un aplatissement normal ($H_0 : \text{Kurtosis} = 3$).

Anscombe-Glynn kurtosis test

```
data:  rte
kurt = 17.273, z = 19.577, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

On observe $p\text{-value} = 2.2e-16 < 0.05$ donc on rejette l'hypothèse d'un kurtosis égal à 3, on conclut à une distribution leptokurtique des rendements logarithmiques car $\text{kurt} = 17.273 > 3$. Cela signifie que

la distribution des rendements possède des queues de distribution plus épaisses que la loi normale; indiquant une fréquence plus élevée d'événements extrêmes (forts gains et fortes pertes) qu'une distribution gaussienne.

3 Modélisation de la Dépendance Linéaire (Propriété 3)

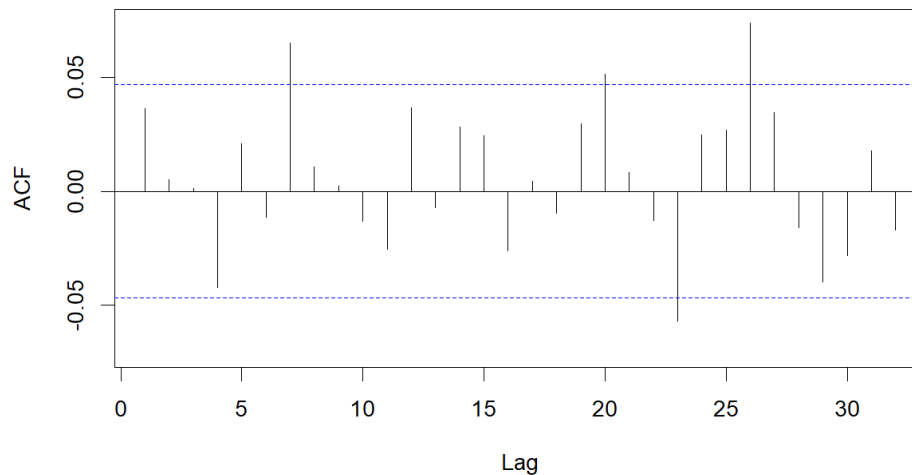


Figure 2: ACF du rendement logarithmique

L'ACF sur les rendements logarithmiques nous indique la présence d'autocorrélation aux ordres 7, 20, 23, et 26, ordres auxquels les statistiques calculées sortent des bornes de l'intervalle de confiance.

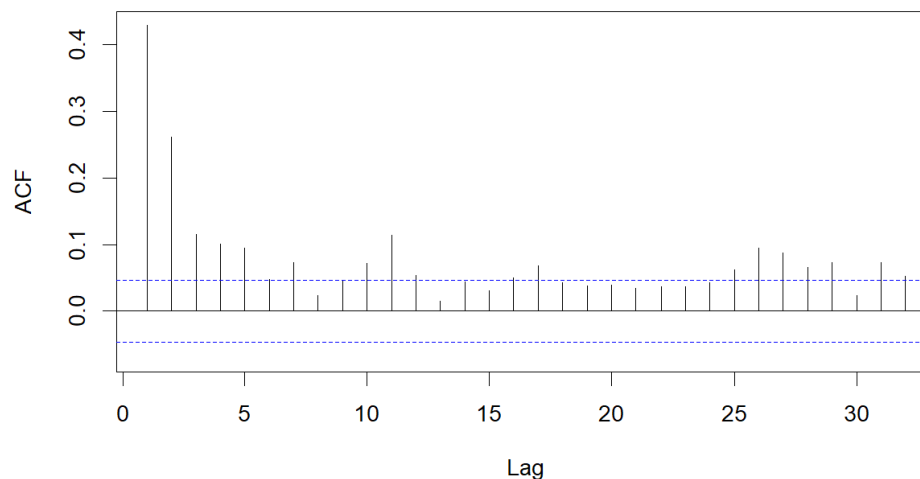


Figure 3: ACf du rendement logarithmique au carré

L'ACF sur les rendements logarithmiques au carré nous indique la présence d'autocorrélation aux ordres 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 11, 16, 17, 25, 26, 27, 28, 29, 31 et 32. La propriété 3 établit que les rendements r_t sont faiblement autocorrélés, tandis que leurs carrés r_t^2 sont fortement autocorrélés.

3.1 Test de Ljung-Box

H_0 : Les autocorrélations sont conjointement nulles jusqu'à l'ordre K H_a : Au moins une autocorrélation est non nulle.

- **Sur r_t** : La majorité des p-values est > 0.05 aux petits retards, mais devient significative à partir de $K = 26$ ($p < 0.05$). Nécessité d'un ARMA pour l'autocorrélation longue distance.

- **Sur r_t^2** : Toutes les p-values sont **0** pour tous les retards. Ceci confirme le **Cluster de Volatilité** et l'impératif d'un modèle GARCH.

3.2 Identification et Estimation ARMA

L'analyse de *eacf* nous indique un modèle ARMA(4,4). Ce modèle est adapté et pertinent pour modéliser l'autocorrélation : Tous ses coefficients sont significatifs, hormis β_1 (p-value = 0.5076133). Il arrivera à modéliser l'autocorrélation si les aléas du ARMA(4,4) ont une espérance nulle et ne sont pas autocorrélés.

- **Test d'espérance nulle des aléas** : de la régression ARMA(4,4) avec la fonction `t.test` appliqué aux résidus de cette régression sachant que :
 $H_0 : E(\epsilon) = 0$
 $H_a : E(\epsilon) \neq 0$.
La p-value obtenue vaut $0.4041 > 0.05$ donc on ne rejette pas H_0 : l'espérance des aléas est statistiquement nulle.
- **Test d'absence d'autocorrélation : Ljung-Box** Toutes les p-value obtenues sont $> 5\%$, donc on accepte l'hypothèse nulle de la nullité de l'autocorrélation des aléas de notre ARMA(4,4).
Notre modèle ARMA(4,4) sert donc à modéliser l'autocorrélation dans rte_t .

Équation de la Moyenne : Le modèle est parfaitement spécifié (tous les *ari* et *maj* sont significatifs).

$$r_t = \sum_{i=1}^4 \phi_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^4 \theta_j \epsilon_{t-j} + \epsilon_t$$

Table 1: Coefficients du Modèle ARMA(4, 4) (sans intercept)

| Coefficient | Estimate | z value | Pr(> z) |
|-------------|----------|---------|-------------|
| ar1 | -0.6480 | -25.07 | $< 2e - 16$ |
| ar2 | -0.1294 | -5.26 | $1.4e - 07$ |
| ar3 | -0.6497 | -24.21 | $< 2e - 16$ |
| ar4 | -0.9372 | -27.83 | $< 2e - 16$ |
| ma1 | 0.6604 | 21.85 | $< 2e - 16$ |
| ma2 | 0.1642 | 5.26 | $1.4e - 07$ |
| ma3 | 0.6847 | 22.90 | $< 2e - 16$ |
| ma4 | 0.9201 | 25.00 | $< 2e - 16$ |

4 Modélisation de la Volatilité (Propriétés 4, 5, 6, 7)

4.1 Propriété 4 : Clusters de Volatilité (Test ARCH)

Le rejet du Ljung-Box sur r_t^2 rend le GARCH obligatoire. L'étape suivante est le ArchTest sur les résidus ϵ_t du ARMA(4, 4) pour quantifier cet effet. Après réalisation de l'archtest, on remarque que p-value = $2.2e-16 < 5\%$. On rejette donc H_0 , présence d'hétéroscédasticité conditionnelle.

4.2 Propriété 5 : Queues Épaisses Conditionnelles

L'hétéroscédasticité en séries temporelles fait référence à des variations inégales de la dispersion des erreurs ou résidus d'un modèle au fil du temps.

On cherche à tester la présence d'hétéroscédasticité conditionnelle (effets ARCH) via la modélisation de la variance σ_t^2 . Dans l'équation :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m \epsilon_{t-m}^2$$

on teste les hypothèses suivantes :

- $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0$

- H1 : au moins un $\alpha_k \neq 0$ (présence d'hétéroscédasticité conditionnelle)

La statistique de test utilisée est :

$$LM = N \times R^2$$

avec N la taille de la série rte et R^2 le coefficient de détermination issu de la régression par MCO de l'équation suivante :

$$\epsilon_t^2 = a + c_1\epsilon_{t-1}^2 + c_2\epsilon_{t-2}^2 + \dots + c_p\epsilon_{t-p}^2 + \text{erreurs}$$

Sous H_0 , la statistique LM suit asymptotiquement une loi du χ^2 à m degrés de liberté, notée χ_m^2 .

La modélisation GARCH des résidus de notre modèle ARMA(4,5) ne converge pas. Les p-value des ArchTest réalisés sont inférieures à 0.05, ce qui témoigne de la présence d'hétéroscédasticité conditionnelle dans les résidus. On estime donc un modèle GARCH(1,0) (ou ARCH(1)). Puisque l'on travaille sur une action (titre financier), on choisit la loi de Student pour la modélisation de queues car elle reconnaît que le risque extrême est plus fréquent que ne le prédit la Loi Normale, ce que nos données confirment (queues épaisses). Les modèles ARCH(1) et ARCH(2) ne prennent pas correctement en compte l'hétéroscédasticité conditionnelle de nos données (p-value des ArchTest inférieures à 5%). Cependant, en réalisant un engle test sur les résidus de notre modèle ARCH(3), on obtient une p-value = 0.1072 > 0.05. On accepte donc l'hypothèse nulle d'homoscédasticité conditionnelle, notre modèle ARCH(3) capture correctement l'ensemble de l'hétéroscédasticité conditionnelle.

Notre modèle ARMA(4,4) avec un ARCH(3) modélise toute l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité.

On cherche maintenant à voir si les queues de distribution des aléas de notre ARMA-GARCH sont plus épaisses que celles d'une loi normale. Pour ce faire, on réalise un test de kurtosis.

Anscombe-Glynn kurtosis test

```
data: residus_standardises_final
kurt = 7.4616, z = 13.5427, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

Figure 4: Test d'Anscombe

On observe une p-value = 2.2e-16 < 0.05 : Les queues de distribution de notre modèle ARMA GARCH sont plus épaisses que celles d'une loi normale.

4.3 Propriété 6 : Effet de Levier et Propriété 7 : Saisonnalité

- Effet de Levier Pour mieux percevoir les effets de levier de notre série rte , on modélise sur un graphique le log des prix ($\log(pt)$) ainsi que leur volatilité, en fonction de la date.

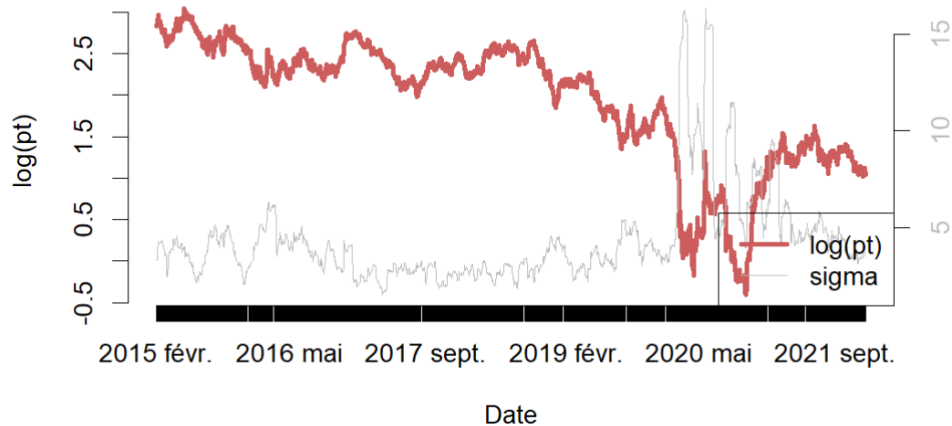


Figure 5: Log(pt) et volatilité en fonction du temps

On observe clairement le phénomène d'asymétrie de la volatilité : lorsque le prix subit une chute brutale et significative (particulièrement autour du début de l'année 2020), la volatilité (σ) explose, atteignant ses niveaux maximaux (au-delà de 15), confirmant qu'une baisse de cours engendre une augmentation de la volatilité future plus importante qu'une hausse de cours de même ampleur . A l'inverse, la période de hausse modérée des prix fin 2020 est associée à une volatilité décroissante. Ce graphique est la confirmation visuelle de l'Effet de Levier pour l'action RIG. Cet effet implique que les bonnes et les mauvaises nouvelles (chocs positifs et négatifs) n'ont pas le même impact sur la volatilité future, une supposition faite par les modèles GARCH et ARCH, pouvant ainsi expliquer les encombres rencontrés dans la propriété 5.

- Saisonnalité : **Effet Week-End**

On commence par étudier les statistiques de variation de moyenne (en %), écarts-types (en %), skewness et kurtosis pour nos jours de la semaine.

| | lundi <dbl> | mardi <dbl> | mercredi <dbl> | jeudi <dbl> | vendredi <dbl> |
|--|-----------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|
| | 0.1382797 | -0.01812543 | -0.07481543 | -0.2700186 | -0.2580728 |
| | 92.0261770 | 75.27369569 | 81.39719880 | 67.0808507 | 79.0463894 |
| | -0.3841151 | -0.29489637 | -0.18891750 | -0.2553146 | 0.8044796 |
| | 21.4983792 | 7.29983527 | 7.44855938 | 2.4586079 | 18.5416677 |

Figure 6: Variations en moyenne, écart-type, skewness et kurtosis par jour

L'analyse des variations de ces éléments sur les jours de la semaine révèle un effet week-end inversé. Le lundi se distingue comme le jour le plus performant (moyenne la plus élevée, **+0.1383%**), mais aussi le plus volatil (écart-type annuel de **92.03%**). A l'inverse, le Jeudi est la journée la moins performante (perte moyenne de **-0.2700%**), alors qu'il est également le jour le moins volatil (**67.08%**).

Effet Janvier : Pour obtenir une vision claire et précise du rendement moyen, et ce de manière mensuelle, on réalise un monthplot.

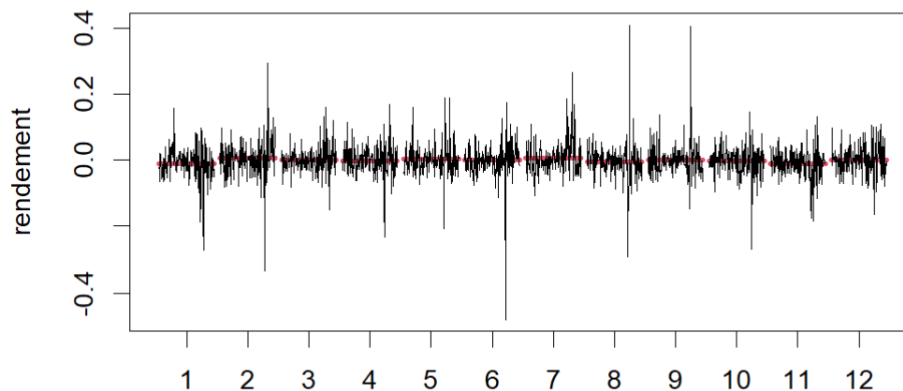


Figure 7: Rendement moyen (mensuel)

On observe sur le graphique des rendements par mois montre une absence d'Effet Janvier ou d'autres tendances saisonnières significatives sur la performance moyenne, cette dernière restant globalement centrée sur zéro (ligne rouge) tout au long de l'année. Cependant, on remarque une forte hétérogénéité dans l'intensité du risque. Les chocs extrêmes, caractéristiques du leptokurtisme de la série, ne sont pas uniformément répartis ; on observe un choc négatif exceptionnel durant le mois de Juin (6), atteignant une amplitude de ≈ -0.4 , et des pointes de volatilité notables en Août et Septembre .

Notre analyse économétrique sur les rendements $r_{t|T}$ de RIG a confirmé qu'il s'agit d'une série stationnaire ($I(0)$), mais avec des caractéristiques non normales prononcées : la distribution est symétrique (Skewness non significative), mais fortement leptokurtique (Kurtosis $\gg 3$), signalant des risques extrêmes fréquents.

Le modèle de la moyenne ARMA(**4**, **4**) a été retenu pour capturer la faible dépendance linéaire aux retards longs. Cependant, les tests ont révélé une hétéroscédasticité conditionnelle massive (p-value = 0 sur r_t^2) et un fort Effet de Levier (Propriété 6), nécessitant une modélisation de la variance. Bien que les premiers modèles GARCH symétriques aient échoué à éliminer toute autocorrélation résiduelle (LM test significatif), le modèle ARCH(**3**) avec erreurs Student – t a été identifié comme le plus prometteur pour capturer les clusters de volatilité et le Kurtosis résiduel. L'ensemble de la modélisation réalisée fournit une base solide pour le calcul d'une VaR ajustée aux chocs.

| Propriété | Test(s) Utilisé(s) | Échantillon rte (Estimation) | Échantillon rtt (Test) | Conclusion Comparative |
|------------------------------------|---|---|---|--|
| 8. Stationnarité | ADF (ur.df, none), Zivot-Andrews (ur.za) | Stationnaire ($\tau=-40.43 < -1.95$). Confirme la stationnarité malgré rupture en 2020. | Stationnaire ($\tau=-30.6385 < -1.95$). Confirme la stationnarité malgré rupture en 2022. | Les deux échantillons sont I(0), la propriété est stable dans le temps. |
| 1. Asymétrie (Skewness) | Agostino.test | Symétrique (p-value=0.2679>0.05). H0 (symétrie) acceptée. | Symétrique (p-value=0.6574>0.05). H0 (symétrie) acceptée. | La distribution reste symétrique et non significative pour les deux périodes. |
| 2. Queues Épaisses (Kurtosis) | Anscombe.test | Leptokurtique (Kurtosis=17.273, p-value<0.05). | Leptokurtique (Kurtosis=17.273, p-value<0.05). | Le fort leptokurtisme est une caractéristique stable et prononcée des rendements. |
| 3. Autocorrélation | Ljung-Box sur rt et r12 | Faible sur rt (p<0.05 à lag=26). Forte sur r12 (toutes p=0). | Faible sur rt (p<0.05 à lag=7). Forte sur r12 (toutes p=0). | La dépendance en variance est forte dans les deux périodes, mais l'autocorrélation linéaire est plus courte sur rtt. |
| 4. Clusters de Volatilité | ARCH-LM (ArchTest) sur résidus ARMA | Clusters présents (p-value=2.2e-16<5%). Rejet de H0 d'homoscédasticité. | Clusters présents (p-value=9.068e-09<5%). Rejet de H0 d'homoscédasticité. | Propriété confirmée dans les deux échantillons, nécessitant la modélisation GARCH. |
| 5. Queues Épaisses Conditionnelles | ArchTest post GARCH, Anscombe.test sur résidus standardisés | Modèle retenu : ARCH(3) Student-t. Kurtosis résiduel significatif. | Modèle retenu : ARCH(8) Student-t (pour éliminer les ARCH résiduels). | La nécessité d'une loi Student-t pour les chocs est conservée dans les deux périodes. |
| 6. Effet de Levier | Analyse graphique (Log prix vs Volatilité historique) | Effet observé. Baisse des prix (choc négatif) augmente la volatilité future plus qu'une hausse équivalente. | Effet observé. Baisse des prix (choc négatif) augmente la volatilité future plus qu'une hausse équivalente. | Propriété stylisée stable. Les modèles asymétriques (comme EGARCH) sont justifiés pour les deux. |
| 7. Saisonnalité | Statistiques journalières, monthplot | Effet Week-End Inversé (Lundi le plus volatil/performant ; Jeudi le moins volatil). | Effet Week-End Inversé (Lundi le plus volatil/performant ; Jeudi le moins volatil). | La forte saisonnalité journalière est une caractéristique persistante de l'actif. |