






Durée : 1 heure.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses valides.
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Soyez très vigilant, avant de répondre à une question, de cocher la bonne ligne dans la grille.
- N'oubliez pas vos NOM, PRÉNOM et LOGIN (p62xxx). Par exemple, p62375 s'encode ainsi :

																																																																						
	<table border="0"> <tr> <td style="text-align: right;">Identifiant :</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> <td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td> </tr> <tr> <td>Chiffre 1 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 2 :</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 3 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 4 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 5 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>				Identifiant :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Chiffre 1 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 2 :	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 3 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 4 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 5 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Identifiant :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																												
Chiffre 1 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 2 :	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 3 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 4 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 5 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
<table border="0"> <tr> <td style="text-align: right;">Nom :</td> <td>PEDALETTI</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">Prénom :</td> <td>PAOLO</td> </tr> </table>											Nom :	PEDALETTI	Prénom :	PAOLO																																																								
Nom :	PEDALETTI																																																																					
Prénom :	PAOLO																																																																					

BON COURAGE !

* * * * *

1. Soient $A, B \in M_n(\mathbb{R})$. $(A + B)^2$ est ...

- (1) ☐ égal à $A^2 + AB + BA + B^2$
 (2) ☐ égal à $A^2 + 2AB + B^2$
 (3) ☐ égal à $A^2 + B^2$
 (4) ☐ est une matrice nilpotente.
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Soient $P = (X + 1)^3(X^2 + 2X + 2)$ et $Q = (X + 1)(X - 2)$ les décompositions en facteurs irréductibles de $P, Q \in \mathbb{R}[X]$. Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ $P \vee Q = (X + 1)^3(X^2 + 2X + 2)(X - 2)$
 (2) ☐ $\text{ppcm}(P, Q) = 1$
 (3) ☐ $\text{ppcm}(P, Q) = (X + 1)^3$
 (4) ☐ $P \vee Q = (X + 1)(X^2 + 2X + 2)(X - 2)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Pour les polynômes P, Q de la question précédente, cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ $\text{pgcd}(P, Q) = 1$
 (2) ☐ $\text{pgcd}(P, Q) = (X + 1)^3$
 (3) ☐ $P \wedge Q = (X + 1)(X^2 + 2X + 2)(X - 2)$
 (4) ☐ $P \wedge Q = X + 1$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. On considère la matrice A suivante : $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Cocher la(es) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☐ A est symétrique.
- (2) ☐ A est anti-symétrique.
- (3) ☐ AA^T est symétrique
- (4) ☐ $\text{tr}(A) = 4$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Quelles sont les affirmations vraies ?

- (1) ☐ $2X^2 + 3X + 1$ est irréductible sur \mathbb{Q}
- (2) ☐ $2X^2 - 3X + 2$ est irréductible sur \mathbb{R}
- (3) ☐ $2X^2 - X + 3$ est irréductible sur \mathbb{C}
- (4) ☐ $X^3 + X^2 + X + 4$ est irréductible sur \mathbb{R}
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Soient $A \in M_n(\mathbb{R})$, $B \in M_{n,q}(\mathbb{R})$, $C \in M_q(\mathbb{R})$. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $ABC = CBA$
- (2) ☐ $A(BC) = (AB)C$
- (3) ☐ $CBA \in M_{q,n}(\mathbb{R})$
- (4) ☐ $ABC \in M_{n,q}(\mathbb{R})$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Quelles sont les affirmations vraies ?

- (1) ☐ Les éléments simples sur \mathbb{C} peuvent être de la forme $\frac{a}{X - \alpha}$, $a, \alpha \in \mathbb{C}$
- (2) ☐ Les éléments simples sur \mathbb{R} peuvent être de la forme $\frac{aX + b}{X - \alpha}$, $a, b, \alpha \in \mathbb{R}$
- (3) ☐ Les éléments simples sur \mathbb{C} peuvent être de la forme $\frac{a}{(X - \alpha)^k}$, $a, \alpha \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{N}^*$
- (4) ☐ Les éléments simples sur \mathbb{R} peuvent être de la forme $\frac{a}{(X - \alpha)^k}$, $a, \alpha \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{N}^*$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Le produit : $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$

- (1) ☐ n'est pas possible.
- (2) ☐ une matrice de taille 3.
- (3) ☐ est 5
- (4) ☐ est -1
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Soient $P(X) = X^6 + 4X^5 + X^4 - 10X^3 - 4X^2 + 8X$.

- (1) ☐ 1 est une racine double
- (2) ☐ -2 est une racine double
- (3) ☐ -1 est une racine double
- (4) ☐ 0 est une racine double
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. On considère la matrice A suivante : $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix}$ Cocher la(es) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☐ $a_{13} = -2$
- (2) ☐ $a_{32} = 3$
- (3) ☐ $\text{tr}(A) = 3$
- (4) ☐ $\text{tr}(A) = -3$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ défini par $P = (X - 1)^3(X^2 + \frac{1}{3})(X^2 + 2X + 15)$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ 1 est une racine d'ordre de multiplicité 3
- (2) ☐ $\deg P = 6$
- (3) ☐ P est irréductible dans \mathbb{R}
- (4) ☐ P est scindé sur \mathbb{R}
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Soient $A \in M_n(\mathbb{R})$ de terme général a_{ij} et I_n de terme général δ_{ij} , alors le terme général de la matrice produit $A \cdot I_n$ est ...

- (1) ☐ $\sum_{k=1}^n a_{ik} \delta_{jk} = \delta_{ij}$
- (2) ☐ $\sum_{k=1}^n a_{ik} \delta_{kj} = a_{ij}$
- (3) ☐ $\sum_{k=1}^n a_{ik} \delta_{jk} = a_{ji}$
- (4) ☐ $\sum_{k=1}^n a_{ik} \delta_{jk} = \delta_{ji}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Soit $P \in \mathbb{C}[X]$ défini par $P = X^7 - 1$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $P = \prod_{k=0}^6 (X - e^{\frac{2ik\pi}{7}})$
- (2) ☐ P est factorisé sur \mathbb{C}
- (3) ☐ P est irréductible sur \mathbb{C}
- (4) ☐ 1 est une racine d'ordre de multiplicité 7
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. Soit I_n une matrice identité et $A \in M_{n,p}(\mathbb{R})$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies :

- (1) ☐ $I_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$
- (2) ☐ $I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$
- (3) ☐ I_n est l'élément neutre pour la somme des matrices.
- (4) ☐ $A \cdot I_n = A$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. Soit A une matrice de taille $n \times p$ et B une matrice de taille $p \times q$. La matrice produit $C = A \cdot B$...

- (1) ☐ a pour coefficients $c_{ij} = \sum_{k=1}^q a_{ik} b_{kj}$
- (2) ☐ a pour coefficients $c_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik} b_{kj}$
- (3) ☐ est de taille $n \times q$.
- (4) ☐ n'existe pas.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. Soient $F = \frac{X}{X^2 - 9}$. La décomposition en éléments simples de F

- (1) ☐ possède une partie entière
- (2) ☐ est composée d'une partie entière et une fraction
- (3) ☐ est composée de deux fractions
- (4) ☐ est composée de trois fractions
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. Pour la fraction F de la question précédente, cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ $F = \frac{2X}{X-3} + \frac{2X}{X+3}$
- (2) ☐ $F = \frac{1}{2(X-3)} + \frac{1}{2(X+3)}$
- (3) ☐ $F = 3 + \frac{2}{X-9}$
- (4) ☐ $\frac{1}{X-3} + \frac{1}{X+3} + \frac{2}{X^2-9}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. Soient A et B deux matrices réelles. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies :

- (1) ☐ si $AB = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$
- (2) ☐ Si A et B sont de même taille, $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$
- (3) ☐ on peut avoir $A \cdot B = \alpha$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$
- (4) ☐ $A \cdot B$ est défini si et seulement si le nombre de lignes de A est égal au nombre de colonnes de B
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. Soient $A, B, C \in M_3(\mathbb{R})$. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $AB = BA$
- (2) ☐ $A(B + C) = AB + AC$
- (3) ☐ $((CB)A^T)^T = (AB^T)C^T$
- (4) ☐ Si $AB = AC$, alors $B = C$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. Soient A et B deux matrices. Si le produit AB est défini, alors ...

- (1) ☐ le produit BA est défini.
- (2) ☐ le produit $B^T A^T$ est défini.
- (3) ☐ la somme $A + B$ est définie.
- (4) ☐ la somme $A^T A + B B^T$ est définie.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.