# SUJET 1

Durée : 30 minutes.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

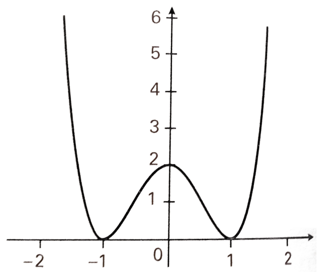
BON COURAGE !

✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳

1. Quel numéro de sujet avez-vous ?

(1)☐ Sujet 1 (2)☐ Sujet 2

2. On considère l'application $f : [-1.5, 1.5] \to \mathbb{R}$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.




(1)☐ L'image de 1 par $f$ est égale à -1
(2)☐ Si $0 < y < 1.5$, alors $y$ possède trois antécédents
(3)☐ $f$ est injective
(4)☐ $f$ est surjective
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Quelle est la partie réelle de $(1-2\mathrm{i})^2 e^{\mathrm{i}2\pi}$ ?

(1)☐ $3$ (2)☐ $-3$ (3)☐ $5$ (4)☐ $-5$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. D'après Euler, $2\cos\theta$ est égal à

(1)☐ $\dfrac{e^{\mathrm{i}\theta}+e^{-\mathrm{i}\theta}}{2}$ (2)☐ $\dfrac{e^{\mathrm{i}\theta}-e^{-\mathrm{i}\theta}}{2}$ (3)☐ $\dfrac{e^{\mathrm{i}\theta}-e^{-\mathrm{i}\theta}}{2\mathrm{i}}$

(4)☐ $2(e^{\theta}+e^{-\theta})$ (5)☐ $e^{\mathrm{i}\theta}+e^{-\mathrm{i}\theta}$

5. Soit $r = 2$ et $\theta = \dfrac{\pi}{3}$. Cocher la forme algébrique de ce complexe si présente.

(1)☐ $z = \sqrt{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ (2)☐ $z = \sqrt{2} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ (3)☐ $z = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ (4)☐ $z = 2 + \mathrm{i}\sqrt{3}$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Soit $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\mathrm{i})$ un nombre complexe sous forme algébrique. Cocher son écriture trigonométrique si présente.

(1)☐ $2(\cos(\frac{\pi}{3}) + \mathrm{i}\sin(\frac{\pi}{3}))$ (2)☐ $\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{3}) + \mathrm{i}\sin(\frac{\pi}{3}))$ (3)☐ $2(\cos(\frac{\pi}{4}) + \mathrm{i}\sin(\frac{\pi}{4}))$

(4)☐ $\cos(\frac{\pi}{4}) + \mathrm{i}\sin(\frac{\pi}{4})$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Soient $z_1 = 1+\mathrm{i}$, $z_2 = 1+\mathrm{i}\sqrt{3}$ et $z_3 = z_1 z_2$. Cocher les bonnes réponses.

(1)☐ $|z_1| = \sqrt{2}$ et $|z_2| = 2$
(2)☐ $arg(z_1) = \dfrac{\pi}{4}$ et $arg(z_2) = \pi$
(3)☐ $z_1 = 2e^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = 2e^{\mathrm{i}\pi}$
(4)☐ $z_3 = (1-\sqrt{3}) + \mathrm{i}(1+\sqrt{3})$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Les racines carrées de $z = \mathrm{i}$ dans $\mathbb{C}$ sont

(1)☐ $z_0 = -1$ et $z_1 = 1$ (2)☐ $z_0 = e^{\frac{\mathrm{i}\pi}{4}}$ et $z_1 = e^{\frac{5\mathrm{i}\pi}{4}}$ (3)☐ $z_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-\mathrm{i})$ et $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-1+\mathrm{i})$

(4)☐ $z_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mathrm{i})$ et $z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mathrm{i})$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Simplifier la somme suivante : $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 3^k$

(1)☐ $3^n$ (2)☐ $4^n$ (3)☐ $3^n - 1$ (4)☐ $4^n - 3$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (1+a+a^2)z + a(1+a^2)$. Les racines de cette équation sont ...

(1)☐ $z_0 = -a$ et $z_1 = a^2$ (2)☐ $z_0 = a$ et $z_1 = a^3$ (3)☐ $z_0 = 1$ et $z_1 = 1+a+a^2$

(4)☐ $z_0 = a$ et $z_1 = 1+a^2$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Soit $M$ un point d'affixe $z_M = re^{\mathrm{i}\theta}$. Son symétrique $Q$ par rapport à l'axe imaginaire est le point d'affixe $z_Q = ...$

(1)☐ $-\overline{z_M}$ (2)☐ $\overline{z_M}$ (3)☐ $re^{-\mathrm{i}\theta}$ (4)☐ $re^{\mathrm{i}(\pi-\theta)}$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.