Quiz de Mathématiques

Durée : 1 heure.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

— Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses correctes.

— **Noircir les cases, ne pas faire des croix sur les cases.**

— En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».

— Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

BON COURAGE !

****

1. Parmi les affirmations suivantes la(les)quelle(s) est(sont) vraie(s) ?

   (1)■ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad x \leqslant y$
   (2)☐ $\exists y \in \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad x \leqslant y$
   (3)■ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad x < y$
   (4)☐ $\forall y \in \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad x \leqslant y$
   (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Soit f une application de E dans F. Si f est injective ...

   (1)☐ $\forall y \in F \ \exists x \in E \ y = f(x)$ (2)☐ $\forall y \in F \ \exists! x \in E \ y = f(x)$

   (3)■ $\forall (x, x') \in E^2 \ f(x) = f(x') \Rightarrow \ x = x'$ (4)■ $\forall (x, x') \in E^2 \ x \neq x' \Rightarrow \ f(x) \neq f(x')$

   (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Soient E et F deux ensembles finis et $f : E \to F$ une application bijective. Parmi les propositions suivantes, la(les)quelle(s) est(sont) vraie(s) ?

   (1)■ f^{-1} est bijective (2)☐ $f \circ f^{-1} = Id_E$ (3)☐ $f^{-1} \circ f = Id_F$

   (4)■ $(f^{-1})^{-1} = f$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Soient E, F et G trois ensembles finis et $f : E \to F$ et $g : F \to G$ deux applications bijectives. Parmi les propositions suivantes, la(les)quelle(s) est(sont) vraie(s) ?

   (1)■ $g \circ f$ est injective (2)☐ $f \circ g$ est surjective (3)☐ $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

   (4)■ $(g \circ f) \circ (g \circ f)^{-1} = Id_G$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. On considère $k : \mathbb{R} \backslash \{1\} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \dfrac{x+1}{x-1}$.
   k est ...

   (1)■ une application (2)■ injective (3)☐ surjective (4)☐ bijective

   (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. La somme $\displaystyle\sum_{k=1}^{n+1}\binom{n}{k-1}x^ky^{n-k+1}$ est équivalente à ...

(1)☐ $\displaystyle y^{n+1}+\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k-1}x^ky^{n-k+1}$ (2)☐ $\displaystyle y+\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k-1}x^ky^{n-k+1}$

(3)■ $\displaystyle x^{n+1}+\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k-1}x^ky^{n-k+1}$ (4)☐ $\displaystyle x+\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k-1}x^ky^{n-k+1}$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Simplifier la somme suivante : $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}$

(1)☐ n (2)☐ $n\binom{n}{k}$ (3)■ 2^n (4)☐ n^2

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soient $n,k\in\mathbb{N}$ et $x\in\mathbb{C}$.
Cocher la(les) bonne(s) équivalence(s), s'il y en a.

(1)☐ $\displaystyle\binom{n}{k}=\binom{n-1}{k+1}+\binom{n-1}{k+1}$ (2)■ $\displaystyle\frac{n!}{k!(n-k)!}=\binom{n}{n-k}$ (3)■ $(n+1)!=n!(n+1)$

(4)■ $(x+1)^5=x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Soient $n,k\in\mathbb{N}$ et $x\in\mathbb{C}$.
Cocher la(les) bonne(s) équivalence(s), s'il y en a.

(1)■ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}3k=\frac{3}{2}n(n+1)$ (2)■ $\displaystyle\sum_{k=3}^{n+1}k2^{2k+1}=\sum_{i=0}^{n-2}(i+3)\ 2^{2i+7}$ (3)☐ $\displaystyle\prod_{k=1}^{n}5\ a_k=5\prod_{k=1}^{n}a_k$

(4)■ $\displaystyle\prod_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}=n+1$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. J'utilise un cadenas à 4 chiffres numériques pour fermer mon casier. Combien ai-je de possibilités de choix pour mon code si je veux quatre chiffres différents ?

(1)☐ 40 (2)■ A_{10}^4 (3)☐ 10^4 (4)■ $10\times9\times8\times7$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Soit E un ensemble de cardinal n. Le nombre d'applications de E dans E vaut ...

(1)☐ 2^n (2)☐ $\binom{n}{k}$ (3)☐ $n!$ (4)■ n^n

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Soit le nombre complexe $z=2+\mathrm{i}(3-7\mathrm{i})$. Quelle(s) est(sont) le(s) assertion(s) vraie(s) ?

(1)☐ $Re(z)=2$ (2)■ $Im(z)=3$ (3)☐ $\overline{z}=2-\mathrm{i}(3-7\mathrm{i})$ (4)■ z est l'affixe du point $M(9,3)$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Soit z un nombre complexe avec $|z| = 1$ et soit θ un argument de z.
Cocher la(les) bonne(s) affirmation(s).

(1)■ Si $\theta = \frac{\pi}{6}, z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}$ (2)□ Si $\theta = \frac{3\pi}{4}, z = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}$ (3)■ Si $\theta = \frac{5\pi}{4}, z = \frac{-\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{i}$

(4)□ Si $\theta = \frac{\pi}{3}, z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}$ (5)■ Si $\theta = \frac{3\pi}{2}, z = -\mathrm{i}$

14. Soit le nombre complexe $z = \frac{1 - \mathrm{i}\sqrt{3}}{\mathrm{i}}$. Quelle(s) est(sont) le(s) assertion(s) vraie(s) ?

(1)□ La forme algébrique de z est $z = \sqrt{3} - \mathrm{i}$ (2)■ $|z| = 2$ (3)■ $\overline{z} = -\sqrt{3} + \mathrm{i}$

(4)□ $arg(z) = \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$ (5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. Quelle(s) est(sont) le(s) assertion(s) vraie(s) ?

(1)□ $e^{\pi \mathrm{i}} = 0$ (2)■ $e^{\pi \mathrm{i}} = -1$ (3)■ $e^{\frac{\pi}{2}\mathrm{i}} = 1$ (4)□ $e^{\frac{\pi}{2}\mathrm{i}} = -1$

(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. Quelle(s) est(sont) le(s) assertion(s) vraie(s) ?

(1)□ $\mathrm{i} = -1$ (2)□ $\mathrm{i}^3 = 1$ (3)■ $\mathrm{i}^4 = 1$ (4)■ $\mathrm{i}^7 = -\mathrm{i}$

(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. Soit z_1 un nombre complexe de module 4 et d'argument $\frac{2\pi}{3}$ et z_2 un nombre complexe de module 2 et d'argument $\frac{\pi}{6}$. Cocher la(les) bonne(s) affirmation(s).

(1)□ $z_1 \cdot z_2 = 8\mathrm{i}$ (2)□ $z_1 \cdot z_2 = 8$ (3)■ $\frac{z_1}{z_2} = 2\mathrm{i}$

(4)□ $\frac{z_1}{z_2} = 2$ (5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. Soit le nombre complexe $z = -3(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$. Quelle(s) est(sont) le(s) assertion(s) vraie(s) ?

(1)□ $arg(z) = \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$ (2)■ $|z| = 3$ (3)■ $z = 3(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right))$

(4)■ $-z = 3(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$ (5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. Soient $A(1, 2, 0)$, $B(-1, 2, 0)$ et $C(3, 1, 0)$ trois points de l'espace.
Cochez la(les) affirmation(s) correcte(s).

(1)■ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -4$ (2)■ $||\overrightarrow{AB}|| = 2$ (3)□ $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2$

(4)□ A, B et C sont alignés (5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. Soient $\vec{u} = (3, -1, 0)$ et $\vec{v} = (1, 1, 1)$ deux vecteurs.
Cochez la(les) affirmation(s) correcte(s).

(1)■ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ (2)□ $\vec{v} \cdot \vec{u} = -2$ (3)□ $\vec{u} \wedge \vec{v} = (3, -1, 0)$ (4)□ $\vec{v} \wedge \vec{u} = (-3, 1, 0)$

(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.