

SUJET 1

Durée : 30 minutes.

Aucun document n'est autorisé.

La calculatrice collège est tolérée.

Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

BON COURAGE !

* * * * *

1. Quel numéro de sujet avez-vous ?

(1) ☐ Sujet 1 (2) ☐ Sujet 2

2. On a $\int_1^2 e^{-x^2} dx = \int_1^4 \frac{e^{-u}}{2\sqrt{u}} du$. Quel changement de variable nous avons utilisé ?

(1) ☐ $x = \sqrt{u}$ (2) ☐ $x = u^2$ (3) ☐ $x = 2\sqrt{u}$ (4) ☐ $x = 2u$

(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Soit f une fonction telle que $\forall \varepsilon > 0 \exists A \in \mathbb{R} \forall x \in I \quad x \geq A \Rightarrow |f(x) - l| \leq \varepsilon$. Alors on a :

(1) ☐ $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = l$ (2) ☐ $\lim_{x \rightarrow l} f(x) = +\infty$ (3) ☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$
 (4) ☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Soit a un réel. On dit que :

(1) ☐ f tend vers $+\infty$ en a si $\forall A \in \mathbb{R} \exists \delta > 0 \forall x \in I \quad |x - a| \leq \delta \Rightarrow f(x) \geq A$
 (2) ☐ f tend vers $+\infty$ en a si $\forall \varepsilon > 0 \exists A \in \mathbb{R} \forall x \in I \quad |x| \geq A \Rightarrow |f(x) - a| \leq \varepsilon$
 (3) ☐ f tend vers $+\infty$ en $-\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R} \exists B \in \mathbb{R} \forall x \in I \quad x \leq B \Rightarrow f(x) \geq A$
 (4) ☐ f tend vers $+\infty$ en $-\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R} \exists B \in \mathbb{R} \forall x \in I \quad x \geq B \Rightarrow f(x) \leq A$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Parmi les équivalents suivants, lesquels sont vrais ?

(1) ☐ $\sin x \underset{0}{\sim} x$ (2) ☐ $\cos x \underset{0}{\sim} x$ (3) ☐ $e^x - 1 \underset{0}{\sim} e^x$ (4) ☐ $\ln(1 + 2 \tan x) \underset{0}{\sim} 2x$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. La valeur de la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1+x}-1}$ est ...

(1) ☐ 0 (2) ☐ 1 (3) ☐ 4 (4) ☐ $+\infty$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Soit f une application définie sur un intervalle ouvert contenant 0. Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont équivalentes à

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

- (1) ☐ $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in I \quad |x| \leq \varepsilon \Rightarrow |f(x) - 1| \leq \delta$
 (2) ☐ $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in I \quad |x - 1| \geq \delta \Rightarrow |f(x)| \leq \varepsilon$
 (3) ☐ $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in I \quad |x| \leq \delta \Rightarrow |f(x) - 1| \leq \varepsilon$
 (4) ☐ $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in I \quad |x| \leq \delta \Rightarrow |f(x)| \leq \varepsilon$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Donner un équivalent en 0 de $\tan(x - \frac{\pi}{4})$.

- (1) ☐ $\frac{\pi}{4}$ (2) ☐ x (3) ☐ $x + \frac{\pi}{4}$ (4) ☐ $x - \frac{\pi}{4}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Calculer $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

- (1) ☐ 0 (2) ☐ 1 (3) ☐ $\frac{\pi}{4}$ (4) ☐ $\frac{\pi}{2}$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Soit $f(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2}$ et \tilde{f} son prolongement si il existe.
 Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $f(x)$ est prolongeable par continuité en $x = 1$ et $\tilde{f}(1) = -\frac{1}{2}$
 (2) ☐ $f(x)$ n'est pas prolongeable par continuité en $x = 1$
 (3) ☐ $f(x)$ est prolongeable par continuité en $x = -1$ et $\tilde{f}(1) = 0$
 (4) ☐ $f(x)$ n'est pas prolongeable par continuité en $x = -1$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ Au voisinage de $+\infty$, un polynôme est équivalent à son terme de plus bas degré.
 (2) ☐ Au voisinage de $-\infty$, un polynôme est équivalent à son terme de plus bas degré.
 (3) ☐ Au voisinage de 0, un polynôme est équivalent à son terme de plus haut degré.
 (4) ☐ Au voisinage de 0, un polynôme est équivalent à une exponentielle.
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.