Quiz de Mathématiques

Durée : 1 heure.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

— Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses correctes.

— **Noircir les cases, ne pas faire des croix sur les cases.**

— En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».

— Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

BON COURAGE !

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

1. Cocher la(les) affirmation(s) qui est(sont) correcte(s).

(1)☐ $\sum_{k=0}^{n-1} x^k y^{n-1-k}$ (2)☐ $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{n-k} x^k y^{n-k}$ (3)■ $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$

(4)■ $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} x^k y^{n-1-k}$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Les solutions de l'équation différentielle $y'' + y = x$ sont :

(1)■ $y(x) = x + k_1 \cos(x) + k_2 \sin(x), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
(2)☐ $y(x) = x(k_1 \cos(x) + k_2 \sin(x)), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
(3)☐ $y(x) = x + k_1 e^x + k_2 e^{-x}, k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
(4)☐ $y(x) = (k_1 + k_2 x)e^x, k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. On note par F une primitive de $f(x) = \ln(x)$ sur $]0, +\infty[$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraies.

(1)☐ $F(x) = e^x + k, k \in \mathbb{R}$ (2)☐ $F(x) = \dfrac{1}{x} + k, k \in \mathbb{R}$ (3)■ $F(x) = x\ln(x) - \int \mathrm{d}x$

(4)■ $F(x) = x\ln(x) - x + k, k \in \mathbb{R}$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. On considère le changement de variable $t = \tan\left(\dfrac{x}{2}\right)$. Cocher la(les) bonne(s) réponse(s).

(1)■ $\mathrm{d}x = \dfrac{2}{1+t^2}$ (2)☐ $\mathrm{d}x = \dfrac{1+t^2}{2}$ (3)☐ $\mathrm{d}x = \dfrac{2}{1+t}$ (4)☐ $\mathrm{d}x = -\dfrac{1+t^2}{2}$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. On considère $\int 4x^3(1+x^4)^3 \,\mathrm{d}x$. Le changement de variable $t = 1 + x^4$ donne :

(1)☐ $\int 4t^3 \,\mathrm{d}t$ (2)■ $\int t^3 \,\mathrm{d}t$ (3)☐ $\int \dfrac{4}{3} t^3 \,\mathrm{d}t$ (4)☐ $\int \dfrac{3}{4} t^3 \,\mathrm{d}t$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Le changement de variable $t = \sqrt{x}$ pour $\displaystyle\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ donne :

(1)☐ $\displaystyle\int \frac{\sin(t)}{t}\,\mathrm{d}t$ (2)☐ $\cos(t) + c, c \in \mathbb{R}$ (3)■ $2\displaystyle\int \sin(t)\,\mathrm{d}t$ (4)■ $-2\cos(\sqrt{(x)}) + c, c \in \mathbb{R}$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. On considère $\displaystyle\int \frac{\cos(x) - 2}{\sin(x)}\,\mathrm{d}x$. Le changement de variable $t = \cos(x)$ donne :

(1)■ $\displaystyle\int \frac{t-2}{t^2-1}\,\mathrm{d}t$ (2)☐ $\displaystyle\int \frac{t-2}{1-t^2}\,\mathrm{d}t$ (3)☐ $\displaystyle\int (t-2)\,\mathrm{d}t$ (4)☐ $\displaystyle\int (2-t)\,\mathrm{d}t$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Combien vaut l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$?

(1)☐ $\frac{\pi}{4}$ (2)■ $\frac{\pi}{2}$ (3)☐ π (4)☐ 1 (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. On considère $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+2x+5}$. Une primitive de cette intégrale est ...

(1)☐ $\ln(x^2+2x+5) + c, c \in \mathbb{R}$ (2)☐ $\displaystyle\frac{2x+2}{x^2+2x+5} + c, c \in \mathbb{R}$ (3)☐ $(x^2+2x+5)^2 + c, c \in \mathbb{R}$
(4)■ $\displaystyle\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x+1}{2}\right) + c, c \in \mathbb{R}$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. L'intégrale $\displaystyle\int \frac{3x-1}{x^2+2x+1}\,\mathrm{d}x$ est équivalente à ...

(1)☐ $\displaystyle\int \left(\frac{A}{(x^2+2x+1)^2} + \frac{B}{x^2+2x+1}\right)\mathrm{d}x, A, B \in \mathbb{R}$ (2)☐ $\displaystyle\int \left(\frac{A}{x^2+2x+1} + \frac{B}{x+1}\right)\mathrm{d}x, A, B \in \mathbb{R}$
(3)■ $\displaystyle\int \left(\frac{A}{(x+1)^2} + \frac{B}{x+1}\right)\mathrm{d}x, A, B \in \mathbb{R}$ (4)☐ $\displaystyle\int \left(\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+1}\right)\mathrm{d}x, A, B \in \mathbb{R}$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. On note par F une primitive de $f(x) = \arcsin(x)$ sur $]-1, 1[$. Parmi les affirmations suivantes la(les) quelle(s) sont vraie(s) ?

(1)☐ $F(x) = \displaystyle\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + c, c \in \mathbb{R}$ (2)■ $F(x) = x\arcsin(x) - \displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$ (3)☐ $\arccos(x) + c, c \in \mathbb{R}$
(4)■ $x\arcsin(x) + \sqrt{1-x^2} + c, c \in \mathbb{R}$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. On considère $\sin(2x)$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraie(s).

(1)☐ $\sin(2x) = \frac{1}{2}\sin(x)\cos(x)$ (2)☐ $\sin(2x) = 2\cos^2(x)$ (3)☐ $\sin(2x) = 2\sin^2(x)$
(4)■ $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. On pose $I_1 = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\cos(x)\,\mathrm{d}x}{1+2\sin(x)}\,\mathrm{d}x$, $I_2 = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2x)\,\mathrm{d}x}{1+2\sin(x)}\,\mathrm{d}x$ et $I = I_1 + I_2$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraie(s).

(1)☐ $I = 0$ (2)■ $I = 1$ (3)☐ $I = \dfrac{\pi}{2}$ (4)☐ $I = -1$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. On veut linéariser $\cos^2(x)$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraie(s).

(1)☐ $\cos^2(x) = \dfrac{\cos(2x)-1}{2}$ (2)■ $\cos^2(x) = \dfrac{\cos(2x)+1}{2}$ (3)☐ $\cos^2(x) = \dfrac{\cos(x)+1}{2}$

(4)☐ $\cos^2(x) = \dfrac{\cos(x)-1}{2}$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. L'intégrale $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos^2(x)\,\mathrm{d}x$ vaut ...

(1)■ $\dfrac{\pi}{4}$ (2)☐ $\dfrac{\pi}{2}$ (3)☐ 0 (4)☐ 1

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. Calculer $\displaystyle\int_{\pi/2}^{5\pi/2} \sin(x)\,\mathrm{d}x$.

(1)■ 0 (2)☐ 1 (3)☐ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (4)☐ $\dfrac{\pi}{2}$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. Soit f une fonction de I dans $\mathbb{R}$ telle que $\forall \varepsilon > 0\ \exists A \in \mathbb{R}\ \forall x \in I\quad x \geqslant A \Rightarrow |f(x) - l| \leqslant \varepsilon$. Alors on a :

(1)☐ $\lim\limits_{x \to A} f(x) = l$ (2)☐ $\lim\limits_{x \to l} f(x) = +\infty$ (3)■ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = l$

(4)☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. Soit f une fonction de I dans $\mathbb{R}$. On dit que f tend vers $+\infty$:

(1)☐ en $-\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R}\ \exists B \in \mathbb{R}\ \forall x \in I\quad x \geqslant B \Rightarrow f(x) \leqslant A$
(2)■ en $-\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R}\ \exists B \in \mathbb{R}\ \forall x \in I\quad x \leqslant B \Rightarrow f(x) \geqslant A$
(3)☐ en a si $\forall A \in \mathbb{R}\ \exists \delta > 0\ \forall x \in I\quad |x - a| \leqslant \delta \Rightarrow f(x) \leqslant A$
(4)■ en a si $\forall A \in \mathbb{R}\ \exists \delta > 0\ \forall x \in I\quad |x - a| \leqslant \delta \Rightarrow f(x) \geqslant A$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. On dit que f a une limite finie égale à 3 en 2 si :

(1)■ $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in I\quad |x - 2| \leqslant \delta \Rightarrow |f(x) - 3| \leqslant \varepsilon$
(2)☐ $\exists \delta > 0\ \forall \varepsilon > 0\ \forall x \in I\quad |x - 2| \leqslant \delta \Rightarrow |f(x) - 3| \leqslant \varepsilon$
(3)☐ $\exists \delta > 0\ \forall \varepsilon > 0\ \forall x \in I\quad |x - 3| \leqslant \delta \Rightarrow |f(x) - 2| \leqslant \varepsilon$
(4)☐ $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in I\quad |x - 3| \leqslant \delta \Rightarrow |f(x) - 2| \leqslant \varepsilon$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. Soit $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{3x^2 - x - 1}$. Quelle(s) est(sont) les assertions vraie(s) ?

(1)☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$ (2)☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (3)☐ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

(4)■ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \dfrac{1}{3}$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.