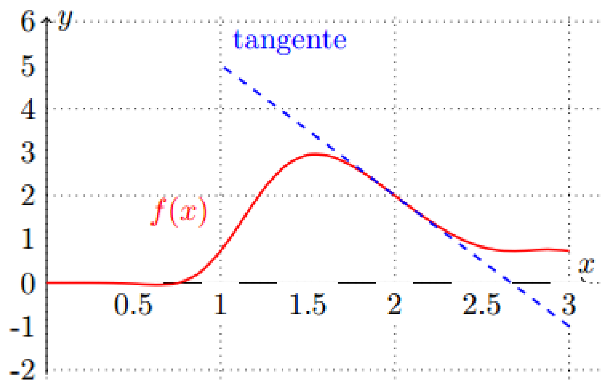
Durée : 30 minutes.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la ***feuille de réponse*** *prévue à cet effet.*

BON COURAGE !

❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊

1. Ci-dessous apparaît le graphe de la fonction f au voisinage du point $x = 2$. Quel est le seul développement limité qui soit possible ?



(1)☐ $2 - 3x - x^3 + o(x^3)$
(2)☐ $2 + 3x + x^3 + o(x^3)$
(3)☐ $2 + 3(x-2) + (x-2)^2 + o((x-2)^2)$
(4)☐ $2 - 3(x-2) + (x-2)^2 + o((x-2)^2)$
(5)☐ $2 - 3(x-2) + (x-2)^3 + o((x-2)^2)$

2. Soit $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ une application telle que $f(x) = \dfrac{1}{x}$.
f est . . .

(1)☐ injective (2)☐ surjective (3)☐ bijective

(4)☐ n'est pas une application (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. On effectue le produit des deux matrices suivantes :

$$\begin{bmatrix} \text{le} & \text{a} & \text{le} \\ \text{un} & \text{a} & \text{un} \\ \text{le} & \text{avait} & \text{un} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{chat} & \text{rat} & \text{lion} \\ \text{mangé} & \text{dévoré} & \text{dégusté} \\ \text{poisson} & \text{fromage} & \text{touriste} \end{bmatrix}$$

Quelle phrase on retrouve à la position $(1, 3)$ de la matrice produit ?

(1)☐ le chat a mangé le poisson
(2)☐ le chat avait mangé un poisson
(3)☐ le lion a dégusté le touriste
(4)☐ le lion avait dégusté un touriste
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Soit I_n une matrice identité et $A \in M_{n,p}(\mathbb{R})$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies :

(1)☐ $I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$ (2)☐ $I_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$ (3)☐ $A \cdot I_n = A$

(4)☐ $I_n$est l'élément neutre pour la somme des matrices.

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(1)☐ A est nilpotente pour $k = 3$.
(2)☐ $AB = BA$
(3)☐ $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
(4)☐ $A + B = B + A$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Soit A une matrice carrée et inversible, alors ...

(1)☐ $AA^T = A^T A$
(2)☐ AA^T est inversible.
(3)☐ $A + A^T$ est inversible.
(4)☐ A^T est inversible.
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Soient A et B deux matrices. Si le produit AB est défini, alors ...

(1)☐ le produit BA est défini.
(2)☐ la somme $A + B$ est définie.
(3)☐ le produit $B^T A^T$ est défini.
(4)☐ la somme $A^T A + BB^T$ est définie.
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soient $A \in M_{np}(\mathbb{R})$ de terme générale a_{ij} et I_n de terme générale δ_{ij}, alors ...

(1)☐ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_{ik}\ \delta_{jk} = \delta_{ij}$ (2)☐ $\displaystyle\sum_{k=1}^{p} a_{ik}\ \delta_{jk} = \delta_{ji}$ (3)☐ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_{ik}\ \delta_{jk} = a_{ji}$

(4)☐ $\displaystyle\sum_{k=1}^{p} a_{ik}\ \delta_{kj} = a_{ij}$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Soit A une matrice diagonale, alors ...

(1)☐ A est symétrique.
(2)☐ A est inversible.
(3)☐ A^T est inversible.
(4)☐ $A = -A^T$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. On considère la matrice A suivante : $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(1)☐ A est symétrique.
(2)☐ A est inversible.
(3)☐ $tr(A^2) = 2 \cdot tr(A)$
(4)☐ $tr(A) = 4$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.