

Quiz de Mathématiques

Durée : 22 minutes.

Aucun document n'est autorisé.

La calculatrice collège est tolérée.

Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

BON COURAGE !

* * * * *

1. Soient $P, Q \in \mathbb{R}[X]$, alors il existe $U, V \in \mathbb{R}[X]$ tels que

- (1) ☐ $PU + QV = \text{pgcd}(P, Q)$ (2) ☐ $PU + QV = \text{pgcd}(U, V)$ (3) ☐ $PU + QV = 1$
 (4) ☐ $PU + QV = \lambda$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Soient $P, Q \in \mathbb{R}[X]$, on dit que Q divise P si ...

- (1) ☐ il existe $S \in \mathbb{R}[X]$ tel que $P = QS$ (2) ☐ $Q|P$ (3) ☐ $P|Q$
 (4) ☐ P est multiple de Q (5) ☐ P est divisible par Q

3. Soient $A \in M_3(\mathbb{R})$ et $X \in M_{3,1}(\mathbb{R})$, alors le système $AX = B$ est compatible si

- (1) ☐ il admet une et une seule solution (2) ☐ $\text{rg}(A) = \text{rg}(A|B)$ (3) ☐ $\text{rg}(A) = \text{rg}(A|X)$
 (4) ☐ $\text{rg}(A) = \text{rg}(X)$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Soit $A \in M_{3,4}(\mathbb{R})$. Le rang de A ...

- (1) ☐ on ne peut pas le calculer (2) ☐ $\text{rg}(A) = 3$ (3) ☐ $\text{rg}(A) = 4$
 (4) ☐ est le nombre de lignes non nulles de A (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Soient $P, Q \in \mathbb{R}[X]$, avec $P = (X - 1)(X - 2)$ et $Q = (X - 1)^2(X + 3)$.

- (1) ☐ $\text{pgcd}(P, Q) = (X - 1)$ (2) ☐ $\text{pgcd}(P, Q) = (X - 1)^2$ (3) ☐ $P \wedge Q = (X - 1)^2$
 (4) ☐ $P \wedge Q = (X - 1)^2(X - 2)(X + 3)$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Soient $P, Q \in \mathbb{R}[X]$, avec $P = (X - 5)^5$ et $Q = (X - 1)^2(X + 2)$.

- $(1) \square \text{ ppcm}(P, Q) = 1$
 $(2) \square \text{ ppcm}(P, Q) = (X - 5)(X - 1)(X + 2)$
 $(3) \square P \vee Q = 1$
 $(4) \square P \vee Q = (X - 5)^5(X - 1)^2(X + 2)$
 $(5) \square$ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Cocher les matrices échelonnée réduites, si il y en a :

- $(1) \square \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $(2) \square \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
 $(3) \square \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $(4) \square \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
 $(5) \square$ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soit s le système linéaire définit par $AX = B$ de n équations à p inconnues avec $\text{rg}(A) = r$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

- $(1) \square$ L'ensemble S de solutions est $S = \emptyset$ si $\text{rg}(A) = \text{rg}(A|B)$
 $(2) \square$ Si s est de Cramer il admet une unique solution.
 $(3) \square$ Si $\text{rg}(A) = \text{rg}(A|B)$ il a une et unique solution.
 $(4) \square$ si $r = n < p$, s admet une infinité de solutions.
 $(5) \square$ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ définit par $P = (X + 1)^3(X - \frac{1}{3})(X^2 + 2X + 15)$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vrais ?

- $(1) \square$ 1 est une racine d'ordre de multiplicité 3
 $(2) \square \deg P = 6$
 $(3) \square P$ est irréductible dans \mathbb{R}
 $(4) \square P$ est scindé sur \mathbb{R}
 $(5) \square$ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Soit $P \in \mathbb{C}[X]$ définit par $P = X^5 - 1$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vrais ?

- $(1) \square P$ est factorisé sur \mathbb{C}
 $(2) \square P$ est irréductible sur \mathbb{C}
 $(3) \square X^5 - 1 = \prod_{k=0}^4 (X - e^{\frac{2ik\pi}{5}})$
 $(4) \square$ 1 est une racine de multiplicité 5
 $(5) \square$ aucune des réponses précédentes n'est correcte.