







Durée : 1 heure.  
Aucun document n'est autorisé.  
La calculatrice collègue est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses valides.
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Soyez très vigilant, avant de répondre à une question, de cocher la bonne ligne dans la grille.
- N'oubliez pas vos NOM, PRÉNOM et LOGIN (p62xxx). Par exemple, p62375 s'encode ainsi :

																			
																			
<b>Identifiant :</b>										<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
Chiffre 1 :										<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Chiffre 2 :										<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Chiffre 3 :										<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Chiffre 4 :										<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Chiffre 5 :										<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Nom :										PEDALETTI									
Prénom :										PAOLO									

BON COURAGE !

\*\*\*\*\*

1. Deux nombres  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux si ...

- (1) ☐  $a \wedge b = 1$   
 (2) ☐  $a$  est premier  
 (3) ☐ ils n'ont aucun multiple commun  
 (4) ☐  $a \vee b = 1$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Aujourd'hui c'est vendredi. Quel jour de la semaine serons-nous dans  $4^{300}$  jours ?

- (1) ☐ Lundi      (2) ☐ Mardi      (3) ☐ Samedi      (4) ☐ Dimanche  
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Quel est l'ensemble  $S$  des solutions de l'équation diophantienne  $3x + 7y = 4$  ?

- (1) ☐  $S = \emptyset$   
 (2) ☐  $S = \{(-2 - 7k; 1 + 3k), k \in \mathbb{Z}\}$   
 (3) ☐  $S = \{(-8 - 7k; 4 + 3k), k \in \mathbb{Z}\}$   
 (4) ☐  $S = \{(-8 + 7k; 4 - 3k), k \in \mathbb{Z}\}$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Cocher les affirmations correctes pour  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ .

- (1) ☐  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  est l'ensemble de toutes les classes d'équivalence modulo  $n$   
 (2) ☐  $\bar{x} \cdot \bar{y} \equiv \bar{0}$   
 (3) ☐  $\bar{x} \cdot \bar{y} \equiv \bar{1}$   
 (4) ☐  $\{y \in \mathbb{Z} : y \equiv x\}$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Parmi les congruences suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐  $7^{16} \equiv 1 \pmod{17}$     (2) ☐  $7^7 \equiv 1 \pmod{15}$     (3) ☐  $7^{13} \equiv 1 \pmod{14}$     (4) ☐  $7^{14} \equiv 1 \pmod{15}$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. On s'intéresse à 122 et 455. Cocher les congruences correctes, s'il y en a.

- (1) ☐  $122 + 455 \equiv 5 \pmod{11}$     (2) ☐  $122 + 455 \equiv 7 \pmod{11}$     (3) ☐  $122 \cdot 455 \equiv 10 \pmod{11}$     (4) ☐  $122 \cdot 455 \equiv 4 \pmod{11}$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Pour tout entier  $n \geq 2$  et pour tout  $a \in \mathbb{N}$  tel que  $a \wedge n = 1$ , le théorème d'Euler affirme que

- (1) ☐  $a^n \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$     (2) ☐  $a^n \equiv 1 \pmod{n}$     (3) ☐  $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$     (4) ☐  $a^{\varphi(n)} \equiv n \pmod{1}$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soient  $A = 3(X^2 - 1)(X + 2)$  et  $B = (X - 1)^2(X^2 + 3)$  deux polynômes dans  $\mathbb{R}[X]$ . Cocher la(les) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☐  $A \vee B = 3(X - 1)^2(X + 1)(X + 2)(X^2 + 3)$     (2) ☐  $\text{ppcm}(A, B) = 3$     (3) ☐  $\text{ppcm}(A, B) = 1$   
 (4) ☐  $A \vee B = (X - 1)^2(X + 1)(X + 2)(X^2 + 3)$     (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Pour les polynômes  $A, B$  de la question précédente, cocher la(les) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☐  $\text{pgcd}(A, B) = 3$     (2) ☐  $\text{pgcd}(A, B) = 1$   
 (3) ☐  $A \wedge B = X - 1$     (4) ☐  $A \wedge B = (X - 1)^2(X + 1)(X + 2)(X^2 + 3)$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Soit  $P = 3X^4 + 5X + 1$  et  $Q = -2X^4 + 2X^3 - X \in \mathbb{R}[X]$ . Cocher ce qui est vrai concernant le polynôme somme  $P + Q$  ?

- (1) ☐ Le coefficient dominant est 3.  
 (2) ☐ Le coefficient du monôme  $X^2$  est 1.  
 (3) ☐ Le coefficient du monôme  $X$  est 4.  
 (4) ☐ Le degré de la somme est 8.  
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Soit  $P = 2(X^{n-1} + 1) \in \mathbb{R}[X]$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$ . Cocher la(les) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☐ Le degré de  $P$  est  $n - 1$ .
- (2) ☐  $P$  est unitaire.
- (3) ☐ Le coefficient dominant de  $P$  est 2.
- (4) ☐ Le terme dominant de  $P$  est  $X^n$ .
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Soient  $P, Q \in \mathbb{R}[X]$ . On peut avoir ...

- (1) ☐  $\text{pgcd}(P, Q) = 3$
- (2) ☐  $\text{ppcm}(P, Q) = PQ$
- (3) ☐  $PU + QV = 1$  pour  $U, V \in \mathbb{R}[X]$
- (4) ☐  $\text{pgcd}(P, Q) = 2X^2$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Soit  $\alpha \in \mathbb{K}$  et  $P \in \mathbb{K}[X]$ .  $\alpha$  est racine :

- (1) ☐ si  $P(\alpha) = 0$
- (2) ☐ si  $P = (X - \alpha)Q$ , avec  $Q \in \mathbb{K}[X]$
- (3) ☐ si  $\alpha + X$  divise  $P$
- (4) ☐ au moins double si  $(X - \alpha)^2$  divise  $P$ .
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. Soit  $P \in \mathbb{R}[X]$  défini par  $P = X^5 - 1$ . Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐  $P$  est factorisé sur  $\mathbb{R}$
- (2) ☐  $P$  est irréductible sur  $\mathbb{R}$
- (3) ☐ 1 est une racine d'ordre de multiplicité 4
- (4) ☐ 1 est une racine d'ordre de multiplicité 1
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. Soit  $P(X) = (X + 5)^2(X - 1)^3$  un polynôme à coefficient réels.

- (1) ☐ 1 est une racine double
- (2) ☐ -1 est une racine triple
- (3) ☐ -5 est une racine double
- (4) ☐ -5 est une racine triple
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. On considère le polynôme  $P = 2X^2 + 3X - 2$ .

- (1) ☐  $(2X - 1)$  divise  $P$
- (2) ☐  $(2X + 1)$  divise  $P$
- (3) ☐  $(X - 2)$  divise  $P$
- (4) ☐  $(X + 2)$  divise  $P$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17.  $P$  et  $Q$  sont deux polynômes à coefficients dans  $\mathbb{R}$ . Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐  $P, Q \in \mathbb{R}$
- (2) ☐  $P, Q \in \mathbb{R}[X]$
- (3) ☐  $(P, Q) \in \mathbb{R}^2[X]$
- (4) ☐  $(P, Q) \in \mathbb{R}[X] \times \mathbb{R}[X]$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. On considère  $A = 5(X - 1)(2X + 1)^2(X + 3)^5$ . Cocher la(les) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☐ 5 est le coefficient dominant.
- (2) ☐ 5 est le degré de  $A$ .
- (3) ☐  $A$  est scindé.
- (4) ☐  $A$  a 8 racines.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. On considère le polynôme  $P = 4(5X + 1)(3X - 1)^2(X + 3)^3$ .

- (1) ☐  $(X + 3)^4$  divise  $P$ .
- (2) ☐  $-3$  est racine de  $P$  d'ordre de multiplicité 3.
- (3) ☐  $(3X - 1)^3$  ne divise pas  $P$ .
- (4) ☐  $\frac{1}{9}$  est racine de  $P$  d'ordre de multiplicité 2.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. Soit  $P(X) = X^3 - X^2 - 5X - 3$ . Cocher la(les) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☐  $-1$  est racine double de  $P$ .
- (2) ☐  $1$  est racine double de  $P$ .
- (3) ☐  $3$  est racine simple de  $P$ .
- (4) ☐  $(X^3 - X^2 - 5X - 3) = (X + 1)Q$  avec  $Q \in \mathbb{R}[X]$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.