

EXAMEN 4/01/2017

Consignes :

- Pour cette épreuve de **2** heures aucun document n'est autorisé et la calculatrice collègue est tolérée.
- Les **4** exercices qu'elle comporte sont indépendants.
- Expliquez vos raisonnements avec un maximum de **clarté** et avec le **vocabulaire** adapté.
- Une copie soignée est gage d'une bonne note !

Exercice 1.

On considère le système

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ 2x + y + 3z = b \\ x - y + 2z = c \end{cases}$$

où x, y, z, a, b et c sont des nombres réels.

1. Exprimer le système sous forme matricielle.
2. Résoudre le système en fonction de a, b et c avec la méthode du Pivot de Gauss.
3. Justifier que la matrice associée aux équations du système est inversible et préciser cette matrice inverse.

Exercice 2.

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^4 + 2(2i - 1)z^2 - (3 - 4i) = 0$.

Exercice 3.

Écrire $\cos(2x)$ sous forme exponentielle complexe et résoudre l'équation différentielle

$$y'' + 4y = x \cos(2x)$$

qui vérifie $y'(0) = 0$ et $y(0) = 0$.

Exercice 4.

On pose

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos^2(t)}{\cos(2t)} dt \text{ et } J = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin^2(t)}{\cos(2t)} dt$$

1. Calculer $I - J$.
2. Calculer $I + J$ en posant $x = \tan(t)$.
3. En déduire I et J .