QCM 5

Durée : 1 heure.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

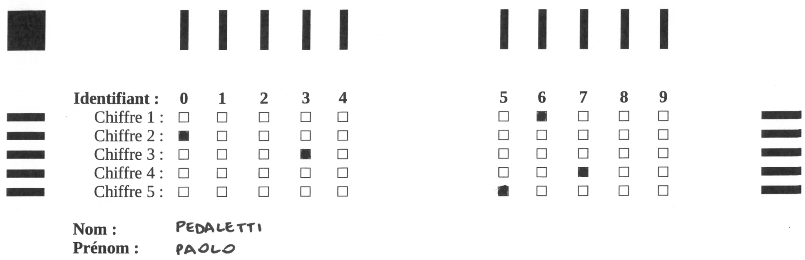
— Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses valides.

— Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

— En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».

— Soyez très vigilant, avant de répondre à une question, de cocher la bonne ligne dans la grille.

— N'oubliez pas vos NOM, PRÉNOM et LOGIN (p62xxx). Par exemple, p62375 s'encode ainsi :



Identifiant :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Chiffre 1 :	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□
Chiffre 2 :	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□
Chiffre 3 :	□	□	□	■	□	□	□	□	□	□
Chiffre 4 :	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□
Chiffre 5 :	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□

Nom : PEDALETTI
Prénom : PAOLO

BON COURAGE !

⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂

1. Parmi les croissances comparées suivantes, lesquelles sont vraies ?

(1)☐ $(\ln x)^3 \underset{+\infty}{=} o(\frac{1}{x^4})$ (2)☐ $\ln x \underset{0}{=} o(x^{-2})$

(3)☐ $x \underset{0}{=} o(\ln x)$ (4)☐ $x^2 \underset{+\infty}{=} o(e^{-x})$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Soit f une fonction telle que $\forall A \in \mathbb{R}\ \exists \delta > 0\ \forall x \in I\ \ |x-a| \leqslant \delta \Rightarrow f(x) \geqslant A$. Alors on a :

(1)☐ $\lim_{x \to A} f(x) = a$ (2)☐ $\lim_{x \to \delta} f(x) = +\infty$ (3)☐ $\lim_{x \to a} f(x) = A$

(4)☐ $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Parmi les équivalentes suivantes, lesquelles sont vraies ?

(1)☐ f est dominée par g au voisinage de a si f/g est borné au voisinage de a.
(2)☐ Si $f \underset{a}{\sim} g$ et $h \underset{a}{\sim} g'$, alors $f + h \underset{a}{\sim} g + g'$
(3)☐ Si $f \underset{a}{\sim} g$, alors $f \underset{a}{=} O(g)$ et $g \underset{a}{=} O(x)$
(4)☐ Si deux fonctions ont la même limite en a, elles sont équivalentes au voisinage de a.
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. La valeur de la limite $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x+2}{|x|-2}$ est ...

(1)☐ 0 (2)☐ -1 (3)☐ 1 (4)☐ $+\infty$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Un polynôme est équivalent à

(1)☐ son terme de plus bas degré au voisinage de 0.
(2)☐ son terme de plus haut degré au voisinage de 0.
(3)☐ son terme de plus bas degré au voisinage de $\pm\infty$.
(4)☐ son terme de plus haut degré au voisinage de $\pm\infty$.
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

(1)☐ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(2x)}{1-e^{2x}} = -1$ (2)☐ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(2x)}{\sqrt{1-2x}} = -1$ (3)☐ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(2x)}{1-\sqrt{1-2x}} = -1$

(4)☐ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin^2(2x)}{1-\cos(2x)} = 2$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Soit $f(x) = x^{1/3} \ln^3(x)$. On peut écrire que ...

(1)☐ $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ (2)☐ $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$ (3)☐ $x^{1/3} \underset{0}{=} o(\ln^3(x))$ (4)☐ $\ln^3(x) \underset{0}{=} o(x^{1/3})$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. La valeur de la limite $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-2x^3+x^2+1}{x^2-4x+3}$ est ...

(1)☐ 0 (2)☐ $-\infty$ (3)☐ $+\infty$ (4)☐ -2

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. La valeur de la limite $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{-2x^3+x^2+1}{x^2-4x+3}$ est ...

(1)☐ $\frac{0}{0}$ (2)☐ -2 (3)☐ 2 (4)☐ Cette fraction rationnelle n'admet pas de limite en -1.

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Soit $f(x) = \dfrac{1}{2+x} + \dfrac{4}{x^2-4}$ et $\tilde{f}$ son prolongement s'il existe.
Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

(1)☐ $f(x)$ est prolongeable par continuité en $x = 2$ et $\tilde{f}(2) = +\infty$
(2)☐ $f(x)$ n'est pas prolongeable par continuité en $x = 2$
(3)☐ $f(x)$ est prolongeable par continuité en $x = -2$ et $\tilde{f}(-2) = -\frac{1}{4}$
(4)☐ $f(x)$ n'est pas prolongeable par continuité en $x = -2$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. La valeur de la limite $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$ est ...

(1)☐ 0 (2)☐ 1 (3)☐ $-\infty$ (4)☐ $+\infty$ (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

(1)☐ Au voisinage de $\pm\infty$, un polynôme est équivalent à son terme de plus haut degré.
(2)☐ Au voisinage de 0, un polynôme est équivalent à son terme de plus bas degré.
(3)☐ Si $f(x) \underset{a}{=} o(g(x))$ alors $f(x) + g(x) \underset{a}{\sim} f(x)$
(4)☐ $f(x) \underset{a}{\sim} g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) \underset{a}{\sim} 0$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Parmi les limites suivantes lesquelles sont vraies ?

(1)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{x^2} = 1$ (2)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{x^2} = -1$

(3)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x)}{x^2 - 1} = +\infty$ (4)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{x^2} = +\infty$ (5)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x)}{x^2 - 1} = 1$

14. Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ telle que $f(-1) = 1$, $f(1) = 1$, $f(3) = -1$. Quelle(s) affirmation(s) est(sont) correcte(s) ?

(1)☐ f est constante sur$[-1, 1]$
(2)☐ f est paire car $f(-1) = f(1)$
(3)☐ f s'annule sur$[1, 2]$
(4)☐ f est décroissante sur$[1, 3]$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. Soient f et g deux fonctions définies au voisinage de a et ne s'annulant pas au voisinage de a (sauf à la rigueur en a). On dit que f et g sont <u>équivalentes</u> au voisinage de a si

(1)☐ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$
(2)☐ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$
(3)☐ $f(x) = g(x)\varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x\to a} \varepsilon(x) = 0$
(4)☐ $f(x) = g(x)\varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x\to a} \varepsilon(x) = 1$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. Soient f et g deux fonctions définies au voisinage de $a \in \overline{\mathbb{R}}$ et ne s'annulant pas au voisinage de a. On suppose que $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = l$. Cocher la(les) affirmation(s) correcte(s)

(1)☐ Si $l = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$
(2)☐ Si $l = +\infty$ alors $g(x) \underset{a}{=} o(f(x))$
(3)☐ Si $l = 1$ alors $g(x) \underset{a}{=} O(f(x))$
(4)☐ Si $l = 1$ alors $f(x) \underset{a}{=} O(g(x))$ et $f(x) \underset{a}{\sim} g(x)$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.