CIR1 -CNB1

Durée : 2 heures

3 mai 2023

Partiel

THERMODYNAMIQUE

Sans documents ; Avec calculatrice

Correction

Nom :

Prénom :

Formulaire :

Dans une transformation adiabatique : $W = \frac{P_{finale}V_{finale} - P_{initiale}V_{initiale}}{\gamma - 1}$

Lois de Laplace : $PV^{\gamma} = cst_1$, $TV^{\gamma-1} = cst_2$ et $P^{1-\gamma}T^{\gamma} = cst_3$

Relations de Mayer : $C_P - C_V = nR$; $\frac{C_P}{C_V} = \gamma$ ce qui donne $c_p^n = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$ et $c_v^n = \frac{R}{\gamma - 1}$

Expressions des chaleurs élémentaires : $\delta Q = \lambda dP + \mu dV$ (isotherme)

$\delta Q = nc_p^n dT + hdP = nc_v^n dT$ (isochore)

$\delta Q = nc_v^n dT + ldV = nc_p^n dT$ (isobare)

Exercice 1 : Echauffement (4points)

1) Quelle est la différence entre variable d'état extensive et variable intensive ? Donner deux exemples de chaque catégorie.

Une variable d'état intensive est une variable indépendante de la quantité de matière (comme la pression ou la température). Le volume et la quantité de matière, elles, dépendent de la quantité de matière (variables extensives), on peut les additionner.

2) Quel est le cycle le plus efficace pour obtenir du travail à partir de deux sources de chaleur ? Quelles sont les quatre transformations réversibles le caractérisant ?

Le cycle de Carnot est le cycle le plus efficace, il est constitué de compressions/détentes isothermes et adiabatiques.

3) Que représente l'aire sous la courbe d'un diagramme entropique ?

L'aire sous la courbe est l'intégrale de TdS, c'est à dire la quantité de chaleur réversible échangée.

Exercice 2 : Thermodynamique de soirée (3points)

Un/e étudiant/e assoiffé/e par un partiel de thermodynamique interminable prépare son week-end organisé par le tout nouveau BDE. Il place un bidon d'eau minérale de 5 L (capacité thermique : $4{,}2\ \mathrm{kJ.kg^{-1}\ K^{-1}}$ et de masse volumique : 1 kg/L) à température ambiante (20 °C) au réfrigérateur.

Les parois du réfrigérateur, imparfaitement isolées, absorbent de la chaleur de la pièce avec une puissance de 10 W. Au bout de deux heures, la température du bidon est de 5 °C, qui est également la température de l'intérieur du réfrigérateur.

1) Déterminer la quantité de chaleur Q_{eau} cédée par le bidon d'eau.

$Q_{eau} = \mathrm{mc}\Delta T = 5 \times 4{,}2.10^3(5 - 20) = -315\ kJ$

2) Déterminer la quantité de chaleur Q_p absorbée par les parois du réfrigérateur pendant ce temps.

$Q_p = P \times t = 10 \times 2(3600) = 72\ kJ.$

3) La quantité utile d'énergie en sortie est donc la différence entre Q_{eau} et Q_p. Sachant que l'efficacité énergétique du réfrigérateur est de 45 %. Quelle quantité d'énergie le moteur du réfrigérateur a-t-il consommée pour refroidir ce bidon ?

$e_f = \frac{|Q_{eau} - Q_p|}{W} = 0{,}45$ donc $W = \frac{|(Q_{eau} - Q_p)|}{e_f} = \frac{(315.10^3 + 72.10^3)}{0{,}45} = +860\ kJ$

4) **Bonus (+1)**: Le prix d'un kWh (kilo-Watt-heure) est de 0,16€. Si la conversion puissance électrique- mécanique est de 100%. Combien a couté le refroidissement de ce bidon ?

$P_{élec} = \frac{W_{méca}}{t} = \frac{860.10^3}{2 \times 3600} = 119{,}4\ W\ soit\ 0{,}119 kW$

→ Énergie électrique dépensée = $P_{élec} \times 2 = 0{,}239$ kWh

→ Cout=prix du kWh x énergie en kWh=$0{,}239 \times 0{,}16 = 0{,}038$ € soit environ 4 cts

Exercice 3 : Sortie scolaire (5points)

Les Galact'ISEN proposent d'envoyer tous les CIR/CNB1 dans l'espace à l'aide d'une catapulte pneumatique montée sur un porte-avion. Cette catapulte est constituée d'un réservoir de gaz connecté à un long cylindre, dans lequel glisse sans frottement un piston entrainant un bus (et tous les CIR1), direction la planète Zytho.
Au début du catapultage, le piston renferme 10 tonnes de gaz parfait à la pression $P_A = 200\ bar$ et à la température T_A. Après une brève détente du piston de 50m, le bus quitte le pont et le gaz à l'intérieur du piston est maintenant à la pression de $P_B = 2\ bar$ et $T_B = 250\ °C$. On suppose que cette détente est réversible et se fait sans échange de chaleur avec l'extérieur.

1) Pourquoi peut utiliser les lois de Laplace dans cette transformation ?

Nous sommes dans le cas d'une transformation adiabatique réversible.

2) Déterminer T_A. (Si vous n'y arrivez pas à déterminer T_A, continuez l'exercice avec une température d'environ 1000°C).

$$T_A = T_B \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = (250+273)\left(\frac{2}{200}\right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} = 1950\ K\ (1677°\mathrm{C})$$

3) Déterminer le travail cédé au bus par la catapulte.

$$W = \frac{P_BV_B - P_AV_A}{\gamma-1} = \frac{mr(T_B-T_A)}{\gamma-1} = \frac{10^4 \times 287 \times (523-1950)}{1{,}4-1} = -1.02.10^{10} J$$

4) Si tout ce travail est entièrement transféré au bus sous forme d'énergie cinétique. Le bus peut-il s'affranchir de l'attraction gravitationnelle de la terre, c'est-à-dire avoir une vitesse supérieure à 11km/s (vitesse dite de libération) ?

$$W = -E_c = -\frac{1}{2} m_{total} v^2 \quad \text{donc } v = \sqrt{-\frac{2\,W}{\mathrm{m_{total}}}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.02.10^{10}}{(10^4 + 130 \times 70)}} = 1035 m/s$$

ce qui est inférieure à la vitesse de libération

5) Même question mais pour un seul étudiant (sans le bus).

$$v = \sqrt{-\frac{2\,W}{\mathrm{m_{1\,étudiant}}}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.02.10^{10}}{70}} = 17103 m/s$$

C'est donc possible de le catapulter dans l'espace (mais je ne garantis pas de son intégrité physique)

Données : *$r = 287\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ et γ=1,4*
Un bus pèse dans les $10^4\ kg$ et chacun des 130 CIR/CNB pèse environ 70 kg.

Exercice 5 : Machine thermique fonctionnant au gaz carbonique (8,5points)

On considère une mole de gaz carbonique à la température $\mathrm{T_A} = 150°\mathrm{C}$ dans un volume $\mathrm{V_A} = 1\mathrm{L}$, et sous pression $\mathrm{P_A}$ (état A).

- Cette mole subit une détente adiabatique jusqu'à un état B où son volume $\mathrm{V_B} = 10\mathrm{V_A}$ et sa température est $\mathrm{T_B}$.
- Le gaz subit ensuite une compression isotherme réversible qui l'amène à la pression $\mathrm{P_C} = \mathrm{P_A}$ et au volume $\mathrm{V_C}$ (état C).
- Le gaz est ensuite réchauffé jusqu'à la température $\mathrm{T_A}$ à pression constante.

1) Tracer l'allure du cycle suivi par le gaz dans le diagramme de Clapeyron ? S'agit-il d'un cycle moteur ou récepteur (justifiez)

Moteur car cycle parcouru dans le sens horaire.

2) Calculer la pression initiale $\mathrm{P_A}$.

$$\mathrm{P_A} = \frac{\mathrm{nRT_A}}{\mathrm{V_A}} = \frac{1 \times 8{,}31 \times (150+273)}{(10^{-1})^3} = 3{,}52.10^6\ \mathrm{Pa}.$$

3) Calculer la température $\mathrm{T_B}$ (en K) de la source froide.

Transformation adiabatique donc on peut utiliser les lois de Laplace :

$$\mathrm{T_B} = \mathrm{T_A}\left(\frac{\mathrm{V_A}}{\mathrm{V_B}}\right)^{\gamma-1} = (150+273)\left(\frac{1}{10}\right)^{1{,}4-1} = 168\ \mathrm{K}$$

4) Exprimer le rapport $\frac{V_C}{V_B}$ en fonction de P_A et P_B ainsi que $\frac{P_B}{P_A}$ en fonction de V_A, V_B et le coefficient adiabatique

BC est isotherme donc $nRT_B = nRT_C$ donc $P_BV_B = P_CV_C$ d'où $\frac{V_C}{V_B} = \frac{P_B}{P_A}$.

AB est adiabatique donc $P_AV_A^\gamma = P_BV_B^\gamma$ (Laplace) d'où $\frac{P_B}{P_A} = \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma$.

5) Calculer les quantités de chaleur reçues par le gaz au cours des trois différentes transformations AB, BC et CA. (On rappelle qu'à pression constante la variation d'enthalpie d'un gaz est égale à la chaleur échangée par ce gaz).

- AB est adiabatique donc $Q_{AB} = 0$ car transformation adiabatique.

- BC est isotherme $dU = 0$ (1ère loi de Joule) donc $Q_{BC} = -W_{BC}$ (1er principe)

donc $Q_{BC} = +\int PdV = nRT_B \int \frac{dV}{V} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = nRT_B \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma = \gamma nRT_B \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)$.

$Q_{BC} = 1{,}4 \times 1 \times 8{,}31 \times 168 \ln\left(\frac{1}{10}\right) = -4513\ \mathrm{J}$.

- CA est isobare donc $\Delta H_{CA} = Q_{CA} = nc_p^n \Delta T$ or d'après les relations de Mayer $c_p^n = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

donc $Q_{CA} = n\frac{\gamma R}{\gamma-1}\Delta T = 1 \times \frac{1{,}4\times 8{,}31}{1{,}4-1}(423 - 168) = 7408\ \mathrm{J}$.

6) Calculer le travail mécanique fourni au gaz au cours du cycle.

Sur un cycle $\Delta U = W_t + Q_t = 0$ don$W_t = -Q_{BC} - Q_{CA} = 4512 - 7407 = -2895\ \mathrm{J}$.

(le cycle produit bien du travail)

7) Calculer l'efficacité de cette machine et évaluer son rendement en comparant cette efficacité à celle du cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures T_1 et T_2.

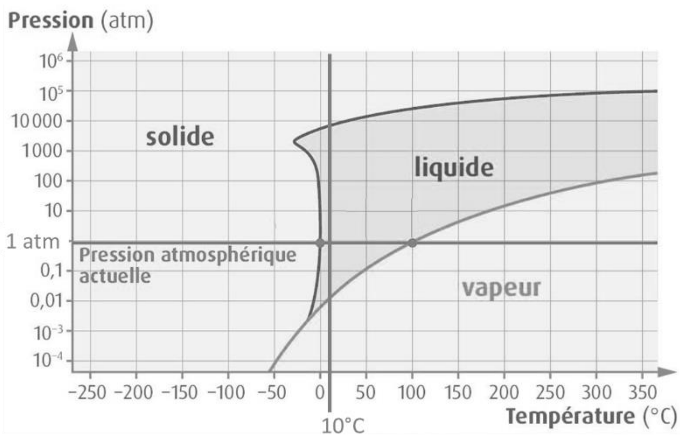
$\eta = \frac{|W|}{Q_{CA}} = \frac{2895}{7408} = 39{,}1\%$, , le cycle de Carnot aurait donné: $\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{168}{423} = 60.2\%$

Le rendement r est donc de $r = \frac{\eta}{\eta_{Carnot}} = \frac{39{,}1\ \%}{60{,}2\ \%} = 64.9\%$.

Données: $R = 8{,}31\ J.mol^{-1}.K^{-1}$ *et* $\gamma = 1{,}4$

Exercice bonus : la paille de l'extrême (+2points)

Pour étancher la soif du malheureux CIR/CNB1 satellisé tout seul dans l'espace, ses camarades décident de construire la paille la plus haute du monde depuis son bidon d'eau qui se trouve sur Terre à pression atmosphérique $P_0 = 1{,}013\ hPa = 1\ atm$. La paille est supposée indéformable et ne contient que de l'eau et/ou de la vapeur d'eau dont le diagramme de phase est donnée ci-contre. Un ingénieux système permet de garder la température de cette eau à 5°C tout le long de la paille.



Jusqu'à quelle hauteur êtes vous capable de faire monter le liquide ?

Données : $\rho_{eau} = 997\ kg.m^{-3}$
et $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ *(supposé constant)*

D'après le diagramme de phase une eau à 5°C s'évapore à 0,01atm soit $P(z_{max}) = 0{,}01 \times 1{,}013.10^5$ Pa. Si on aspire plus, on ne fera que vaporiser le liquide.

$$\Delta z_{max} = \frac{P_0 - P(z_{max})}{\rho_{eau} g} = \frac{(1-0{,}01)\times 1{,}013.10^5}{1 \times 10^3 \times 9{,}8} = 10{,}4\ \mathrm{m}$$