

PARTIEL 18/12/2017

Consignes :

- Pour cette épreuve de 2 heures aucun document n'est autorisé et la calculatrice collègue est tolérée.
- Les 4 exercices qu'il comporte sont indépendants.
- Expliquez vos raisonnements avec un maximum de **clarté** et avec le **vocabulaire** adapté.
- Une copie soignée est gage d'une bonne note !

Exercice 1.

1. Calculer sous forme algébrique, exponentielle et trigonométrique les racines carrées de 4i.
2. Représenter les racines trouvées dans le plan complexe.
3. Déterminer, sous forme algébrique, les solutions de l'équation  $z^2 - 4z - i + 4 = 0$

Exercice 2.

On considère l'équation différentielle suivante :

$$y'' + 4y' + 4y = 0 \quad (E)$$

1. Pourquoi (E) est une équation différentielle ? De quel type ? Combien de solutions possède une équation différentielle ?
2. Résoudre l'équation différentielle (E).
3. Trouver les solutions de l'équation différentielle (E) avec second membre égal à  $\cos x$ .
4. Soit  $y$  la solution de (E) tel que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y'(x)e^{2x} = 2$ . Déterminer  $y(0)$ .

Exercice 3.

Soit la fonction

$$f(x) = x \sin x + \cos^2 x$$

1. Trouver toutes les primitives de  $f(x)$ .
2. Trouver la primitive de  $f(x)$  qui s'annule pour  $x = \frac{\pi}{2}$ .

Exercice 4.

1. Donner les définitions de

$$a) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \quad \text{et} \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$$

2. Calculer les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sqrt{1 - 2x + 3x^2} - 1}{\cos x - 1} \quad \text{et} \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 2} + \sqrt{x^2 - 2x + 3} - 2xe^{\frac{1}{x}}$$

3. Qu'est-ce que l'on peut dire

- (a) sur la continuité de la fonction de la limite a) en 0 ?
- (b) du point de vue géométrique pour la fonction de la limite b) en  $+\infty$  ?