CIR1 2016/2017

QUIZ de MATHÉMATIQUES N°4

25/11/2016

Durée : 40 minutes.
Aucun document n'est autorisé. La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la ***feuille de réponse*** *prévue à cet effet.*

Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses valides.
Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

Question 41. Soit A la matrice suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$

Qu'est-ce qui est vrai à propos de la matrice A :

1. A a taille 2×3 2. $a_{21} = 3$ 3. $3\text{A} = \begin{bmatrix} 0 & 9 & 3 \\ 3 & 27 & 12 \end{bmatrix}$ 4. $A^T = A$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 42. $A \in M_{p,n}(\mathbb{R})$, $B \in M_{p,q}(\mathbb{R})$ et $C \in M_{n,q}(\mathbb{R})$, où n, p, q sont trois entiers naturels distincts non nuls. On peut donc réaliser le calcul :

1. $A \times B$ 2. $A \times C$ 3. $C \times B$ 4. $C \times B + A$ 5. $A \times C + B$

Question 43. On définit les trois matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Cocher les produits faisable

1. $A \times B$ 2. $B \times A$ 3. $A \times C$ 4. $C \times A$ 5. $C \times B^T$

Question 44. Soit A,$B \in M_3(\mathbb{R})$ telles que $A \times B = 0$. On peut affirmer que :

1. $(A+B)^2 = A^2 + BA + B^2$ 2. $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 3. ou $A = 0$ ou $B = 0$

4. $B \times A = 0$ 5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 45. Évaluer le produit AB des deux matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

1. $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ 2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$ 4. $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ 5. $A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$

Question 46. Que vaut le déterminant de cette matrice :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

1. -7 2. -5 3. -4 4. 1 5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 47. Que vaut le déterminant de cette matrice :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

1. 1   2. -2^3 3. 2^3 4. 2^5 5. -2^5

Question 48. On considère

$$|D| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

1. En développant selon la première colonne, $|D| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$
2. En développant selon la dernière ligne, $|D| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$
3. En remplaçant la troisième ligne par la troisième moins la première, $|D| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$
4. En permutant les colonnes : $|D| = -\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
5. Par la règle de Sarrus : $|D| = 0 + 4 + 0 - 3 - 4 - 0$

Question 49. Soient a, b, c trois réels. On considère

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

1. $|A| = abc$ 2. $|A| = a^2b^2c^2$ 3. $|A| = 1$ 4. $|A| = (b-a)(c-b)(c-a)$

5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 50. Soit $A \in M_n$ et diagonale. Alors

1. A est inversible
2. A est symétrique.
3. $A = A^T$
4. $A = -A^T$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 51. Soient A et B deux matrices de taille $n \times n$.

1. $tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$
2. $tr(A \times B) = tr(B \times A)$
3. $(A \times B)^T = A^T \times B^T$
4. Si $A^T = A$, alors A est symétrique.
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 52. Soit $A \in M_4(\mathbb{R})$ et inversible. Qu'est-ce qui ne change pas lorsqu'on multiplie A par -1 ?

1. $\text{rang}(A)$ 2. A^{-1} 3. $\det(A)$ 4. A^T 5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 53. On considère la matrice A suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Soit I la matrice identité à deux lignes et deux colonnes.

1. L'inverse de A est égal à A.
2. L'inverse de A a des coefficients non entiers.
3. La matrice $\frac{1}{2}(A + A^{-1})$ est égal à I.
4. La matrice $A + A^{-1}$ est diagonale.
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 54. On considère la matrice A suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. A est de rang 1. 2. A est de rang 2. 3. A est de rang 3. 4. A est inversible.

5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 55. Soit le système

$$\begin{cases} 2y + 3x & = & 1 \\ 5x + 4y & = & -1 \end{cases}$$

Ce système s'écrit sous forme de matrice $AX = B$ avec :

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ 2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ 3. $X = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}$ 4. $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 5. $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$

Question 56. Le système $IX = Y$, où I est la matrice identité d'ordre 2, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ et $Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ a pour solution :

1. $X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 2. $X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 3. $X = -1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 4. $X = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 5. Le système n'a pas de solutions.

Question 57. On considère le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x & -2y & = & 2 \\ 5x & +3y & = & 3 \end{cases}$$

On note D le déterminant du système.

1. $x = -\dfrac{1}{D}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$ 2. $y = -\dfrac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$ 3. $x = \dfrac{1}{D}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$ 4. $y = \dfrac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$ 5. $y = \dfrac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$

Question 58. Après avoir exécuté l'algorithme du pivot de Gauss, il me reste le système suivant avec a, b, c, d réels:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & -2 & 0 & b \\ 0 & 0 & 2 & c \\ 0 & 0 & 0 & d \end{array}\right]$$

On en déduit que ...

1. il y a exactement une solution
2. il n'y a aucune solution
3. il y a une infinité de solutions
4. il y a une infinité ou aucune solution
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 59. La matrice ci-dessous a un déterminant nul :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -2 & 3 & -7 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Que peut-on dire du système d'équations linéaires suivant ?

$$\begin{cases} x & -y & +z & & = & a \\ 5x & & +z & +4t & = & b \\ -2x & -2y & +3z & -7t & = & c \\ & -y & +z & -2t & = & d \end{cases}$$

1. il ne possède aucune solution
2. il possède une unique solution
3. il possède une infinité de solutions
4. soit il ne possède aucune solution, soit il en possède une infinité
5. le nombre de solution(s) dépend des paramètres a, b, c, d.

Question 60. On admet que la matrice ci-dessous est inversible :

$$\begin{bmatrix} -4 & 5 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

On remarque que $2L_2 + L_4 = [0\ 0\ 1\ 0]$ où L_2 et L_4 représentent la deuxième et la quatrième ligne de la matrice. Que peut-on en déduire sur l'inverse ?

1. Si on multiplie à gauche par l'inverse on a :

$$\begin{bmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ a & b & c & d \\ . & . & . & . \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -4 & 5 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ . & . & . & . \end{bmatrix}$$

2. la troisième ligne de la matrice inverse est [0 2 0 1]
3. la troisième ligne de la matrice inverse est [0 1 2 0]
4. la deuxième ligne de la matrice inverse est [0 1 0 2]
5. la quatrième ligne de la matrice inverse est [1 2 0 0]