

SECOND SESSION 18/01/2018

Consignes :

- Pour cette épreuve de 2 heures aucun document n'est autorisé et la calculatrice collègue est tolérée.
- Les 4 exercices qu'il comporte sont indépendants.
- Expliquez vos raisonnements avec un maximum de **clarté** et avec le **vocabulaire** adapté.
- Une copie soignée est gage d'une bonne note !

Exercice 1.

Soit $z = e^{-i\frac{\pi}{6}} + e^{-i\frac{\pi}{2}}$.

1. Exprimer z sous forme algébrique et trigonométrique.
2. Calculer les racines cubiques de z et exprimer-les sous forme exponentielle.

Exercice 2.

On considère l'équation différentielle suivante :

$$(E) \quad y'' - y = e^{-x}$$

1. Résoudre l'équation différentielle homogène associée à (E) .
2. Trouver une solution particulière de (E) .
3. Déterminer $y(0)$ en sachant que $y'(0) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x} = 0$.

Exercice 3. Soient les fonctions

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^3} \quad \text{et} \quad g(x) = 4x \cos(x^2 - 1)$$

1. Trouver toutes les primitives de $f(x)$ et $g(x)$.
2. Trouver la primitive de $f(x) + g(x)$ qui passe par $P = (1, 0)$.

Suggestion : pour les primitives de $g(x)$, pensez à un changement de variable.

Exercice 4.

On considère la fonction

$$f(x) = e^{\sin x} - 1$$

1. Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - x}{x^2}$$

2. Déterminer le polynôme de Taylor de f d'ordre 3 en $x = 0$.