

Interrogation THERMODYNAMIQUE

Correction

Sans documents

Avec calculatrice

Exercice 1 : Echauffement (4points)

- 1) Il fait chaud en été. Est-il possible de refroidir une pièce en ouvrant la porte du frigo ? Si non expliquer pourquoi, si oui expliquer comment.

Non car le second principe impose que l'énergie se dégrade forcément au cours d'un cycle réel sous forme de dissipation/frottements et donc que le frigo chauffera forcément plus (à l'arrière) qu'il ne refroidit.

Oui si on bricole un frigo de fortune et que l'on encastre l'arrière du frigo dans le mur pour mettre la source de chaleur chaude à l'extérieur de la pièce.

- 2) Pourquoi dit-on que l'entropie est une grandeur non conservative ? Citez au moins une conséquence que cela a.

L'entropie est une grandeur non conservative (contrairement à l'énergie) car pour un système réel, la variation d'entropie sera toujours positive.

Cela impose (choix non exhaustif) : augmentation de l'entropie de l'univers, dégradation de l'énergie utile, impossibilité de machine perpétuelle, impossibilité de machine monotherme, inégalité de Clausius (transfert de chaleur du chaud vers le froid et non l'inverse), flèche du temps, transformation spontanée dans un sens et non dans l'autre...

- 3) Donner la formulation, différentielle du second principe de la thermodynamique pour un système fermé (non calorifugé).

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Exercice 3 : Température d'équilibre (3points)

Un bloc de cuivre de 100 grammes porté à une température de 0°C est plongé dans 50 grammes d'eau à 80°C . Au bout d'un quelques minutes, le système atteint une température d'équilibre T_f . On supposera que l'ensemble Eau + Cuivre est isolé (on ne tient pas compte des parois du récipient). La chaleur massique c_{Cu} du cuivre (capacité thermique massique) est de $400 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, celle de l'eau c_{eau} est de $4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Elles sont supposées constantes et indépendantes de la température.

Après avoir déterminé la variation d'énergie interne ΔU_{Cu} et ΔU_{eau} , déterminer la température d'équilibre T_f (application numérique).

**On est à volume constant donc on détermine ΔU_{Cu} et ΔU_{eau} en fonction de T_f à partir de la 1ere loi de Joule
A l'équilibre $\Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{Cu}} = 0$ donc $T_f = 67,1^\circ\text{C}$**

Exercice 3 : Transformation isentropique (5 points)

- 1) L'enthalpie est définie comme la somme de l'énergie interne et du produit PV et sachant que l'identité thermodynamique est défini comme $dU = TdS - PdV$. Réécrire cette identité thermodynamique pour une variation élémentaire d'enthalpie.

$$\begin{aligned} dH &= dU + d(PV) \\ dH &= TdS - PdV + PdV + VdP \\ dH &= TdS + VdP \end{aligned}$$

- 2) En déduire l'expression de variation d'entropie élémentaire en fonction des variations élémentaires d'enthalpie et de pression.

$$dS = \frac{dH}{T} - \frac{V}{T} dP$$

3) A partir de la deuxième loi de Joule et de la relation de Mayer $C_p = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}$, démontrer l'expression de la variation d'entropie ΔS pour n moles de gaz parfait en fonction de T, P et du coefficient γ .

$$dH = n C_{p,m} dT = T dS + V dP \quad \text{d'où}$$

$$dS = -nR \frac{dP}{P} + nR \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T}$$

$$dS = \frac{nR}{\gamma-1} \left(\gamma \frac{dT}{T} - (\gamma-1) \frac{dP}{P} \right)$$

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma-1} (\ln T^\gamma - \ln P^{\gamma-1}) + S_0$$

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma-1} \left(\ln \frac{T^\gamma}{P^{\gamma-1}} \right) + S_0$$

4) en déduire que pour une transformation isentropique on a la loi de Laplace suivante : $PV^\gamma = \text{cst}$

Pour une transformation isentropique, on aura donc:

$$\frac{T^\gamma}{P^{(\gamma-1)}} = \text{Constante}$$

et puisque $T = \frac{PV}{nR}$

$$\frac{(PV)^\gamma}{P^{(\gamma-1)}} = \text{Constante autre}$$

donc

$$PV^\gamma = C$$

5) Quel autre nom peut-on donner à une transformation isentropique réversible ?

Une transformation isentropique réversible est aussi une transformation adiabatique réversible.

Exercice 4 : Cycle Stirling (8pts)

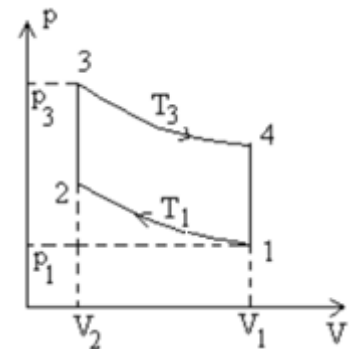
Soit une machine utilisant comme gaz de l'air considéré comme un gaz parfait diatomique.

Cette machine fonctionne réversiblement selon le cycle de Stirling représenté sur la figure ci-contre :

Ce cycle est composé de deux isothermes $3 \rightarrow 4$ et $1 \rightarrow 2$ et de deux isochores $2 \rightarrow 3$ et $4 \rightarrow 1$.

A l'état 1, la pression est $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$ et la température est $T_1 = 300 \text{ K}$.

A l'état 3, la pression est $P_3 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et la température est $T_3 = 600 \text{ K}$.



1) Ecrire le premier principe de la thermodynamique, la première loi de Joule ainsi que l'expression du travail des forces pressantes.

$$dU = \delta W + \delta Q \quad (\text{Premier principe})$$

$$dU = C_v dT \quad (1^{\text{ère}} \text{ loi de Joule})$$

$$\delta W = -P dV \quad (\text{Travail élémentaire des forces pressantes})$$

2) A partir de la question précédente, exprimer la variation de chaleur élémentaire δQ dans le cas d'une transformation isotherme et dans le cas d'une transformation isochore.

$$\delta Q = dU - \delta W$$

$$\delta Q = C_v dT + P dV$$

Transformation isotherme : $dT = 0$ donc $dU = 0$ donc $\delta Q = -\delta W = P dV$

Transformation isochore : $dV = 0$ donc $\delta W = 0$ $\delta Q = dU = C_v dT$

3) A partir de la question précédente, établir l'expression des quantités de chaleur Q_{12} et Q_{34} , échangées par une mole de gaz au cours des deux transformations isothermes en fonction de V_1, V_2, V_3 et V_4 puis en fonction des données du P_1, P_3, T_1 et T_3 du problème.

Faire l'application numérique.

$$\text{Isotherme : } \delta Q = +PdV \quad Q_{1 \rightarrow 2} = RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = RT_1 \ln\left(\frac{T_1 P_1}{T_1 P_3}\right) \quad \text{A.N : } Q_{1 \rightarrow 2} = -1726 \text{ J}$$

$$Q_{3 \rightarrow 4} = RT_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = RT_3 \ln\left(\frac{T_3 P_3}{T_3 P_1}\right) \quad Q_{3 \rightarrow 4} = +3452 \text{ J}$$

4) A partir de loi de Joule et de la question 1, établir l'expression des quantités de chaleur Q_{23} et Q_{41} , échangées par une mole de gaz au cours des deux transformations isochores en fonction des données du problème.

Faire l'application numérique.

$$\text{Isochore : } \delta Q = C_V dT \quad Q_{2 \rightarrow 3} = 6225 \text{ J}$$

$$Q_{4 \rightarrow 1} = -6225 \text{ J}$$

5) Etablir l'expression des travaux W_{12} et W_{34} échangés par une mole de gaz au cours du cycle ainsi que le travail W_{total} en fonction des données du problème.

Faire l'application numérique.

$$W_T = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 1} = -RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + 0 - RT_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) + 0$$

$$W_T = -R(T_3 - T_1) \ln\left(\frac{T_1 P_3}{T_3 P_1}\right)$$

$$= -1726 \text{ J}$$

6) Le travail de ce cycle est-il moteur ou récepteur ?

On remarque que $W_T < 0$ donc moteur ou cycle en sens horaire donc moteur

7) Sachant que dans le cycle de Stirling la source de chaleur chaude est $Q_c = Q_{23} + Q_{34}$. En déduire la valeur numérique l'efficacité énergétique du cycle de Stirling.

$$\text{Efficacité} \approx 18\%$$

8) Comparer cette efficacité à celui que l'on obtiendrait si la machine fonctionnait selon le cycle de Carnot entre les mêmes sources aux températures T_1 et T_3 . En déduire le rendement maximal.

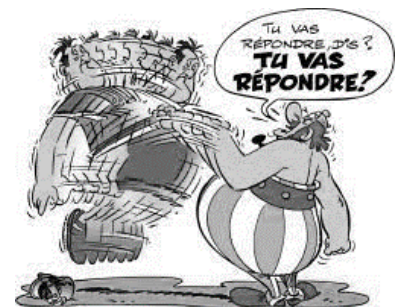
$$\text{Efficacité théorique de Carnot} = \left| \frac{W_T}{Q_{3 \rightarrow 4}} \right| = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{600}{300} = 50\%$$

$$\text{Rendement} = \text{efficacité Stirling} / \text{efficacité théorique de Carnot} = 18/50 = 36\%$$

Données : $R = 8.3 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $C_V = \frac{5}{2}R$ pour une molécule diatomique

Exercice bonus : Vitesse des baffes d'Obelix (+2points)

Imaginez qu'Obelix vous gifle ! Vous ressentez une rougeur à la joue. La température de la région touchée a varié de $1,8^\circ\text{C}$. En supposant que la masse de la main qui vous atteint est de $1,2\text{kg}$ et que la masse de la peau rougie est de 150g , estimez la vitesse de la main juste avant l'impact, en prenant comme valeur de la capacité thermique massique de la peau $c_{\text{peau}} = 3,8 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.



(On fera l'hypothèse que vous êtes aussi tombé dans la potion magique étant petit et que votre tête ne se déplace pas au cours de la gifle... même pas mal)

On fait l'hypothèse que toute l'énergie cinétique de la main d'Obelix s'est transformée en variation d'énergie interne de la peau giflée.

$$E_{\text{cin}} = \Delta U$$

$$v = 149 \text{ km/h}$$

