

Quiz de Mathématiques

Durée : 1 heure.

Aucun document n'est autorisé.

La calculatrice collègue est tolérée.

Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses correctes.
- **Noircir les cases, ne pas faire des croix sur les cases.**
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

BON COURAGE !

* * * * *

1. Il y a 120 élèves en CIR1-CNB1. Si on veut former des groupes de projets de 4 élèves, combien y a-t-il de possibilités ?

- (1) ☐ 30 (2) ☒ $\binom{120}{4}$ (3) ☐ 120! (4) ☐ $\frac{120!}{4!}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Une classe composée de 18 filles et 16 garçons va élire les 4 délégués. Combien existe-t-il de possibilités pour cette élection ?

- (1) ☒ $\binom{34}{4}$ (2) ☒ 46376 (3) ☐ A_{34}^4 (4) ☐ $\binom{18}{2} + \binom{16}{2}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. On considère l'énoncé de la question précédente. Emma dit qu'elle ne souhaite pas être élue si Bastien est élu. Dans ces conditions, combien existe-t-il de possibilités ?

- (1) ☐ $\binom{32}{2}$ (2) ☐ 496 (3) ☐ A_{32}^2 (4) ☒ $\binom{34}{4} - \binom{32}{2}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Si on simplifie la somme suivante

$$\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{k+1}{2^{k+1}} - \frac{k}{2^k} \right)$$

on obtient ...

- (1) ☒ $\frac{n}{2^n}$ (2) ☐ $\frac{n+1}{2^{n+1}}$ (3) ☐ $\frac{n}{2^{n+1}}$ (4) ☐ 1
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Soit $A = \{a, b, c\}$ et $B = \{1, 2\}$. Cochez la(les) bonne(s) réponse(s).

- (1) ☐ $\{a, 1\} \in A \times B$ (2) ☐ $\{(a, 1)\} \in A \times B$ (3) ☒ $(a, 1) \in A \times B$ (4) ☐ $\{a, 1\} \subset A \times B$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. On note f la fonction $x \mapsto e^x + x$ sur \mathbb{R} . Cocher la(les) affirmation(s) correcte(s), si il y en a.

- (1) ☒ f est injective. (2) ☐ f est surjective. (3) ☐ f est bijective.
 (4) ☐ f n'est pas une fonction. (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Combien fait $\sum_{k=0}^{100} (-1)^k \binom{100}{k}$?

- (1) ☐ 100 (2) ☒ 0 (3) ☐ 101 (4) ☐ 5000 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. On considère l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \cos(\pi x).$$

Quelle(s) est(sont) la(les) bonne(s) réponses ?

- (1) ☒ $f(\{0, 2\}) = \{1\}$ (2) ☐ $f(\{0, 2\}) = \{0\}$ (3) ☐ $f([0, 2]) = [1, 1]$ (4) ☒ $f([0, 2]) = [-1, 1]$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Soit z un nombre complexe de module 2 et d'argument $\frac{\pi}{4}$. L'écriture algébrique de z est :

- (1) ☐ $z = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ (2) ☒ $z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ (3) ☐ $z = 2 + 2i$ (4) ☐ $z = 2 - 2i$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Soit $z = (1 - 2i)^2$. Quelle(s) est(sont) le(s) assertion(s) vraie(s) ?

- (1) ☐ $z = 5 - 4i$ (2) ☒ $z = -3 - 4i$ (3) ☐ $\bar{z} = 3 + 4i$ (4) ☒ $|z| = 5$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Soit $\theta \in \mathbb{R}$. $e^{i\theta} \in \mathbb{R}$ si et seulement si :

- (1) ☐ $\theta = 0$ (2) ☐ $\theta = 2\pi$ (3) ☐ $\theta = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (4) ☒ $\theta = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Soit $\theta \in \mathbb{R}$. Quelle(s) est(sont) le(s) assertion(s) vraie(s) ?

- (1) ☐ $\cos(2\theta) = 2\cos(\theta)\sin(\theta)$ (2) ☒ $\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$ (3) ☒ $\sin(2\theta) = 2\cos(\theta)\sin(\theta)$
 (4) ☐ $\sin(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Soient $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (1, -1, 0)$ et $\vec{w} = (0, 1, 1)$ trois vecteurs.
 Cochez la(les) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☒ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ (2) ☐ $\vec{v} \cdot \vec{u} = \vec{0}$ (3) ☐ $\vec{v} \cdot \vec{w} = (0, -1, 0)$ (4) ☒ $\vec{w} \cdot \vec{v} = -1$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. On considère les vecteurs de la question précédente.
Cochez la(les) affirmation(s) correcte(s).

(1) ☒ $\vec{u} \wedge \vec{v} = (1, 1, -2)$ (2) ☐ $\vec{v} \wedge \vec{u} = (1, 1, -2)$ (3) ☐ $\vec{u} \wedge \vec{w} = \vec{0}$ (4) ☐ $\vec{w} \wedge \vec{u} = 0$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. On considère toujours les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} de la question précédente.
Cochez la(les) affirmation(s) correcte(s).

(1) ☒ \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux. (2) ☐ \vec{v} et \vec{w} sont colinéaires. (3) ☐ $\|\vec{v}\| = 1$ (4) ☐ $\|\vec{w}\| = 2$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. Soit $\theta \in \mathbb{R}$. Quelle(s) est(sont) le(s) assertion(s) vraies ?

(1) ☒ $\cos^2(\theta) = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$ (2) ☐ $\cos^2(\theta) = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$ (3) ☒ $\sin^2(\theta) = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$
(4) ☐ $\sin^2(\theta) = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. z et z' étant deux complexes non nuls, cocher la(les) affirmation(s) qui est(sont) toujours vraie(s) :

(1) ☒ $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$ (2) ☐ $|z + z'| = |z| + |z'|$ (3) ☐ $|z + z'| \geq |z| + |z'|$
(4) ☒ $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ (5) ☒ $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$

18. Soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $|z - 2| = 1$. Quelle(s) est(sont) le(s) assertion(s) vraie(s) ?

(1) ☒ $z = 3$ (2) ☒ $z = 1$ (3) ☒ $z = 2 + e^{i\theta}$, $\theta \in \mathbb{R}$
(4) ☒ Le point du plan d'affixe z appartient au cercle de rayon 1 et de centre le point d'affixe 2.
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. Soit Z un nombre complexe tel que $\text{Im}(Z) \neq 0$. Soient z_0 et z_1 ses racines carrées. Cocher la(les) affirmation(s) qui est(sont) toujours vraie(s)

(1) ☐ $z_0 = \overline{z_1}$ (2) ☒ $z_0 = -z_1$ (3) ☐ $z_0 z_1 = Z$ (4) ☒ $|z_0| = |z_1|$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. Les racines carrées de i sont :

(1) ☐ $\frac{1+i}{2}$ et $-\frac{1+i}{2}$ (2) ☒ $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ et $-\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ (3) ☐ $e^{\frac{i\pi}{4}}$ et $e^{-\frac{i\pi}{4}}$ (4) ☒ $e^{\frac{i\pi}{4}}$ et $-e^{\frac{i\pi}{4}}$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.