Quiz de Mathématiques

Durée : 1 heure.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

— Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses correctes.

— **Noircir les cases, ne pas faire des croix sur les cases.**

— En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».

— Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

BON COURAGE !

****

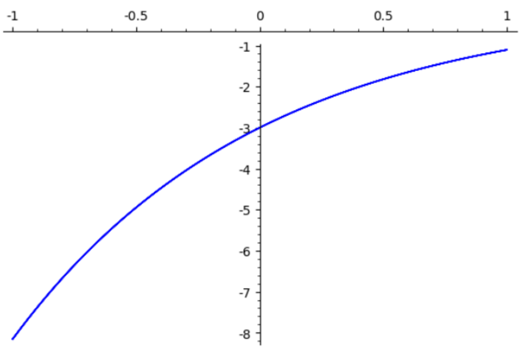
1. Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y' = 3y$?

(1)☐ $y(x) = ke^{-3x}, k \in \mathbb{R}$
(2)☐ $y(x) = e^{-x} + k, k \in \mathbb{R}$
(3)☐ $y(x) = k\cos(3x), k \in \mathbb{R}$
(4)■ $y(x) = ke^{3x}, k \in \mathbb{R}$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y' + 3y = 0$?

(1)☐ $y(x) = k\cos(3x), k \in \mathbb{R}$
(2)■ $y(x) = ke^{-3x}, k \in \mathbb{R}$
(3)☐ $y(x) = ke^{3x}, k \in \mathbb{R}$
(4)☐ $y(x) = e^{3x} + k, k \in \mathbb{R}$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Quelle(s) solution(s) d'une équations différentielle représente ce graphe ?



(1)■ $-3e^{-x}$ (2)☐ $3e^{-3x}$ (3)☐ $3e^{-x}$ (4)☐ $-ke^{3x},\ k \in \mathbb{R}$ (5)☐ $ke^{3x},\ k \in \mathbb{R}$

4. Soit $f(x) = xe^{2x}$. De quelle équation différentielle cette fonction est-elle solution ?

(1)☐ $y' - 2y = xe^{2x}$
(2)■ $y' - 2y = e^{2x}$
(3)☐ $y' - 2y = xe$
(4)☐ $y' - 2y = 0$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. On considère l'équation différentielle suivante :

$$y'' - 400y = 0$$

La solution de l'équation est :

(1)■ $y(x) = k_1e^{20x} + k_2e^{-20x}, k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
(2)☐ $y(x) = (k_1 + k_2x)e^{20x}, k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
(3)☐ $y(x) = k_1 \cos(20x) + k_2 \sin(20x), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
(4)☐ $y(x) = ke^{400x}, k \in \mathbb{R}$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. On considère l'équation différentielle suivante :

$$y'' + y' - 2y = e^x(x^2 + x + 1)$$

On cherche une solution particulière de la forme :

(1)☐ $y_p(x) = e^x(x^2 + x + 1)$
(2)■ $y_p(x) = e^x(ax^3 + bx^2 + cx + d)$
(3)☐ $y_p(x) = e^x(ax^2 + bx + c)$
(4)☐ $y_p(x) = x^2e^x(ax^2 + bx + c)$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. On considère l'équation différentielle suivante :

$$y'' - 6y' + 9y = e^{3x}(x^2 + x + 1)$$

On cherche une solution particulière de la forme :

(1)☐ $y_p(x) = e^{-3x}(ax^2 + bx + c)$
(2)☐ $y_p(x) = e^{-3x}(ax^3 + bx^2 + cx + d)$
(3)☐ $y_p(x) = e^{3x}(ax^3 + bx^2 + cx + d)$
(4)■ $y_p(x) = e^{3x}(ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e)$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Cocher la(les) bonne(s) affirmation(s).
Les solutions d'une équations différentielle d'ordre 1 peuvent être représentées sous la forme ...

(1)■ d'un champ de directions.
(2)☐ d'un champ d'intégrales.
(3)☐ de droites tangentes.
(4)■ de courbes intégrales.
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. La solution y de l'équation différentielle $y' = 3e^{3x}$ telle que $y(0) = -1$ est la fonction y définie sur $\mathbb{R}$ par

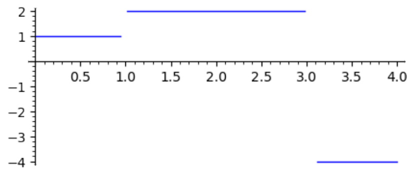
(1)☐ $y(x) = 3e^x$ (2)■ $y(x) = e^{3x} - 2$ (3)☐ $y(x) = 3e^{3x} - 2$ (4)☐ $y(x) = e^{3x} + 1$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Cocher la(les) bonne(s) affirmation(s).

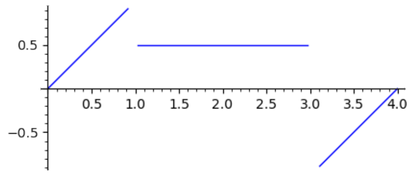
(1)■ $y' - 2y = 3$ est une équation différentielle non homogène.
(2)■ $y' - 2y = 3x$ est une équation différentielle à coefficients constants.
(3)■ $y''y' - 2y = 3x$ est une équation différentielle d'ordre 2.
(4)■ $y'' - 2y = 3e^x$ est une équation différentielle linéaire.
(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Parmi les subdivisions suivantes, la(les)quelle(s) sont adaptées à la fonction représentée sur le graphe ci-dessous ?



(1)□ $(0, 1, \frac{3}{2}, 2, 4)$ (2)■ $(0, 1, \frac{3}{2}, 3, 4)$ (3)■ $(0, \frac{1}{2}, 1, 3, 4)$
(4)■ $(0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 3, 4)$ (5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Parmi les subdivisions suivantes, la(les)quelle(s) sont adaptées à la fonction représentée sur le graphe ci-dessous ?



(1)□ $(0, 1, \frac{3}{2}, 2, 4)$ (2)□ $(0, 1, \frac{3}{2}, 3, 4)$ (3)□ $(0, \frac{1}{2}, 1, 3, 4)$
(4)□ $(0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 3, 4)$ (5)■ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Soient f une fonction en escalier sur $[a, b]$ et $\sigma = (x_i)_{i \in \{0,\ldots,n\}}$ une subdivision de l'intervalle $[a, b]$ adaptée à f. Pour $i \in \{1, \ldots, n\}$, on désigne par λ_i la valeur prise par f sur l'intervalle $]x_{i-1}, x_i[$. On appelle *intégrale de f sur l'intervalle* $[a, b]$ le réel $I_\sigma(f) = \ldots$

(1)□ $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i - \lambda_{i-1})x_i$ (2)□ $\displaystyle\sum_{i=0}^{n+1}(\lambda_i - \lambda_{i-1})x_i$ (3)■ $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{i-1})\lambda_i$
(4)□ $\displaystyle\sum_{i=1}^{n+1}(x_i - x_{i-1})(\lambda_i - \lambda_{i-1})$ (5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. f et g sont supposées intégrables sur $[a, b]$. Parmi les affirmations suivantes la(les)quelle(s) est(sont) vraie(s) ?

(1)□ $\int_a^b f = 0$ si et seulement si $f = 0$
(2)□ $\int_a^b |f| \leqslant |\int_a^b f|$
(3)■ Si f est positive, alors $\int_a^b f \geqslant 0$.
(4)□ Si $f \leqslant g$, alors $\int_a^b f \geqslant \int_a^b g$.
(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. Une application f définie sur $[a,b]$ est dite *intégrable au sens de Riemann ou Riemann intégrable ou intégrable* si pour tout réel ε strictement positif, il existe deux fonctions Φ_ε et Ψ_ε en escalier sur $[a,b]$ telles que :

(1)■ $\Phi_\varepsilon \leqslant f \leqslant \Psi_\varepsilon$ et $\displaystyle\int_a^b (\Psi_\varepsilon - \Phi_\varepsilon) < \varepsilon$

(2)□ $\Phi_\varepsilon \geqslant f \geqslant \Psi_\varepsilon$ et $\displaystyle\int_a^b (\Psi_\varepsilon - \Phi_\varepsilon) > \varepsilon$

(3)□ $f \leqslant \Phi_\varepsilon \leqslant \Psi_\varepsilon$ et $\displaystyle\int_a^b (\Psi_\varepsilon - \Phi_\varepsilon) > \varepsilon$

(4)□ $\Phi_\varepsilon \leqslant \Psi_\varepsilon \leqslant f$ et $\displaystyle\int_a^b (\Psi_\varepsilon - \Phi_\varepsilon) > \varepsilon$

(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. Une fonction $f :\to I \to \mathbb{R}$ est de classe $\mathcal{C}^1$ sur I si ...

(1)□ f est continue sur I et f' est continue sur I
(2)□ f est continue sur I et f' est dérivable sur I
(3)■ f est dérivable sur I et f' est continue sur I
(4)□ f est dérivable sur I et f' est dérivable sur I
(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. On considère $F(x)$ une primitive d'une fonction $f(x)$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraie(s) :

(1)■ $f(x) = \dfrac{3x}{\sqrt{3x^2}}, \quad F(x) = \sqrt{3x^2}$ (2)□ $f(x) = \dfrac{1}{x}, \quad F(x) = \dfrac{1}{x^2}$

(3)■ $f(x) = 6\cos(3x), \quad F(x) = 2\sin(3x)$ (4)■ $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}, \quad F(x) = \arctan(x)$

(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. Parmi les égalités suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraie(s) :

(1)□ $\displaystyle\int \left(e^{-2x} + \frac{2x}{1+x^2}\right) \mathrm{d}x = -2e^{-2x} + \arctan(2x) + k, k \in \mathbb{R}$

(2)■ $\displaystyle\int \left(e^{-2x} + \frac{2x}{1+x^2}\right) \mathrm{d}x = -\frac{e^{-2x}}{2} + \ln(1+x^2) + k, k \in \mathbb{R}$

(3)□ $\displaystyle\int \left(e^{-2x} + \frac{2x}{(1+x^2)^3}\right) \mathrm{d}x = -\frac{e^{-2x}}{2} - \frac{1}{4(1+x^2)^4} + k, k \in \mathbb{R}$

(4)□ $\displaystyle\int \left(e^{-2x} + \frac{2x}{(1+x^2)^3}\right) \mathrm{d}x = -2e^{-2x} - (1+x^2)^4 + k, k \in \mathbb{R}$

(5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. Soient u et v deux fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ sur une intervalle $[a,b]$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraies.

(1)□ $\displaystyle\int_a^b u'v = [u'v']_a^b - \int_a^b uv'$ (2)■ $\displaystyle\int_a^b u'v = [uv]_a^b - \int_a^b uv'$ (3)□ $\displaystyle\int_a^b u'v = [u'v']_a^b + \int_a^b uv'$

(4)■ $\displaystyle\int_a^b uv' = [uv]_a^b - \int_a^b u'v$ (5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. On note par F une primitive de $f(x) = \ln(x)$ sur $]0, +\infty[$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraies.

(1)□ $F(x) = e^x + k, k \in \mathbb{R}$ (2)□ $F(x) = \dfrac{1}{x} + k, k \in \mathbb{R}$ (3)■ $F(x) = x\ln(x) - \displaystyle\int \mathrm{d}x$

(4)■ $F(x) = x\ln(x) - x + k, k \in \mathbb{R}$ (5)□ aucune des réponses précédentes n'est correcte.