

# Quiz de Mathématiques

Durée : 1 heure.

Aucun document n'est autorisé.

La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses correctes.
- **Noircir les cases, ne pas faire des croix sur les cases.**
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

BON COURAGE !

\* \* \* \* \*

1. Une relation binaire  $R$  est une relation d'équivalence dans un ensemble  $E$  si :

- (1) ☒ elle est réflexive, symétrique et transitive
- (2) ☐ elle est réflexive, antisymétrique et transitive
- (3) ☐  $\forall x \in E, xRx; \forall x, y \in E, (xRy \text{ et } yRx) \Rightarrow x = y; \forall x, y, z \in E, (xRy \text{ et } yRz) \Rightarrow xRz$
- (4) ☒  $\forall x \in E, xRx; \forall x, y \in E, xRy \Rightarrow yRx; \forall x, y, z \in E, (xRy \text{ et } yRz) \Rightarrow xRz$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Soient  $a$  et  $b$  deux entiers relatifs. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐  $D(0) = \{0\}$
- (2) ☒  $D(1) = \{-1, 1\}$
- (3) ☒  $n\mathbb{Z} = \{qn, q \in \mathbb{Z}\}$
- (4) ☐  $\forall a, b \in \mathbb{Z}$  on a :  $b|a \Leftrightarrow a \in D(b) \Leftrightarrow b \in a\mathbb{Z}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Soient  $a$  et  $b$  deux entiers relatifs.  $\forall (a, b) \in \mathbb{Z}^2, b|a$  est équivalent à ...

- (1) ☐  $a \in D(b)$
- (2) ☒  $a \in b\mathbb{Z}$
- (3) ☐  $\exists q \in \mathbb{Z}, b = aq$
- (4) ☐  $\forall q \in \mathbb{Z}, a = bq$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4.  $1^{19} + 2^{19} + 3^{19} + \dots + 17^{19}$  est congru modulo 19 à ...

- (1) ☐  $-2$
- (2) ☐  $-1$
- (3) ☐  $0$
- (4) ☒  $1$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Soit  $n$  un entier naturel. Combien de solutions admet l'équation  $2^n x + 3^n y = 6^n$  dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  ?

- (1) ☐ zéros
- (2) ☐ une unique
- (3) ☐  $n$
- (4) ☒ une infinité
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Quel est le dernier chiffre du nombre  $3^{2015}$  ?

- (1) ☐ 0      (2) ☐ 1      (3) ☐ 3      (4) ☒ 7      (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Soit dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  l'équation  $x \times y \equiv 7$ . Alors :

- (1) ☐  $x$  et  $y$  sont multiples de 7  
(2) ☒  $x$  ou  $y$  sont multiples de 7  
(3) ☐ soit  $x$ , soit  $y$  n'est pas un multiple de 7  
(4) ☐ ni  $x$  ni  $y$  sont multiples de 7  
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soit la congruence  $(E) 5x \equiv 2$ .  $(E)$  est équivalente à :

- (1) ☐  $x \equiv 0$       (2) ☐  $x \equiv 2$       (3) ☐  $x \equiv 7$       (4) ☒  $x \equiv 14$   
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Quel est le reste de la division euclidienne de  $5^n$  par 3 selon les valeurs de l'entier naturel  $n$  ?

- (1) ☒ 1      (2) ☐ -1      (3) ☐ 0      (4) ☒ 2      (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Cocher la(les) affirmation(s) correctes.

- (1) ☐  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  se lit  $\mathbb{Z}$  divise  $n\mathbb{Z}$   
(2) ☐ Les éléments de  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  sont des entiers relatifs.  
(3) ☐  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$   
(4) ☐  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  a une infinité d'éléments  
(5) ☒ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. On est dans  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐  $\bar{x}$  est toujours un diviseur de zéro  
(2) ☐  $\bar{x} \cdot \bar{y} = \bar{0}$  si et seulement si  $\bar{x} = 0$  ou  $\bar{y} = 0$   
(3) ☒ Si  $\bar{x} \cdot \bar{y} = \bar{1}$ ,  $\bar{x}$  est inversible  
(4) ☒  $\bar{x} = \{y \in \mathbb{Z} : y \equiv_n x\}$   
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. On considère l'ensemble quotient  $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ .

- (1) ☒  $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  a 5 éléments  
(2) ☒  $\bar{3} \cdot \bar{4} = \bar{2}$   
(3) ☒  $\bar{3} + \bar{4} = \bar{2}$   
(4) ☐  $\bar{3}$  est diviseur de zéro et inversible.  
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. On considère l'ensemble quotient  $\mathbb{Z}/10\mathbb{Z}$ .

- (1) ☐  $(\mathbb{Z}/10\mathbb{Z})^* = \{\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}\}$   
(2) ☐  $(\mathbb{Z}/10\mathbb{Z})^* = \emptyset$   
(3) ☒  $\bar{5}$  est un diviseur de zéro.  
(4) ☐ Cette ensemble n'a pas de diviseurs de zéro.  
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. Quel est l'ensemble  $S$  des solutions de l'équation diophantienne  $121x + 33y = 22$  ?

- (1) ☐  $S = \{(1 - 11k; -3 + 3k), k \in \mathbb{Z}\}$   
(2) ☐  $S = \{(-1 - 3k; 3 + 11k), k \in \mathbb{Z}\}$   
(3) ☒  $S = \{(1 + 3k; -3 - 11k), k \in \mathbb{Z}\}$   
(4) ☒  $S = \{(1 - 3k; -3 + 11k), k \in \mathbb{Z}\}$   
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. Aujourd'hui c'est vendredi. Quel jour de la semaine serons-nous dans  $4^{300}$  jours ? reste de division par 7

- (1) ☐ Lundi    (2) ☐ Mardi    (3) ☒ Samedi    (4) ☐ Dimanche  
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. L'entier 4 est un inverse modulo 11 de ... ?

- (1) ☐ 6    (2) ☐ -6    (3) ☒ 3    (4) ☐ -3    (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. Parmi les congruences suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☒  $2^6 \equiv 1 \pmod{7}$     (2) ☒  $3^4 \equiv 1 \pmod{5}$     (3) ☒  $4^2 \equiv 1 \pmod{3}$     (4) ☒  $3^4 \equiv 1 \pmod{10}$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. Soient  $756 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$  et  $7344 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 17$ . Nous avons :

- (1) ☐  $756 \wedge 7344 = 2 \cdot 3$     (2) ☒  $756 \wedge 7344 = 2^2 \cdot 3^3$     (3) ☐  $756 \vee 7344 = 2^4 \cdot 3^3$   
 (4) ☒  $756 \vee 7344 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 17$     (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. Soient  $m$  le message en clair et  $x$  le message crypté avec la méthode RSA, avec  $(n, e)$  la clé publique et  $(n, d)$  la clé privée.

Parmi les opérations suivantes, la(les) quelle(s) sont correctes ?

- (1) ☐  $x \equiv m^e \pmod{\varphi(n)}$     (2) ☒  $m \equiv x^d \pmod{n}$     (3) ☐  $dx \equiv e \pmod{n}$     (4) ☒  $de \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$   
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. Soient  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Cocher la(les) affirmation(s) qui sont correcte(s).

- (1) ☒ Si  $ab \equiv 0 \pmod{13}$ , alors  $a \equiv 0 \pmod{13}$  ou  $b \equiv 0 \pmod{13}$     (2) ☒  $(a+b)^3 \equiv a^3 + b^3 \pmod{3}$   
 (3) ☐  $a^6 \equiv 1 \pmod{7}$     (4) ☒  $a^{11} \equiv a \pmod{11}$     (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

fermat