






Durée : 1 heure.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses valides.
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Soyez très vigilant, avant de répondre à une question, de cocher la bonne ligne dans la grille.
- N'oubliez pas vos NOM, PRÉNOM et LOGIN (p62xxx). Par exemple, p62375 s'encode ainsi :

																																																																						
	<table border="0"> <tr> <td style="text-align: right;">Identifiant :</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> <td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td> </tr> <tr> <td>Chiffre 1 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 2 :</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 3 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 4 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 5 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>				Identifiant :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Chiffre 1 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 2 :	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 3 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 4 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 5 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Identifiant :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																												
Chiffre 1 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 2 :	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 3 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 4 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 5 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Nom : PEDALETTI Prénom : PAOLO																																																																						

BON COURAGE !

1. On considère l'ensemble $A = \{0, 1, 6, 9, 12, 15, 18, 180\}$ avec la relation de divisibilité. Cocher le minimum et le maximum de cet ensemble.
 - (1) ☐ 0 est le minimum
 - (2) ☐ 1 est le minimum
 - (3) ☐ 0 est le maximum
 - (4) ☐ 180 est le maximum
 - (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.
2. $b|a$ signifie ...
 - (1) ☐ a divise b
 - (2) ☐ a est multiple de b
 - (3) ☐ Il existe $q \in \mathbb{Z}$ tel que $b = qa$
 - (4) ☐ le reste de la division euclidienne de a par b est nul
 - (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.
3. Soient a et b deux entiers relatifs. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?
 - (1) ☐ $a|0$ et $1|a$
 - (2) ☐ $a|b$ et $b|a \Rightarrow b = a$
 - (3) ☐ $a|b + c \Rightarrow a|b$ et $a|c$
 - (4) ☐ $a|b$ et $c|d \Rightarrow ac|bd$
 - (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Soient a et b deux entiers relatifs. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $D(0) = \{0\}$
- (2) ☐ $D(1) = \{-1, 1\}$
- (3) ☐ $n\mathbb{Z} = \{qn, q \in \mathbb{Z}\}$
- (4) ☐ $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ on a : $b|a \Leftrightarrow a \in D(b) \Leftrightarrow b \in a\mathbb{Z}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Soit $a = bq + r$ la division euclidienne de $a \in \mathbb{Z}$ par $b \in \mathbb{N}^*$. Alors

- (1) ☐ $b|a$
- (2) ☐ $0 \leq b < r$
- (3) ☐ $a \wedge b = b \wedge r$
- (4) ☐ q et r sont uniques.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Une relation binaire R est une relation d'équivalence dans un ensemble E si :

- (1) ☐ elle est réflexive, symétrique et transitive
- (2) ☐ elle est réflexive, antisymétrique et transitive
- (3) ☐ $\forall x \in E, xRx; \forall x, y \in E, (xRy \text{ et } yRx) \Rightarrow x = y; \forall x, y, z \in E, (xRy \text{ et } yRz) \Rightarrow xRz$
- (4) ☐ $\forall x \in E, xRx; \forall x, y \in E, xRy \Rightarrow yRx; \forall x, y, z \in E, (xRy \text{ et } yRz) \Rightarrow xRz$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Soit (E') l'équation diophantienne $3x + 7y = 4$.

7. Quel(s) couple(s) est(sont) solution(s) particulière(s) de (E') ?

- (1) ☐ $S = \emptyset$
- (2) ☐ $(-2; 1)$
- (3) ☐ $(-8; 4)$
- (4) ☐ $(-1; 1)$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Quel(s) est(sont) l'ensemble(s) S des solutions de l'équation diophantienne (E') de la question précédente ?

- (1) ☐ $S = \emptyset$
- (2) ☐ $S = \{(-2 + 7k; 1 - 3k), k \in \mathbb{Z}\}$
- (3) ☐ $S = \{(-8 - 7k; 4 + 3k), k \in \mathbb{Z}\}$
- (4) ☐ $S = \{(-1 + 7k; 1 - 3k), k \in \mathbb{Z}\}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. La congruence $45 \equiv 63 \pmod{9}$ implique ...

- (1) ☐ $47 \equiv 64 \pmod{9}$
- (2) ☐ $\frac{45}{3} \equiv \frac{63}{3}$
- (3) ☐ $45^5 \equiv 63^5 \pmod{9}$
- (4) ☐ $45 \cdot 16 \equiv 63 \cdot 16 \pmod{9}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ Si $ac \equiv bc \pmod{n}$, alors $a \equiv b \pmod{n}$
- (2) ☐ Soit $d = c \wedge n$, si $ac \equiv bc \pmod{n}$, alors $a \equiv b \pmod{\frac{n}{d}}$
- (3) ☐ Si $a \equiv b \pmod{n}$, $ma \equiv mb \pmod{n}$, $\forall m \in \mathbb{Z}$
- (4) ☐ Si $a \equiv b \pmod{n}$ et $c \equiv d \pmod{n}$, alors $a - c \equiv b - d \pmod{n}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Soient a, b et c trois entiers relatifs. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $(a \wedge b)(a \vee b) = |a \cdot b|$
- (2) ☐ Il existe des uniques $u, v \in \mathbb{Z}$ tels que $au + bv = \text{pgcd}(a, b)$
- (3) ☐ Il existe $u, v \in \mathbb{Z}$ tels que $au + bv = 1$
- (4) ☐ Si $a \wedge b = 1$ et $a \wedge c = 1 \Rightarrow a \wedge bc = 1$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Quel est le reste de la division euclidienne de $N = 2^{456}$ par 5 ?

- (1) ☐ 0 (2) ☐ 1 (3) ☐ 2 (4) ☐ 3 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Quel est l'ensemble des nombres entiers positifs qui divisent à la fois 910 et 1008 ?

- (1) ☐ $\{1, 2, 5, 10\}$
- (2) ☐ $\{1, 2, 7, 14\}$
- (3) ☐ $\{1, 2, 3, 5, 7, 13\}$
- (4) ☐ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 18\}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. Déterminer l'ensemble S des solutions entières de $3x \equiv -2 \pmod{4}$.

- (1) ☐ $S = \{2 - 4k, k \in \mathbb{Z}\}$
- (2) ☐ $S = \{-2 + 4k, k \in \mathbb{Z}\}$
- (3) ☐ $S = \{2 + 4k, k \in \mathbb{Z}\}$
- (4) ☐ $S = \emptyset$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. Soient $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ et $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$. Nous avons :

- (1) ☐ $84 \wedge 270 = 2 \cdot 3$ (2) ☐ $84 \wedge 270 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5$ (3) ☐ $84 \vee 270 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 5$
(4) ☐ $84 \vee 270 = 2^2 \cdot 3^3$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. Parmi les congruences suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $5^2 \equiv 1 \pmod{3}$ (2) ☐ $5^3 \equiv 1 \pmod{4}$ (3) ☐ $5^4 \equiv 1 \pmod{5}$ (4) ☐ $5^5 \equiv 1 \pmod{6}$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. On s'intéresse à 122 et 455. Cocher les congruences correctes, s'il y en a.

- (1) ☐ $122 + 455 \equiv 5 \pmod{11}$ (2) ☐ $122 + 455 \equiv 7 \pmod{11}$ (3) ☐ $122 \cdot 455 \equiv 10 \pmod{11}$ (4) ☐ $122 \cdot 455 \equiv 4 \pmod{11}$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. On considère l'ensemble quotient $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$.

- (1) ☐ $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ a 7 éléments
- (2) ☐ $\overline{3} \cdot \overline{3} = \overline{1}$
- (3) ☐ $\overline{3} + \overline{5} = \overline{0}$
- (4) ☐ $\overline{3}$ est diviseur de zéro et inversible.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. Soient a , b et c trois entiers relatifs. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $a \wedge b = 1, a|c \text{ et } b|c \Rightarrow ab|c$
- (2) ☐ $a \wedge (a + 1) = 1$
- (3) ☐ $a \wedge b = 1 \text{ et } (m, n) \in \mathbb{N}^2 \Rightarrow a^m \wedge b^n = 1$
- (4) ☐ $a \wedge b = 1 \text{ et } b|ac \Rightarrow a|c$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. Déterminer l'ensemble S des solutions entières de $10x \equiv_{15} 14$.

- (1) ☐ $S = \{ 2 - 15k, k \in \mathbb{Z} \}$
- (2) ☐ $S = \{ -2 + 15k, k \in \mathbb{Z} \}$
- (3) ☐ $S = \{ 2 + 14k, k \in \mathbb{Z} \}$
- (4) ☐ $S = \emptyset$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.