

Quiz de Mathématiques

Durée : 1 heure.

Aucun document ni calculatrice n'est autorisé.

Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses correctes.
- Noircir les cases, ne pas faire des croix sur les cases.
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

BON COURAGE !

* * * * *

1. Soit P une assertion vraie et Q une assertion fausse.
Quelle(s) est(sont) l(les) assertion(s) vraie(s) ?

- (1) ☐ $\overline{P} \wedge Q$ (2) ☐ $\overline{P} \vee Q$ (3) ☐ $P \wedge Q$ (4) ☒ $P \vee Q$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. La négation de $P \Rightarrow Q$ est ...

- (1) ☐ $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$ (2) ☐ $\overline{P} \Rightarrow \overline{Q}$ (3) ☐ $\overline{P} \vee \overline{Q}$ (4) ☒ $P \wedge \overline{Q}$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Étant données deux propositions P et Q , quand on dit que Q est une condition nécessaire de P , affirme-t-on que ...

- (1) ☒ $P \Rightarrow Q$ est vraie.
(2) ☒ $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$ est vraie.
(3) ☐ il faut que Q soit vraie, pour que P soit vraie.
(4) ☐ il suffit que P soit vraie, pour que Q soit vraie.
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Parmi les affirmations suivantes la(les)quelle(s) est(sont) vraie(s) ?

- (1) ☒ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad x \leq y$
(2) ☐ $\exists y \in \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad x \leq y$
(3) ☒ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad x < y$
(4) ☐ $\forall y \in \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad x \leq y$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. On considère l'assertion " $\exists a \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) = a$ ". En langage courant cela signifie ...

- (1) ☐ f n'est jamais égal à a (2) ☐ f ne s'annule jamais (3) ☒ f est constante
(4) ☐ f n'est pas constante (5) ☐ f ne s'annule pas en $x = a$

6. Je souhaite montrer par récurrence une certaine assertion H_n , pour tout entier $n \geq 0$. Quels sont les débuts valables pour la rédaction de l'étape d'hérédité ?

- (1) ☒ Je suppose H_n vraie pour tout $n \geq 0$, et je montre que H_{n+1} est vraie.
 (2) ☐ Je suppose H_{n-1} vraie pour tout $n \geq 1$, et je montre que H_n est vraie.
 (3) ☒ Je fixe $n \geq 0$, je suppose H_n vraie et je montre que H_{n+1} est vraie.
 (4) ☐ Je fixe $n \geq 0$ et je montre que H_{n+1} est vraie.
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Je veux montrer que $\sqrt{13} \notin \mathbb{Q}$ par un raisonnement par l'absurde. Quel schéma de raisonnement est adapté ?

- (1) ☒ Je suppose que $\sqrt{13}$ est rationnel et je cherche une contradiction.
 (2) ☐ Je suppose que $\sqrt{13}$ est irrationnel et je cherche une contradiction.
 (3) ☐ J'écris $13 = \frac{p}{q}$ (avec p, q entiers) et je cherche une contradiction.
 (4) ☒ J'écris $\sqrt{13} = \frac{p}{q}$ (avec p, q entiers) et je cherche une contradiction.
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soit $A = \{a, b, c\}$ et $B = \{1, 2\}$. Cochez la(les) bonne(s) réponse(s).

- (1) ☐ $\{a, 1\} \in A \times B$ (2) ☐ $\{(a, 1)\} \in A \times B$ (3) ☒ $(a, 1) \in A \times B$ (4) ☐ $\{a, 1\} \subset A \times B$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Parmi les propositions suivantes la(les)quelle(s) est(sont) vraie(s) pour tous ensembles A, B et C ?

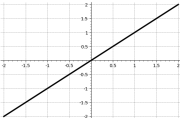
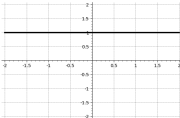
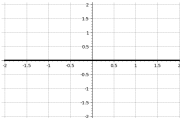
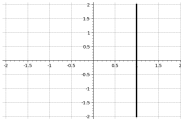
- (1) ☐ $A^c \cap B^c = (A \cap B)^c$
 (2) ☒ $A \setminus B = A \cap B^c$
 (3) ☐ $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$
 (4) ☐ $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Soit A une partie de l'ensemble E .

Parmi les ensembles suivants, le(les)quel(s) représente(nt) le *complémentaire* de A ?

- (1) ☐ $\{x \in E, x \in A\}$ (2) ☒ $\{x \in E, x \notin A\}$ (3) ☒ $E \setminus A$ (4) ☐ $A \setminus E$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Parmi les graphes suivants, lequel décrit la fonction *identité* ?

- (1) ☒  (2) ☐  (3) ☐  (4) ☐ 
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Soit f une application de E dans F . Si f est surjective ...

- (1) ☐ deux éléments différents ont toujours des images différentes.
 (2) ☐ si tout élément y de F possède un et un seul antécédent x par f .
 (3) ☒ si tout élément y de F possède au moins un antécédent x par f .
 (4) ☐ si tout élément y de F possède au plus un antécédent x par f .
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

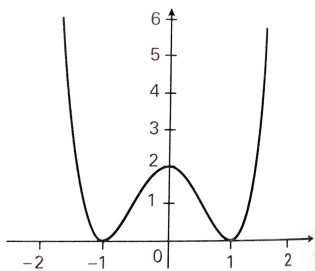
13. Soit f une application de E dans F . Si f est injective ...

- (1) ☐ $\forall y \in F \exists x \in E y = f(x)$ (2) ☐ $\forall y \in F \exists! x \in E y = f(x)$
 (3) ☒ $\forall (x, x') \in E^2 f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$ (4) ☒ $\forall (x, x') \in E^2 x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. Soit $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

- (1) ☒ f est une surjection (2) ☒ f est une injection (3) ☐ f^{-1} n'existe pas
 (4) ☒ $f^{-1}(y) = \frac{2y+1}{y-1}$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. On considère l'application $f : [-1.5, 1.5] \rightarrow \mathbb{R}$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



- (1) ☐ L'image de 1 par f est égale à -1
 (2) ☐ Si $0 < y < 1.5$, alors y possède trois antécédents
 (3) ☐ f est injective
 (4) ☐ f est surjective
 (5) ☒ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. On considère l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 1$$

Cochez les bonnes réponses.

- (1) ☐ $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ (2) ☐ $f(\mathbb{R}) = [0, +\infty[$ (3) ☐ $f(\mathbb{R}) =]1, +\infty[$ (4) ☒ $f(\mathbb{R}) = [1, +\infty[$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. On considère deux fonctions :

$$f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \sqrt{2x+1} \end{cases} \quad g : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 \end{cases}$$

Cochez les affirmations correctes.

- (1) ☒ $g \circ f = 2x + 1$ (2) ☐ $g \circ f = \sqrt{2x^2 + 1}$ (3) ☐ $g \circ f = f \circ g$
 (4) ☒ $g \circ f : [-\frac{1}{2}, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ (5) ☐ $g \circ f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

18. Soit $f(x) = \ln(x-1)$ et $g(x) = \sqrt{x+1}$. Cochez les affirmations correctes.

- (1) ☒ $D_f \cup D_g = [-1, +\infty[$ (2) ☐ $D_f \cup D_g =]-1, +\infty[$ (3) ☒ $D_{f \circ g} =]0, +\infty[$
 (4) ☐ $D_{g \circ f} =]1, +\infty[$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. La somme $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}$ est équivalente à ...

- (1) ☒ $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k+1}}{k}$ (2) ☐ $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^k}{k}$ (3) ☐ $\sum_{k=0}^{2n} \frac{1}{k}$ (4) ☐ $\sum_{k=0}^{2n-1} \frac{(-1)^{k+1}}{k+1}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. La somme $\sum_{k=1}^n 3$ est équivalente à ...

- (1) ☐ 3 (2) ☐ $3 + n$ (3) ☐ $3(n - 1)$ (4) ☒ $3n$
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.