**NOM :** ........................................ **PRÉNOM :** ........................................

Soit $f$ une fonction de classe $\mathcal{C}^n$ au voisinage de 0, avec $n$ entier naturel.
Donner la formule de Taylor-Young à l'ordre $n$ en 0.

| | |
|---|---|
| 1) | $f(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(0)}{k!}x^k+o(x^n)=f(0)+f'(0)x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\ldots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+o(x^n)$ |

Donner un DL de :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2) | $\sin(x)$ | en $x=0$ | à l'ordre $n$ | $x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\ldots+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+o(x^{2n+1})$ |
| 3) | $e^{2x}$ | en $x=0$ | à l'ordre 4 | $1+2x+2x^2+\frac{4x^3}{3}+\frac{2x^4}{3}+O\left(x^5\right)$ |
| 4) | $\cos(3x)$ | en $x=0$ | à l'ordre 4 | $1-\frac{9x^2}{2}+\frac{27x^4}{8}+O\left(x^5\right)$ |
| 5) | $e^{2x}\cos(3x)$ | en $x=0$ | à l'ordre 2 | $1+2x-\frac{5x^2}{2}+O\left(x^3\right)$ |
| 6) | $e^{2x}-\cos(3x)$ | en $x=0$ | à l'ordre 3 | $2x+\frac{13x^2}{2}+\frac{4x^3}{3}+O\left(x^4\right)$ |
| 7) | $\frac{1}{1-x^2}$ | en $x=0$ | à l'ordre 4 | $1+x^2+x^4+O\left(x^5\right)$ |
| 8) | $\log(3x+1)$ | en $x=1$ | à l'ordre 2 | $\ln(4)+\frac{3}{4}(x-1)-\frac{9}{32}(x-1)^2+\frac{9}{64}(x-1)^3+o((x-1)^2)$ |
| 9) | $x^5-2x^2+5$ | en $x=0$ | à l'ordre 3 | $5-2x^2+O\left(x^4\right)$ |
| 10) | $4x^3-5x^2+3x$ | en $x=1$ | à l'ordre 2 | $2+5(x-1)+7(x-1)^2+o((x-1)^2)$ |