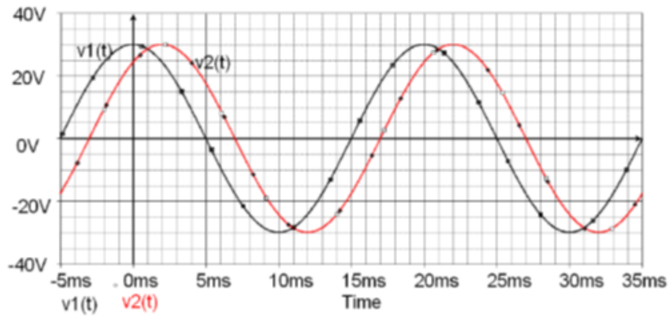
TD4 - Circuits RLC : Régime sinusoïdal forcé

Exercice 1. Signal sinusoïdal

Soient les signaux sinusoïdaux v1(t) et v2(t) suivants :



1. Compléter le tableau ci-dessous :

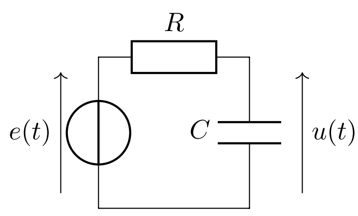
	Valeur maximale (V)	Valeur efficace (V)	Période (ms)	Fréquence (Hz)	pulsation ($rad.s^{-1}$)
v1(t)					
v2(t)					

2. Relever et calculer le retard (ou l'avance) temporelle notée t_1 ainsi que la différence de phase existant entre les deux signaux sinusoïdaux (en radians et en degré).
3. Déduire des questions précédentes les expressions de v1(t) et v2(t).
4. Donner l'écriture complexe de v1(t) et v2(t).

Exercice 2. Rappel sur les complexes : passage entre coordonnées polaires et cartésiennes

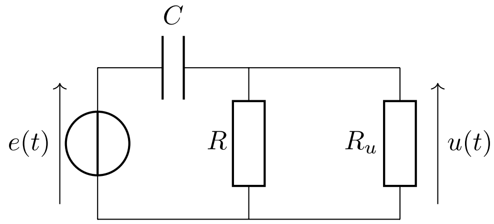
1. Opérer le passage polaire/cartésienne pour les intensités suivantes :
   $i_1 = [4, 45°]$; $i_2 = [3, 60°]$; $i_3 = [5, -30°]$; $i_4 = [7.91, 0°]$
2. Opérer le passage cartésienne/polaire pour les tensions suivantes :
   $u_1 = 100 + j150$; $u_2 = 50 + j30$; $u_3 = 50 - j200$; $u_4 = 100 + j100$

Exercice 3. Soit le circuit ci-dessous avec $e(t) = E\cos(\omega t)$:



Déterminer u(t) en fonction de R, C, E et ω.

Exercice 4. Bonus. On réalise le circuit ci-dessous :

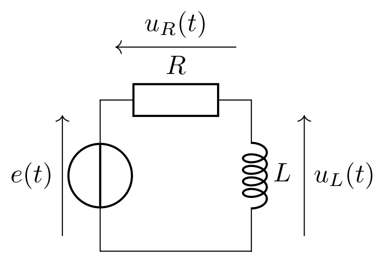


Déterminer la réponse harmonique $u(t)$ du dipôle lorsqu'il est soumis à l'excitation sinusoïdale :

$$e(t) = e_m cos(\omega t)$$

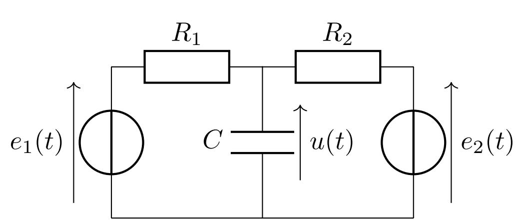
Exercice 5. Circuit RL série en régime sinusoïdal : représentation de Fresnel

On considère le circuit suivant, avec $R = 100\Omega$ et $L = 1H$ mis en série et soumis à une tension $e(t)$ de fréquence 50 Hz et de valeur efficace 24 V (choisie comme référence) :



1. Exprimer et calculer l'impédance $\underline{Z}$ de ce circuit (forme cartésienne et polaire).
2. Exprimer et calculer le courant $\underline{I}$ qui traverse ce circuit.
3. Exprimer et calculer les tensions complexes $\underline{u}_R$ et $\underline{u}_L$.
4. Tracer le diagramme vectoriel des tensions et courant.
5. Vérifier votre résultat en appliquant la loi des mailles.
6. Retrouver l'expression de $\underline{u}_L$ par application du diviseur de tension.

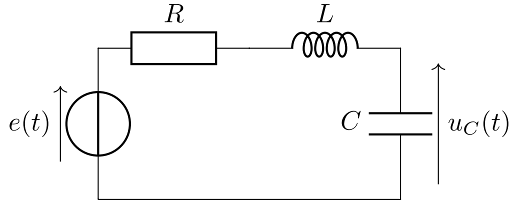
Exercice 6. Le circuit suivant est soumis à deux tensions sinusoïdales : $e_1(t) = e_m cos(\omega t)$ et $e_2(t) = e_m sin(2\omega t)$



Déterminer alors la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur.

Exercice 7. Résonnance en tension

Soit le circuit RLC suivant, alimenté par une tension sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$:



1. **Expression de U_{C0} et φ**
   (a) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.
   (b) Exprimer la tension complexe $\underline{u}_C(t)$ associée. Montrer qu'on peut aussi l'obtenir directement à partir des impédances complexes en utilisant le diviseur de tension.
   (c) En déduire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{u}_C$.
   (d) Déterminer l'expression de l'amplitude U_{C0} du signal réel de $u_C(t) = U_{C0}\cos(\omega t + \varphi)$.
   (e) Montrer que $U_{C0} = \dfrac{E}{\sqrt{(1-x^2)^2 + (\frac{x}{Q})^2}}$ en utilisant les variables réduites usuelles :
   - Pulsation propre : $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$
   - Pulsation réduite : $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$
   - Facteur de qualité : $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

   (f) Déterminer l'expression de la phase φ.
   (g) Montrer qu'on peut l'écrire sous la forme : $\varphi = -\dfrac{\pi}{2} + \arctan(\dfrac{1 - LC\omega^2}{RC\omega})$.
   (h) Réexprimer φ en fonction de x et Q.
2. **Comportement de U_{C0} et φ en fonction de la pulsation réduite et phénomène de résonance**
   (a) Étudier la fonction $U_{C0}(x)$ pour déterminer l'allure de U_{C0} en fonction de x. On distinguera 2 cas : $Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ et $Q < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.
   (b) Calculer les valeurs limites et maximum de $U_{C0}(t)$ et tracer la courbe.
   (c) Comment évolue la courbe en fonction du facteur de qualité ?
   (d) Étudier la fonction $\varphi(t)$ pour déterminer son allure en fonction de x.
   (e) Calculer les valeurs limites et maximum de $\varphi(x)$ et tracer la courbe.
   (f) Quelle est la valeur du déphasage à la résonnance ?

Exercice 8. Résonance en intensité

On continue à étudier le circuit RLC série en régime sinusoïdal.

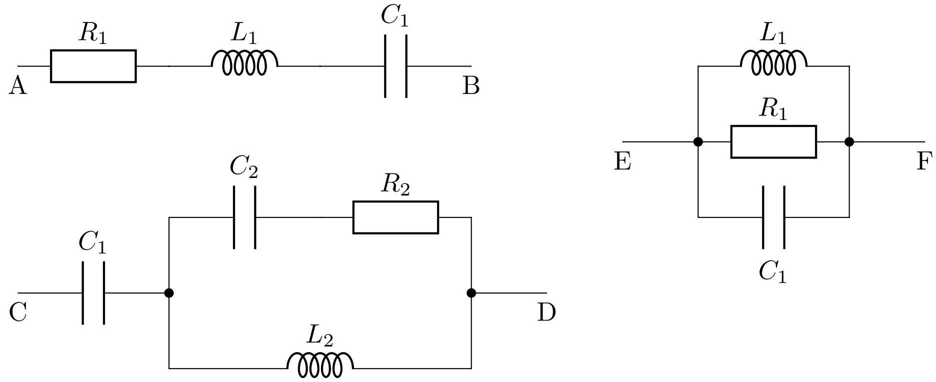
1. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe de l'intensité $\underline{I}$ à partir de celle de la tension aux bornes du condensateur déterminée dans l'exercice précédent.
2. En déduire l'expression de l'amplitude réelle I_0 et montrer qu'elle vaut $I_0 = \dfrac{\frac{E}{R}}{\sqrt{1+Q^2(x-\frac{1}{x})^2}}$ en fonction des variables réduites usuelles :
   — Pulsation propre : $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$
   — Pulsation réduite : $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$
   — Facteur de qualité : $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$
3. Étudier la fonction $I_0(x)$ pour déterminer l'allure de I_0 en fonction de x.
4. Calculer les valeurs limites et maximum et tracer la courbe.
5. Comment évolue la courbe en fonction du facteur de qualité ?
6. Déterminer l'expression du déphasage φ' de l'intensité par rapport au déphasage de la tension aux bornes du condensateur.
7. Calculer les valeurs limites et maximum de $\varphi'(t)$ et tracer la courbe.
8. Que vaut le déphasage à la résonance ?

Exercice 9. Résonance en impédance

Soit un circuit RLC série en régime sinusoïdal.

1. Quelle est l'expression de l'impédance complexe totale du circuit ?
2. Quelle est l'expression de l'impédance réelle ? Pour quelle pulsation est-elle minimale ?

Exercice 10. Bonus. Exprimer l'impédance complexe des dipôles AB, CD et EF suivants :



Exercice 11. Pour transmettre une puissance maximale du générateur (e, R_g) à la résistance $R_u(\neq R_g)$, on intercale entre le générateur et la résistance un quadripôle réalisé avec une inductance L et une capacité C (schémas ci-dessous).

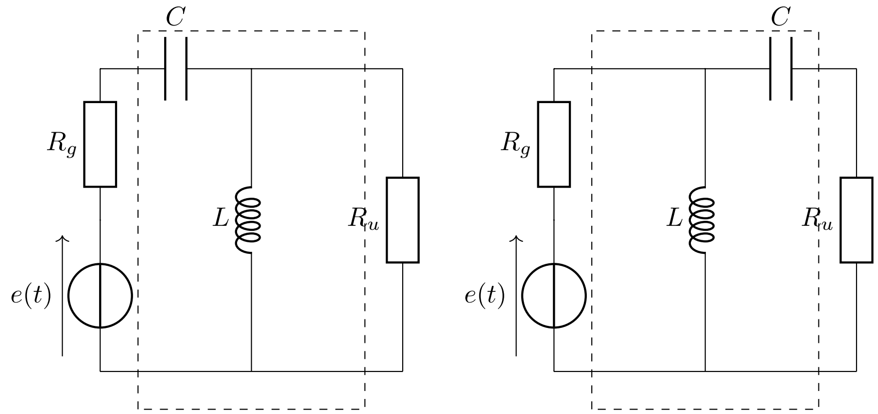


Schéma (a) Schéma (b)

1. On considère la structure (a).
   (a) Montrer qu'il y a adaptation d'impédance lorsque $R_u > R_g$.
   (b) Calculer L et C, en fonction de R_u, R_g et ω pulsation du générateur, afin de réaliser un transfert maximal d'énergie.
2. On considère la structure (b).
   (a) Montrer qu'il y a adaptation d'impédance lorsque $R_u < R_g$.
   (b) Calculer L et C, en fonction de R_u, R_g et ω pulsation du générateur, afin de réaliser à nouveau un transfert maximal d'énergie.