












Durée : 1 heure.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses valides.
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Soyez très vigilant, avant de répondre à une question, de cocher la bonne ligne dans la grille.
- N'oubliez pas vos NOM, PRÉNOM et LOGIN (p62xxx). Par exemple, p62375 s'encode ainsi :

										
	Identifiant :									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Chiffre 1 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Chiffre 2 :	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Chiffre 3 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Chiffre 4 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Chiffre 5 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Nom : PEDALETTI Prénom : PAOLO										

BON COURAGE !

1. Votre professeur de Mathématiques envoie votre moyenne au secrétariat via un courriel crypté RSA. La clé publique du secrétariat est $(33, 3)$, où 33 correspond à n et 3 à e . Le message crypté envoyé est 3. Quelle est votre moyenne ?

(1) ☐ 0 (2) ☐ 3 (3) ☐ 9 (4) ☐ 12 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Soient $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$ et $1568 = 2^5 \cdot 7^2$. Nous avons :

(1) ☐ $252 \wedge 1568 = 2^5 \cdot 7^2$ (2) ☐ $252 \wedge 1568 = 2^2 \cdot 7$ (3) ☐ $252 \vee 1568 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$
 (4) ☐ $252 \vee 1568 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7^2$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Parmi les congruences suivantes, lesquelles sont vraies ?

(1) ☐ $2^{10} \equiv 1 \pmod{11}$ (2) ☐ $6^4 \equiv 1 \pmod{3}$ (3) ☐ $4^4 \equiv 1 \pmod{5}$ (4) ☐ $3^{12} \equiv 1 \pmod{13}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. L'entier 3 est un inverse modulo 11 de ... ?

(1) ☐ 4 (2) ☐ -4 (3) ☐ 3 (4) ☐ -3 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Quel est l'ensemble S des solutions de l'équation diophantienne $3x + 7y = 4$?

- (1) ☐ $S = \{(-8 + 7k; 4 - 3k), k \in \mathbb{Z}\}$
- (2) ☐ $S = \{(4 - 7k; 8 + 3k), k \in \mathbb{Z}\}$
- (3) ☐ $S = \{(3 - 4k; 8 + 7k), k \in \mathbb{Z}\}$
- (4) ☐ $S = \emptyset$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. On considère l'ensemble quotient $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$.

- (1) ☐ $(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^* = \{\bar{1}, \bar{5}\}$
- (2) ☐ $(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^* = \emptyset$
- (3) ☐ $\bar{3}$ est un diviseur de zéro.
- (4) ☐ Cet ensemble n'a pas de diviseurs de zéro.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. On considère l'ensemble quotient $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$.

- (1) ☐ $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ a 3 éléments
- (2) ☐ $\bar{3} \cdot \bar{2} = \bar{2}$
- (3) ☐ $\bar{3} + \bar{2} = \bar{1}$
- (4) ☐ $\bar{2}$ est diviseur de zéro et inversible.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. La fonction indicatrice d'Euler φ est l'application de \mathbb{N}^* dans \mathbb{N}^* définie par :

- (1) ☐ $\varphi(n) = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
- (2) ☐ $\varphi(n) = (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$
- (3) ☐ $\varphi(n) = \text{Card}((\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*)$
- (4) ☐ $\varphi(n) = \text{Card}(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Cocher les affirmations correctes pour $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

- (1) ☐ $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est l'ensemble de toutes les classe d'équivalence modulo n
- (2) ☐ $\{y \in \mathbb{Z} : y \equiv_n x\}$
- (3) ☐ $\bar{x} \cdot \bar{y} \equiv \bar{0}$
- (4) ☐ $\bar{x} \cdot \bar{y} \equiv \bar{1}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. La congruence $3a \equiv_n 3b$ est équivalente à ...

- (1) ☐ $a \equiv_n b$
- (2) ☐ $9a \equiv_n 9b$
- (3) ☐ $3a + 3 \equiv_n 3b + 3$
- (4) ☐ $3a^2 \equiv_n 3b^2$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Soit $\bar{x} \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ \bar{x} est inversible si et seulement si il existe $\bar{y} \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ tel que $\bar{x} \cdot \bar{y} = \bar{1}$
- (2) ☐ \bar{x} est inversible si et seulement si $n \wedge x = 1$
- (3) ☐ \bar{x} est inversible si et seulement si \bar{x} est un diviseur de zéro.
- (4) ☐ \bar{x} est diviseur de zéro si et seulement si il existe $\bar{y} \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ tel que $\bar{x} \cdot \bar{y} = \bar{0}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Déterminer l'ensemble S des solutions entières de $3x \equiv_6 14$.

- (1) ☐ $S = \{7 + 15k, k \in \mathbb{Z}\}$
- (2) ☐ $S = \{5 + 7k, k \in \mathbb{Z}\}$
- (3) ☐ $S = \{7 + 10k, k \in \mathbb{Z}\}$
- (4) ☐ $S = \emptyset$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Aujourd'hui c'est mardi. Quel jour de la semaine serons-nous dans 2008 jours ?

- (1) ☐ Lundi (2) ☐ Mardi (3) ☐ Mercredi (4) ☐ Dimanche
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. Soient $P, Q \in \mathbb{R}[X]$, alors il existe $U, V \in \mathbb{R}[X]$ tels que

- (1) ☐ $PU + QV = \text{pgcd}(P, Q)$ (2) ☐ $PU + QV = \text{pgcd}(U, V)$ (3) ☐ $PU + QV = 1$
(4) ☐ $PU + QV = \lambda$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. Soient $P, Q \in \mathbb{R}[X]$, on dit que Q divise P si ...

- (1) ☐ il existe $S \in \mathbb{R}[X]$ tel que $P = QS$ (2) ☐ $Q|P$ (3) ☐ $P|Q$
(4) ☐ P est multiple de Q (5) ☐ P est divisible par Q

16. Soient $P = (X - 1)^3(X^2 + X + 1)$ et $Q = (X - 1)(X + 2)$ les décompositions en facteurs irréductibles de $P, Q \in \mathbb{R}[X]$. Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ $\text{pgcd}(P, Q) = 1$ (2) ☐ $\text{pgcd}(P, Q) = (X - 1)^3$ (3) ☐ $P \wedge Q = X - 1$
(4) ☐ $P \wedge Q = (X - 1)(X^2 + X + 1)(X + 2)$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. Soit $P = 2X^5 + 3X^2 + X$ et $Q = 3X^2 - 2X + 3 \in \mathbb{R}[X]$. Quelles sont les assertions vraies concernant le polynôme produit $P \times Q$?

- (1) ☐ Le coefficient dominant est 5.
(2) ☐ Le coefficient du monôme X^3 est -3.
(3) ☐ Le coefficient du terme constant est 3.
(4) ☐ Le degré du produit est 7.
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. Soit $P = X^3 - 3X^2 + 2$ et $Q = X^3 - X + 1 \in \mathbb{R}[X]$. Quelles sont les assertions vraies ?

- (1) ☐ Le polynôme $P \times Q$ est de degré 9.
(2) ☐ Le coefficient du monôme X^2 dans le produit $P \times Q$ est 3.
(3) ☐ Le polynôme $P+Q$ est de degré 3.
(4) ☐ Le polynôme $P-Q$ est de degré 3.
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. Soit $P = X^n + 2 \in \mathbb{R}[X]$. Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ Le degré de P est $n - 1$.
(2) ☐ P est unitaire.
(3) ☐ Le coefficient dominant de P est 2.
(4) ☐ Le terme dominant de P est X^n .
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. Soient P, Q deux polynômes, avec Q non nul. Soit $P = Q \times S + R$ la division euclidienne de P par Q .

- (1) ☐ Si $R = 0$, P est multiple de Q .
(2) ☐ On peut trouver $(S', R') \neq (S, R)$ tels que $P = Q \times S' + R'$.
(3) ☐ On a toujours $\deg(R) < \deg(Q)$.
(4) ☐ On a toujours $\deg(S) \leq \deg(P)$.
(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.