

QUIZ de MATHÉMATIQUES N°7

10/02/2017

Durée : 40 minutes.

Aucun document n'est autorisé. La calculatrice collègue est tolérée.

*Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.*

Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses valides.

Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

Question 41. $b|a$ signifie ...

1. b est diviseur de a
2. a est multiple de b
3. le reste de la division euclidienne de a par b est nul.
4. le reste de la division euclidienne de b par a est nul.
5. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

Question 42. Une relation binaire R est une relation d'ordre dans E un ensemble si elle est :

1. réflexive, symétrique et transitive
2. réflexive, elle n'est pas antisymétrique et transitive
3. réflexive, antisymétrique et transitive
4. $\forall x \in E, xRx; \forall x, y \in E (xRy \text{ et } yRx) \Rightarrow x = y; \forall x, y, z \in E, (xRy \text{ et } yRz) \Rightarrow xRz$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 43. La relation de divisibilité

1. est une relation d'ordre total sur \mathbb{N}
2. est une relation d'ordre partiel sur \mathbb{Z}
3. est une relation d'ordre partiel sur \mathbb{N}
4. n'est pas une relation d'ordre sur \mathbb{Z}
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 44. Soit $D(n)$ l'ensemble des diviseurs de n dans \mathbb{Z} et soit $n\mathbb{Z}$ l'ensemble des multiples de n . Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

1. $D(0) = \mathbb{Z}$
2. $D(0) = \{0\}$
3. $0\mathbb{Z} = \{0\}$
4. $0\mathbb{Z} = \mathbb{Z}$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 45. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

1. $\forall (a, b) \in \mathbb{Z}^2 : b|a \Leftrightarrow a \in D(b)$
2. $\forall (a, b) \in \mathbb{Z}^2 : b|a \Leftrightarrow b \in D(a)$
3. $\forall (a, b) \in \mathbb{Z}^2 : b|a \Leftrightarrow b \in a\mathbb{Z}$
4. $\forall (a, b) \in \mathbb{Z}^2 : b|a \Leftrightarrow a \in b\mathbb{Z}$
5. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

Question 46. Soient a, b, c et d des entiers relatifs quelconques.

1. $a|b$ et $b|a \Rightarrow a = b$
2. $a|c$ et $a|b \Rightarrow a|(b + c)$
3. $a|b$ et $b|c \Rightarrow a|c$
4. Si $a|1 \Rightarrow a = 0$
5. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

Question 47. Soit $a = bq + r$ la division euclidienne de $a \in \mathbb{Z}$ par $b \in \mathbb{N}^*$. Alors

1. $a \wedge b = b \wedge r$
2. on peut avoir différentes valeurs pour r et q
3. $0 \leq r \leq b$
4. $b|a$
5. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

Question 48. Soient a, b et c trois entiers relatifs. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

1. $(a \vee b) = 1$ et $a|bc \Rightarrow a|c$
2. $(a \wedge b) = 1$ et $a|bc \Rightarrow a|c$
3. $(a \wedge b) = 1$ et $a|bc \Rightarrow b|c$
4. $(a \vee b) = 1$ et $a|bc \Rightarrow b|c$
5. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

Question 49. Soit $ax + by = c$ une équation diophantienne avec a, b, c des entiers relatifs non nuls et $d = a \wedge b$.

1. x et y sont des entiers relatifs.
2. Si d divise c , alors cette équation admet une et une seule solution.
3. Si d ne divise pas c , alors cette équation n'admet pas de solutions.
4. Si c est multiple de d , l'équation admet des solutions.
5. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

Question 50. Soient a et b deux entiers relatifs et $d = \text{pgcd}(a, b)$.

1. $d|a$ et $d|b$
2. Il existe un couple unique d'entiers relatifs (u, v) tels que $au + bv = 1$.
3. Il existe un couple unique d'entiers relatifs (u, v) tel que $au + bv = d$.
4. Si a et b sont premiers entre eux il existe deux entiers relatifs u et v tels que $au + bv = 1$.
5. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

Question 51. Soient $a, b \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$. $a \equiv b$ signifie ...

1. $(a - b)|n$
2. $(a - b)$ est multiple de n
3. Il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $b = a + nk$
4. $\forall k \in \mathbb{Z}, b = a + nk$
5. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

Question 52. Soient $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ et $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$. Nous avons :

1. $84 \wedge 270 = 2 \cdot 3$
2. $84 \wedge 270 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5$
3. $84 \vee 270 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 5$
4. $84 \vee 270 = 2^2 \cdot 3^3$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 53. La congruence $16 \equiv_4 48$ est équivalente à ...

1. $8 \equiv_4 24$
2. $4 \equiv_4 12$
3. $16 \equiv_{12} 48$
4. $16 \equiv_2 48$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 54. Parmi les congruences suivantes, lesquelles sont vraies ?

1. $3312 \equiv_4 0$
2. $3312 \equiv_2 1$
3. $-74 \equiv_{11} -8$
4. $-8 \equiv_{11} 3$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 55. Un couple $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ solution de l'équation $4x + 6y = -8$ peut être ...

1. $\{(4; -4 - 2k), k \in \mathbb{Z}\}$
2. $\{(4 + 3k; -4 - 2k), k \in \mathbb{Z}\}$
3. $\{(4 + 3k; -2k), k \in \mathbb{Z}\}$
4. $\{(-1 - 2k; -2 - 3k), k \in \mathbb{Z}\}$
5. $\{(-2 + 3k; -4), k \in \mathbb{Z}\}$

Question 56. On considère $10x \equiv_{15} 14$.

1. $x \equiv_{15} -5$
2. $x \equiv_{10} 5$
3. $x \equiv_{15} 3$
4. $x \equiv_{14} 8$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 57. Parmi les congruences suivantes, lesquelles sont vraies ?

1. $5^2 \equiv_3 1$
2. $5^3 \equiv_4 1$
3. $5^4 \equiv_5 1$
4. $5^5 \equiv_6 1$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 58. On considère l'ensemble quotient $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$.

1. $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ a 7 éléments
2. $\bar{3} \cdot \bar{3} = \bar{1}$
3. $\bar{3} + \bar{5} = \bar{0}$
4. $\bar{3}$ est diviseurs de zéro et inversible.
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 59. On considère l'ensemble quotient $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.

1. $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z})^* = \{\bar{1}, \bar{5}\}$
2. $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z})^* = \emptyset$
3. $\bar{3}$ est un diviseur de zéro.
4. Cette ensemble n'a pas de diviseurs de zéro.
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 60. L'entier 5 est un inverse modulo 6 de

1. 5
2. -5
3. 1
4. -1
5. 0