

Quiz de Mathématiques

Durée : 1 heure.

Aucun document n'est autorisé.

La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses correctes.
- **Noircir les cases, ne pas faire des croix sur les cases.**
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

BON COURAGE !

* * * * *

1. Soit $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - x - 1}$. Parmi les affirmations suivantes la(lesquelles) est(sont) vraie(s) ?

- (1) ☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ (2) ☒ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ (3) ☒ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$
 (4) ☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Soit $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{3x}{(x+1)(x^2-x+1)}$. Parmi les affirmations suivantes la(lesquelles) est(sont) vraie(s) ?

- (1) ☐ $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ (2) ☐ $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ (3) ☒ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$
 (4) ☐ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -2$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Soit $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} + x$. Parmi les affirmations suivantes la(lesquelles) est(sont) vraie(s) ?

- (1) ☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (2) ☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (3) ☒ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$
 (4) ☐ f n'admet pas de limite en $-\infty$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Cocher les formes indéterminées.

- (1) ☒ $+\infty - \infty$ (2) ☐ $0 + \infty$ (3) ☒ 1^∞ (4) ☐ $\frac{0}{\infty}$ (5) ☒ ∞^0

5. Soit $f(x) = (x^5 - x^3 + 1)e^{-x}$. Parmi les affirmations suivantes la(lesquelles) est(sont) vraie(s) ?

- (1) ☒ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ (2) ☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (3) ☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
 (4) ☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Parmi les limites suivantes lesquelles sont vraies ?

- (1) ☒ $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \ln x = 0$ avec $\alpha > 0$
 (2) ☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{e^{\beta x}} = +\infty$ avec $\alpha, \beta > 0$
 (3) ☒ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^\alpha}{x^\beta} = 0$ avec $\alpha, \beta > 0$
 (4) ☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^m}{x^n} = 1$ si $m > n$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Soit $f(x) = e^{-x} \cos(e^{2x})$. Parmi les affirmations suivantes la(lesquelles) est(sont) vraie(s) ?

- (1) ☒ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ (2) ☐ f n'admet pas de limite en $+\infty$ (3) ☐ f n'admet pas de limite en $-\infty$
 (4) ☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soit f une fonction de I dans \mathbb{R} telle que $\forall \varepsilon > 0 \exists A \in \mathbb{R} \forall x \in I \ x \geq A \Rightarrow |f(x) - l| \leq \varepsilon$. Alors on a :

- (1) ☐ $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = l$ (2) ☐ $\lim_{x \rightarrow l} f(x) = +\infty$ (3) ☒ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$
 (4) ☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Soit f une fonction de I dans \mathbb{R} . On dit que f tend vers $+\infty$:

- (1) ☐ en $-\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R} \exists B \in \mathbb{R} \forall x \in I \ x \geq B \Rightarrow f(x) \leq A$
 (2) ☒ en $-\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R} \exists B \in \mathbb{R} \forall x \in I \ x \leq B \Rightarrow f(x) \geq A$
 (3) ☐ en a si $\forall A \in \mathbb{R} \exists \delta > 0 \forall x \in I \ |x - a| \geq \delta \Rightarrow f(x) \leq A$
 (4) ☒ en a si $\forall A \in \mathbb{R} \exists \delta > 0 \forall x \in I \ |x - a| \leq \delta \Rightarrow f(x) \geq A$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. $f(x) \underset{a}{\sim} g(x)$ signifie que ...

- (1) ☒ f et g ont la même limite au voisinage de a
 (2) ☐ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$
 (3) ☐ f et g sont égales
 (4) ☒ f et g ont la même allure au voisinage de a
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Un équivalente de $f(x)$, avec $f'(x) \neq 0$, au voisinage de 0 est ...

- (1) ☒ $f(x) - f(0) \underset{a}{\sim} f'(0)x$ (2) ☐ $f(x) - f'(0) \underset{a}{\sim} f(0)x$ (3) ☒ $f(x) \underset{a}{\sim} f(0) + f'(0)x$
 (4) ☐ $f(x) - f(0) \underset{a}{\sim} f'(0) + f'(0)x$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ Au voisinage de $\pm\infty$, un polynôme est équivalent à son terme de plus bas degré.
 (2) ☐ Au voisinage de 0, un polynôme est équivalent à son terme de plus haut degré.
 (3) ☒ Si $f(x) \underset{a}{=} o(g(x))$ alors $f(x) + g(x) \underset{a}{\sim} g(x)$
 (4) ☒ $f(x) \underset{a}{\sim} g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) \underset{a}{=} o(g(x))$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Parmi les équivalents suivants, le(lesquels) est(sont) valable(s) ?

$$(1) \square \quad \ln(x^3) \underset{0}{\sim} x^3 \quad (2) \blacksquare \quad e^x \underset{0}{\sim} 1+x \quad (3) \square \quad 2x^5 + x^4 - x^3 \underset{0}{\sim} 2x^5$$

$$(4) \square \quad \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \underset{0}{\sim} \frac{1}{x} \quad (5) \blacksquare \quad \tan(3x) \underset{0}{\sim} 3x$$

14. Parmi les équivalents suivants, le(lesquels) est(sont) valable(s) ?

$$(1) \square \quad \ln(x^3) \underset{+\infty}{\sim} x^3 \quad (2) \square \quad e^x \underset{+\infty}{\sim} 1+x \quad (3) \blacksquare \quad 2x^5 + x^4 - x^3 \underset{+\infty}{\sim} 2x^5$$

$$(4) \blacksquare \quad \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{x} \quad (5) \square \quad \tan(3x) \underset{+\infty}{\sim} 3x$$

15. Soit $f(x) = \frac{\sin(3x)}{\sin(4x)}$. Parmi les affirmations suivantes la(lesquelles) est(sont) vraie(s) ?

$$(1) \square \quad f \text{ n'admet pas de limite en } 0 \quad (2) \blacksquare \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{3}{4} \quad (3) \square \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{4}{3}$$

$$(4) \square \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \quad (5) \square \quad \text{aucune des réponses précédentes n'est correcte.}$$

16. Soit $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$. Parmi les affirmations suivantes la(lesquelles) est(sont) vraie(s) ?

$$(1) \square \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (2) \square \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \quad (3) \square \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

$$(4) \blacksquare \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e \quad (5) \square \quad \text{aucune des réponses précédentes n'est correcte.}$$

17. $f(x) = o(g(x))$ signifie que ...

$$(1) \square \quad f \text{ et } g \text{ ont la même limite au voisinage de } a$$

$$(2) \blacksquare \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

$$(3) \square \quad f \text{ et } g \text{ sont égales}$$

$$(4) \blacksquare \quad f \text{ est négligeable devant } g \text{ au voisinage de } a$$

$$(5) \square \quad \text{aucune des réponses précédentes n'est correcte.}$$

18. Parmi les croissances comparées suivantes, lesquelles sont vraies ?

$$(1) \blacksquare \quad (\ln x)^3 \underset{+\infty}{=} o(x^4) \quad (2) \square \quad \ln x \underset{0}{=} o(x^2) \quad (3) \blacksquare \quad x^2 \underset{+\infty}{=} o(e^x) \quad (4) \blacksquare \quad x \underset{0}{=} o(\ln x)$$

$$(5) \square \quad \text{aucune des réponses précédentes n'est correcte.}$$

19. La formule de Taylor-Young à l'ordre n d'une fonction $f \in \mathcal{C}^n$ au voisinage de a avec $\lim_{x \rightarrow a} \varepsilon(x) = 0$ est ...

$$(1) \blacksquare \quad f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k + (x-a)^n \varepsilon(x)$$

$$(2) \square \quad f(x) = \sum_{k=0}^{n+1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k + (x-a)^{n+1} \varepsilon(x)$$

$$(3) \square \quad f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n + (x-a)^{n+1} \varepsilon(x)$$

$$(4) \blacksquare \quad f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n + (x-a)^n \varepsilon(x)$$

$$(5) \square \quad \text{aucune des réponses précédentes n'est correcte.}$$

20. Au voisinage de 0 :

$$(1) \square \quad \frac{1}{1-x} = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + o\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$(2) \square \quad \frac{1}{1-x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + o(x^2)$$

$$(3) \blacksquare \quad \frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + o(x^2)$$

$$(4) \square \quad \frac{1}{1-x} = 1 - x + x^2 + o(x)$$

$$(5) \square \quad \text{aucune des réponses précédentes n'est correcte.}$$