

Quiz de Mathématiques

Durée : 1 heure.

Aucun document n'est autorisé.

La calculatrice collègue est tolérée.

Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses correctes.
- **Noircir les cases, ne pas faire des croix sur les cases.**
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

BON COURAGE !

* * * * *

1. Combien fait $\sum_{k=0}^{100} (-1)^k \binom{100}{k}$?

- (1) ☐ 100 (2) ☒ 0 (3) ☐ 101 (4) ☐ 5000 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

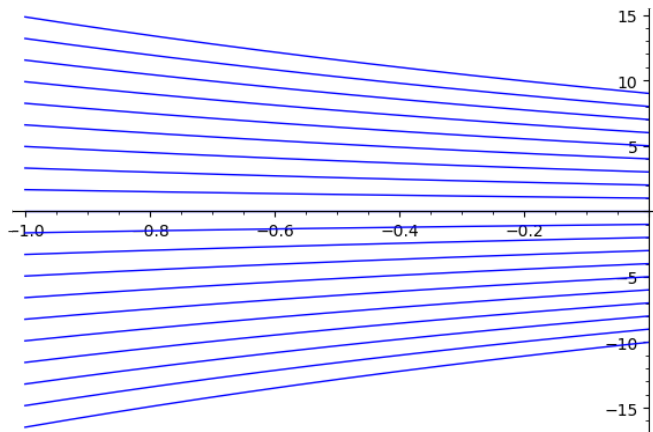
2. Les racines carrées de i sont :

- (1) ☐ $\frac{1+i}{2}$ et $-\frac{1+i}{2}$ (2) ☒ $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ et $-\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ (3) ☐ $e^{\frac{i\pi}{4}}$ et $e^{-\frac{i\pi}{4}}$ (4) ☒ $e^{\frac{i\pi}{4}}$ et $-e^{\frac{i\pi}{4}}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. On note f la fonction $x \mapsto \frac{x}{x-1}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. Cocher la(les) affirmation(s) correcte(s), si il y en a.

- (1) ☒ f est injective.
 (2) ☒ f est surjective.
 (3) ☒ f est bijective.
 (4) ☐ f n'est ni injective ni surjective.
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Quelles solutions d'une équations différentielle représente ce graphe ?



- (1) ☐ $-e^{\frac{1}{2}x}$ (2) ☐ $e^{\frac{1}{2}x}$ (3) ☐ $e^{-\frac{1}{2}x}$ (4) ☐ $ke^{\frac{1}{2}x}, k \in \mathbb{R}$ (5) ☒ $ke^{-\frac{1}{2}x}, k \in \mathbb{R}$

5. L'équation différentielle $y' - 2y = 0$ admet pour solutions la(les) fonction(s) y définie(s) sur \mathbb{R} par

- (1) ☐ $y(x) = ke^{-2x}, k \in \mathbb{R}$ (2) ☒ $y(x) = ke^{2x}, k \in \mathbb{R}$ (3) ☒ $y(x) = 2e^{2x}$ (4) ☐ $y(x) = 2e^{-2x}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. On considère l'équation différentielle $(E) : y' - y = e^t$. Parmi les affirmations suivantes cocher celle(s) qui est(sont) vraie(s).

- (1) ☒ La fonction $y = te^t$ est une solution de (E)
 (2) ☐ La fonction $y = e^{-t}$ est une solution de (E)
 (3) ☐ La fonction $y = (1 - t)e^{-t}$ est l'unique solution de (E) telle que $y(0) = 1$
 (4) ☒ La fonction $y = (1 + t)e^t$ est l'unique solution de (E) telle que $y(0) = 1$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. La solution générale de l'équation différentielle $y'' - y = 0$ est :

- (1) ☐ $y(x) = (k_1x + k_2)e^x, k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (2) ☒ $y(x) = k_1e^x + k_2e^{-x}, k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (3) ☐ $y(x) = k_1 \cos(x) + k_2 \sin(x), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (4) ☐ $y_1(x) = k_1x$ ou $y_2(x) = k_2e^x, k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Les solutions de l'équation différentielle $y'' + 2y' + 5y = 0$ sont :

- (1) ☒ $y(x) = e^{-x}(k_1 \cos(2x) + k_2 \sin(2x)), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (2) ☐ $y(x) = e^{2x}(k_1 \cos(x) + k_2 \sin(x)), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (3) ☐ $y(x) = e^{ix}(k_1 \cos(2x) + k_2 \sin(2x)), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (4) ☐ $y(x) = e^{2x}(k_1 \cos(ix) + k_2 \sin(ix)), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Les solutions de l'équation différentielle $y'' + y = x$ sont :

- (1) ☒ $y(x) = x + k_1 \cos(x) + k_2 \sin(x), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (2) ☐ $y(x) = x(k_1 \cos(x) + k_2 \sin(x)), k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (3) ☐ $y(x) = x + k_1e^x + k_2e^{-x}, k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (4) ☐ $y(x) = (k_1 + k_2x)e^x, k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

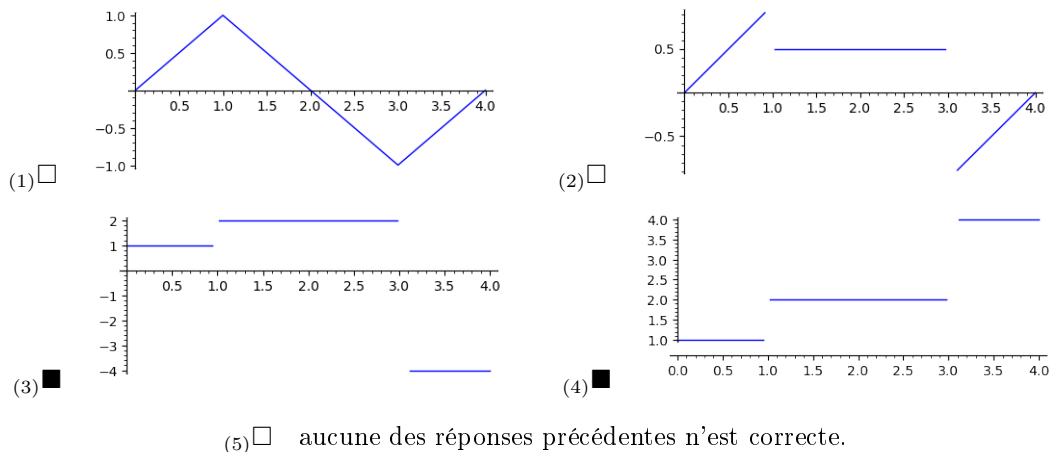
10. On considère la fonction partie entière sur $[-2, 2]$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

- (1) ☒ $(-2, -1, 0, 1, 2)$ est une subdivision uniforme
 (2) ☐ $(-2, -\frac{3}{2}, -1, 0, \frac{1}{4}, 1, 2)$ est une subdivision uniforme adaptée
 (3) ☐ $(-2, -\frac{1}{2}, 0, 1, 2)$ est une subdivision non uniforme adaptée
 (4) ☒ $(-2, -\frac{3}{2}, -1, 0, 1, 2)$ est une subdivision non uniforme adaptée
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

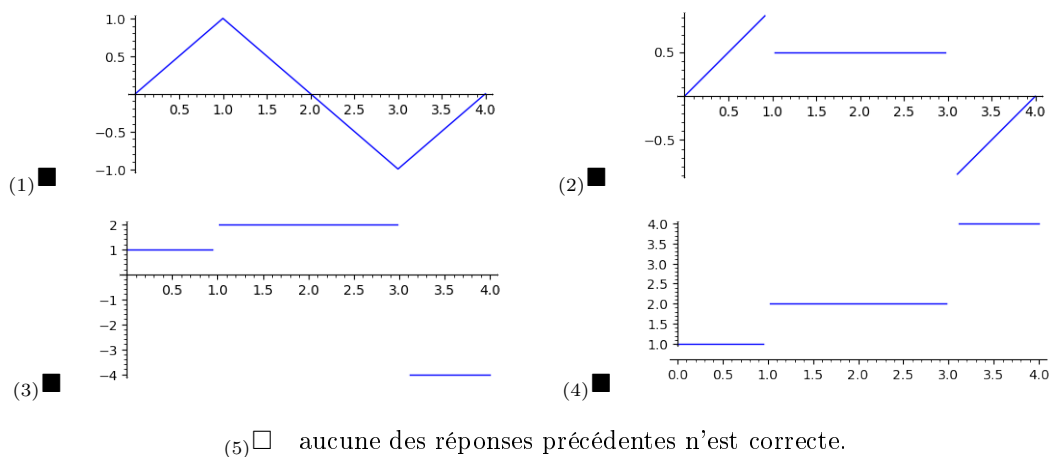
11. Une fonction $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est de classe \mathcal{C}^1 sur I si ...

- (1) ☐ f est continue sur I et f' est continue sur I
 (2) ☐ f est continue sur I et f' est dérivable sur I
 (3) ☒ f est dérivable sur I et f' est continue sur I
 (4) ☐ f est dérivable sur I et f' est dérivable sur I
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Parmi les fonctions suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) constante(s) sur la subdivision $(0, 1, 3, 4)$.



13. Parmi les fonctions suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) continue par morceaux sur la subdivision $(0, 1, 3, 4)$.



14. Une primitive sur \mathbb{R} de $f(x) = 2x + e^{2x}$ est :

- (1) ☐ $F(x) = x^2 + e^{x^2}$
 (2) ☒ $F(x) = x^2 + \frac{e^{2x}}{2}$
 (3) ☐ $F(x) = x^2 e^x$
 (4) ☐ $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2e^{2x}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. On considère $F(x)$ une primitive d'une fonction $f(x)$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraie(s) :

- (1) ☒ $f(x) = 2x + 2, \quad F(x) = (x + 1)^2$
 (2) ☐ $f(x) = 2xe^x, \quad F(x) = x^2 e^x$
 (3) ☒ $f(x) = -2 \sin(2x), \quad F(x) = \cos(2x)$
 (4) ☒ $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}, \quad F(x) = \arctan(x)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraie(s).

- (1) ☐ Sur $]0, +\infty[$, $\int \left(\frac{2}{x} + e^{2x} \right) dx = -\frac{2}{x^2} + 2e^{2x} + k$, $k \in \mathbb{R}$
 (2) ☒ Sur $]0, +\infty[$, $\int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sin(x) \right) dx = \sqrt{x} + \cos(x) + k$, $k \in \mathbb{R}$
 (3) ☐ Sur $] -1, +\infty[$, $\int \frac{dx}{(x+1)^3} = -\frac{3}{(x+1)^4} + k$, $k \in \mathbb{R}$
 (4) ☒ Sur $] -1, +\infty[$, $\int \frac{dx}{x+1} = \ln(x+1) + k$, $k \in \mathbb{R}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. Soient u et v deux fonctions de classe \mathcal{C}^1 sur une intervalle $[a, b]$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraies.

- (1) ☐ $\int_a^b u'v = [uv]_a^b + \int_a^b uv'$ (2) ☒ $\int_a^b u'v = [uv]_a^b - \int_a^b uv'$ (3) ☐ $\int_a^b u'v = [u'v]_a^b + \int_a^b uv'$
 (4) ☒ $\int_a^b uv' = [uv]_a^b - \int_a^b u'v$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. On note par F une primitive de $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ sur $]0, +\infty[$. Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraies.

- (1) ☐ $F(x) = \ln^2(x)$, $k \in \mathbb{R}$ (2) ☒ $F(x) = \frac{1}{2} \ln^2(x)$, $k \in \mathbb{R}$ (3) ☐ $F(x) = \ln(\ln(x)) + k$, $k \in \mathbb{R}$
 (4) ☐ $F(x) = \ln(x \ln(x)) + k$, $k \in \mathbb{R}$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. On note par F une primitive de $f(x) = xe^x$ sur \mathbb{R} . Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraies.

- (1) ☐ $F(x) = x \ln(x) + k$, $k \in \mathbb{R}$ (2) ☐ $F(x) = \frac{x^2}{2} e^x + k$, $k \in \mathbb{R}$ (3) ☒ $F(x) = xe^x - \int e^x dx$
 (4) ☒ $F(x) = (x-1)e^x + k$, $k \in \mathbb{R}$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. On note par F une primitive de $f(x) = e^{3x} + \frac{4}{1+x^2}$ sur \mathbb{R} . Parmi les affirmations suivantes, cocher celle(s) qui est(sont) vraies.

- (1) ☐ $F(x) = e^{3x} + \arctan(4x) + k$, $k \in \mathbb{R}$
 (2) ☐ $F(x) = \frac{e^{3x}}{3} + \frac{\arctan(4x)}{2} + k$, $k \in \mathbb{R}$
 (3) ☒ $F(x) = \frac{e^{3x}}{3} + 4 \arctan(x) + k$, $k \in \mathbb{R}$
 (4) ☐ $F(x) = e^{3x} + 4 \arctan(x) + k$, $k \in \mathbb{R}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.