CIR1 2016/2017

QUIZ de MATHÉMATIQUES N°5

9/12/2016

Durée : 40 minutes.
Aucun document n'est autorisé. La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la ***feuille de réponse*** *prévue à cet effet.*

Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses valides.
Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.

Question 41. Soient f une fonction continue et F l'une de ses primitives sur $\mathbb{R}$. Le théorème fondamental du calcul intégral affirme que

1. $\displaystyle\int_a^b F(t)\,\mathrm{d}t = f(a) - f(b)$ 2. $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = F(b) - F(a)$ 3. $\displaystyle\int_a^b F'(t)\,\mathrm{d}t = f(a) - f(b)$
4. $\displaystyle\int_a^b f'(t)\,\mathrm{d}t = F(b) - F(a)$ 5. $f'(t) = F(t)$

Question 42. La valeur moyenne d'une fonction intégrable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ entre a et b (avec $a < b$) est, par définition, la quantité ...

1. $\displaystyle\frac{b-a}{n}\int_a^b f$ 2. $\displaystyle(b-a)\int_a^b f$ 3. $\displaystyle\frac{1}{b-a}\int_a^b f$ 4. $\displaystyle\sqrt{\int_a^b f^2}$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 43. f et g sont supposées intégrables. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont toujours vraies ?

1. $\displaystyle\int_a^b (f+g) = \int_a^b f + \int_a^b g$ 2. $\displaystyle\int_a^b (f \times g) = \int_a^b f \times \int_a^b g$ 3. $\displaystyle\int_a^b (f+g) = \int_a^b f - \int_b^a g$
4. $\displaystyle\int_a^b (f \times g) = \int_a^b f \times \int_b^a g$ 5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 44. La formule d'intégration par parties est

1. $\displaystyle\int_a^b f'g = [f'g']_a^b + \int_a^b fg'$ 2. $\displaystyle\int_a^b f'g = [f'g']_a^b - \int_a^b fg'$ 3. $\displaystyle\int_a^b f'g = [fg]_a^b + \int_a^b fg'$
4. $\displaystyle\int_a^b f'g = [fg]_a^b - \int_a^b fg'$ 5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 45. Si $f'(x) = 4x^{-2}$, alors $f(x) =$

1. $4x^{-3} + c$ 2. $-4x^{-3} + c$ 3. $-\frac{4}{3}x^{-3} + c$ 4. $-4x^{-1} + c$ 5. $-8x^{-1} + c$

Question 46. Soit $I = \displaystyle\int t\ \ e^t\,\mathrm{d}t$

1. $I = [t\ e^t] - \displaystyle\int t\ \ e^t\,\mathrm{d}t$ 2. $I = [e^t] - \displaystyle\int t\ \ e^t\,\mathrm{d}t$ 3. $I = [t\ e^t] - \displaystyle\int e^t\,\mathrm{d}t$ 4. $I = e^t(t-1)$

5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 47. On considère la fonction partie entière sur $[-2, 2]$.

1. $(-2, -1, 0, 1, 2)$ est une subdivision uniforme
2. $(-2, -\frac{3}{2}, -1, \frac{1}{4}, 0, 1, 2)$ est une subdivision uniforme adaptée
3. $(-2, -\frac{3}{2}, -1, 1, 2)$ est une subdivision non uniforme adaptée
4. $(-2, -\frac{3}{2}, -1, 0, 1, 2)$ est une subdivision non uniforme adaptée
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 48. f et g sont supposées intégrables et $a < b$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

1. f et g admettent une primitive sur $[a, b]$.
2. Si f est paire alors $\int_a^b f = 2\int_a^b f$
3. $\int_{-a}^a f = 0$
4. Si f est périodique de période $T \in \mathbb{R}$ alors $\int_{a+T}^{b+T} f = -\int_a^b f$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 49. f et g sont supposées intégrables sur $[a, b]$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

1. Si f est continue, alors $\int_a^b f = 0$ si et seulement si $f = 0$
2. $\int_a^b |f| \leq |\int_a^b f|$
3. Si f est positive, alors $\int_a^b f \geq 0$.
4. Si $f \leq g$, alors $\int_a^b g \geq \int_a^b f$.
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 50. Soit f définie et intégrable sur $I = [a, b]$. On a :

1. f est continue sur I.
2. Si F est une primitive de f, alors F est unique.
3. L'application $F : x \in [a, b] \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est appelée intégrale indéfinie de f.
4. Si F est une primitive de f, alors F est continue sur I.
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 51. Soient f une fonction continue définie sur I et ϕ définie sur J une bijection telle que $\phi(J) \subset I$.

1. Si F est une primitive de f, alors $F \circ \phi$ est une primitive de $(f \circ \phi) \cdot \phi'$.
2. $\int_{\phi^{-1}(a)}^{\phi^{-1}(b)} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(\phi(t)) \cdot \phi'(t)\,\mathrm{d}t$
3. Si $x = \phi(t)$, alors $\mathrm{d}x = \mathrm{d}t$.
4. $\int_a^b f(\phi(t)) \cdot \phi'(t)\,\mathrm{d}t = F(\phi(b)) - F(\phi(a))$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 52. Soient f une fonction continue définie sur I et ϕ définie sur J une bijection telle que $\phi(J) \subset I$.

1. $\displaystyle\int f(\phi(x)) \cdot \phi'(x)\, \mathrm{d}x = (F \circ \phi)(x) + c$, avec F une primitive de f sur I et $c \in \mathbb{R}$.
2. $\displaystyle\int \phi'(x) \cdot \phi^r(x)\, \mathrm{d}x = (r+1)\phi^{r+1}(x) + c$, avec r, c réels.
3. $\displaystyle\int \phi'(x) e^{\phi(x)}\, \mathrm{d}x = e^{\phi(x)} + c$
4. $\displaystyle\int \frac{1}{\phi(x)}\, \mathrm{d}x = \ln|\phi(x)| + c$, avec $c \in \mathbb{R}$.
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 53. Soit f la fonction définie par $I = \displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\, \mathrm{d}x$

1. $I = \arctan x + c$ 2. $I = \arcsin x + c$ 3. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\, \mathrm{d}x = \frac{\pi}{4}$ 4. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\, \mathrm{d}x = \frac{\pi}{2}$

5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 54. Une primitive de $I = \displaystyle\int_1^3 3x^2 - \frac{2}{x^2}\, \mathrm{d}x$ est

1. $F(x) = x^3 - \ln|x|^2 + c$ 2. $F(x) = x^3 - 2\ln|x| + c$ 3. $F(x) = x^3 - \dfrac{4}{x^3} + c$ 4. $F(x) = x^3 + \dfrac{2}{x} + c$

5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 55. Soit $I = \displaystyle\int \frac{2}{(x-2)^2(x-1)}\, \mathrm{d}x$.

1. $I = \dfrac{2}{x-1} + \dfrac{2}{x-2} + c$ 2. $I = 2\ln|x-1| - \dfrac{2}{x-2} + c$ 3. $I = 2\ln|x-1| - \dfrac{2}{x-2} - 2\ln|x-2| + c$

4. $I = \dfrac{2}{x-1} - \dfrac{2}{x-2} - 2\ln|x-2| + c$ 5. $I = 2\ln|x-1| - 2\ln|x-2| + c$

Question 56. L'intégrale $I = \displaystyle\int_1^e \frac{(\ln x)^5}{x}\, \mathrm{d}x$ vaut :

1. $I = \frac{1}{6}$ 2. $I = -\frac{1}{6}$ 3. $I = \frac{1}{4}$ 4. $I = -\frac{1}{4}$ 5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 57. L'intégrale $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x^2}\, \mathrm{d}x$ vaut :

1. $I = \ln 2$ 2. $I = \ln 4$ 3. $I = \frac{1}{2}$ 4. $I = -\frac{1}{2}$ 5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 58. Soit $I = \displaystyle\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\, \mathrm{d}x$. On peut effectuer le changement de variable suivant :

1. $\phi(t) = \sin t = x,\ \ \mathrm{d}t = \mathrm{d}x,\ \ \phi^{-1}(0) = 0,\ \phi^{-1}(1) = 1$
2. $\phi(t) = \sin t = x,\ \ \mathrm{d}t = \mathrm{d}x,\ \ \phi^{-1}(0) = 0,\ \phi^{-1}(1) = \frac{\pi}{2}$
3. $\phi(t) = \cos t = x,\ \ \sin t\ \ \mathrm{d}t = \mathrm{d}x,\ \ \phi^{-1}(0) = 0,\ \phi^{-1}(1) = 1$
4. $\phi(t) = \cos t = x,\ \ \mathrm{d}t = \mathrm{d}x,\ \ \phi^{-1}(0) = 0,\ \phi^{-1}(1) = \frac{\pi}{2}$
5. $\phi(t) = \sin t = x,\ \ \cos t\ \ \mathrm{d}t = \mathrm{d}x,\ \ \phi^{-1}(0) = 0,\ \phi^{-1}(1) = \frac{\pi}{2}$

Question 59. Soit $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^t}{\sqrt{e^t+1}}\, \mathrm{d}t$.

1. $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\, \mathrm{d}x$ 2. $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}}\, \mathrm{d}x$ 3. $I = \displaystyle\int_1^e \frac{1}{\sqrt{x+1}}\, \mathrm{d}x$ 4. $I = \displaystyle\int_1^e \frac{x}{\sqrt{x+1}}\, \mathrm{d}x$

5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Question 60. On note f la fonction qui à $t \in \mathbb{R}$, associe $f(t) = \dfrac{1}{(t+3)(t^2-4)}$.

1. f possède une primitive définie sur $\mathbb{R}$.
2. La décomposition en éléments simples de f a la forme suivante : $f(t) = \dfrac{A}{t+3} + \dfrac{B}{t+2} + \dfrac{C}{t-2}$
3. Une primitive de $f(t)$ est $A \ln|t+3| - \dfrac{B}{t+2} - \dfrac{C}{t-2}$
4. Une primitive de $f(t)$ est $A \ln|t+3| + B \ln|t+2| + C \ln|t-2|$
5. aucune des réponses précédentes n'est correcte.