ROY Jules
DUMAS Antonin

TP6 Electronique – Les filtres analogiques

<u>3 – Etude d'un circuit RL série</u>

Tout d'abord on convertit les valeurs que nous allons utiliser dans les bonnes unités, on a donc $R = 330\Omega$ et $L = 0.01H$

<u>3.1 – Etude théorique</u>

3.1.1 :

Pour calculer la fonction transfert H, on peut utiliser un pont diviseur de tension :

$$U_S = \frac{Z_R}{Z_R + Z_L} U_e$$

$$<=> \frac{U_S}{U_e} = \frac{R}{R + jL\omega}$$

$$<=> H = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega}$$

$$<=> H = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Avec $A = 1$ et $\omega_0 = \frac{R}{L}$

3.1.2 :
Diagramme en gain :

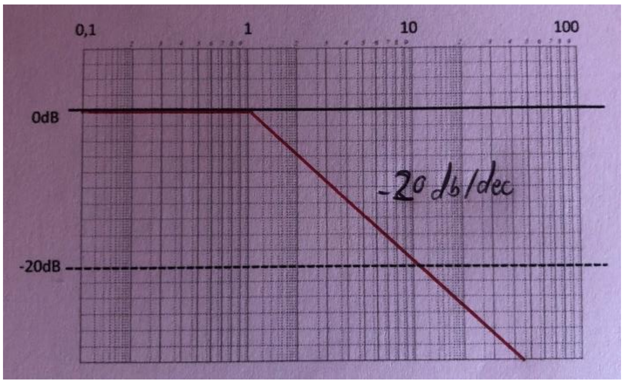
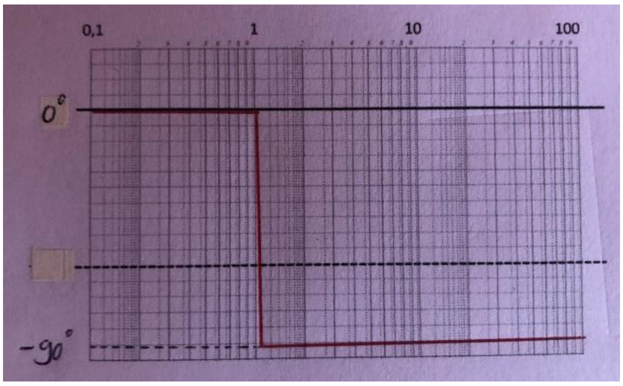


Diagramme en phase :



3.1.3 :

Après analyse de la fonction transfert et des diagrammes de Bode, on peut en déduire qu'il s'agit d'un filtre passe-bas.

3.1.4 :

On a le gain :

$G = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

Pour $20\log(G) = -3db$, on obtient $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Et $\omega_C = \omega = \omega_0$

On peut alors réaliser le calcul suivant :

$$\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = 1$$

$$\Leftrightarrow \omega = \omega_0$$

Donc $\omega_C = \omega_0$:

$$\omega_C = \frac{R}{L}$$

$$\Leftrightarrow \frac{330}{0.01}$$

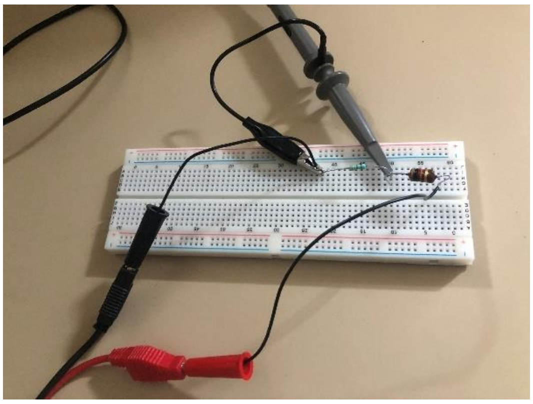
$$\Leftrightarrow 33000\,rad.s^{-1}$$

Or $33000\,rad.s^{-1} \approx 5250Hz$, donc la bande passante est donc définie sur [0Hz, 5250Hz], les valeurs avec une fréquence supérieure à 5250Hz auront un gain inférieur à -3db.

3.2 – Manipulations

3.2.2 :

Voici le circuit que nous avons réalisé :



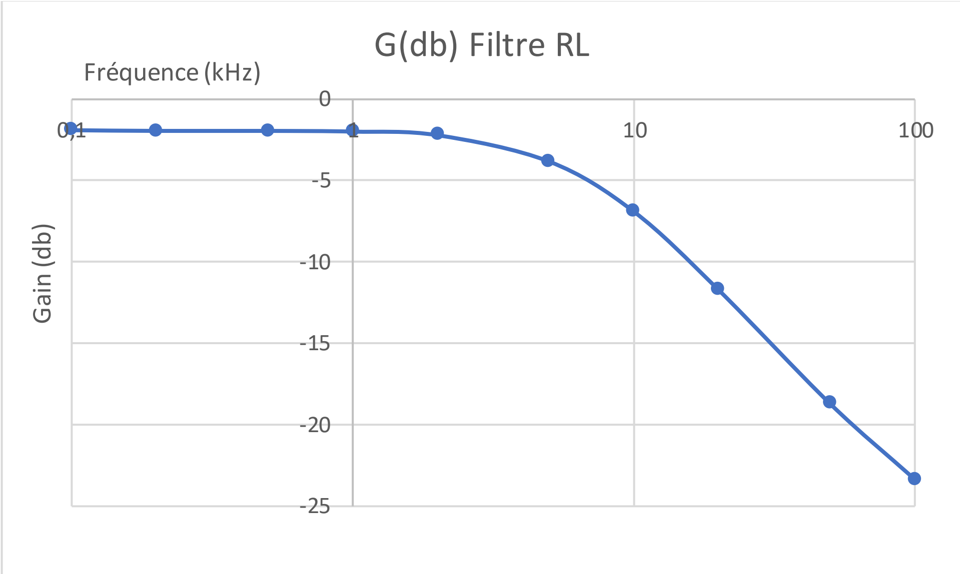
3.2.3 :

Fréquence (kHz)	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50	100
Us (V)	4,02	4	4	3,98	3,88	3,22	2,26	1,3	0,58	0,34
G (db)	-1,89	-1,93	-1,93	-1,98	-2,20	-3,82	-6,89	-11,70	-18,71	-23,34
Deph (rad)	-0,04	-0,02	-0,15	-0,22	-0,41	-0,8	-1	-1,3	-1,45	-1,54

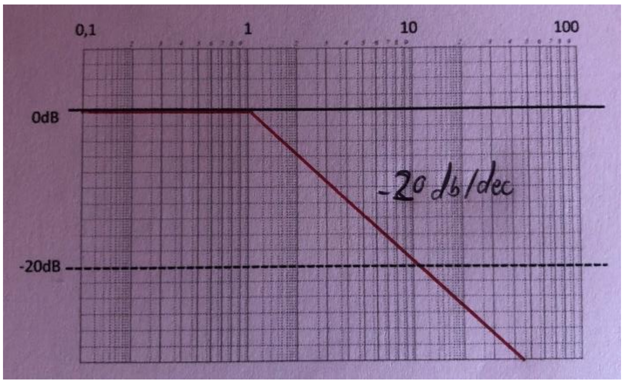
3.2.4 :

On peut maintenant tracer les courbes du gain et du déphasage :

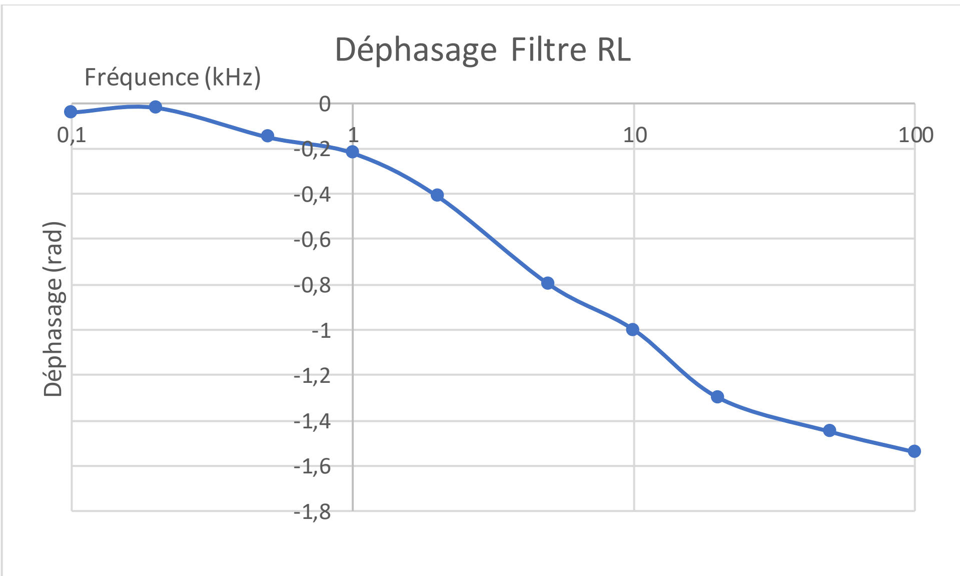
-Courbe du gain obtenue à l'aide de nos mesures :



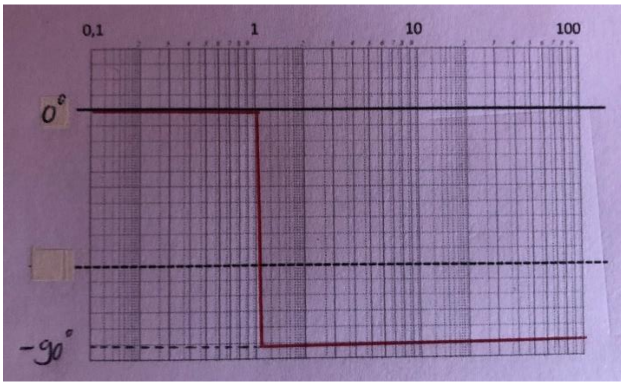
-Pour la comparaison, on remet la courbe théorique montrée dans la première partie de l'exercice :



-Courbe du déphasage obtenue à l'aide de nos mesures :



-Pour la comparaison, on remet la courbe théorique montrée dans la première partie de l'exercice :



3.2.5 :

Selon les graphiques en gain et en phase obtenus grâce à nos mesures, on peut en déduire qu'il s'agit d'un filtre passe-bas, ce qui correspond avec ce que l'on a trouvé lors de la partie théorique de cet exercice.

3.2.6 :

Pour calculer la fréquence de coupure, on réalise le calcul suivant :

$$F_C = \frac{R}{2\pi L}$$

$$= \frac{330}{2\pi\ .\ 0.01}$$

$$\approx 5250\ Hz$$

On trouve une coupure de fréquence environ égale à 5250Hz.

3.2.7 :

Avec la fréquence de coupure et par analyse graphique, on observe que la bande passante est définie sur [0Hz, 5250Hz].

3.2.8 :

On a donc des valeurs expérimentales très proches des valeurs théoriques. Ce filtre est donc bien un filtre passe-bas du premier ordre, avec une bande passante définie sur [0Hz, 5250Hz]. Cela vérifie également la véracité de la partie théorique.

<u>4 – Etude d'un circuit RC série</u>

Tout d'abord on convertit les valeurs que nous allons utiliser dans les bonnes unités, on a donc $R = 330\Omega$ et $C = 1\ .\ 10^{-7}F$

<u>4.1 – Etude théorique</u>

4.1.1 :

Pour calculer la fonction transfert H, on peut utiliser un pont diviseur de tension :

$$U_S = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C} U_e$$

$$<=> \frac{U_S}{U_e} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}}$$

$$<=> H = \frac{R}{\frac{jCR\omega + 1}{jC\omega}}$$

$$<=> H = \frac{jCR\omega}{1 + jCR\omega}$$

$$<=> H = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Avec $\omega_0 = \frac{1}{CR}$

4.1.2 :
Diagramme en gain :

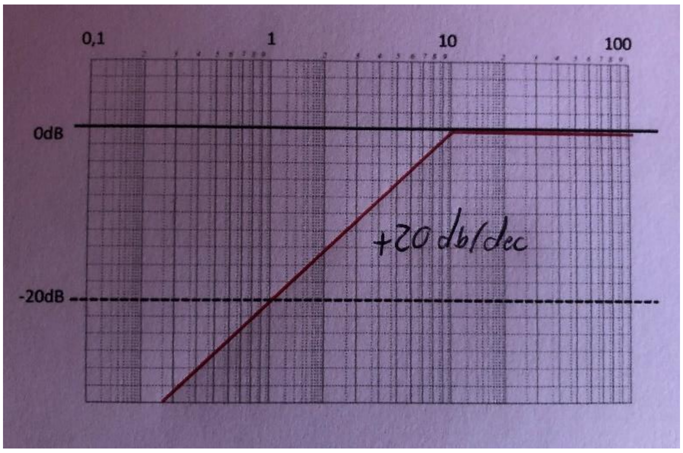
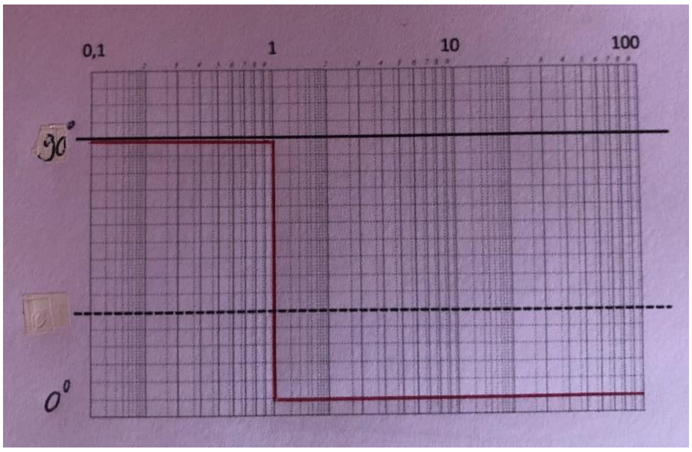


Diagramme en phase :



4.1.3 :

Après analyse de la fonction transfert et des diagrammes de Bode, on peut en déduire qu'il s'agit d'un filtre passe-haut.

4.1.4 :

On a le gain :

$$G = \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Pour $20\log(G) = -3db$, on obtient $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$
Et $\omega_C = \omega = \omega_0$

Donc $\omega_C = \omega_0$:

$$\omega_C = \frac{1}{CR}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1.10^{-7}.330}$$

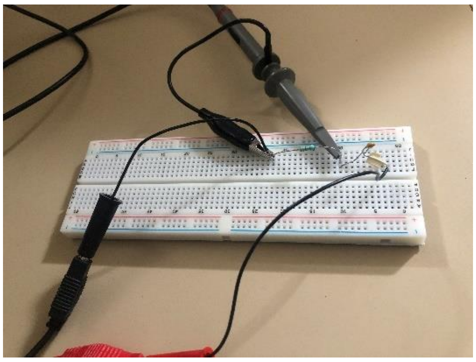
$$\Leftrightarrow 30300\ rad.s^{-1}$$

Or $30300\ rad.s^{-1} \approx 4820Hz$, donc la bande passante est donc définie sur [4820Hz, $+\infty$], les valeurs avec une fréquence inférieure à 4820Hz auront un gain inférieur à -3db.

<u>4.2 – Manipulations</u>

4.2.2 :

Voici le circuit que nous avons réalisé :



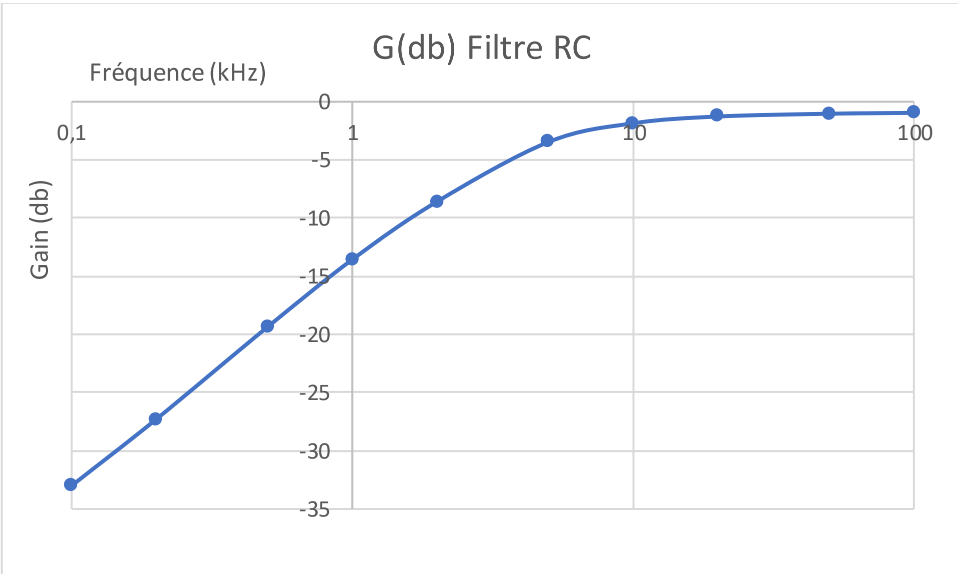
4.2.3 :

Fréquence (kHz)	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50	100
Us (V)	0,11	0,22	0,54	1,05	1,86	3,36	4,04	4,32	4,44	4,48
G (db)	-32,99	-27,29	-19,33	-13,55	-8,58	-3,45	-1,85	-1,26	-1,03	-0,95
Deph (rad)	1,7	1,6	1,54	1,3	1,17	0,8	0,5	0,25	0,15	0,12

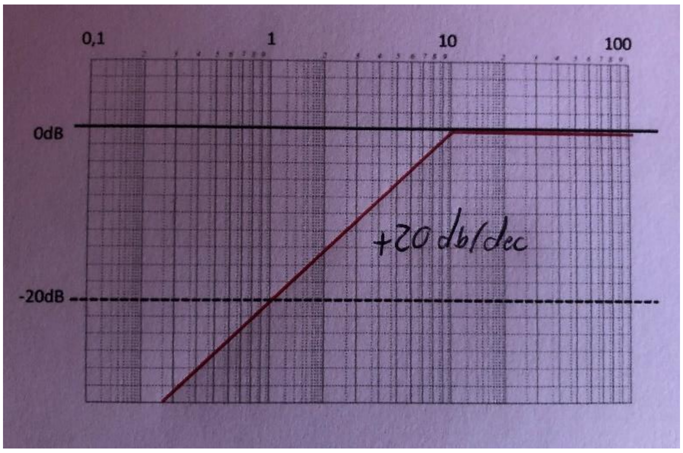
4.2.4 :

On peut maintenant tracer les courbes du gain et du déphasage :

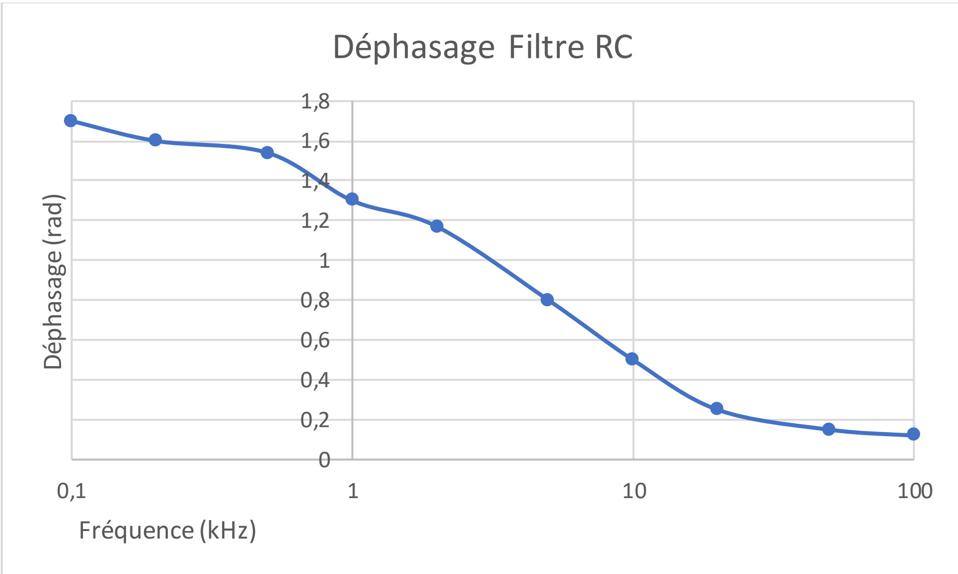
-Courbe du gain obtenue à l'aide de nos mesures :



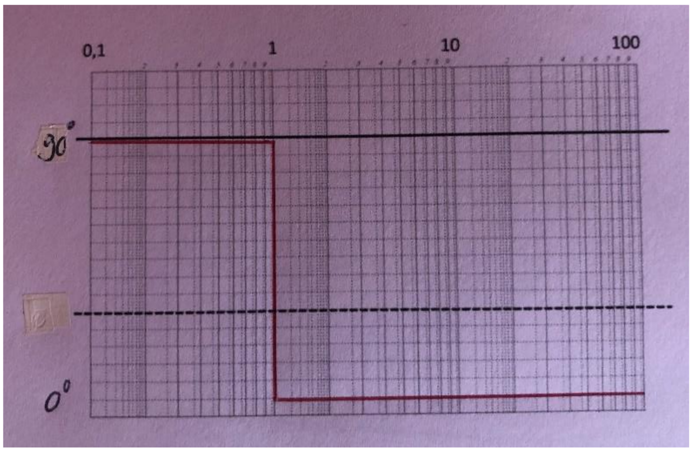
-Pour la comparaison, on remet la courbe théorique montrée dans la première partie de l'exercice :



-Courbe du déphasage obtenue à l'aide de nos mesures :



-Pour la comparaison, on remet la courbe théorique montrée dans la première partie de l'exercice :



4.2.5 :

Selon les graphiques en gain et en phase obtenus grâce à nos mesures, on peut en déduire qu'il s'agit d'un filtre passe-haut, ce qui correspond avec ce que l'on a trouvé lors de la partie théorique de cet exercice.

4.2.6 :

Pour calculer la fréquence de coupure, on réalise le calcul suivant :

$$F_C = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$= \frac{1}{2\pi\,.\,330\,.\,1.\,10^{-7}}$$

$$\approx 4820\ Hz$$

On trouve une coupure de fréquence environ égale à 4820Hz.

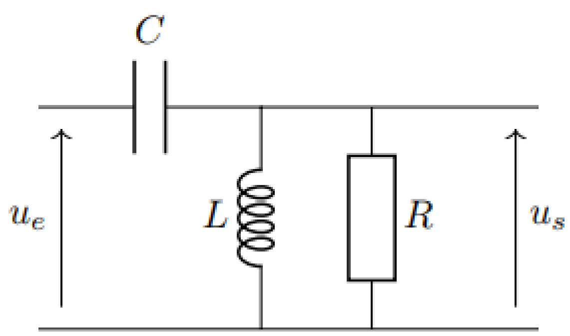
4.2.7 :

Avec la fréquence de coupure et par analyse graphique, on observe que la bande passante est définie sur [4820Hz, $+\infty$].

4.2.8 :

On a donc des valeurs expérimentales très proches des valeurs théoriques. Ce filtre est donc bien un filtre passe-haut du premier ordre, avec une bande passante définie sur [4820Hz, $+\infty$]. Cela vérifie également la véracité de la partie théorique.

<u>5 – Etude d'un filtre passe-haut du second ordre :</u>



<u>5.1 – Etude théorique</u>

C'est un circuit RLC avec R = 330Ω, C = 0.1µF et L = 10mH
La bobine est supposée idéale.

1)

C'est un circuit RLC avec une résistance en parallèle avec une bobine, je vais calculer Z_{eq} l'impédance équivalente de la résistance et de la bobine, pour trouver la fonction de transfert.

$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_R} \Leftrightarrow Z_{eq} = \frac{jRLw}{jLw+R} = \frac{jLw}{1+\frac{jLw}{R}}$

Fonction de transfert H : $\underline{H} = \frac{u_S}{u_E}$ (Il doit y avoir une barre en dessous de u_S et u_E mais ce n'est pas possible avec word)

Pont diviseur de tension :

$\underline{u_S} = \underline{\mathrm{H}} \times \underline{u_E}$

$\underline{u_S} = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq}+Z_c} \times \underline{u_E}$

$\underline{\mathrm{H}} = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq}+Z_c} = \frac{\frac{jLw}{1+\frac{jLw}{R}}}{\frac{jLw}{1+\frac{jLw}{R}}+\frac{1}{jCw}}$

Je simplifie en multipliant par $1+\frac{jLw}{R}$ en haut et en bas :

$\underline{\mathrm{H}} = \frac{\frac{jLw}{1+\frac{jLw}{R}}}{\frac{jLw}{1+\frac{jLw}{R}}+\frac{1}{jCw}} \times \frac{1+\frac{jLw}{R}}{1+\frac{jLw}{R}}$

$\underline{\mathrm{H}} = \frac{jLw}{jLw+\frac{1+\frac{jLw}{R}}{jCw}}$

Je simplifie en multipliant par jCw en haut et en bas :

$\underline{\mathrm{H}} = \frac{jLw}{jLw+\frac{1+\frac{jLw}{R}}{jCw}} \times \frac{jCw}{jCw}$

$\underline{\mathrm{H}} = \frac{j^2 LCw^2}{j^2 CLw^2+\frac{1+\frac{jLw}{R}}{jCw}jCw}$

$\underline{\mathrm{H}} = \frac{-LCw^2}{-CLw^2+1+\frac{jLw}{R}}$

Avec $w_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ et $x= \frac{w}{w_0}$

Ce qui donne :

$\underline{\mathrm{H}} = \frac{(j\frac{w}{w_0})^2}{1+j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}-(\frac{w}{w_0})^2}$

2)

G=|H|

$G = |\frac{(j\frac{w}{w_0})^2}{1+j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}-(\frac{w}{w_0})^2}|$

$G = |\frac{(-x)^2}{1+j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}-(\frac{w}{w_0})^2}|$

$G=\frac{(\frac{w}{w_0})^2}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}\right)^2-\left((\frac{w}{w_0})^2\right)^2}}$

$G=\frac{(x)^2}{\sqrt{\left(1-(\frac{w}{w_0})^2\right)^2+\left(\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}\right)^2}}$

Le gain en décibels :

G_{dB}=20log(G)

G_{dB} = 20log($(\frac{w}{w_0})^2$) - 20log($\sqrt{1+\left(\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}\right)^2-\left((\frac{w}{w_0})^2\right)^2}$)

G_{dB} = 20log(x^2) - 10log(1 + $\left(j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}\right)^2-\left((\frac{w}{w_0})^2\right)^2$)

G_{dB} = 40log(x) - 10log(1 + $\left(j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}\right)^2-\left((\frac{w}{w_0})^2\right)^2$)

Argument:

Φ = arg(H)

Φ = arg($\frac{(x)^2}{1+j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}-(\frac{w}{w_0})^2}$)

$\Phi = \arg\left(x^2\right) - \arg(1-\left(\frac{w}{w_0}\right)^2+j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0})$

$\Phi = \arg\left(x^2\right) - \arg(1+j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}-\left(\frac{w}{w_0}\right)^2)$

Φ=– arctan($\frac{(\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0})}{1-\left(\frac{w}{w_0}\right)^2}$)

$\lim_{w\to 0} G_{dB} = -\infty$

$\lim_{w\to\infty} G_{dB} = 0$

$\lim_{w\to 0} \Phi = \pi$

$\lim_{w\to\infty} \Phi = 0$

Diagramme de Bode avec le gain (en décibels) en ordonnée et la fréquence (en Hertz) en abscisse.

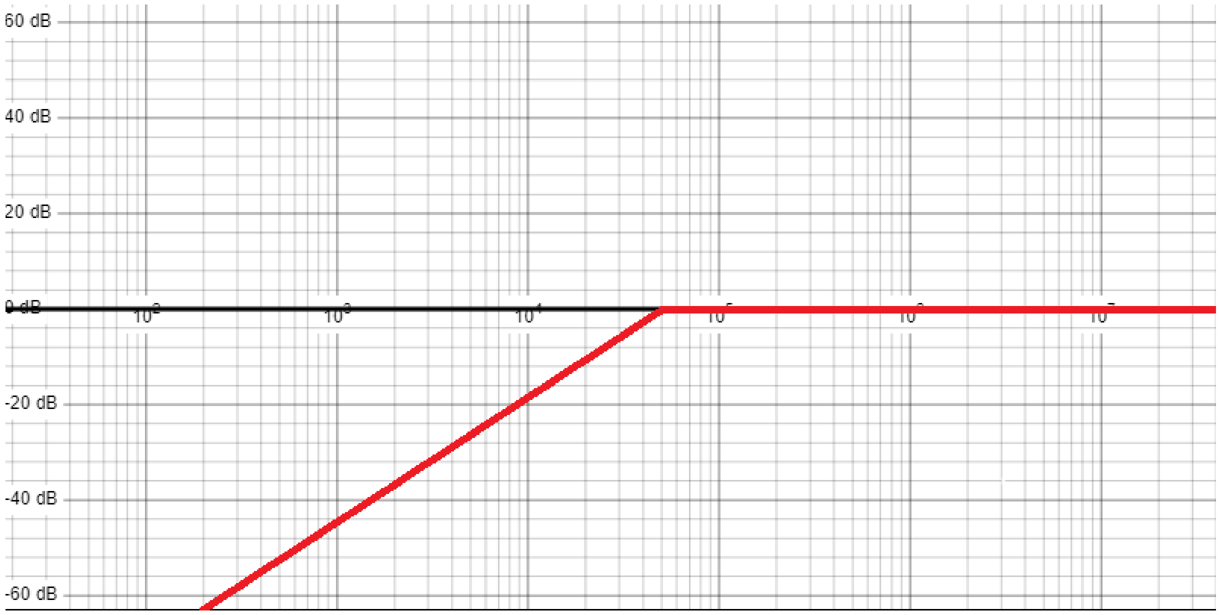


Diagramme de Bode avec la phase (en radian) en ordonnée et la fréquence (en Hertz) en abscisse.

3) La bande passante a -3dB de ce filtre passe haut du second ordre :

Gain G = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$w = w_0 = w_c$

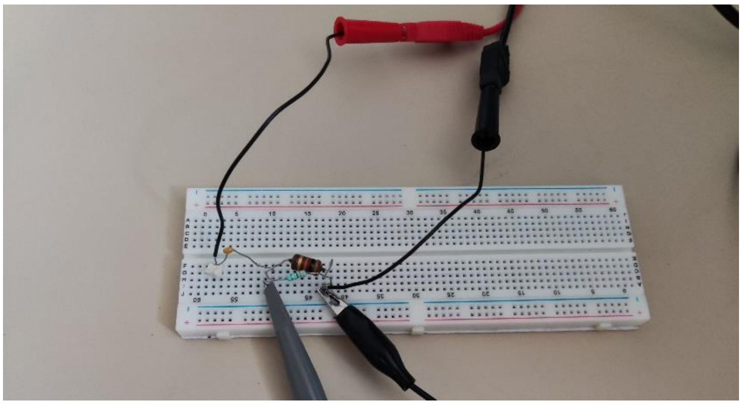
$w_c = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{10\times10^{-3}\times10^{-7}}}$=31623 rad/s

31623 rad/s donne 5032.9567711 Hertz

Donc la bande va de 5032.9567711 Hertz à +∞

5.2 Manipulations

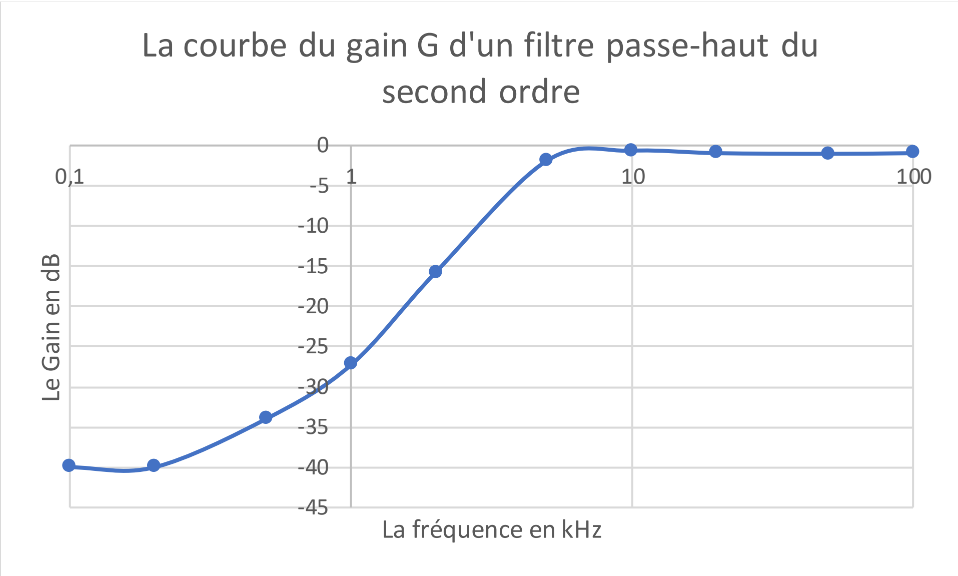
2)

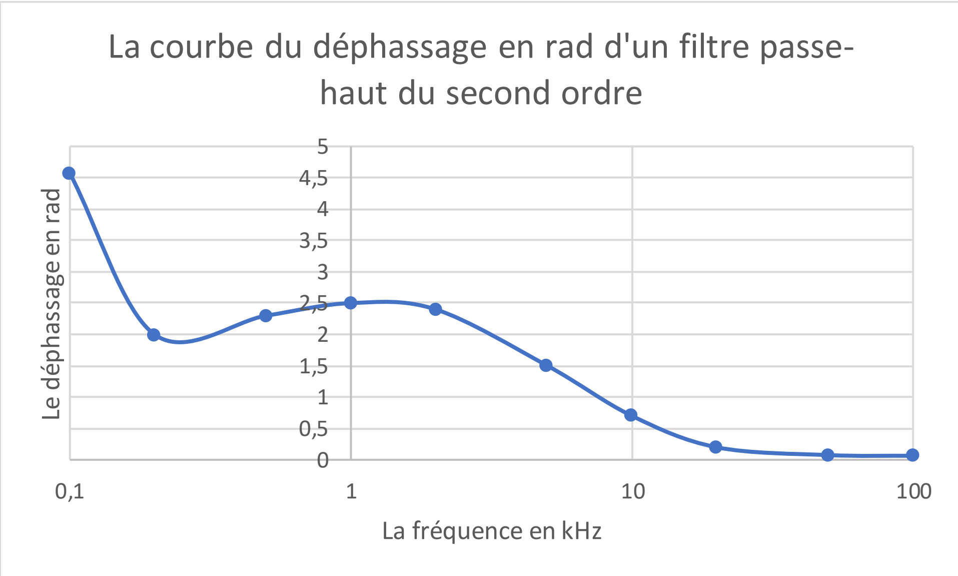


3)

Colonne1	Colonne2	Colonne3	Colonne4	Colonne5	Colonne6	Colonne7	Colonne8	Colonne9	Colonne1(	Colonne1:
Fréquence (kHz)	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50	100
Us (V)	0,05	0,05	0,1	0,216	0,812	4,04	4,64	4,48	4,44	4,48
G (db)	-40	-40	-33,9794	-27,290325	-15,78828	-1,8517728	-0,6490405	-0,9538398	-1,0317407	-0,9538398
Deph (rad)	4,57	2	2,3	2,5	2,4	1,5	0,7	0,2	0,075	0,064

4)





5) D'après la courbe au-dessus le filtre a une fréquence de coupure au cinquième point c'est-à-dire a 5 kHz.

f_c=f2 π = 5000*2 π= 31415,9265359 rad/s

$Q=\frac{1}{\sqrt{2}}$

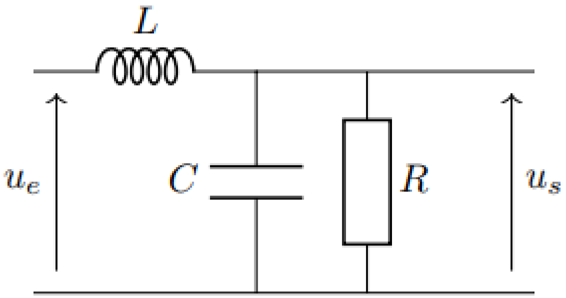
6)

La bande passante à -3dB est de 1000 à 5000 w_0.

7)

Nous pouvons conclure que la bande a -3dB et la fréquence de coupure sont proches, ce qui confirme notre partie théorique.

6 – Etude d'un filtre passe-bas du second ordre :



6.1 Etude théorique

C'est un circuit RLC avec R = 330Ω, C = 0.1µF et L = 10mH :
La bobine est supposée idéale.

1)
C'est un circuit RLC avec une résistance en parallèle avec un condensateur, je vais calculer Z_{eq} l'impédance équivalente de la résistance et le condensateur, pour trouver la fonction de transfert.

$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_R} \Leftrightarrow Z_{eq} = \frac{\frac{R}{jCw}}{\frac{1}{jCw}+R}$

Je multiplie par jCw pour simplifier :

$Z_{eq} = \frac{R}{1+jRCw}$

Fonction de transfert H : $\underline{H} = \frac{u_S}{u_E}$ (Il doit y avoir une barre en dessous de u_S et u_E mais ce n'est pas possible avec word)

Pont diviseur de tension :

$\underline{H} = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq}+Z_L} = \frac{\frac{R}{1+jRCw}}{\frac{R}{1+jRCw}+\mathrm{jLw}}$

Je simplifie en multipliant par $1 + jRCw$ en haut et en bas :

$\underline{H} = \frac{\frac{R}{1+jRCw}}{\frac{R}{1+jRCw}+\mathrm{jLw}} \times \frac{1+jRCw}{1+jRCw}$

$\underline{H} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R+jLw-RLC}w^2}$

Je simplifie en multipliant par R en haut et en bas :

$\underline{H} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R+jLw-RLC}w^2} \times \frac{R}{R}$

$\underline{H} = \frac{1}{1+\frac{\mathrm{jLw}}{R}-\mathrm{LC}w^2}$

$\underline{H} = \frac{\mathrm{A}}{1+j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}-(\frac{w}{w_0})^2}$

Avec A=1, Q = $\frac{R\sqrt{LC}}{L}$ et $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

2)
G=|H|

G =$\left|\frac{1}{1+j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}-(\frac{w}{w_0})^2}\right|$

$$G = \frac{1}{\sqrt{1+\left(j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}\right)^2-\left(\left(\frac{w}{w_0}\right)^2\right)^2}}$$

Le gain en décibels :

G_{dB}=20log(G)

$$G_{dB} = 20\log(1) - 20\log\left(\sqrt{1+\left(j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}\right)^2-\left(\left(\frac{w}{w_0}\right)^2\right)^2}\right)$$

$$G_{dB} = -10\log\left(1+\left(j\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}\right)^2-\left(\left(\frac{w}{w_0}\right)^2\right)^2\right)$$

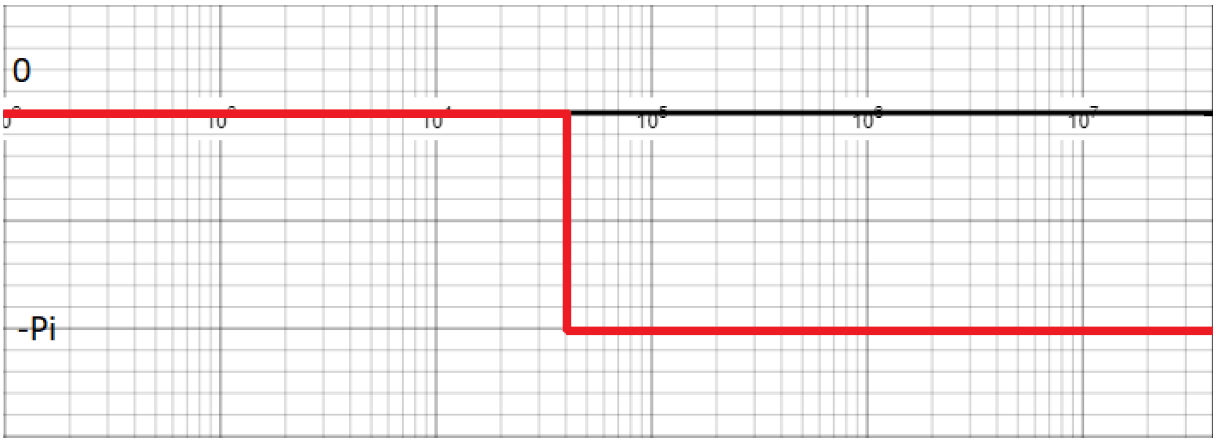
Argument:

$$\Phi = \arg(H) = -\arctan\left(\frac{\frac{1}{Q}\frac{w}{w_0}}{1-\frac{w}{w_0}}\right)$$

$$\lim_{w\to 0} G_{dB} = 0$$
$$\lim_{w\to \infty} G_{dB} = -\infty$$
$$\lim_{w\to 0} \Phi = 0$$
$$\lim_{w\to \infty} \Phi = -\pi$$

Diagramme de Bode avec le gain (en décibels) en ordonnée et la fréquence (en Hertz) en abscisse.

Diagramme de Bode avec la phase (en radian) en ordonnée et la fréquence (en Hertz) en abscisse.



3) La bande passante a -3dB de ce filtre passe haut du second ordre :

Gain G = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$w=w_0=w_c$

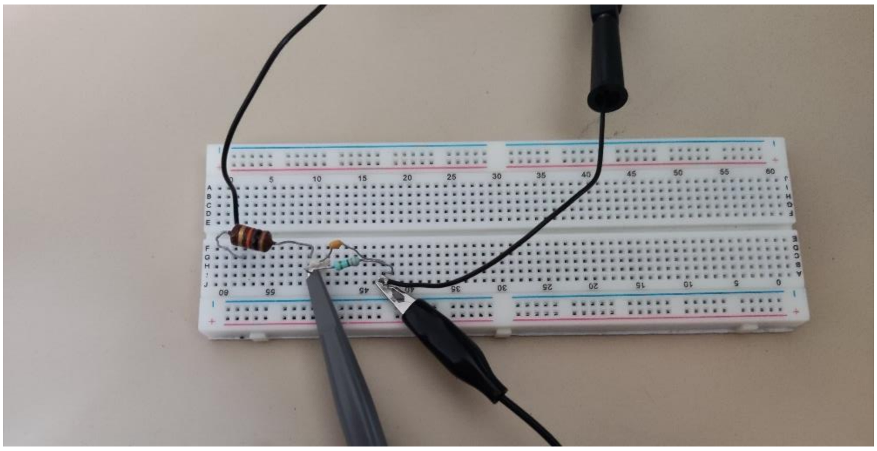
$w_c=\sqrt{\frac{1}{LC}}=\sqrt{\frac{1}{10\times10^{-3}\times10^{-7}}}=31623$ rad/s

31623 rad/s donne 5032.9567711 Hertz

Donc la bande va de 0 à 5032.9567711 Hertz

6.2 Manipulations

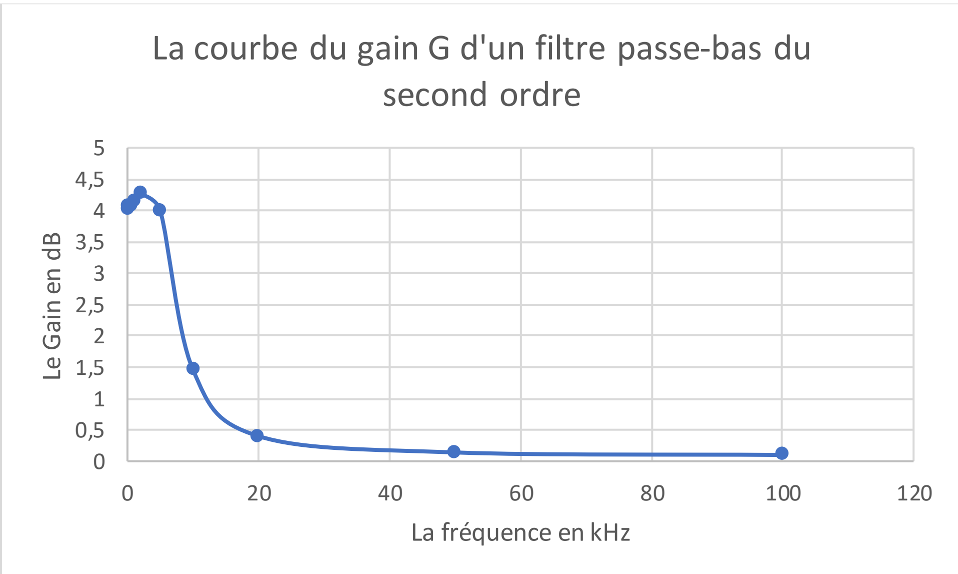
2)

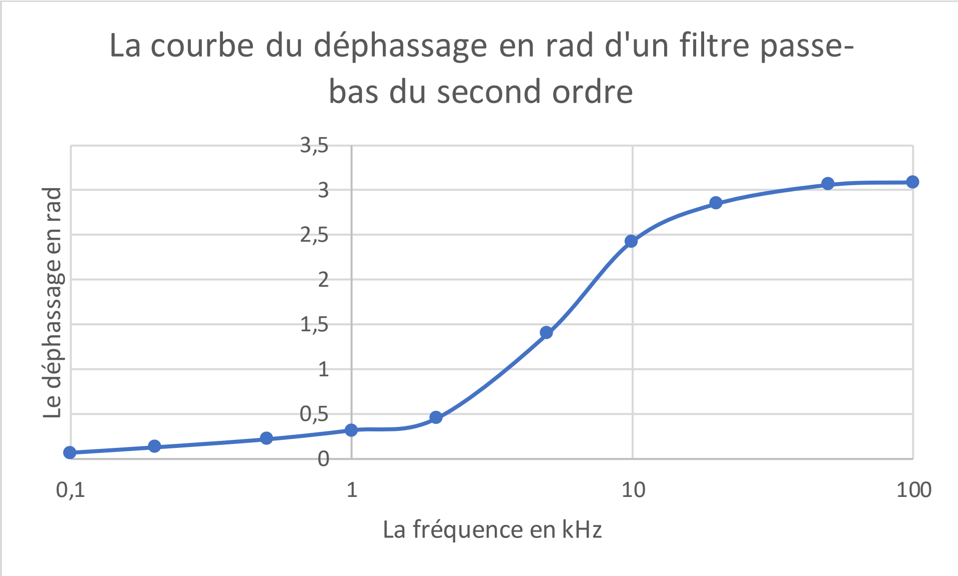


3)

Colonne1	Colonne2	Colonne3	Colonne4	Colonne5	Colonne6	Colonne7	Colonne8	Colonne9	Colonne1	Colonne1
Fréquence (kHz)	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50	100
Us (V)	4,06	4,02	4,06	4,14	4,26	4	1,46	0,4	0,14	0,1
G (db)	-1,808879415	-1,894879	-1,8088794	-1,6393933	-1,3912081	-1,9382003	-10,692343	-21,9382	-31,056839	-33,9794
Deph (rad)	0,07	0,13	0,22	0,32	0,45	1,4	2,43	2,85	3,06	3,09

4)





5)
La fréquence de coupure du circuit est de 5200 pulsations, ce qui nous donne :
f_c=f2 π = 5200*2 π= 32672,5635973 rad/s
Q=$\frac{1}{\sqrt{2}}$

6)
La bande passante à -3dB est de 5000 à 50000 w_0.

7)
Nous pouvons conclure que la bande a -3dB et la fréquence de coupure sont proches, ce qui confirme notre partie théorique.