

Durée : 30 minutes.

Aucun document n'est autorisé.

La calculatrice collègue est tolérée.

*Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.*

BON COURAGE !

1. Soit f une application de E dans F . Si f est surjective ...

(1) ☐ $\forall (x, x') \in E^2 \ f(x) \neq f(x') \Rightarrow x \neq x'$ (2) ☐ $\forall (x, x') \in E^2 \ f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$

(3) ☐ $\forall y \in F \ \exists x \in E \ y = f(x)$ (4) ☐ $\text{Card}(E) \geq \text{Card}(F)$

(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. Quelle est la partie réelle de $(2 + 3i)e^{-i\frac{\pi}{2}}$?

(1) ☐ $2\sqrt{2}$ (2) ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) ☐ 3 (4) ☐ -3

(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. D'après Euler, $\sin \theta$ est égal à

(1) ☐ $\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ (2) ☐ $\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$ (3) ☐ $\frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2}$
 (4) ☐ $\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2i}$ (5) ☐ $\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

4. Soit $r = 3$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$. Cocher la forme algébrique de ce complexe si présente.

(1) ☐ $z = -\frac{3}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (2) ☐ $z = \frac{3}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (3) ☐ $z = -\frac{3\sqrt{2}}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (4) ☐ $z = \frac{3\sqrt{2}}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Les racines carrées de $z = -i$ dans \mathbb{C} sont

(1) ☐ $z_0 = -1$ et $z_1 = 1$ (2) ☐ $z_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ et $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ (3) ☐ $z_0 = e^{\frac{3i\pi}{4}}$ et $z_1 = e^{\frac{7i\pi}{4}}$
 (4) ☐ $z_0 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Soient z_0, \dots, z_{n-1} les n racines n -ièmes de $z \in \mathbb{C}$. Si $n \geq 2$ alors $\sum_{k=0}^{n-1} z_k$ vaut

- (1) ☐ $\frac{1 - e^{i\frac{\theta}{n}}}{1 - e^{i\frac{2\pi}{n}}}$ (2) ☐ 0 (3) ☐ 1 (4) ☐ -1
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Soient A, B, C trois points distincts du plan complexe d'affixes respectives z_A, z_B et z_C .

On sait que : $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = 3i$. On peut déduire :

- (1) ☐ A, B, C sont alignés (2) ☐ ABC est un triangle rectangle en A (3) ☐ $\overline{AC} = 3\overline{AB}$
 (4) ☐ ABC est un triangle isocèle en A (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soit $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ tel que $f(z) = 2z + 5 - i$. f est une ...

- (1) ☐ translation (2) ☐ homothétie (3) ☐ rotation (4) ☐ symétrie
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. L'application du plan complexe qui à tout point M d'affixe z fait correspondre le point M' d'affixe z' tel que : $z' = (\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2})z$

- (1) ☐ rotation de centre O et d'angle de mesure $\frac{3\pi}{4}$
 (2) ☐ homothétie de centre O et de rapport $\sqrt{2}$
 (3) ☐ rotation de centre O et d'angle de mesure $-\frac{\pi}{4}$
 (4) ☐ rotation de centre O et d'angle de mesure $\frac{\pi}{4}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Soit $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ tel que $f(z) = 2iz + 2 + i$. Le point fixe de f est ...

- (1) ☐ $2 + i$ (2) ☐ $2i$ (3) ☐ i (4) ☐ $-i$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.