Durée : 30 minutes.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la ***feuille de réponse*** *prévue à cet effet.*

BON COURAGE !

⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂⁂

1. Si on considère z_0, z_1, z_2 les racines cubiques de $z = \mathrm{i}$ dans $\mathbb{C}$ on a :

   (1)☐ $z_0 = 1, \quad z_1 = 0, \quad z_2 = -1$ (2)☐ $z_0 = 1, \quad z_1 = e^{\frac{2\pi\mathrm{i}}{3}}, \quad z_2 = e^{-\frac{2\pi\mathrm{i}}{3}}$

   (3)☐ $z_0 = -1, \quad z_1 = e^{\frac{\pi\mathrm{i}}{3}}, \quad z_2 = e^{-\frac{\pi\mathrm{i}}{3}}$ (4)☐ $z_0 + z_1 + z_2 = 0$

   (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. On considère l'équation différentielle $y' - 3y = e^{2x}$. Soient $k_1, a \in \mathbb{R}$, les solutions seront de la forme ...

   (1)☐ $y = -3ax + ke^{2x}$ (2)☐ $y = 3kx + ae^{3x}$ (3)☐ $y = ke^{3x} + ae^{2x}$ (4)☐ $y = ke^{-2x} + ae^{3x}$

   (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. On dit que f admet une limite finie l en $+\infty$, si f est définie au voisinage de $+\infty$ et :

   (1)☐ $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 : \ |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - l| > \varepsilon$
   (2)☐ $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 : \ |x - a| > \delta \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$
   (3)☐ $\forall \varepsilon > 0, \exists A \in \mathbb{R} : \ x < A \Rightarrow |f(x) - l| > \varepsilon$
   (4)☐ $\forall \varepsilon > 0, \exists A \in \mathbb{R} : \ x > A \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$
   (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Soient f et g deux fonctions définies au voisinage de a et ne s'annulant pas au voisinage de a (sauf à la rigueur en a). On dit que f et g sont <u>équivalentes</u> au voisinage de a si

   (1)☐ $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$
   (2)☐ $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$
   (3)☐ $f(x) = g(x)\varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x \to a} \varepsilon(x) = 0$
   (4)☐ $f(x) = g(x)(1 + \varepsilon(x))$ avec $\lim\limits_{x \to a} \varepsilon(x) = 0$
   (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Un polynôme est équivalent à

   (1)☐ son terme de plus bas degré au voisinage de $\pm\infty$.
   (2)☐ son terme de plus haut degré au voisinage de $\pm\infty$.
   (3)☐ son terme de plus bas degré au voisinage de 0.
   (4)☐ son terme de plus haut degré au voisinage de 0.
   (5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Parmi les croissances comparées suivantes, lesquelles sont vraies ?

(1)☐ $(\ln x)^3 \underset{+\infty}{=} o(x^4)$ (2)☐ $\ln x \underset{0}{=} o(x^2)$ (3)☐ $x^2 \underset{+\infty}{=} o(e^x)$ (4)☐ $x \underset{0}{=} o(\ln x)$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. Parmi les équivalentes suivantes, lesquelles sont vraies ?

(1)☐ $\sin x \underset{0}{\sim} x$ (2)☐ $\cos x \underset{0}{\sim} x$ (3)☐ $e^x - 1 \underset{0}{\sim} e^x$ (4)☐ $\ln(1 + 2\tan x) \underset{0}{\sim} 2x$

(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert contenant 0, telle que $f(x) = 1 + x + o(x^2)$.

(1)☐ $f(2x) = 1 + 2x + o(x^2)$
(2)☐ $2f(x) = 1 + 2x + o(x)$
(3)☐ $f^2(x) = 1 + x^2 + o(x^2)$
(4)☐ $f(x) - x = o(x^2)$
(5)☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Au voisinage de 0 :

(1)☐ $\cos(x) = 1 - x + x^2 - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$

(2)☐ $e^{1+x} = e(1 + x + x^2 + o(x^2))$

(3)☐ $\frac{1}{1-2x} = 1 + 2x + 4x^2 + 8x^3 + o(x^3)$

(4)☐ $\frac{1}{1-x} = 1 - x + x^2 - x^3 + o(x^3)$

(5)☐ $\ln(1 + 2x) = 2x - 2x^2 + o(x^2)$

10. Parmi les limites suivantes lesquelles sont vraies ?

(1)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{x^2} = -1$ (2)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{x^2} = 1$

(3)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{x^2} = +\infty$ (4)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(x)}{x^2 - 1} = +\infty$ (5)☐ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(x)}{x^2 - 1} = 1$