

*Durée : 30 minutes.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.*

*Veillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.*

BON COURAGE !

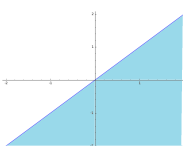
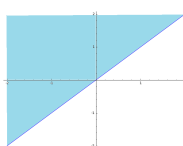
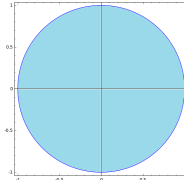
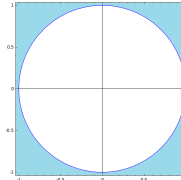
1. Soit $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \|\mathbf{x}\| > 0$ (2) ☐ $\|\lambda \mathbf{x}\| = \lambda \|\mathbf{x}\|$ (3) ☐ $\|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p}$
 (4) ☐ $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| = \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\| \Leftrightarrow \mathbf{x} \perp \mathbf{y}$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

2. On considère la fonction suivante : $f(x, y) = (x^2 + y^2, 2xy, x^2 - y^2)$. f est une fonction ...

- (1) ☐ scalaire (2) ☐ vectorielle (3) ☐ de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} (4) ☐ de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^3
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

3. Soit la fonction $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - 1}{\sqrt{y}}$. Parmi les graphes suivants, lequel décrit approximativement le domaine de définition de la fonction f ?

- (1) ☐  (2) ☐  (3) ☐  (4) ☐ 
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Soit $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Parmi les suivantes affirmations, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$
 (2) ☐ $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) \neq 0$
 (3) ☐ On ne peut pas calculer $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$.
 (4) ☐ f peut être prolongée par continuité en $(0, 0)$.
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Parmi les graphes suivants, lesquels représentent l'équation qui les précède ?

- (1) ☐ $f(x, y) = -x^2 - y^2$ (2) ☐ $f(x, y) = 1 - y^2$ (3) ☐ $f(x, y) = x^2 - y^2$
 (4) ☐ $f(x, y) = 3y + 2x$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

6. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ Si le gradient d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 s'annule en un point, cette fonction présente un extremum en ce point.
- (2) ☐ Quand on calcule une dérivée partielle seconde par rapport à deux variables, l'ordre des dérivations n'importe pas.
- (3) ☐ Si une fonction de classe \mathcal{C}^1 présente un extremum local en un point, son gradient est nul en ce point.
- (4) ☐ Une fonction de deux variables qui possède des dérivées partielles en un point est continue en ce point.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. On considère la fonction $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + y$. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 2x + y^2 - x + 1$ (2) ☐ $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = x^2 + 2y - y + 1$ (3) ☐ f est continue dans \mathbb{R}^2
- (4) ☐ Le domaine de f est \mathbb{R} (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. Soit la fonction $f(x, y) = 3x^2y - 4xy$. La dérivée au point $(x, y) = (1, 2)$ le long la direction $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ est ...

- (1) ☐ $3x^2 - 4x$ (2) ☐ $6xy - 4y$ (3) ☐ $\frac{1+4\sqrt{3}}{2}$ (4) ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Soit la fonction $f(x, y) = x \cos y$. $Hf(x, y) = \dots$

- (1) ☐ $[\cos y, -x \sin y]$ (2) ☐ $[-x \sin y, \cos y]$ (3) ☐ $\begin{bmatrix} 0 & -\sin y \\ -\sin y & -x \cos y \end{bmatrix}$ (4) ☐ $\begin{bmatrix} -\sin y & 0 \\ -x \cos y & -\sin y \end{bmatrix}$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^2 par $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$. Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies ?

- (1) ☐ Tous les points de la droite $y = 2x$ sont des points critiques.
- (2) ☐ Tous les points de la droite $y = \frac{x}{4}$ sont des points critiques.
- (3) ☐ Le point $(0, 0)$ est un point critique.
- (4) ☐ La fonction f n'admet aucun point critique.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.