






Durée : 1 heure.
Aucun document n'est autorisé.
La calculatrice collège est tolérée.

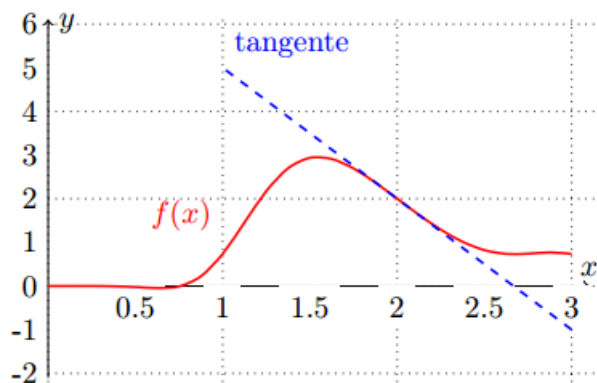
Veuillez ne pas répondre sur le sujet, mais sur la **feuille de réponse** prévue à cet effet.

- Les questions peuvent présenter une ou plusieurs réponses valides.
- Une mauvaise réponse enlève des points, une absence de réponse n'a pas d'incidence.
- En cas d'erreur, utilisez du « blanco ».
- Soyez très vigilant, avant de répondre à une question, de cocher la bonne ligne dans la grille.
- N'oubliez pas vos NOM, PRÉNOM et LOGIN (p62xxx). Par exemple, p62375 s'encode ainsi :

																																																																						
	<table border="0"> <tr> <td>Identifiant :</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> <td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td> </tr> <tr> <td>Chiffre 1 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 2 :</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 3 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 4 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Chiffre 5 :</td> <td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>				Identifiant :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Chiffre 1 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 2 :	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 3 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 4 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Chiffre 5 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Identifiant :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																												
Chiffre 1 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 2 :	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 3 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 4 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Chiffre 5 :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																												
Nom : PEDALETTI Prénom : PAOLO																																																																						

BON COURAGE !

1. Ci-dessous apparaît le graphe d'une fonction f . Quel est le seul développement limité qui soit possible ?



- (1) ☐ $2 - 3x - x^3 + o(x^3)$
 (2) ☐ $2 + 3x + x^3 + o(x^3)$
 (3) ☐ $2 + 3(x-2) + (x-2)^2 + o((x-2)^2)$
 (4) ☐ $2 - 3(x-2) + (x-2)^2 + o((x-2)^2)$
 (5) ☐ $2 - 3(x-2) + (x-2)^3 + o((x-2)^2)$

2. On considère $f(x) = \cos(x)$ au voisinage de 0. Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ $f(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
 (2) ☐ $f(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
 (3) ☐ $f(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + o(x^4)$
 (4) ☐ $f(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + o(x^4)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

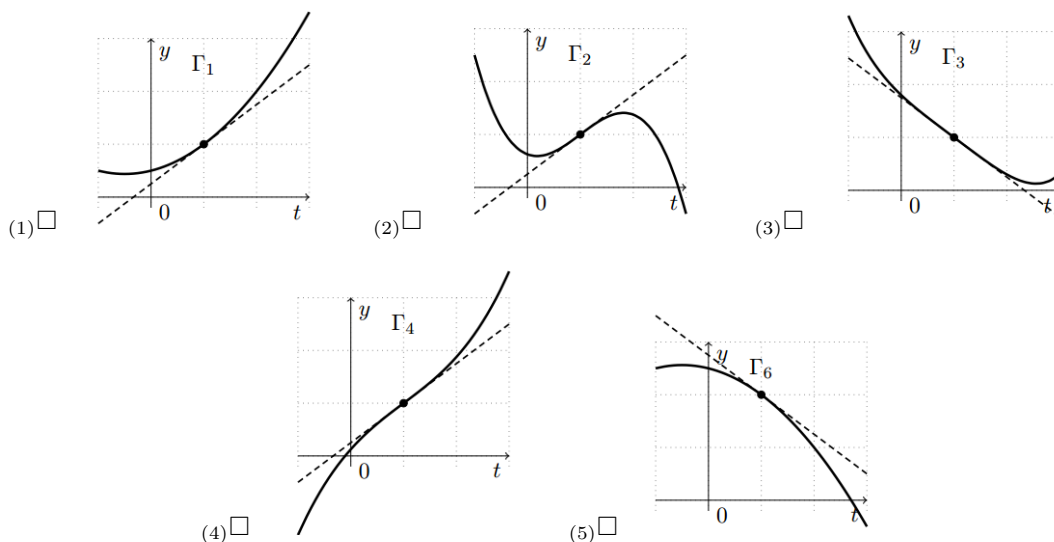
3. La valeur de la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{x^2}$ est ...

- (1) ☐ 0 (2) ☐ 1 (3) ☐ $\frac{3}{2}$ (4) ☐ $\frac{1}{2}$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

4. Soit $f(x) = \sin(x^2)$. Déterminer son développement limité en 0 à l'ordre 6, s'il existe.

- (1) ☐ $f(x) = 1 + x^2 + \frac{x^6}{2} + o(x^6)$
 (2) ☐ $f(x) = 1 - x^2 + \frac{x^6}{2} + o(x^6)$
 (3) ☐ $f(x) = x - \frac{x^5}{5} + o(x^6)$
 (4) ☐ $f(x) = x^2 - \frac{x^6}{6} + o(x^6)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

5. Soit $1 + \frac{3}{4}(t-1) + \frac{1}{4}(t-1)^2 + o((t-1)^2)$ le développement limité d'une fonction au voisinage de 1. Quel est le graphe de la fonction au voisinage de 1 ?



6. La formule de Taylor-Young à l'ordre n au voisinage de 0 pour une fonction $f \in \mathcal{C}^n$ s'écrit :

- (1) ☐ $f(x) = f(0) + xf'(x) + \frac{x^2}{2}f''(0) + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + o(x^n)$
 (2) ☐ $f(x) = xf'(x) + \frac{x^2}{2}f''(0) + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + x^n o(x)$
 (3) ☐ $f(x) = f(0) + xf'(x) + \frac{x^2}{2}f''(0) + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + x^n \varepsilon(x)$
 (4) ☐ $f(x) = xf'(x) + \frac{x^2}{2}f''(0) + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + x\varepsilon(x^n)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

7. La valeur de la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \sin(x)}{x}$ est ...

- (1) ☐ 0 (2) ☐ 1 (3) ☐ -1 (4) ☐ $+\infty$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

8. On considère $f(x) = \ln(2+x)$ au voisinage de 0. Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ $f(x) = x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
 (2) ☐ $f(x) = \ln(2)(x - \frac{x^2}{2} + o(x^2))$
 (3) ☐ $f(x) = \ln(2) + 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
 (4) ☐ $f(x) = \ln(2) + x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

9. Ci-dessous apparaît le graphe d'une fonction f . Quel est le seul développement limité qui soit possible pour f ?



- (1) ☐ $\ln(2) + \frac{1}{2x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$
 (2) ☐ $\ln(2) - \frac{1}{2x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$
 (3) ☐ $\ln(2) + 2x - 8x^2 + o(x^2)$
 (4) ☐ $\ln(2) - 2x - 8x^2 + o(x^2)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

10. Sauriez-vous donner l'expression de la fonction représentée sur le graphe de la question précédente ?

- (1) ☐ $f(x) = \ln(2+x)$ (2) ☐ $f(x) = \ln\left(2 + \frac{1}{x}\right)$ (3) ☐ $f(x) = \ln(1+x)$ (4) ☐ $f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

11. Soit $f(x) = \sin(x)$. Déterminer son développement limité en $\frac{\pi}{2}$ à l'ordre 5, si il existe.

- (1) ☐ $f(x) = \frac{(x - \frac{\pi}{2})^3}{3!} - \frac{(x - \frac{\pi}{2})^5}{5!} + o((x - \frac{\pi}{2})^5)$
 (2) ☐ $f(x) = \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + o(x^5)$
 (3) ☐ $f(x) = 1 - \frac{(x - \frac{\pi}{2})^2}{2} + \frac{(x - \frac{\pi}{2})^4}{4!} + o((x - \frac{\pi}{2})^5)$
 (4) ☐ $f(x) = 1 - \frac{(x - \frac{\pi}{2})^3}{3!} + \frac{(x - \frac{\pi}{2})^5}{5!} + o((x - \frac{\pi}{2})^5)$
 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

12. Soit $F = \frac{X^2 + 1}{X - 2}$ une fraction rationnelle à coefficients dans \mathbb{C} . Cocher la(les) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☐ F n'a pas de zéros.
- (2) ☐ 2 est un pôle de F .
- (3) ☐ Le degré de F est 2.
- (4) ☐ Le degré de F' est 1.
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

13. Soit le polynôme $P = X^6 - 3X^4 + 3X^2 - 1$. Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ $(X - 1)$ divise P .
- (2) ☐ $(X - 1)^2$ divise P
- (3) ☐ $(X - 1)^3$ divise P
- (4) ☐ $(X - 1)^4$ divise P
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

14. On considère le polynôme $P(X) = X^6 - 1$. Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ P est irréductible sur \mathbb{R}
- (2) ☐ P est irréductible sur \mathbb{C}
- (3) ☐ La décomposition de P sur \mathbb{C} est $\prod_{k=0}^5 (X - e^{\frac{ik\pi}{3}})$
- (4) ☐ La décomposition de P sur \mathbb{R} est $\prod_{k=0}^6 (X - e^{\frac{ik\pi}{3}})$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

15. Soit $F(X) = \frac{X^3}{X^3 + 1}$ une fraction rationnelle. Le degré de F est ...

- (1) ☐ 1 (2) ☐ 0 (3) ☐ $-\infty$ (4) ☐ $+\infty$ (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

16. Soit le polynôme $P = 2X^5 + 5X^4 + 2X^3 - 4X^2 - 4X - 1$ et -1 une racine de P . Quel est l'ordre de multiplicité de P ?

- (1) ☐ 0 (2) ☐ 1 (3) ☐ 2 (4) ☐ 3 (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

17. On considère le polynôme $P(X) = X^3 - 2X^2 - 5X + 6$. Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ P est irréductible sur \mathbb{R}
- (2) ☐ La décomposition de P sur \mathbb{R} est $(X^2 - X - 6)(X - 1)$
- (3) ☐ La décomposition de P sur \mathbb{R} est $(X - 3)(X - 2)(X - 1)$
- (4) ☐ La décomposition de P sur \mathbb{C} est $(X - 3)(X - 2)(X - 1)$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

18. P et Q sont deux polynômes à coefficients dans \mathbb{R} . Cocher les affirmations correctes.

- (1) ☐ $\frac{P}{Q} \in \mathbb{R}$ (2) ☐ $\frac{P}{Q} \in \mathbb{R}[X]$ (3) ☐ $\frac{P}{Q} \in \mathbb{R}(X)$ (4) ☐ $\frac{P}{Q} \in \mathbb{R}[X] \times \mathbb{R}[X]$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

19. On considère le polynôme $P(X) = X^2 + X + 1$. P est irréductible sur ...

- (1) ☐ \mathbb{Z} (2) ☐ \mathbb{Q} (3) ☐ \mathbb{R} (4) ☐ \mathbb{C} (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.

20. Soient F et G deux fractions rationnelles. Cocher la(les) affirmation(s) correcte(s).

- (1) ☐ Si F a degré nul, alors est une constante.
- (2) ☐ $\deg(F \circ G) = \deg F \times \deg G$
- (3) ☐ $\deg F' = \deg F - 1$
- (4) ☐ $\deg(FG) = \deg F \times \deg G$
- (5) ☐ aucune des réponses précédentes n'est correcte.