1 Ćwiczenia

1. Udowodnij w systemie dedukcji naturalnej używając termów logiki intuicjonistycznej. Potaraj się, aby powstały dowód był znormalizowany.

   (a) $\bot \to p$

   (b) $p \to \neg\neg p$

   (c) $\neg\neg\neg p \to \neg p$

   (d) $(p \to q) \to (\neg q \to \neg p)$

   (e) $(\neg p \vee \neg q) \to \neg(q \wedge p)$

   (f) $((p \wedge q) \to r) \to (p \to (q \to r))$

2. Znajdź lambda termy odpowiadające tym dowodom.

3. Udowodnij, że $a \leqslant b \Leftrightarrow a \cup b = b$ zdefiniowana na algebrze boolowskiej jest porządkiem częściowym oraz:

   (a) $a \cap b \leqslant a$

   (b) $a \leqslant b$ wtw $a \cap b = a$

   (c) $\cap, \cup$ to odpowiednio infimum i supremum względem porządku $\leqslant$

   (d) 0 i 1 to odpowiednio najmiejszy i największy element w tym porządku.

4. Udowodnij izomorfizm Currego Howarda dla cześci implikacyjnej logiki intuicjonistycznej i typowanego rachunku lambda.

5. Udowodnij (korzystając z odpowiedniego modelu Kripkego), że $p \vee \neg p$ nie jest tautologią logiki intuicjonistycznej. (Podpowiedź : istnieje model o $|C| = 2$, dla którego ta formuła nie jest prawdziwa)