

# Logika intuicjonistyczna i izomorfizm Curry'ego Howarda

Julia Majkowska

21 Października 2018

- 1 Logika intuicjonistyczna
  - Wstęp
  - Dedukcja Naturalna
  - Second Subsection
  
- 2 Izomorfizm Curry'ego Howarda
  - Another Subsection

- 1 Logika intuicjonistyczna
  - Wstęp
  - Dedukcja Naturalna
  - Second Subsection
- 2 Izomorfizm Curry'ego Howarda
  - Another Subsection

# Wstęp

- Logika oparta na konstrukcji zmiennej
- Koncepcję przypisuje się matematykowi filozofowi Luitzen Egbertus Jan Brouwer (początek XX w)
- Formalna gałąź logiki od 1930r.

# Semantyka

## Interpretacja BHK zasad tworzenia formuł

- 1 Konstrukcja  $\phi_1 \wedge \phi_2$  składa się z konstrukcji  $\phi_1$  i  $\phi_2$ .
- 2 Konstrukcja  $\phi_1 \vee \phi_2$  składa się z konstrukcji  $i \in \{1, 2\}$  i  $\phi_i$ .
- 3 Konstrukcja  $\phi_1 \rightarrow \phi_2$  to funkcja zamieniająca konstrukcje  $\phi_1$  na konstrukcje  $\phi_2$ .
- 4  $\perp$  oznacza brak konstrukcji.
- 5  $\neg\phi$  to skrócony zapis  $\phi \rightarrow \perp$

## Example

- 1  $\perp \rightarrow \phi$
- 2  $p \rightarrow \neg\neg p$

# Semantyka

## Konwencje zapisu formuł

- 1  $\neg p$  to skrót dla  $p \rightarrow \perp$
- 2  $p \leftrightarrow q$  to skrót dla  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- 3  $\rightarrow$  wiąże do prawej i ma najniższy priorytet
- 4  $\neg$  ma najwyższy priorytet
- 5  $\wedge$  i  $\vee$  wiążą do lewej i mają ten sam priorytet
- 6 Nie piszemy najbardziej zewnętrznych nawiasów

## Example

$$\neg p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow (((\neg p) \wedge q) \rightarrow r)$$

## 1 Logika intuicjonistyczna

- Wstęp
- Dedukcja Naturalna
- Second Subsection

## 2 Izomorfizm Curry'ego Howarda

- Another Subsection

# Dedukcja naturalna logiki intuicjonistycznej

## Oznaczenia

- ❶  $PV$  - zbiór wszystkich zmiennych
- ❷  $\Phi ::= \perp | PV | (\Phi \rightarrow \Phi) | (\Phi \vee \Phi) | (\Phi \wedge \Phi)$  - zbiór formuł
- ❸ Kontekst to skończony podzbiór  $\Phi$ . Będziemy używali  $\Gamma$  i  $\Delta$  do oznaczania kontekstów
- ❹  $\Gamma \vdash p$  intuicyjnie oznacza, że  $p$  wynika z założeń  $\Gamma$ .
- ❺ Zamiast  $\Gamma \cup \Delta$  będziemy pisać  $\Gamma, \Delta$ , a zamiast  $\{\} \vdash p$  będziemy pisać  $\vdash p$ .
- ❻ Formalnym dowodem  $\Gamma \vdash p$  jest drzewo, w którym  $\Gamma \vdash p$  jest korzeniem, liśćmi są axiomy, a przejścia od ojca do syna odbywają się zgodnie z niżej podanymi zasadami.
- ❼ Jeśli  $\vdash p$  to  $p$  jest tautologią logiki intuicjonistycznej



# Dedukcja naturalna logiki intuicjonistycznej

$\Gamma, \varphi \vdash \varphi$  (Ax)

$$\begin{array}{c}
 \frac{\Gamma \vdash \varphi \quad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi} (\wedge I) \qquad \frac{\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \varphi} (\wedge E) \quad \frac{\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \psi} (\wedge E) \\
 \frac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \varphi \vee \psi} (\vee I) \quad \frac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \varphi \vee \psi} (\vee I) \qquad \frac{\Gamma, \varphi \vdash \rho \quad \Gamma, \psi \vdash \rho \quad \Gamma \vdash \varphi \vee \psi}{\Gamma \vdash \rho} (\vee E) \\
 \frac{\Gamma, \varphi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi} (\rightarrow I) \qquad \frac{\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi \quad \Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \psi} (\rightarrow E) \\
 \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash \varphi} (\perp E)
 \end{array}$$

- 1 Logika intuicjonistyczna
  - Wstęp
  - Dedukcja Naturalna
  - Second Subsection
- 2 Izomorfizm Curry'ego Howarda
  - Another Subsection

## Second Slide Title

- First item.

## Second Slide Title

- First item.
- Second item.

## Second Slide Title

- First item.
- Second item.
- Third item.

## Second Slide Title

- First item.
- Second item.
- Third item.
- Fourth item.

## Second Slide Title

- First item.
- Second item.
- Third item.
- Fourth item.
- Fifth item.

## Second Slide Title

- First item.
- Second item.
- Third item.
- Fourth item.
- Fifth item. Extra text in the fifth item.



- 1 Logika intuicjonistyczna
  - Wstęp
  - Dedukcja Naturalna
  - Second Subsection
- 2 Izomorfizm Curry'ego Howarda
  - Another Subsection

# Blocks

## Block Title

You can also highlight sections of your presentation in a block, with it's own title

## Theorem

*There are separate environments for theorems, examples, definitions and proofs.*

## Example

Here is an example of an example block.

# Summary

- The **first main message** of your talk in one or two lines.
- The **second main message** of your talk in one or two lines.
- Perhaps a **third message**, but not more than that.
- Outlook
  - Something you haven't solved.
  - Something else you haven't solved.

# For Further Reading I



A. Author.

*Handbook of Everything.*

Some Press, 1990.



S. Someone.

On this and that.

*Journal of This and That*, 2(1):50–100, 2000.