Шеншиной Юлии 491

Вопрос 1. Параметр α в алгоритме ЭСС отвечает за „память" модели.

Из формулы $\hat{y}_{T+1} = \alpha y_T + \alpha(1-\alpha)y_{T-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{T-2} + \ldots$ видно, что при $\alpha \to 1$ прогноз $\hat{y}_{T+1} \to y_T$, то есть модель „забывает" предыдущую историю и делает прогноз, опираясь на значение y_T.

Если же рассмотреть случай $\alpha \to 0$, то значение $(1-\alpha) \to 1$, тогда $\hat{y}_{T+1} \to \sum_k \alpha y_{T-k}$, то есть модель „помнит" длинный фрагмент истории, причём чем меньше значение α, тем медленнее убывает значение $(1-\alpha)^k$ с ростом k, а значит, тем больше предыдущих значений учитывается при прогнозировании $\hat{y}_{T+1}$.

Вопрос 2. Из формулы $b_t = \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$ видно, что при ~~в~~ $\beta \to 0$ $b_t \to b_{t-1}$, т.е. новое значение зависит от предыдущего, а при $\beta \to 1$ $b_t \to l_t - l_{t-1}$, то есть зависит от разности знач. в два предыд. момента времени, т.е.

1) для плавно меняющ. тренда берем малые $\beta \approx 0$, чтобы не реагировать на шум

2) для стохастич. меняющ. тренда $\beta \approx 1$, т.к. предыд. значение мало влияет на следующее.

Вопрос 3. Доказать

1) $l_t = \alpha(y_t - s_{t-p}) + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \overset{?}{=} l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t$

Рассмотрим правую часть.

$$l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha(y_t - \hat{y}_t) =$$
$$= l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha\big(y_t - (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-p})\big) =$$
$$= (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) + \alpha(y_t - s_{t-p})$$

2) $b_t = \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \overset{?}{=} b_{t-1} + \alpha\beta e_t$

Из рав-ва $l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t \Rightarrow l_t - l_{t-1} = b_{t-1} + \alpha e_t$

$$b_t = \beta(b_{t-1} + \alpha e_t) + (1-\beta)b_{t-1} = b_{t-1} + \alpha\beta e_t$$

3) $s_t = \gamma(y_t - l_t) + (1-\gamma)s_{t-p} \overset{?}{=} s_{t-p} + \gamma(1-\alpha)e_t$

Из рав-ва $l_t - l_{t-1} = b_{t-1} + \alpha e_t$

$y_t - \hat{y}_t = e_t \Rightarrow (y_t - s_{t-p}) = (l_{t-1} + b_{t-1}) + e_t$

$$\gamma(y_t - l_t) + (1-\gamma)s_{t-p} = \gamma(y_t - s_{t-p}) - \gamma l_t + s_{t-p} =$$
$$= \gamma(l_{t-1} + b_{t-1} + e_t) - \gamma l_t + s_{t-p} = -\gamma(l_t - l_{t-1}) + \gamma b_{t-1} + \gamma e_t + s_{t-p} =$$
$$= -\gamma(b_{t-1} + \alpha e_t) + \gamma b_{t-1} + \gamma e_t + s_{t-p} = s_{t-p} + \gamma(1-\alpha)e_t.$$

Вопрос 4. Вывести ф-лу расчёта скрытых компонент...

$$\hat{y}_{t+h|t} = l_t + (\varphi + \varphi^2 + \dots + \varphi^h) b_t$$

1. $l_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(l_{t-1} + \varphi b_{t-1})$

$$\hat{y}_{t|t-1} = l_{t-1} + \varphi b_{t-1}$$

$$l_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_t = (\alpha - 1) y_t + y_t + (1-\alpha)\hat{y}_t = y_t - (1-\alpha)(y_t - \hat{y}_t) =$$

$$= y_t - (1-\alpha) e_t$$

2. $b_t = \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)\varphi b_{t-1}$

$$\hat{y}_{t|t-1} = l_{t-1} + \varphi b_{t-1}$$

$$b_t = -\beta(l_{t-1} + \varphi b_{t-1}) + \beta l_t + \varphi b_{t-1} = -\beta \hat{y}_t + \beta l_t + \varphi b_{t-1} =$$

$$= -\beta y_t + \beta y_t - \beta(1-\alpha) e_t + \varphi b_{t-1} = \beta(y_t - \hat{y}_t) - \beta e_t + \alpha\beta e_t +$$

$$+ \varphi b_{t-1}$$

$$b_t = \varphi b_{t-1} + \alpha\beta e_t$$