

Лабораторная работа 4.1.1

Геометрическая оптика

Татаурова Юлия, Павлов Матвей

29 марта 2025 г.

Аннотация

В работе определяются фокусные расстояния линз. Используются следующие методы определения фокусов: с помощью зрительной трубы; методом Бесселя; методом Аббе. Был собран телескоп Кеплера и проекционный микроскоп. Определены их увеличения.

Теоретические сведения

Определение фокусного расстояния собирающих линз и сложных оптических систем по методу Бесселя

Схема метода Бесселя для случая, когда $n = n'$ и $f' = -f$, представлена на 1. Она основана на том, что при заданном расстоянии L между предметом и экраном уравнение (1.24) представляет собой квадратное уравнение относительно расстояния s от главной плоскости пространства предметов до предмета ($s < 0$):

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{L - \delta + s} = \frac{1}{f}, \quad (1)$$

имеющее при условии $L > 4f + \delta$ решения s_1 и s_2 , показанные на рис. 2, где δ — расстояние между главными плоскостями системы (линзы).

С учётом симметрии и направлений измерения расстояний, положения предметов определяются соотношениями $s'_2 = -s_1$ и $s'_1 = -s_2$. Для расстояния L между предметом и экраном и расстояния ℓ между двумя положениями системы (линзы) получаем: $L - \delta = s'_1 - s_1$,

$$\ell = -s_2 + s_1 = s_1 + s'_1. \quad (2)$$

Отсюда следует, что

$$s_1 = -\frac{1}{2}(L - \delta - \ell), \quad s'_1 = \frac{1}{2}(L - \delta + \ell). \quad (3)$$

Подставляя (3) в формулу (1.22), после преобразований находим выражение:

$$f = \frac{(L - \delta)^2 - \ell^2}{4(L - \delta)}. \quad (4)$$

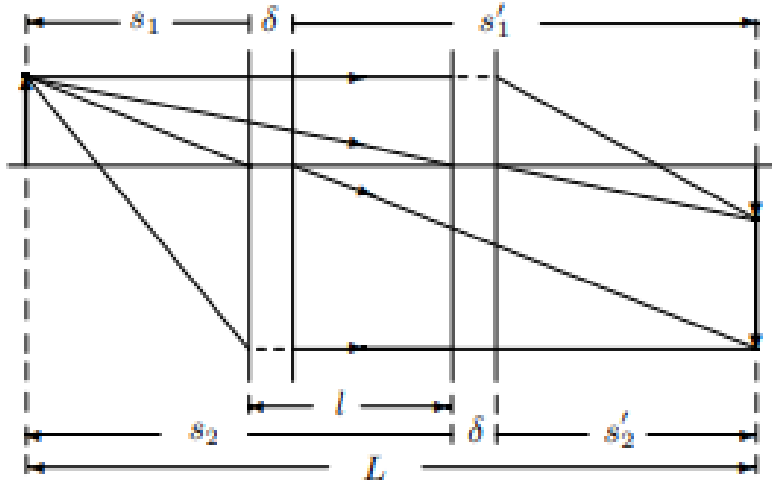


Рис. 1: Измерение фокусного расстояния оптической системы по методу Бесселя

Если выполняется условие $|\delta| \ll L$, то с относительной погрешностью

$$\varepsilon_f = \frac{L^2 + \ell^2}{L^2 - \ell^2} \quad (5)$$

формула (4) может быть представлена в более простом виде:

$$f = \frac{L^2 - \ell^2}{4L}. \quad (6)$$

Для определения фокусного расстояния f достаточно измерить расстояние L между предметом и экраном и расстояние ℓ между двумя положениями системы, при которых на экране видны чёткие изображения.

Если выполнить измерения для двух пар величин L и ℓ , то из двух уравнений вида (4) можно найти обе характеристики системы: f и δ .

При выводе формул (1)–(5) предполагалось, что расстояние между главными плоскостями системы положительно ($\delta > 0$), однако полученные результаты справедливы и для $\delta \leq 0$.

Определение фокусного расстояния тонкой собирающей линзы и сложных оптических систем по методу Аббе

Измерение фокусного расстояния по методу Аббе основано на определении поперечного увеличения для нескольких (не менее двух) различных положений предмета, находящегося на оптической оси исследуемой оптической системы.

Фокусное расстояние системы можно выразить через положения предмета и соответствующие увеличения следующим образом:

$$f = \frac{\Delta x}{\Delta(y/y')} = -\frac{\Delta x'}{\Delta(y'/y)}, \quad (7)$$

где: $\Delta x = x_2 - x_1$ — смещение предмета, $\Delta x' = x'_2 - x'_1$ — соответствующее ему перемещение изображения, $\Delta(y'/y) = y_2/y'_2 - y_1/y'_1$ — приращение поперечного увеличения, $\Delta(y/y')$ — приращение величины, обратной поперечному увеличению.

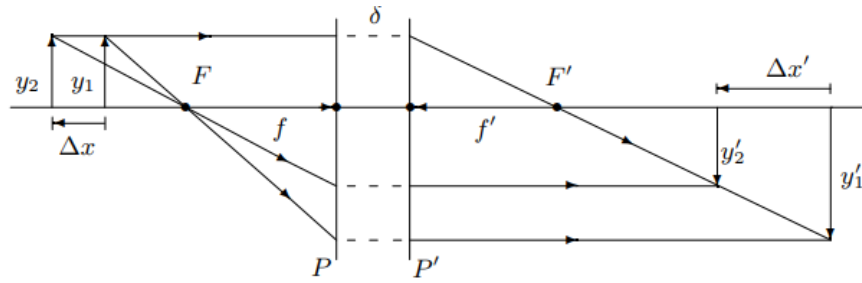


Рис. 2: Измерение фокусного расстояния оптической системы по методу Аббе

Для повышения точности измерений следует выбирать такие смещения Δx , чтобы увеличения заметно отличались друг от друга. С целью уменьшения случайной ошибки, возникающей при фокусировке изображения, измерения следует проводить несколько раз, усредняя полученные данные.

Основное достоинство метода Аббе состоит в том, что фокусное расстояние сложной системы или линзы, как это видно из рисунка, может быть получено при неизвестном расстоянии δ между главными плоскостями P и P' .

Микроскоп

Микроскоп состоит из двух собирающих систем линз — объектива и окуляра, расположенных на расстоянии t_{12} друг от друга в трубе, называемой тубусом. Длина тубуса у всех микроскопов, выпускаемых отечественной промышленностью, составляет 16 см, что значительно превышает фокусные расстояния объектива и окуляра. Предмет помещается на малом расстоянии перед передним фокусом объектива. Между предметом и объективом может находиться иммерсионная жидкость с показателем преломления n , тогда такой микроскоп называется *иммерсионным*.

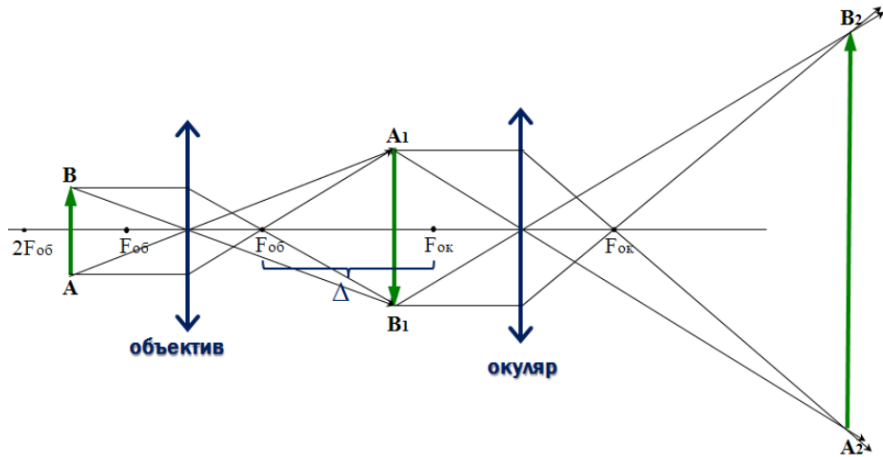


Рис. 3: Ход лучей в проекционном микроскопе

Объектив даёт действительное перевёрнутое увеличенное изображение A_1B_1 предмета AB , которое рассматривается через окуляр, действующий как лупа. Мнимое изображение A_1B_1 , даваемое окуляром, располагается на некотором расстоянии d от окуляра. Наводя мик-

роскоп на резкость, наблюдатель автоматически устанавливает такое расстояние d , которое удобно для аккомодации глаза.

Фокусные расстояния микроскопа как сложной системы даются формулами:

$$f_M = -\frac{f_1 f_2}{\Delta}, \quad f'_M = \frac{f'_1 f'_2}{\Delta}, \quad (8)$$

где Δ — оптический интервал. Для безиммерсионного микроскопа ($n = n' = 1$), для которого $f_1 = -f'_1 > 0$, $f_2 = -f'_2 > 0$, увеличение выражается как:

$$N_M = \frac{L}{f_M} = -\frac{\Delta L}{f_1 f_2}, \quad \Delta = t_{12} - f_1 - f_2. \quad (9)$$

Величину N_M можно представить в виде произведения увеличений объектива и окуляра:

$$N_M = N_1 N_2, \quad N_1 = -\frac{\Delta}{f_1}, \quad N_2 = \frac{L}{f_2}. \quad (10)$$

Для иммерсионного микроскопа увеличение (9) надо умножить на n — показатель преломления иммерсионной жидкости.

Зрительные трубы

Зрительные трубы, основными элементами которых являются объектив и окуляр, предназначены для наблюдения удалённых предметов. Уменьшенное обратное изображение A удалённого предмета, даваемое объективом, находится практически в его фокальной плоскости. Мнимое изображение B , даваемое окуляром, располагается на расстоянии d от окуляра.

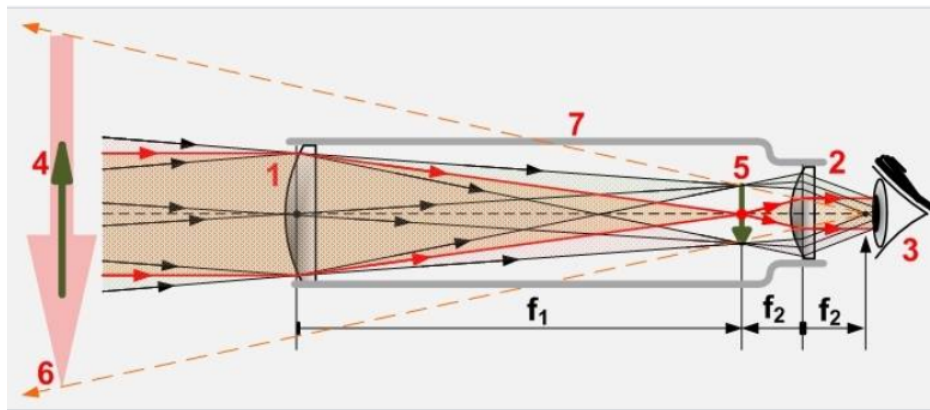


Рис. 4: Ход лучей в зрительной трубе Кеплера

В теории зрительных труб считается, что глаз аккомодирован на бесконечность. При этом мнимое изображение B должно располагаться в бесконечности, и, следовательно, промежуточное изображение A должно находиться в фокальной плоскости окуляра, а задний фокус объектива должен быть совмещён с передним фокусом окуляра. В таком случае зрительные трубы представляют собой телескопические системы.

Экспериментальная установка

Оборудование: оптическая скамья, набор линз, экран, осветитель со шкалой, зрительная труба, диафрагма, линейка.

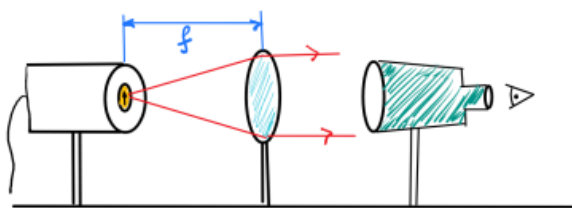
Все элементы оптической системы должны быть центрированы относительно оптической оси: выставлены по высоте и по поперечному положению. Поэтому перед началом работы отцентрируем систему. Порядок центровки следующий:

- 1) Установили источник в начале оптической скамьи и направили его вдоль скамьи.
- 2) Установили подзорную трубу вдоль скамьи так, чтобы её объектив оказался непосредственно напротив источника; выровняли их по высоте и по поперечному расположению.
- 3) Установили экран непосредственно перед источником и выровняли его по высоте и поперечному смещению так, чтобы центр светового пятна от источника совпадал с центром экрана.
- 4) Для центровки первой собирающей линзы поставили её между уже центрированными источником и экраном. Убедились, что плоскость линзы была перпендикулярна оптической скамье. Отрегулировали положение линзы по высоте и в боковом направлении так, чтобы центр светового пятна снова оказался в центре экрана. Перемещая линзу вдоль скамьи, уточнили её центровку. Зафиксировали крепёжные винты линзы.
- 5) Добавляли следующие линзы последовательно, устанавливая их между предыдущей линзой и экраном. Центрировали положение пятна на экране, изменяя положение только добавляемой линзы.

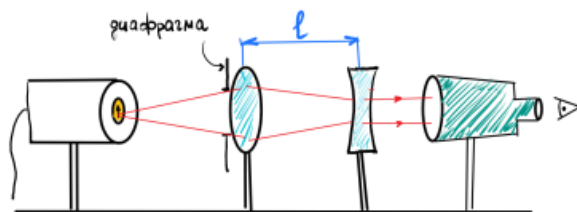
I. Определение фокусных расстояний линз с помощью подзорной трубы

1) Настроили подзорную трубу так, чтобы она была сфокусирована на «бесконечность». Наведя трубу на далёкий предмет и с помощью фокусирующего винта трубы получили чёткое изображение предмета.

2) Расположили одну из линз на оптической скамье перед источником света на расстоянии, приблизительно равном фокусному. Далее за линзой разместили подзорную трубу



(а) Схема установки для измерения фокусных расстояний собирающих линз



(b) Схема установки для измерения фокусного расстояния рассеивающей линзы

3) Далее разворачивали линзы и измеряли их фокусные расстояния. Результат измерений приведен ниже.

№ линзы	F_1 , см	F_2 , см
4.6	4.2	4.8
4.2	10.1	10.2
4.1	4.1	4.9
4.4	18.3	17.5
4.3	12.2	12.4

Таблица 1: Результаты измерений фокусных расстояний с помощью подзорной трубы

Повторяя измерения несколько раз для одной линзы, каждый раз заодно выставляя линзу, мы получали одинаковые результаты, поэтому среднеквадратичное отклонение далее не будем учитывать. Поэтому погрешность измерения фокусного расстояния $\sigma_F = 0.1$ см.

Вычислили фокусное расстояния рассеивающей линзы.

а) Разместили на скамье перед источником вспомогательную положительную линзу (линза №4.2 с фокусом $F \approx 10$ см) и получили на экране за линзой чёткое изображение предмета. Измерили расстояние от линзы до экрана $a_0 = 20 \pm 0.1$ см.

б) Использовали полученное изображение в качестве мнимого предмета для рассеивающей линзы: поместили отрицательную линзу между положительной и экраном.

с) Убрали экран и за отрицательной линзой разместили подзорную трубу. Перемещая отрицательную линзу по скамье (положительная оставалась неподвижной), получили сфокусированное изображение предмета в подзорную трубу.

д) Измерили расстояние $l = 17.9 \pm 0.1$ см между положительной и отрицательной линзами. Определили фокусное расстояние отрицательной линзы.

$$F_{\text{отр}} = a_0 - l = -2.1 \pm 0.2 \text{ см} \quad (11)$$

II. Измерение фокусных расстояний линз по формуле тонкой линзы и методом Бесселя

Использовалась линза №4.2 с фокусным расстоянием $F \approx 10$ см. Поместив исследуемую линзу между источником и экраном и нашли два её положения, при которых на экране возникают чёткие действительные изображения — в одном случае увеличенное, а в другом уменьшенное. Соответственно $s_1 = 21 \pm 0.1$ см и $s_2 = 28.7 \pm 0.1$ см. Смещение между этими положениями $l = s_2 - s_1 = 7.7 \pm 0.2$ см. Расстояние от источника до экрана $L = 51.2 \pm 0.1$ см. Тогда по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{s} + \frac{1}{L - s} \quad (12)$$

$$F_1 = 12.6 \pm 0.2 \text{ см}; F_2 = 12.4 \pm 0.2 \text{ см}$$

По приближенной формуле Бесселя:

$$F = \frac{L^2 - l^2}{4L} = 12.5 \pm 0.3 \text{ см} \quad (13)$$

Далее повернув линзу другой стороной повторили измерения:

$$s_1 = 21 \pm 0.1 \text{ см}; s_2 = 28 \pm 0.1 \text{ см}$$

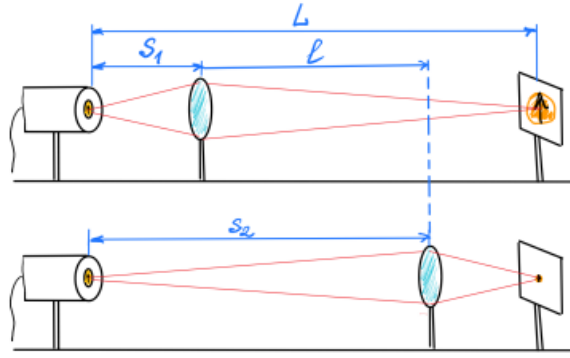


Рис. 6: Схема установки для измерения фокусных расстояний собирающих линз по формуле тонкой линзы

Тогда по формуле тонкой линзы:

$$F_1 = 12.6 \pm 0.2 \text{ см}; F_2 = 12.4 \pm 0.2 \text{ см}$$

По приближенной формуле Бесселя:

$$F = 12.5 \pm 0.3 \text{ см}$$

III. Измерение фокусных расстояний методом Аббе

1) Установили линзу между осветителем с транспарантом - предметом известного размера y_0 - и экраном. Получили на экране сфокусированное действительное изображение предмета и измерили его линейный размер y_1 .

2) Отодвинули осветитель на некоторое расстояние Δx от линзы (линза оставалась неподвижной), измерив величину смещения. Затем придвинули экран к линзе на расстояние $\Delta x'$ до получения сфокусированного изображения. Измерили новый размер изображения y_2 .

3) Рассчитали фокусное расстояние линзы методом Аббе:

$$f = \frac{\Delta x'}{y_1/y_0 - y_2/y_0} = \frac{\Delta x}{y_0/y_2 - y_0/y_1} \quad (14)$$

Сторона линзы	y_0 , см	y_1 , см	y_2 , см	Δx , см	$\Delta x'$, см	f , см	f' , см
Прямая	2	3	2	3	4.6	9.2 ± 1.1	9.1 ± 1.05
Обратная	2	2	1.5	3	2.3	9.2 ± 1.15	9.1 ± 1.1

Таблица 2: Данные для определения фокусного расстояния методом Аббе
($\sigma_y = 0.05$ см; $\sigma_{\Delta x} = 0.1$ см)

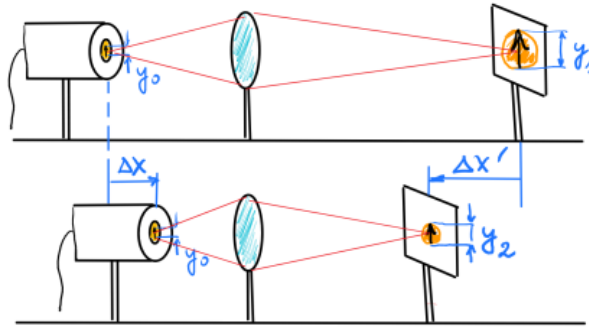


Рис. 7: Схема установки для измерения фокусных расстояний собирающих линз методом Аббе

IV. Сборка и изучение подзорных труб Кеплера

1) Из имеющегося набора линз выбрали три: две линзы для объектива и окуляра (№4.3 $F_3 = 12.2\text{см}$ и №4.6 $F_6 = 4.8\text{см}$), а также одну из собирающих линз для использования в качестве коллиматора (№4.4 $F_4 = 18.3\text{см}$).

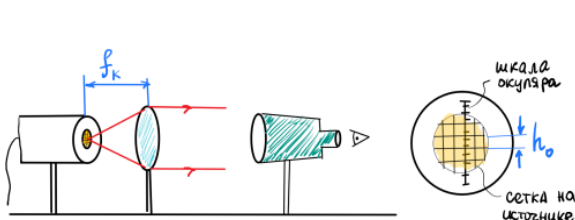
2) Настройка коллиматора:

С помощью подзорной трубы установили коллиматорную линзу перед источником так, чтобы транспарант оказался строго в фокусе линзы. Таким образом создали расположенный на бесконечности предмет, который затем рассматривали с помощью модели телескопа.

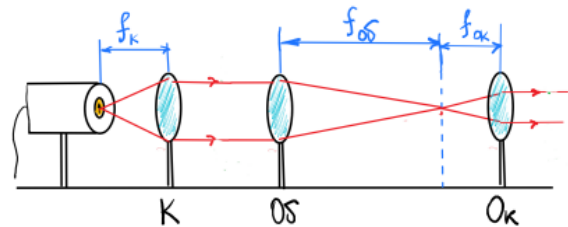
3) Измерение углового размера:

Глядя в окуляр вспомогательной подзорной трубы, оценили, сколько ячеек сетки изображения укладывается в круг радиуса риски. Так же посчитали и для увеличенного изображения. $a_1^2 \cdot n_1 = a_2^2 \cdot n_2$, где a_1, a_2 - размеры ячеек, n_1, n_2 - количество, укладываемых квадратов.

Отсюда получаем $\gamma_{\text{экс}} = \frac{a_2}{a_1} = \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} = \sqrt{\frac{11}{5}} = 1.5 \pm 0.8$. Здесь погрешность для n мы оценили в один квадрат $\sigma_n = 1$ $\gamma_{\text{теор}} = f_{\text{об}}/f_{\text{ок}} = 2.5 \pm 0.3$. Погрешность была посчитана с учетом того, что мы могли перепутать стороны линзы.



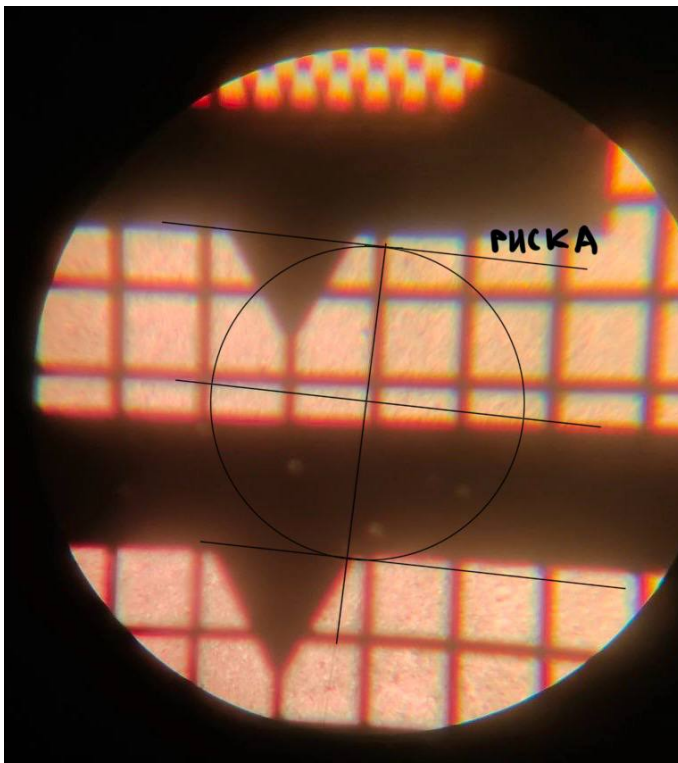
(a) Схема установки для калибровки сетки



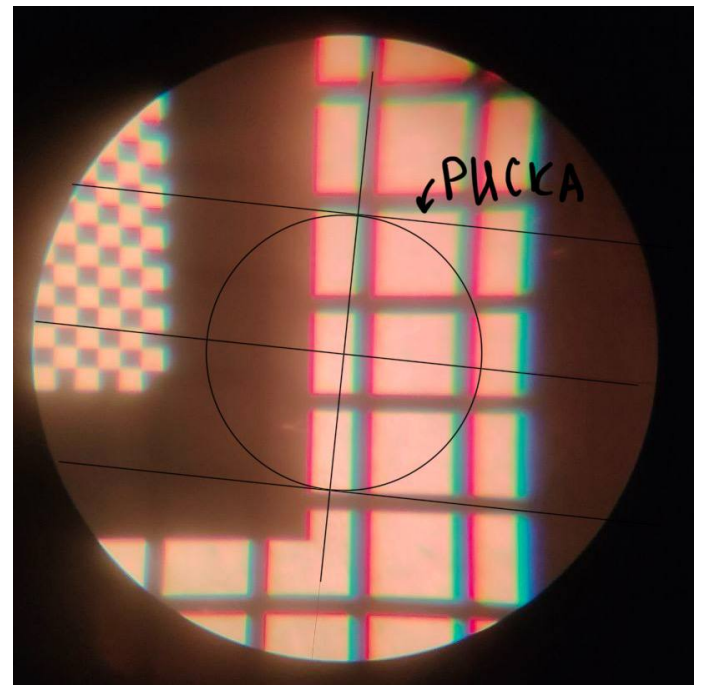
(b) Схема телескопа Кеплера

V. Сборка и изучение модели микроскопа

Проекционный микроскоп: Изображение предмета в микроскопе можно сделать действительным и сфокусировать его на экране за окуляром (проекционный микроскоп). Увеличение проекционного микроскопа равно:



(a) Изображение сетки при калибровке



(b) Увеличенное изображение в телескопе

Рис. 9: Определение углового увеличения телескопа Кеплера

$$\gamma_{\text{уп}} = \frac{L - f_{\text{ок}}}{f_{\text{ок}}} \cdot \frac{\Delta}{f_{\text{об}}}, \quad (15)$$

где L — расстояние от окуляра до экрана.

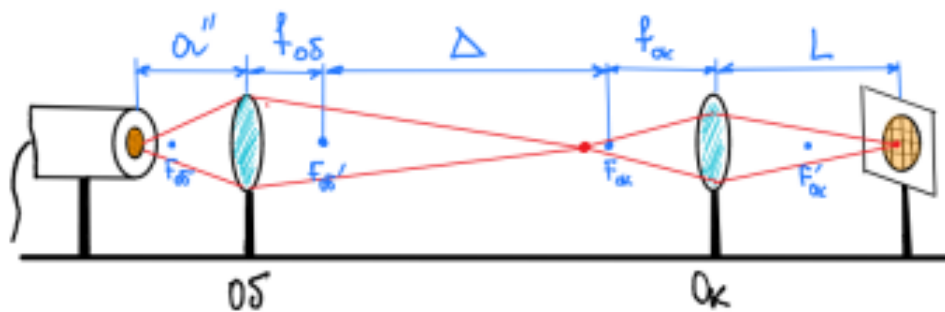


Рис. 10: Схема микроскопа

В качестве объектива и окуляра были выбраны линзы №4.6 $F_6 = 4.2$ см и №4.1 $F_1 = 4.1$ см соответственно.

$$L = 29 \text{ см}; \gamma = 5 \text{ см};$$

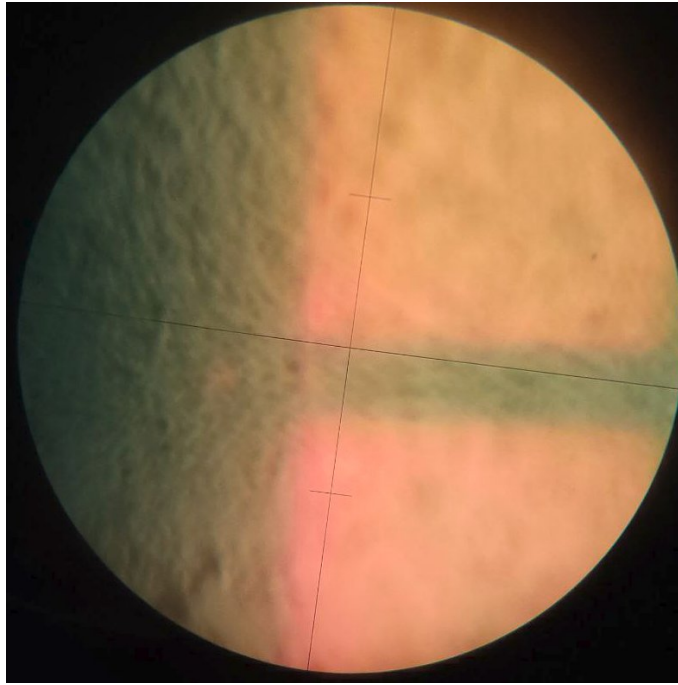


Рис. 11: Оценка увеличения "на глаз"

$$\Delta x = \gamma \frac{f_{об} \cdot f_{ок}}{L - f_{об}} = 3.45 \text{ см}$$

На глаз увеличение оценить сложно, но должно быть больше 5. Отношение размера изображения на экране к размеру самого изображения $\alpha = \frac{4}{1.3} = 3.1$

Выводы

Были посчитаны фокусные расстояния линзы различными способами:

- 1) С помощью подзорной трубы $f_{4.2} = 10.1 \pm 0.2 \text{ см}$
- 2) По формуле тонкой линзы $f_{4.2} = 12.4 \pm 0.2 \text{ см}$
- 3) По формуле Бесселя $f_{4.2} = 12.5 \pm 0.3 \text{ см}$
- 4) Методом Аббе $f_{4.2} = 9.1 \pm 0.1 \text{ см}$

Так же для всех линз были определены фокусные расстояния (с помощью подзорной трубы) и с обратной стороны, чтобы можно было определить, можно ли считать линзу тонкой. Разброс результатов не превышает 13%, поэтому считаем линзы тонкими.

Так же был собран телескоп Кеплера и определено его угловое увеличение: Экспериментально ≈ 1.5 и теоретически ≈ 2.5 . Этом можно объяснить тем, что определять увеличение по изображению на телескопе очень неточно и с учетом большой погрешности $\approx 50\%$ результат даже можно считать близким к теории.

Был собран проекционный микроскоп с увеличением 5.