

# Лабораторная работа 4.3.1

## Изучение дифракции света

Татаурова Юлия, Павлов Матвей

4 мая 2025 г.

### Аннотация

В работе мы исследовали явления дифракции Френеля на щели, дифракции Фраунгофера на щели и на двух щелях, изучили влияние дифракции на разрешающую способность оптических инструментов.

### Теоретические сведения

#### *Дифракция Френеля на щели*

Для расчёта светового поля воспользуемся методом векторных диаграмм. Разбив щель на узкие полоски  $d\xi$ , параллельные краям щели, изобразим колебание, созданное полоской в точке наблюдения  $P$ . Разность фаз колебаний от полосок на расстояниях  $\xi$  и  $\xi + d\xi$  зависит от  $\varepsilon$ :

$$d\varphi = \frac{k}{z}\xi d\xi$$

Поэтому угол между двумя соседними векторами на диаграмме не сохраняется неизменным. По мере удаления от центра угол начинает быстро нарастать - цепочка векторов быстро скручивается. Суммарный вклад всей полосы изображается вектором  $A_0$ , проведённым из начала первого вектора в конец последнего. Продолжая дальше построение векторной диаграммы, придём к спирали Корню, изображённой на рис. 1. Спираль, быстро скручиваясь, приближается к точке  $S_1$ , называемой фокусом спирали. Каждый последующий полувиток спирали изображает вклад в суммарное колебание последовательно расположенных зон Шустера, причём  $m$ -я зона Шустера - это полоса, внешний край которой отстоит от точки наблюдения на расстояние  $z + m\sqrt{2}$  и на расстояние

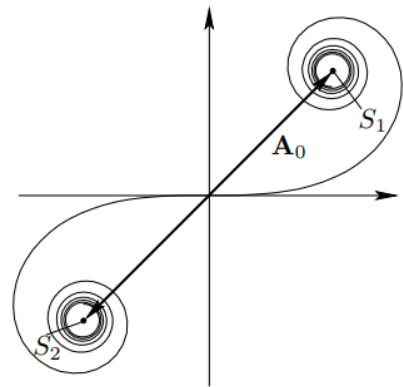
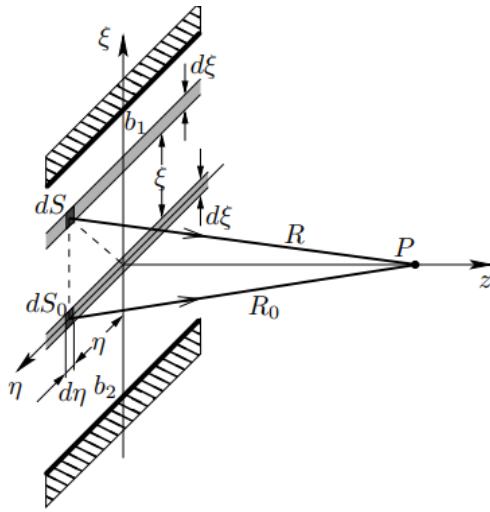
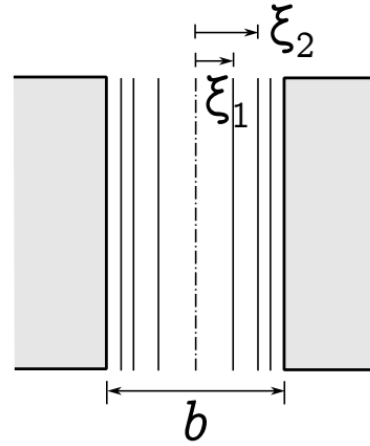


Рис. 1: Спираль Корню

$$\xi_m = \sqrt{m\lambda z}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$



(а) Дифракция Френеля на щели



(б) Зоны Шустера в плоскости щели

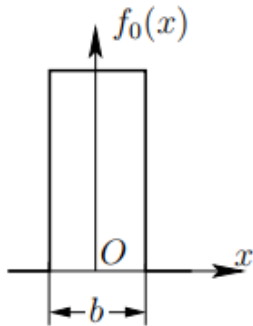
Дифракция Френеля наблюдается, когда количество открытых зон Френеля (Шустера) порядка единицы:

$$m = \frac{b^2}{\lambda z} \sim 1 \quad (2)$$

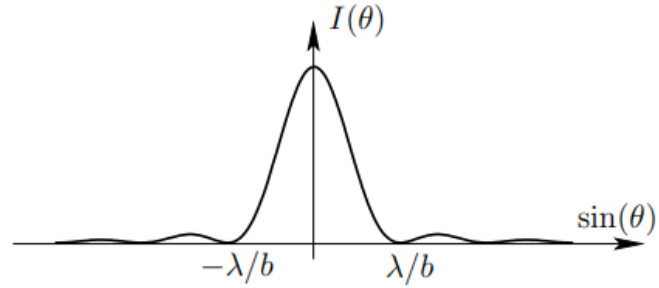
### Дифракция Фраунгофера на щели

Для нахождения картины Фраунгоферовой дифракции, необходимо найти преобразование Фурье граничного поля  $f_0(x)$  в плоскости  $z = 0$  (аналогично нахождению спектра прямоугольного импульса - роль длительности импульса здесь играет ширина щели  $b$ , а роль частоты - пространственная частота  $u = k \sin \theta$ ). Получаем:

$$g(\theta) = \quad (3)$$



(а) Поле на щели



(б) Угловое распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на щели

Из формулы 3 следует, что подавляющая величина потока энергии сосредоточена в угловом конусе:

$$|\sin \theta| \leq \frac{\lambda}{b} \quad (4)$$

С уменьшением ширины щели уширяется пространственный спектр - спектр плоских волн, бегущих от щели.

## Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Соответствующая фаза колебания отличается на величину:

$$\alpha = -k\Delta = -kd \sin \theta \quad (5)$$

Поэтому колебательный процесс, созданный второй щелью в точке наблюдения, описывается функцией  $g(\theta)e^{i\alpha}$ . Волны, посылаемые в точку наблюдения двумя щелями, интерферируют. Амплитуда суммарного колебательного процесса в точке наблюдения есть  $g(\theta) + g(\theta)e^{i\alpha}$ . Картина интенсивности изображена ниже 5:

$$I(\theta) = |g(\theta)|^2 [1 + \cos(kd \sin \theta)]^2 \quad (6)$$

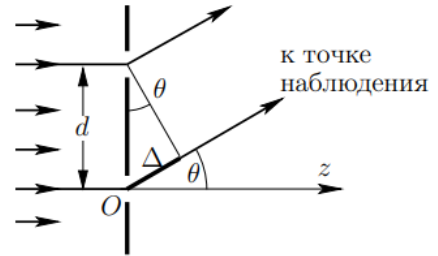


Рис. 4: К вычислению поля для дифракции Фраунгофера на двух щелях

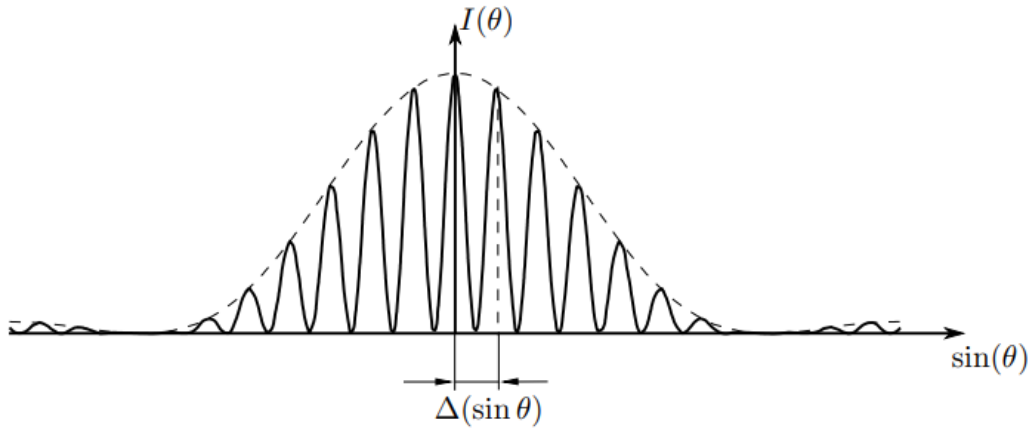


Рис. 5: Зависимость интенсивности от угла для дифракции Фраунгофера на двух щелях

## Экспериментальная установка

**Оборудование:** оптическая скамья, ртутная лампа, светофильтр, щели с регулируемой шириной, рамка с вертикальной нитью, экран с двойной щелью, микроскоп на поперечных салазках с микрометрическим винтом, зрительная труба.

### А) Дифракция Френеля на щели

Свет от ртутной лампы Л, пропущенный через оранжевый светофильтр Ф со средней длиной волны  $\lambda = 578$  нм, падает на входную щель  $S_1$ . Щель  $S_1$  находится в фокусе

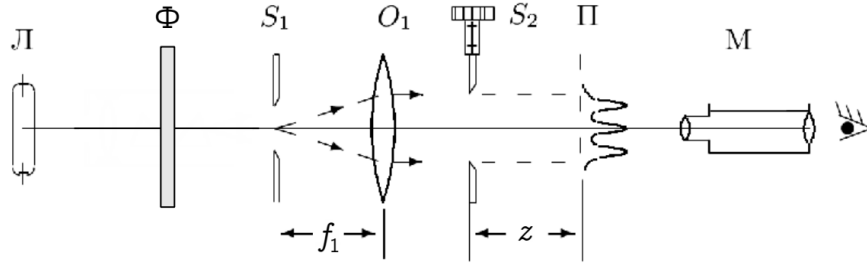


Рис. 6: Экспериментальная установка для наблюдения дифракции Френеля

коллиматора — собирающей линзы  $O_1$ . Коллиматор создаёт параллельный пучок монохроматического света, освещающий щель  $S_2$ , на которой и происходит дифракция. Дифракционная картина рассматривается с помощью микроскопа  $M$ , сфокусированного на некоторую плоскость наблюдения  $\Pi$ .

Нашли резкое изображение щели (без дифракционных полос). Начальное положение микроскопа, измеренное по шкале продольное линейки:  $x_0 = 58.4$  см.

Постепенно отодвигая микроскоп от щели  $S_2$ , замерыли по шкале положение микроскопа, при котором на фоне щели видно  $n$  тёмных полос. Результаты измерений приведены в

$x_n$ , мм	$n$	$z_n$ , мм	$\xi_n$ , мкм
574	6	10	$181 \pm 11$
573	4	11	$155 \pm 9$
570	3	14	$151 \pm 9$
567	2	17	$136 \pm 7$
558	1	26	$119 \pm 6$

Таблица 1: Зависимость координат полос от числа видимых темных полос

где  $z_n = x_0 - x_n$  - расстояние от щели до плоскости наблюдения;  $\sigma_{x_n} = 1$  мм;  $\sigma_{a_n} = 1$  мм. График изображен на рисунке 7. Коэффициент наклона графика  $k = \lambda_g = 547$  нм, что совпадает с табличным значением  $\lambda_g = 546$  нм.

Ширина щели получается  $b = 0.155 \pm 0.025$  мм. Ширина щели измеренная микрометрическим винтом:  $b = 0.16 \pm 0.02$  мм.

## Б) Дифракция Фраунгофера на щели

Дифракцию Френеля и Фраунгофера можно наблюдать на одной и той же установке (6). Однако при обычных размерах установки дифракция Фраунгофера возникает только при очень узких щелях. Поэтому к прошлой установке добавляется объектив  $O_2$ .

Дифракционная картина наблюдается здесь в фокальной плоскости объектива  $O_2$ . Каждому значению угла  $\theta$  соответствует в этой плоскости точка, отстоящая от оптической оси на расстоянии:

$$x = f_2 \tan \theta \approx f_2 \theta \quad (7)$$

Поскольку объектив не вносит дополнительной разности хода между интерферирующими лучами (таутохронизм), в его фокальной плоскости наблюдается неискажённая дифракционная картина Фраунгофера. Эта картина соответствует бесконечно удалённой плоскости

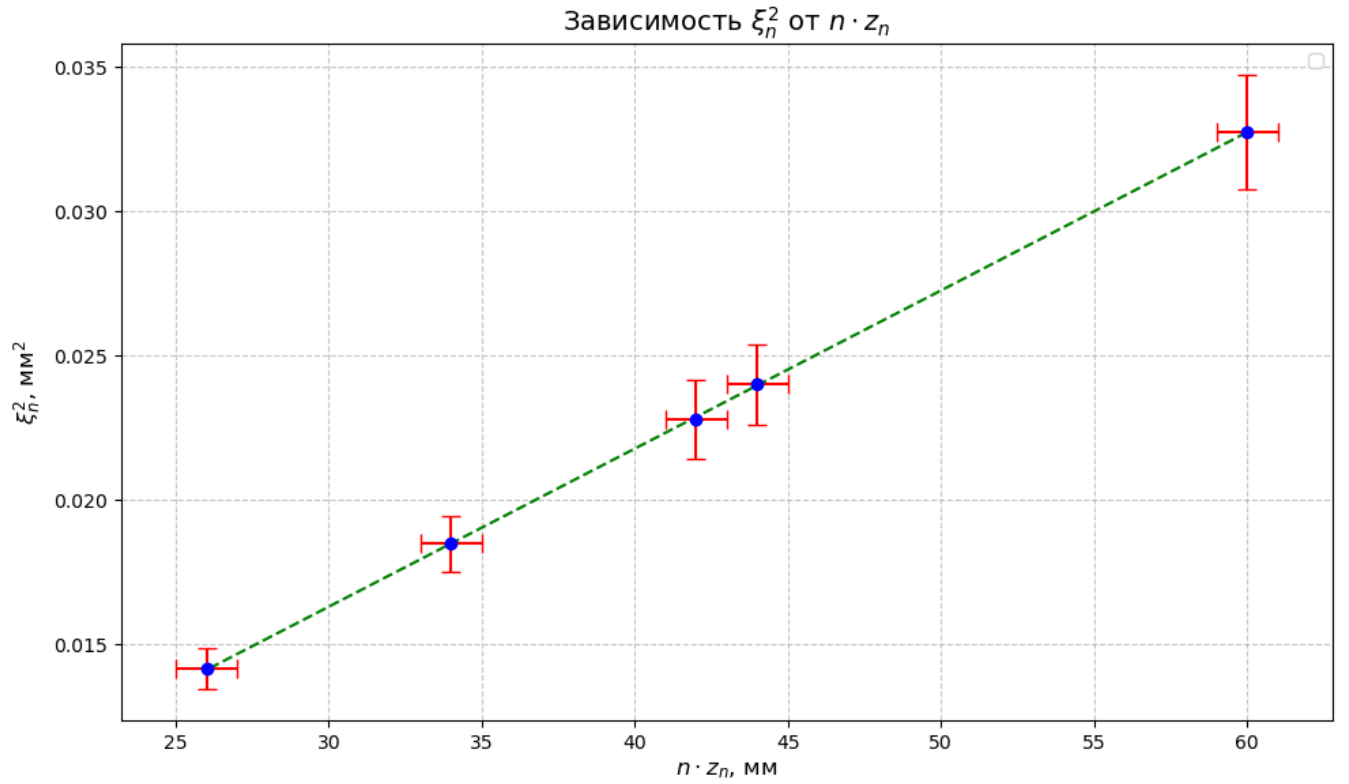


Рис. 7: К определению ширины щели  $b$  в случае дифракции Френеля на щели

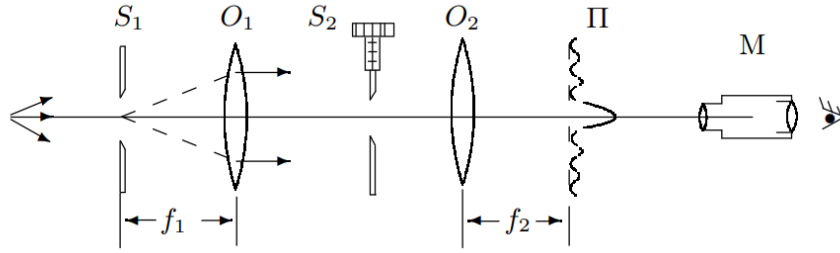


Рис. 8: Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на щели

наблюдения. При малых углах  $\theta$  положение тёмных полос определяется соотношением

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{b} \quad (8)$$

Расстояние  $x_m$  от тёмной полосы до оптической оси объектива  $O_2$  пропорционально фокусному расстоянию  $f_2$ :

$$x_m = m \frac{\lambda}{b} f_2 \quad (9)$$

Ширина щели  $S_2$ :  $b = 0.28 \pm 0.01$  мм. Фокусное расстояние линзы  $O_2$ :  $f_2 = 11$  см. Измерили с помощью винта поперечного перемещения микроскопа координаты  $X_m$  нескольких дифракционных минимумов. Результаты приведены в таблице 2.

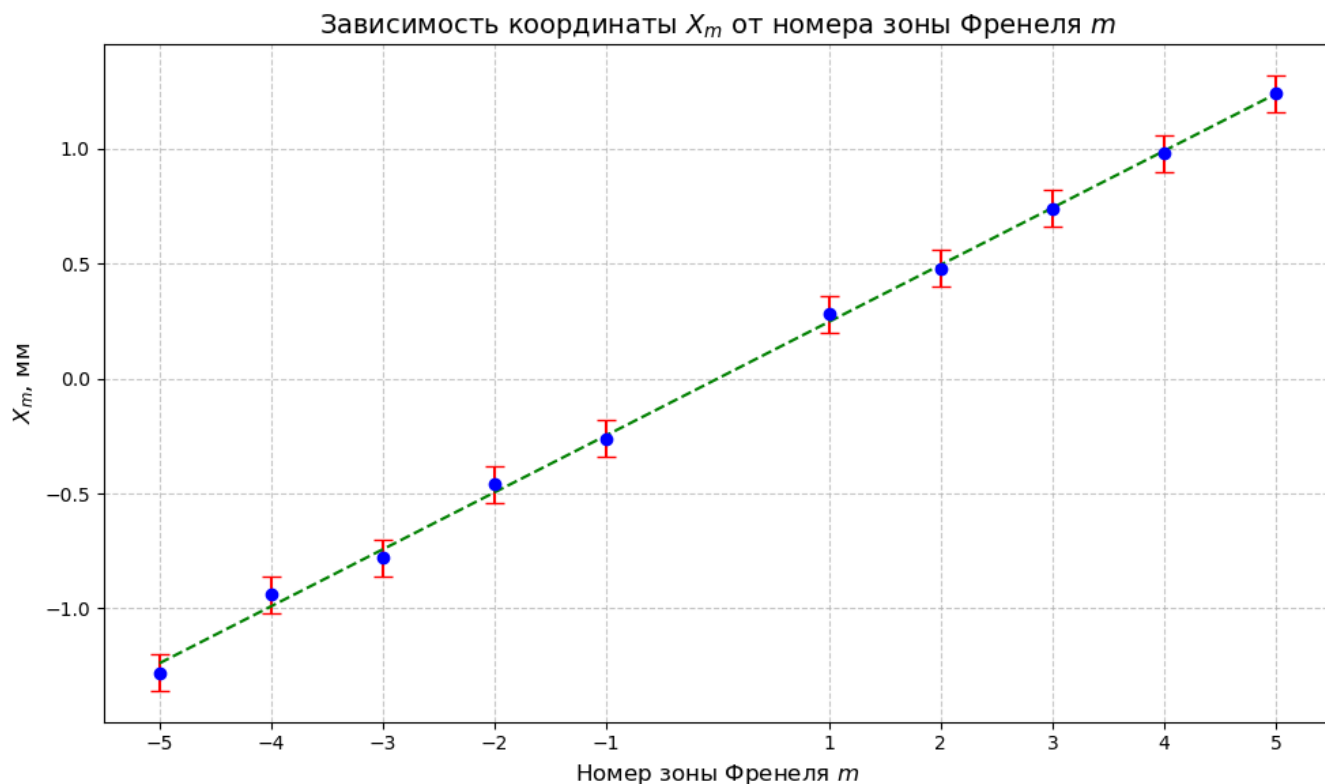


Рис. 9: К определению ширины щели  $b$  в случае диффракции Фраунгофера на щели

По наклону прямой из графика 9, согласно формуле 9, определили ширину щели S2:

$$b = \frac{f_2 \lambda}{k} = 0.24 \pm 0.05 \text{ мм}$$

$X_m$ , мм	$m$
-1.28	-5
-0.94	-4
-0.78	-3
-0.46	-2
-0.26	-1
0.28	1
0.48	2
0.74	3
0.98	4
1.24	5

## В) Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Два дифракционных изображения входной щели, одно из которых образовано лучами, прошедшими через левую, а другое - через правую щели, накладываются друг на друга. Угловая координата  $\theta_m$  интерференционного максимума  $m$ -го порядка определяется соотношением

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{d} \quad (10)$$

где  $d$  — расстояние между щелями. Линейное расстояние  $\delta x$  между соседними интерференционными полосами в плоскости П:

$$\delta x = f_2 \frac{\lambda}{d} \quad (11)$$

Таблица 2:  
Зависимость  
координат полос от  
их порядка

Оценим число  $n$  интерференционных полос, укладывающихся в области центрального дифракционного максимума.

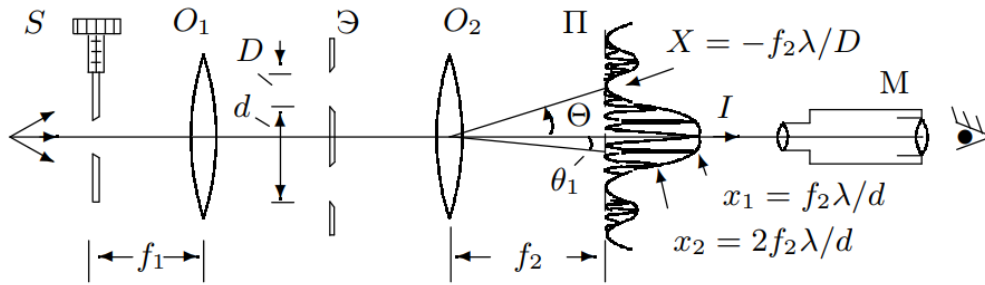


Рис. 10: Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на двух щелях

Полная ширина главного максимума равна  $2f_2\lambda/b$ . Тогда число  $n$  интерференционных полос, укладывающихся в области центрального дифракционного максимума:

$$n = \frac{2\lambda f_2}{b} \frac{1}{\delta x} = \frac{2d}{b} \quad (12)$$

При дифракции света на двух щелях чёткая система интерференционных полос наблюдается только при достаточно узкой ширине входной щели  $S$ , которую можно рассматривать как протяжённый источник света размером  $b$ . Для наблюдения интерференции необходимо, чтобы расстояние  $d$  между щелями не превышало радиуса когерентности:

$$d \leq \frac{\lambda}{b} f_1 \quad (13)$$

С помощью микрометрического винта поперечных салазок микроскопа определили координаты самых удалённых друг от друга тёмных полос внутри центрального максимума  $l = 0.34 \pm 0.01$  мм и просчитали число светлых промежутков между ними  $n = 12$ . Измерьте ширину центрального максимума. Отсюда получаем расстояние между соседними полосами:

$$\delta x = \frac{l}{n} = 28.3 \pm 0.8 \text{ мкм}$$

Расстояние между щелями (11) и ширина щели:

$$d = f_2 \frac{\lambda}{\delta x} = 2.31 \pm 0.07 \text{ мм}; \quad b = 0.36 \pm 0.01 \text{ мм}$$

Найдем число полос внутри главного максимума(12):

$$n = 12.9 \pm 0.6$$

Исследовали влияние пространственной когерентности на видность интерференционной картины. Для этого, расширяя входную щель  $S$ , выбрали такую ширину щели  $b_0 = 27 \pm 1$  мкм, при которой наступает первое исчезновение интерференционных полос. Теоретическая величина для  $b_0 = f_1 \lambda / d = 23.3 \pm 0.6$  мкм.

## Г) Влияние дифракции на разрешающую способность оптического инструмента

Линзы  $O_1$  и  $O_2$  в отсутствие щели  $S_2$  создают в плоскости  $\Pi$  изображение щели  $S_1$ , и это изображение рассматривается в микроскоп  $M$ . Таким образом, нашу установку можно рассматривать как оптический инструмент, предназначенный для получения изображения предмета. При этом коллиматор (щель  $S_1$  и объектив  $O_1$ ) является моделью далёкого предмета,

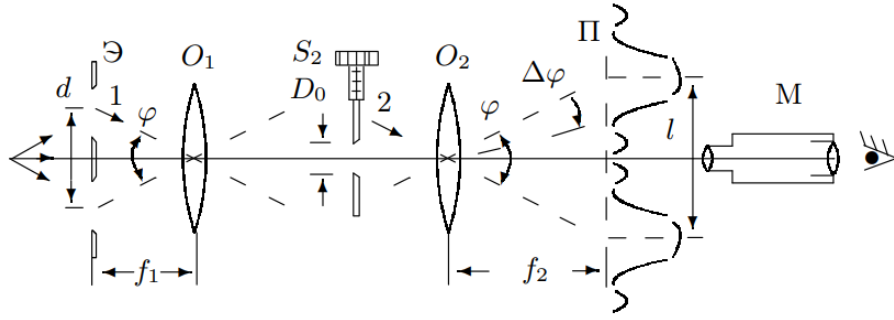


Рис. 11: Схема установки для исследования разрешающей способности оптического инструмента

а объектив O2 и микроскоп М составляют зрительную трубу, наведённую на этот предмет. Щель S2, установленная непосредственно перед объективом O2, позволяет изменять эффективный размер объектива и, следовательно, разрешающую способность оптической системы.

Поместим вместо щели S1 экран Э с двумя узкими щелями, расстояние между которыми равно  $d$ . Тогда расстояние  $l$  между изображениями щелей в плоскости П равно:

$$l = \varphi f_2 = d \frac{f_2}{f_1} \quad (14)$$

А ширина каждого изображения равна:

$$\delta x \approx \frac{\lambda}{b} f_2 \quad (15)$$

Критерий Рэлея: изображения считаются различимыми, когда полуширина дифракционного изображения  $\delta x$  совпадает с расстоянием  $l$  между изображениями отдельных щелей:

$$\delta x \sim l \Rightarrow \frac{\lambda}{b} \sim \frac{d}{f_1} \quad (16)$$

Подобрали такую ширину щели  $b_0 = 30$  мкм, чтобы изображения двух щелей почти сливались, но всё-таки ещё воспринимались отдельно.

Поставив двойную щель перед микроскопом, измерили с помощью микрометрического винта поперечных салазок микроскопа расстояние  $d = 1.7$  мм между щелями. Тогда согласно критерию Рэлея 16:

$$b_0 = f_1 \frac{\lambda}{d} = 35.3 \pm 0.3 \text{ мкм}$$

Видим, что теоретическое и экспериментальное значение  $b_0$  совпадают по порядку величины, т.е. критерий Рэлея верен.

## Вывод