

# Лабораторная работа 1.4.1

Определение ускорения свободного падения при помощи обратного маятника

Татаурова Юлия Романовна

6 декабря 2023 г.

## Аннотация

В работе необходимо определить величину ускорения свободного падения, пользуясь обратным маятником.

## Оборудование

- Обратный маятник
- Счетчик числа колебаний
- Секундомер
- Штангенциркуль

## Теоретические сведения и экспериментальная установка

Метод обратного маятника основан на то, что период колебаний физического маятника не изменяется при перемещении оси качаний в центр качаний (точку отстоящую от оси качаний на расстояние приведенной длины маятника  $l_{пр}$ ).

Пусть  $L = l_1 + l_2$  - расстояние между двумя "сопряженными" точками подвеса физического маятника

Если соответствующие периоды малых колебаний равны ( $T_1 = T_2 = T$ ), то по теореме Гюйгенса  $L = l_{пр}$ . Тогда т.к:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} l_{пр} = \frac{I}{ml} \quad (1)$$

то:

$$g_0 = (2\pi)^2 \frac{L}{T^2} \quad (2)$$

Т.к на опыте точного совпадения  $T_1 = T_2$  добиться невозможно, получим формулу для определения ускорения свободного падения  $g$  с учетом отличия  $\Delta T$  ( $T_1 = T, T_2 = T + \Delta T$ ) :

$$g = (2\pi)^2 \frac{l_1^2 - l_2^2}{T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2} \quad (3)$$

Обозначим за  $\lambda = \frac{l_1}{l_2}$ , тогда формула (9) будет записана как:

$$g = g_0 \frac{\lambda - 1}{\lambda - \frac{T_2^2}{T_1^2}} \quad (4)$$

## Предварительный расчет положения грузов

Теперь рассмотрим, как при заданном  $l_2$  найти  $l_1$ , а так же для нахождения  $b_1$  и  $b_2$  - расстояний от первой призмы до первого груза и от второй призмы до второго груза соответственно (см.рис.1). Запишем уравнение моментов относительно П1:

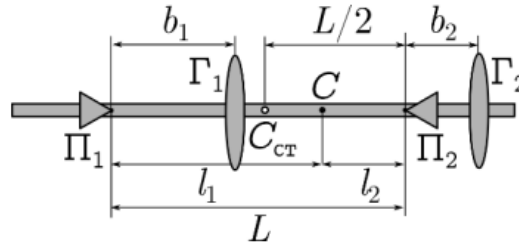


Рис. 1: Расположение грузов и призм на маятнике.  
С - центр масс маятника,  $C_{ст}$  - центр масс стержня.

$$Ml_1 = m_{ст} \frac{L}{2} + m_{пр2}L + m_1b_1 + m_2(b_2 + L), \quad (5)$$

где  $M = m_{ст} + m_{пр1} + m_{пр2} + m_1 + m_2$  - полная масса маятника.

В данном методе расчета моменты инерции вычисляются относительно точки подвеса маятника П2. Найдем  $b_1$  и  $b_2$ .

- момент инерции тонкого стержня длиной  $l_{ст}$  с призмами:

$$I_{ст} = m_{ст} \left( \frac{l_{ст}^2}{12} + \left( \frac{L}{2} \right)^2 \right) + m_{пр2}L^2,$$

- момент инерции грузов на стержне:

$$I_{гр} = m_1(L - b_1)^2 + m_2b_2^2,$$

,

- суммарный момент инерции всего маятника:

$$I_{п2} = MLl_2 = I_{ст} + I_{гр},$$

.

Измеренные данные:

$m_i$	$m_{\text{ст}}$	$m_{\text{пр1}}$	$m_{\text{пр2}}$	$m_1$	$m_2$	$M$
$m$ , гр	868.2	78.3	79.6	1483.8	1508	4017.9
$l_i$	$l_{\text{ст}}$	$L$	$l_2$	$l_1$	-	-
$l$ , см	100	52	13	39	-	-

Таблица 1: Массы и длины установки

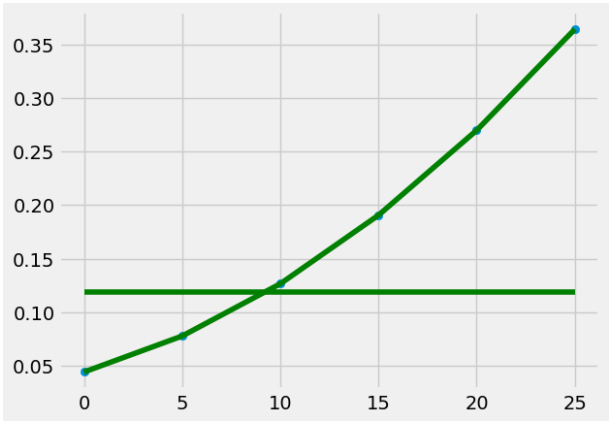


Рис. 2: График зависимости  $I_{\text{гр}}(b_2)$

Из графика получаем значения для  $b_1 = 9\text{см}$  и  $b_2 = 25.6\text{см}$ .

Результаты измерений и обработка данных

$20T_1$ , с	29.01	29.01	29.01	29.01
$20T_2$ , с	29.04	29.03	29.03	29.03

Таблица 2: Время колебаний маятника в разных точках подвеса П1 И П2(20 периодов)

$T_1(T)$ , с	$T_2(T + \Delta T)$ , с	$\sigma_T$ ,	$\Delta T$ ,	$\sigma_l$ ,	$\Delta l$ ,	$\beta$
1.4505	1.4515	0.001	0.001	0.5	26	0.5

Таблица 3: Результаты измерений и погрешности

## Определение погрешностей

Из формул (4)-(6):

$$g = g_0 \frac{\lambda - 1}{\lambda - (1 + \varepsilon_t)^2} \approx g_0(1 + 2\beta\varepsilon_t), \quad (6)$$

где  $\varepsilon_t = \frac{\Delta T}{T}$ ,  $\beta = \frac{1}{\lambda - 1} = \frac{l_2}{l_1 - l_2}$ .

Тогда:

$$\varepsilon_{g_0} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_T}{T}\right)^2} \quad (7)$$

$$\Delta g \approx \frac{2l_2}{l_1 - l_2} \frac{\Delta T}{T} g_0 \quad (8)$$

$$\varepsilon_g \approx \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + 8\left(\beta \frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + 8\left(\beta \frac{\Delta T}{T} \frac{\sigma_l}{\Delta l}\right)^2} \quad (9)$$

$$\varepsilon_g = 0.97\%$$

Получаем  $g = (9.76 \pm 0.09) \text{ м/с}^2$

## Результаты и выводы

В результате работы для величины  $g$  ускорения свободного падения получилось значение  $g = (9.76 \pm 0.09) \text{ м/с}^2$ . :9.81/2...(9), —,  $\sigma_T = 0.001 \text{ с}$ , тогда  $\varepsilon_t = 0.01\%$  Для  $T_1$  и  $T_2$  погрешность так же составила порядка 0.0001%. Тогда точность определения ускорения свободного падения зависит от точности измерения длины ( $\varepsilon_l = 1\%$ ) порядка одного процента. Тогда погрешность определения  $g$  составляет порядка 1%. Так что этот метод можно назвать достаточно точным.