



## Лабораторная работа 4.3.3

### Исследование разрешающей способности микроскопа методом Аббе

Татаурова Юлия Романовна

29 марта 2025 г.

#### Аннотация

В работе предлагается определить периоды сеток сначала по их спектру на удалённом экране, затем по увеличенному с помощью модели микроскопа изображению сеток на экране и, наконец, по результатам измерения разрешающей способности микроскопа, наблюдать явления саморепродукции, пространственной фильтрации и мультиплицирования.

#### Цель работы

Определение дифракционного предела разрешения объектива микроскопа методом Аббе.

#### Оборудование

Лазер, кассета с набором сеток разного периода, линзы, щель с микрометрическим винтом, оптический стол с набором рейтеров и крепёжных винтов, экран, линейка.

#### Теоретическая часть

##### Предел разрешения оптических систем

Всякая оптическая система, предназначенная для получения изображений, имеет конечный предел разрешения, обусловленный дифракцией световых волн. Разрешающая способность оптического прибора определяется минимальным расстоянием  $\ell_{\min}$  между двумя точками в пространстве предметов, которое прибор может разрешить. Критерий Рэлея устанавливает, что две точки считаются разрешёнными, если максимум дифракционной картины от одной точки совпадает с первым минимумом от другой.

##### Разрешающая способность иммерсионного микроскопа

Для иммерсионного микроскопа (объект в среде с показателем преломления  $n$ ) разрешающая способность при некогерентном освещении выражается формулой:

$$\ell_{\min} \approx \frac{0,61\lambda}{n \sin A}, \quad (1)$$

где  $A$  — апертурный угол объектива,  $\lambda$  — длина волны света. Апертурный угол определяется как угол между оптической осью и лучом, направленным из центра объекта в край линзы (рис. 1).

## Дифракция на периодических структурах

При когерентном освещении периодической структуры (например, дифракционной решётки) условие возникновения главных максимумов имеет вид:

$$d \sin \theta_x = m_x \lambda, \quad d \sin \theta_y = m_y \lambda, \quad (2)$$

где  $d$  — период решётки,  $m_x, m_y$  — порядки дифракционных максимумов,  $\theta_x, \theta_y$  — углы дифракции в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Для двумерной сетки (двух скрещённых решёток) дифракционная картина представляет собой матрицу максимумов (рис. 2).

## Формирование изображения в микроскопе

В фокальной плоскости объектива  $F$  формируется дифракционная картина Фраунгофера (первичное изображение). При установке диафрагмы, пропускающей определённые порядки дифракции ( $m = 0, \pm 1$ ), в плоскости  $P_2$  формируется вторичное изображение. Например:

- Вертикальная щель пропускает максимумы  $m_x = 0$ , формируя изображение горизонтальных штрихов.
- Горизонтальная щель выделяет  $m_y = 0$ , воспроизводя вертикальные штрихи.

Это явление называется *пространственной фильтрацией*.

## Критерий разрешения для когерентного освещения

При уменьшении апертуры  $A$  волны нулевого порядка фокусируются на краю диафрагмы. Для разрешения необходимо, чтобы угол между волнами 0-го и 1-го порядков составлял  $2u$ . Минимальное разрешаемое расстояние:

$$\ell_{\min} \approx \frac{\lambda}{\sin A} \approx \frac{\lambda}{D/2f}, \quad (3)$$

где  $D$  — диаметр диафрагмы,  $f$  — фокусное расстояние объектива.

## Экспериментальная установка

### Схема проекционного микроскопа

Установка включает:

- Лазер с коллимированным пучком, падающим на сетку  $C$ .
- Длиннофокусный объектив Л1 ( $f \approx 10$  см) для формирования первичного изображения в плоскости  $F$ .
- Короткофокусную линзу Л2, проецирующую изображение на экран.
- Кассету с сетками различного периода  $d$ .
- Щелевые и кризовые диафрагмы в плоскости  $F$ .

## Методика измерений

### 1. Калибровка сеток:

- *По дифракции Фраунгофера:* Измерение расстояния между максимумами на экране с последующим расчётом периода  $d$  по формуле:

$$d = \frac{\lambda f}{y}, \quad (4)$$

где  $y$  — расстояние между максимумами.

- *По увеличенному изображению:* Прямое измерение периода через увеличение микроскопа.

2. **Определение разрешающей способности:** Подбор минимального размера щели в плоскости  $F$ , пропускающей максимумы  $m = 0, \pm 1$ . Расчёт апертурного угла  $A$  по формуле:

$$\sin A = \frac{D}{2f}, \quad (5)$$

где  $D$  — размер диафрагмы. Проверка соответствия с теорией через соотношение  $\ell_{\min} \approx \lambda / \sin A$ .

### 3. Пространственная фильтрация:

- Наклон щели позволяет получать изображение наклонной решётки.
- Перестановка сетки и щели вызывает мультипликацию изображения.

### Особенности установки

- Для безопасности исключено визуальное наблюдение через окуляр.
- Наличие непериодического объекта (проволочки) для идентификации геометрического изображения.
- Использование крисовой диафрагмы для изменения апертуры.
- Возможность установки масок в плоскости  $F$  для демонстрации пространственной фильтрации.

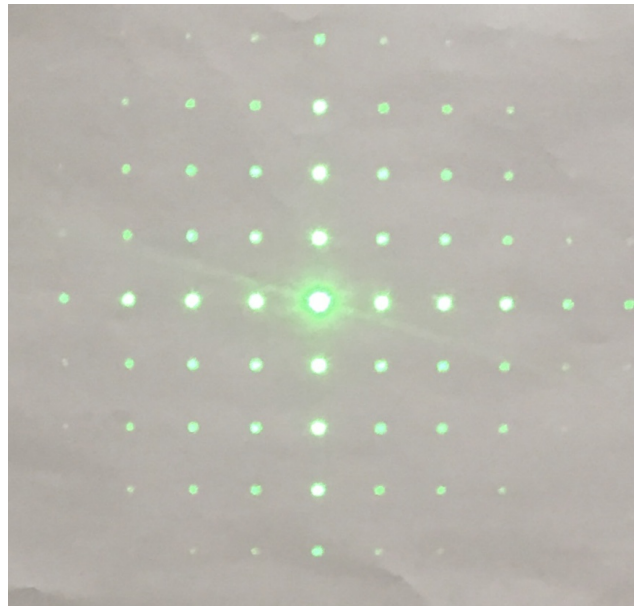
## Результаты измерений и обработка данных

### Определение периода решёток по их пространственному спектру

Соберём установку согласно описанию. Длина волны излучения лазера  $\lambda = 532$  нм. Расстояние от сетки до экрана  $H = 100 \pm 2$  см, погрешность объясняется неопределённостью положения сетки внутри кассеты, погрешностью меток на столе, использованных при измерении, и погрешностью прямого измерения. Измерим линейкой на экране расстояние  $\Delta x$  между  $n + 1$  максимумами и рассчитаем по второй формуле с учётом  $\varphi = \frac{\Delta x}{H}$  период решетки  $d = \frac{n\lambda}{\Delta x} H$ . Результаты приведены в Таблице 1.

Номер решётки	$\Delta x$ , см	n	$d$ , мкм
1	22.7	6	20
2	22.6	9	30
3	25.1	20	60
4	22.5	35	117
5	22.7	48	159

Таблица 1.



Дифракция Фраунгофера на двумерной решетке.

## Определение периода решёток по изображению, увеличенному с помощью модели микроскопа

Соберём модель микроскопа, добавив линзы согласно Рис. 1. Фокусные расстояния линз  $F_1 = \text{мм}$ ,  $F_2 = \text{мм}$ . Измеряем необходимые расстояния:

$$\begin{aligned}a_1 &= 120 \pm 10, \\a_2 + b_1 &= 455 \pm 10, \\b_2 &= 815 \pm 10,\end{aligned}$$

Погрешности здесь обусловлены неточностями в положениях сеток и линз. Из формулы тонкой линзы  $a_2 = \frac{b_2 F_2}{b_2 - F_2} = 25.79 \text{ м}$  откуда  $a_2 \approx F_2$ , поэтому в дальнейшем будем использовать это значение, следовательно  $b_1 = 420 \pm 10 \text{ мм}$ .

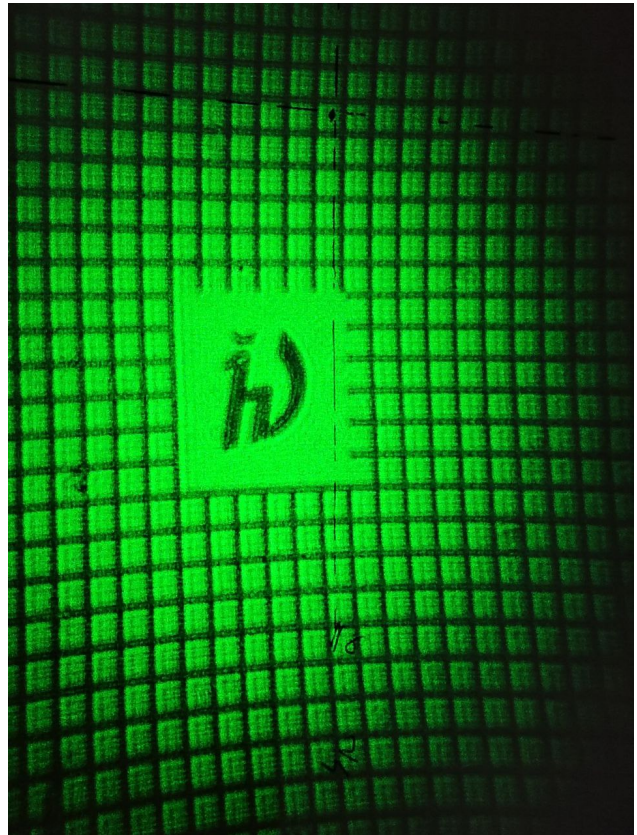
Увеличение микроскопа  $\Gamma = \frac{b_1 b_2}{a_1 a_2} = 114 \pm 10$ .

Повторим измерения периодов изображений в новой конфигурации, погрешности считаются аналогично. Измерение представлены в Таблице 2.

Здесь  $d$  определялось по формуле  $d = \frac{\Delta x}{\Gamma n}$ . Обратим внимание, что значения периодов решётки совпадают в пределах погрешности.

Номер решётки	$\Delta x$ , см	n	$d$ , мкм
1	3.7	16	20
2	15.7	49	28
3	25.3	38	58
4	24.1	18	117
5	23.6	13	159

Таблица 2.



Увеличенное изображение сетки.

## Определение периода решёток по оценке разрешающей способности микроскопа

Поместим в фокальной плоскости линзы  $L_1$  щелевую диафрагму с микрометрическим винтом и определим минимальную толщину  $D$  при которой на экране видна двумерная решётка. В этом случае период будет вычисляться по формуле (3) в предельном случае

$$d = \frac{2\lambda F_1}{D}$$

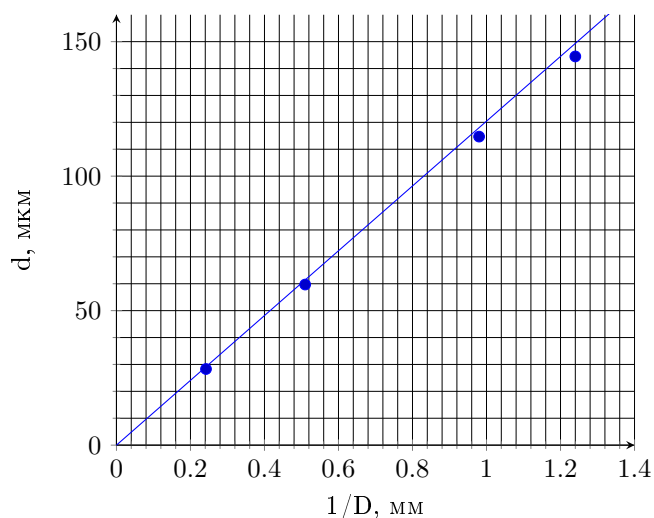
погрешность вычисляется по формуле

$$\sigma_d = d \frac{\sigma_D}{D}.$$

Результаты приведены в Таблице 3.

Номер решётки	D , мм	1/D, мм	d, мкм
1	—	—	—
2	4.14	0.242	28.3
3	1.96	0.510	59.7
4	1.02	0.980	114.7
5	0.81	1.240	144.5

Таблица 3.



Зависимость  $d = f(1/D)$ .

Через щель проходили только нулевой (по центру) и два первых максимума, за исключением второй щели, где нулевой максимум был помещён к краю щели. Для первой решётки период таким методом измерить не получилось, так как ширины щели не хватает.

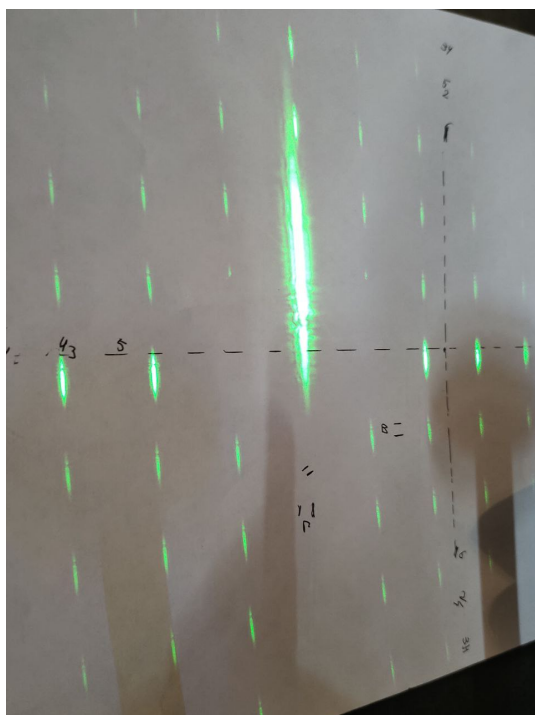
Для проверки теории Аббе построим график  $d = f\left(\frac{1}{D}\right)$  со значениями  $d$  из части 1, погрешность  $\frac{1}{D}$  рассчитывается по формуле

$$\sigma_{1/D} = \frac{\sigma_D}{D^2}$$

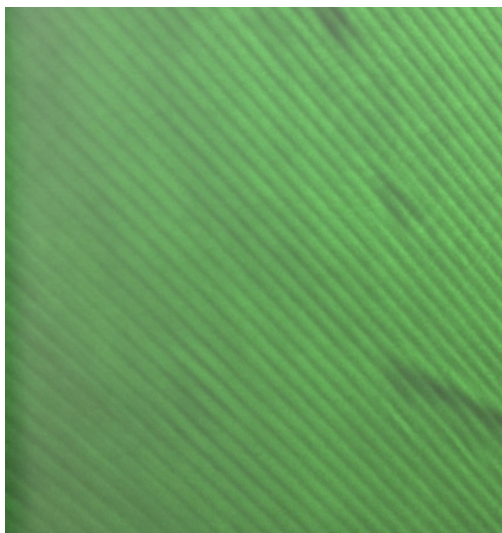
Угловой коэффициент прямой из МНК  $k = (124 \pm 8) \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$ , в пределах погрешности он совпадает с теоретическим  $2\lambda F_1 = 117 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$ . Таким образом, теория Аббе подтвердилась.

## Пространственная фильтрация и мультиплицирование

Для наблюдения фильтрации на сетке 2 откроем щель так, чтобы она пропускала только максимум нулевого порядка и, поворачивая щель, наблюдаем за изменением картины. Картины представлены на рисунках ниже.



Горизонтальная щель  $(0, m_y)$ .



Щель, повернутая на  $45^\circ$  ( $m_x = m_y$ ).

Для наблюдения мультиплицирования  
поменяем местами сетку и щель,  
пронаблюдаем мультипликацию, картина  
представлена на Рис. 4.

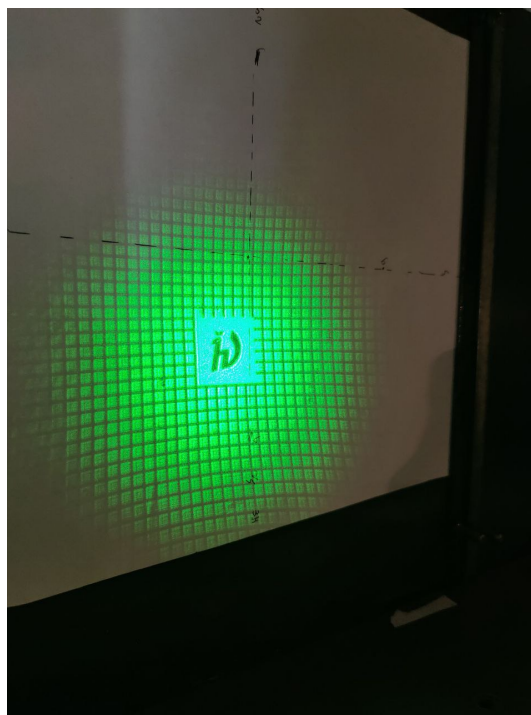


Схема для наблюдения интерференционной  
картины.

## Вывод

По измерениям спектров определены дифракционные углы и по теоретическим формулам рассчитаны периоды решеток. Полученные данные сошлись с результатами, полученными по измерениям увеличенных с помощью микроскопа изображений сеток. Построен график зависимости  $d = f(1/D)$ .

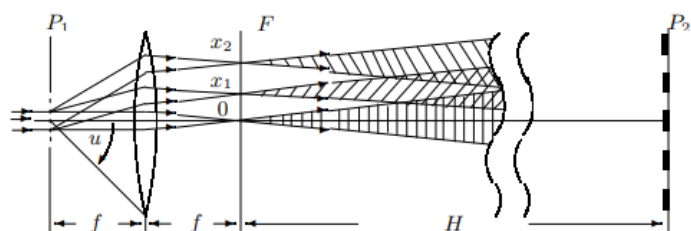


Рис. 1: Схема образования изображения в объективе микроскопа.

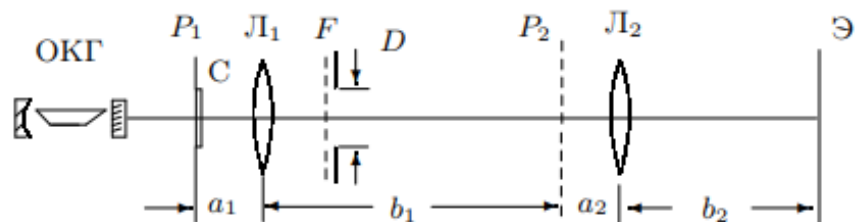


Рис. 2: Схема экспериментальной установки: 1 — лазер (ОКГ), 2 — сетка, 3 — объектив Л1, 4 — фокальная плоскость  $F$ , 5 — линза Л2, 6 — экран.