

Лабораторная работа 4.3.1

Изучение дифракции света

Татаурова Юлия, Павлов Матвей

4 мая 2025 г.

Аннотация

В работе мы исследовали явления дифракции Френеля и Фраунгофера на щели, изучили влияние дифракции на разрешающую способность оптических инструментов.

Теоретические сведения

Дифракция Френеля на щели

Для расчёта светового поля воспользуемся методом векторных диаграмм. Разбив щель на узкие полоски $d\xi$, параллельные краям щели, изобразим колебание, созданное полоской в точке наблюдения P . Разность фаз колебаний от полосок на расстояниях ξ и $\xi + d\xi$ зависит от ε :

$$d\varphi = \frac{k}{z}\xi d\xi$$

Поэтому угол между двумя соседними векторами на диаграмме не сохраняется неизменным. По мере удаления от центра угол начинает быстро нарастать - цепочка векторов быстро скручивается. Суммарный вклад всей полосы изображается вектором A_0 , проведённым из начала первого вектора в конец последнего. Продолжая дальше построение векторной диаграммы, придём к спирали Корню, изображённой на рис. 1. Спираль, быстро скручиваясь, приближается к точке S_1 , называемой фокусом спирали. Каждый последующий полувиток спирали изображает вклад в суммарное колебание последовательно расположенных зон Шустера, причём m -я зона Шустера - это полоса, внешний край которой отстоит от точки наблюдения на расстояние $z + m\sqrt{2}$ и на расстояние

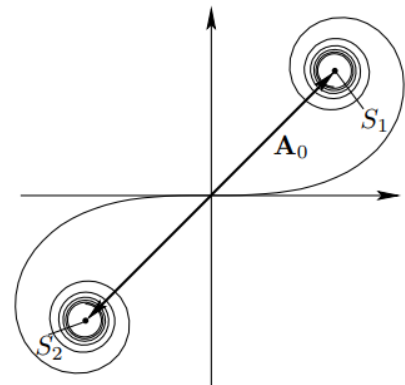
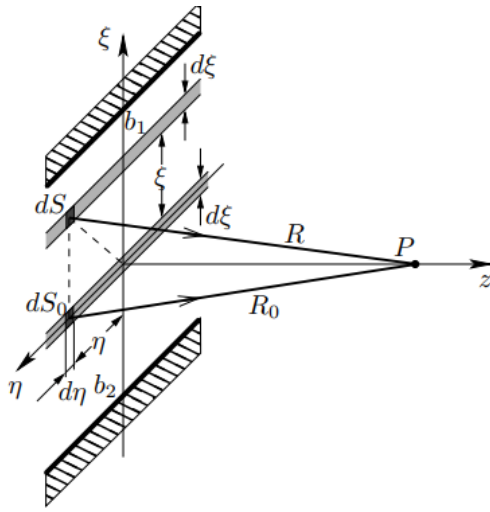
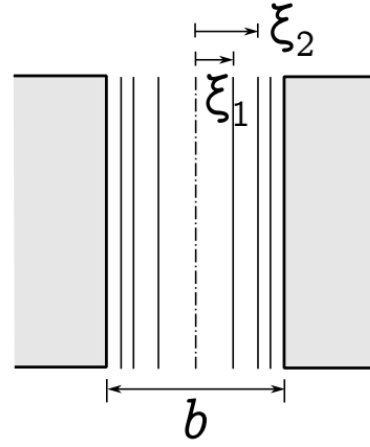


Рис. 1: Спираль Корню

$$\xi_m = \sqrt{m\lambda z}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$



(a) Дифракция Френеля на щели



(b) Зоны Шустера в плоскости щели

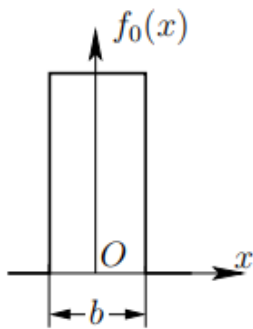
Дифракция Френеля наблюдается, когда количество открытых зон Френеля (Шустера) порядка единицы:

$$m = \frac{b^2}{\lambda z} \sim 1 \quad (2)$$

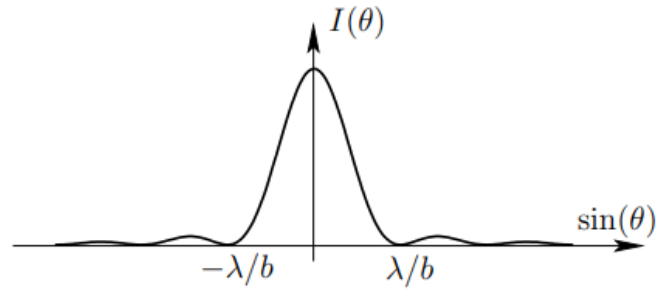
Дифракция Фраунгофера на щели

Для нахождения картины Фраунгоферовой дифракции, необходимо найти преобразование Фурье граничного поля $f_0(x)$ в плоскости $z = 0$ (аналогично нахождению спектра прямоугольного импульса - роль длительности импульса здесь играет ширина щели b , а роль частоты - пространственная частота $u = k \sin \theta$). Получаем:

$$g(\theta) = \quad (3)$$



(a) Поле на щели



(b) Угловое распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на щели

Из формулы 3 следует, что подавляющая величина потока энергии сосредоточена в угловом конусе:

$$|\sin \theta| \leq \frac{\lambda}{b} \quad (4)$$

С уменьшением ширины щели уширяется пространственный спектр - спектр плоских волн, бегущих от щели.

Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Соответствующая фаза колебания отличается на величину:

$$\alpha = -k\Delta = -kd \sin \theta \quad (5)$$

Поэтому колебательный процесс, созданный второй щелью в точке наблюдения, описывается функцией $g(\theta)e^{i\alpha}$. Волны, посылаемые в точку наблюдения двумя щелями, интерферируют. Амплитуда суммарного колебательного процесса в точке наблюдения есть $g(\theta) + g(\theta)e^{i\alpha}$. Картина интенсивности изображена ниже 5:

$$I(\theta) = |g(\theta)|^2 [1 + \cos(kd \sin \theta)]^2 \quad (6)$$

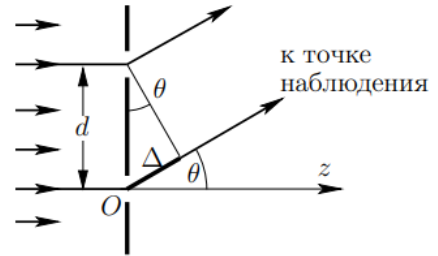


Рис. 4: К вычислению поля для дифракции Фраунгофера на двух щелях

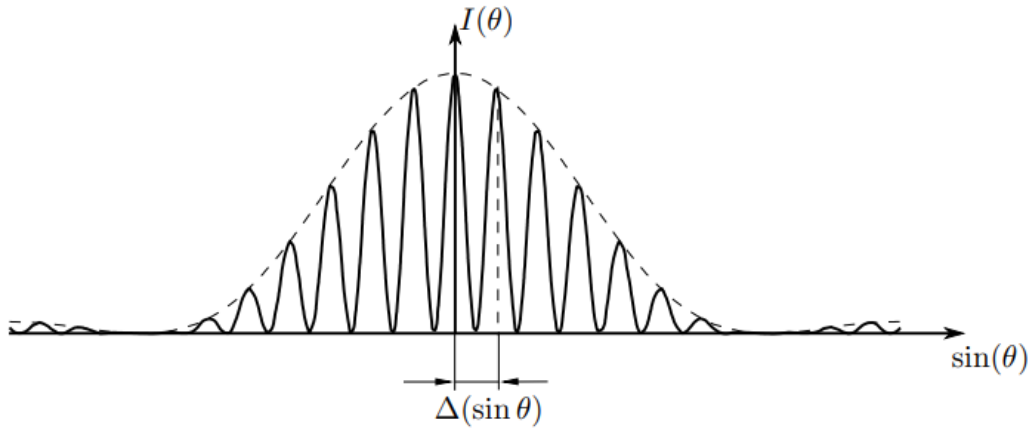


Рис. 5: Зависимость интенсивности от угла для дифракции Фраунгофера на двух щелях

Экспериментальная установка

Оборудование: оптическая скамья, ртутная лампа, светофильтр, щели с регулируемой шириной, рамка с вертикальной нитью, экран с двойной щелью, микроскоп на поперечных салазках с микрометрическим винтом, зрительная труба.

А) Дифракция Френеля на щели

Свет от ртутной лампы Л, пропущенный через оранжевый светофильтр Ф со средней длиной волны $\lambda = 578$ нм, падает на входную щель S_1 . Щель S_1 находится в фокусе

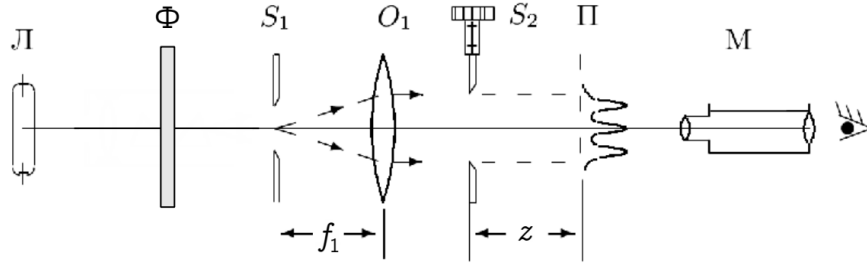


Рис. 6: Экспериментальная установка для наблюдения дифракции Френеля

коллиматора — собирающей линзы O_1 . Коллиматор создаёт параллельный пучок монохроматического света, освещающий щель S_2 , на которой и происходит дифракция. Дифракционная картина рассматривается с помощью микроскопа M , сфокусированного на некоторую плоскость наблюдения Π .

Нашли резкое изображение щели (без дифракционных полос). Начальное положение микроскопа, измеренное по шкале продольное линейки: $x_0 = 58.4$ см.

Постепенно отодвигая микроскоп от щели S_2 , замерыли по шкале положение микроскопа, при котором на фоне щели видно n тёмных полос. Результаты измерений приведены в

x_n , мм	n	z_n , мм	ξ_n , мкм
574	6	10	181 ± 11
573	4	11	155 ± 9
570	3	14	151 ± 9
567	2	17	136 ± 7
558	1	26	119 ± 6

Таблица 1: Зависимость координат полос от числа видимых темных полос

где $z_n = x_0 - x_n$ - расстояние от щели до плоскости наблюдения; $\sigma_{x_n} = 1$ мм; $\sigma_{a_n} = 1$ мм. График изображен на рисунке 7. Коэффициент наклона графика $k = \lambda_g = 547$ нм, что совпадает с табличным значением $\lambda_g = 546$ нм.

Ширина щели получается $b = 0.155 \pm 0.025$ мм. Ширина щели измеренная микрометрическим винтом: $b = 0.16 \pm 0.02$ мм.

Б) Дифракция Фраунгофера на щели

Дифракцию Френеля и Фраунгофера можно наблюдать на одной и той же установке (6). Однако при обычных размерах установки дифракция Фраунгофера возникает только при очень узких щелях. Поэтому к прошлой установке добавляется объектив O_2 .

Дифракционная картина наблюдается здесь в фокальной плоскости объектива O_2 . Каждому значению угла θ соответствует в этой плоскости точка, отстоящая от оптической оси на расстоянии:

$$x = f_2 \operatorname{tg} \theta \approx f_2 \theta \quad (7)$$

Поскольку объектив не вносит дополнительной разности хода между интерферирующими лучами (таутохронизм), в его фокальной плоскости наблюдается неискажённая дифракционная картина Фраунгофера. Эта картина соответствует бесконечно удалённой плоскости

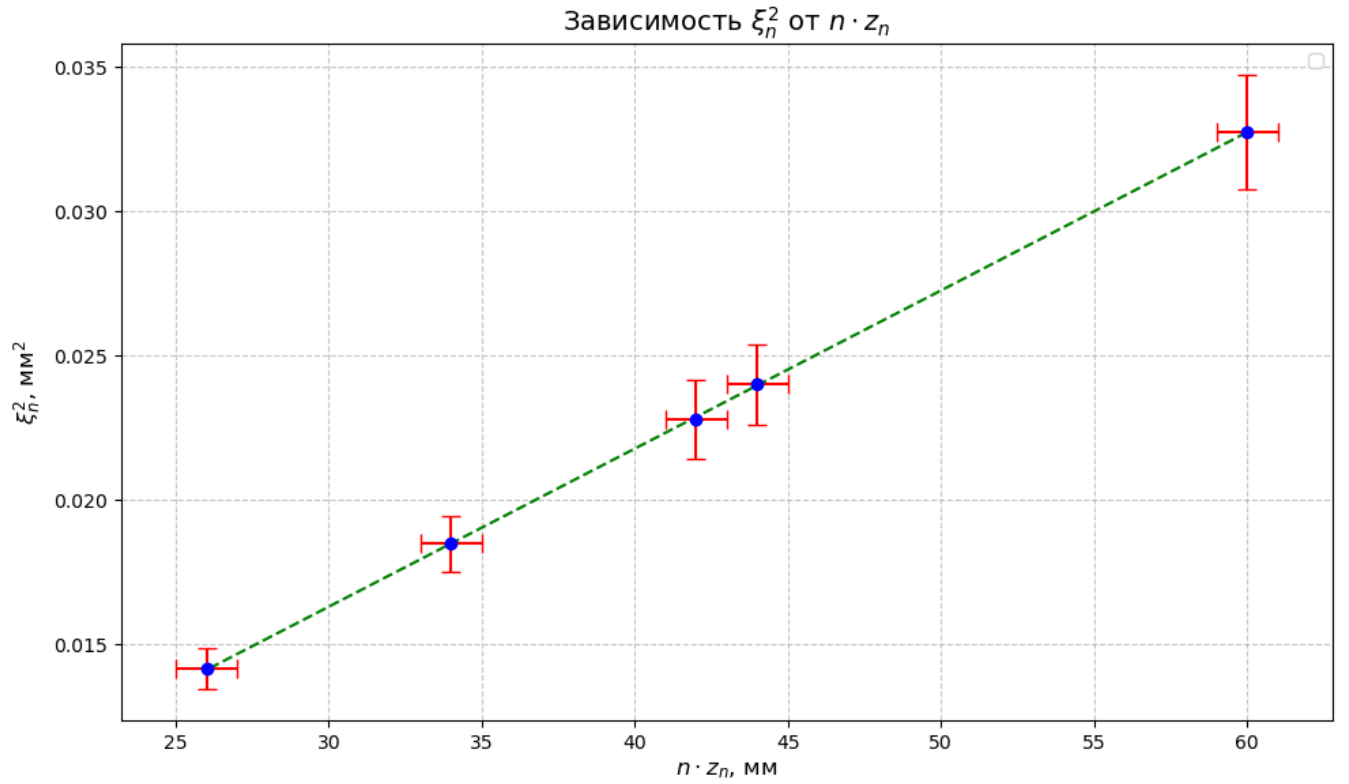


Рис. 7: К определению ширины щели b в случае дифракции Френеля на щели

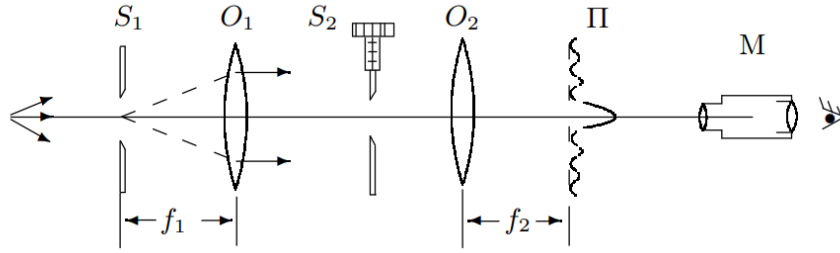


Рис. 8: Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на щели

наблюдения. При малых углах θ положение тёмных полос определяется соотношением

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{b} \quad (8)$$

Расстояние x_m от тёмной полосы до оптической оси объектива O_2 пропорционально фокусному расстоянию f_2 :

$$x_m = m \frac{\lambda}{b} f_2 \quad (9)$$

Ширина щели S_2 : $b = 0.28 \pm 0.01$ мм. Фокусное расстояние линзы O_2 : $f_2 = 11$ см. Измерили с помощью винта поперечного перемещения микроскопа координаты X_m нескольких дифракционных минимумов. Результаты приведены в таблице 2.

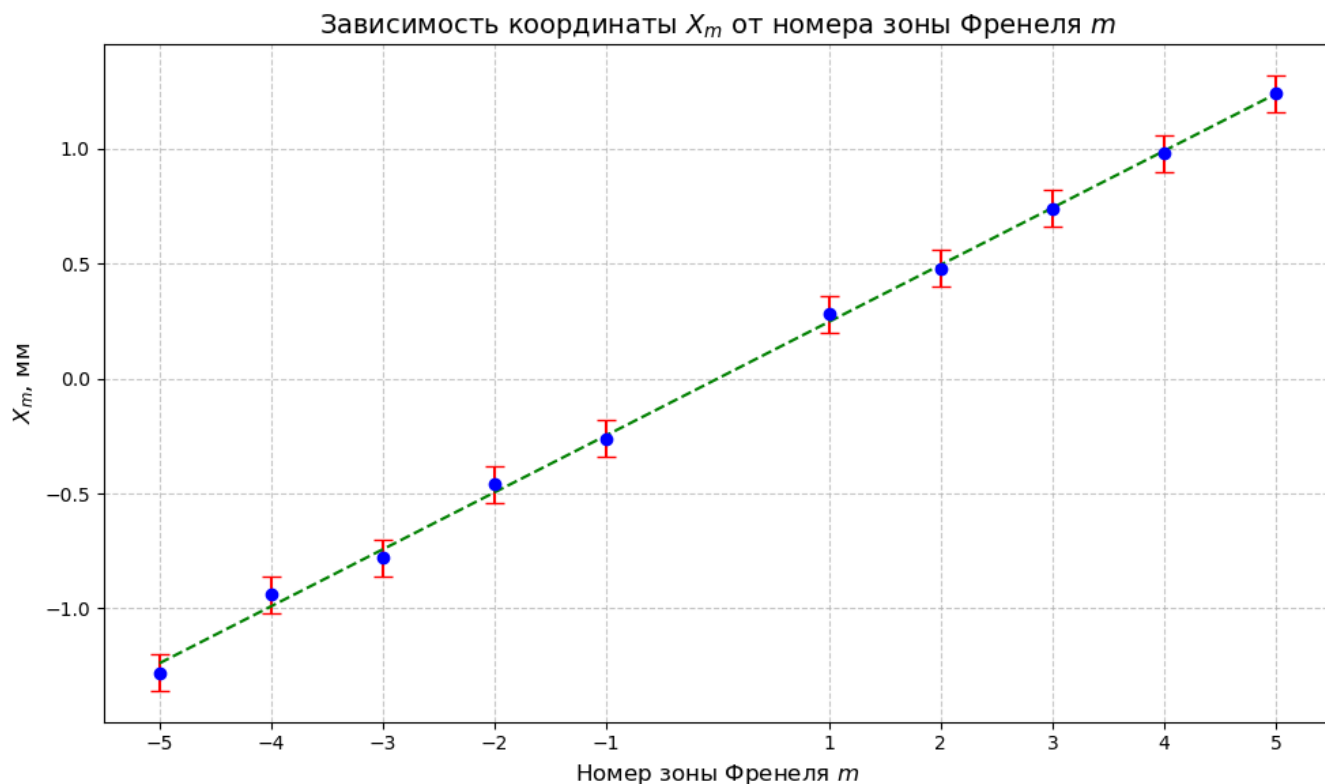


Рис. 9: К определению ширины щели b в случае диффракции Фраунгофера на щели

По наклону прямой из графика 9, согласно формуле 9, определили ширину щели S2:

$$b = \frac{f_2 \lambda}{k} = 0.24 \pm 0.05 \text{ мм}$$

X_m , мм	m
-1.28	-5
-0.94	-4
-0.78	-3
-0.46	-2
-0.26	-1
0.28	1
0.48	2
0.74	3
0.98	4
1.24	5

В) Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Два дифракционных изображения входной щели, одно из которых образовано лучами, прошедшими через левую, а другое - через правую щели, накладываются друг на друга. Угловая координата θ_m интерференционного максимума m -го порядка определяется соотношением

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{d} \quad (10)$$

где d — расстояние между щелями. Линейное расстояние δx между соседними интерференционными полосами в плоскости П:

$$\delta x = f_2 \frac{\lambda}{d} \quad (11)$$

Таблица 2:
Зависимость
координат полос от
их порядка

Оценим число n интерференционных полос, укладывающихся в области центрального дифракционного максимума.

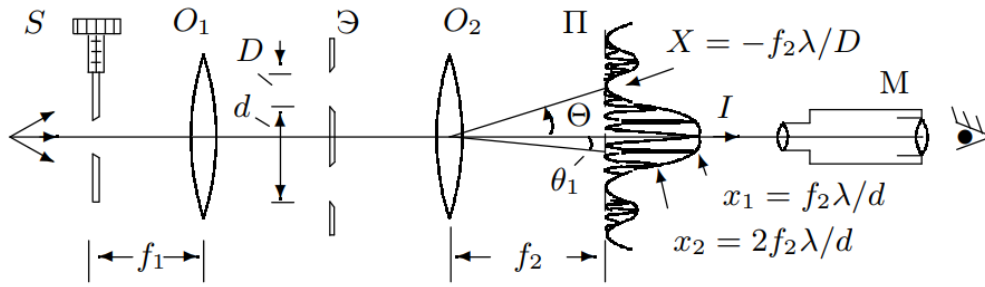


Рис. 10: Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на двух щелях

Полная ширина главного максимума равна $2f_2\lambda/b$. Тогда число n интерференционных полос, укладывающихся в области центрального дифракционного максимума:

$$n = \frac{2\lambda f_2}{b} \frac{1}{\delta x} = \frac{2d}{b} \quad (12)$$

При дифракции света на двух щелях чёткая система интерференционных полос наблюдается только при достаточно узкой ширине входной щели S , которую можно рассматривать как протяжённый источник света размером b . Для наблюдения интерференции необходимо, чтобы расстояние d между щелями не превышало радиуса когерентности:

$$d \leq \frac{\lambda}{b} f_1 \quad (13)$$

Вывод