

Лабораторная работа 1.4.8

Измерение модуля Юнга методом акустического резонанса

Татаурова Юлия Романовна

13 декабря 2023 г.

Аннотация

В работе необходимо исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне; измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерить модули Юнга различных материалов.

Оборудование

- Частотомер
- Осциллограф
- Электромагнитные излучатель и приемник колебаний
- Набор стержней из различных материалов

Теоретические сведения и экспериментальная установка

Скорость u распространения продольной акустической волны в случае тонкого длинного стержня определяется как:

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1)$$

где ρ - плотность среды, E - модуль Юнга.

В работе мы рассматриваем наиболее простой случай распространения звуковой волны в твердом теле - в длинном тонком стержне. С точки зрения распространения волн стержень считается тонким при условии $\lambda \gg R$, где λ - длина звуковой волны в стержне; R - радиус стержня. Акустическая волна, распространяясь в стержне конечной длины L , испытывает отражение от торцов и если при этом на длине стержня укладывается целое число полувольт, то отраженные волны будут складываться в фазе с падающими, что приведет к резкому усилению амплитудных колебаний и возникновению акустического резонанса в стержне. При частотах гармонического возбуждения, совпадающих с собственными частотами колебаний

стержня, резко увеличивается амплитуда колебаний и в стержне образуется стоячая волна. Тогда для n -ой гармоники можно записать:

$$u = 2L \frac{f_n}{n} \quad (2)$$

Схема установки приведена ниже.

Исследуемый стержень 5 размещается на стойке 10. Возбуждение и приём колебаний в стержне осуществляются электромагнитными преобразователями 4 и 6, расположенными рядом с торцами стержня. Крепления 9, 11 электромагнитов дают возможность регулировать их расположение по высоте, а также перемещать вправо-влево по столу 12. Электромагнит 4 служит для возбуждения упругих механических продольных колебаний в стержне. На него с генератора звуковой частоты 1 подаётся сигнал синусоидальной формы: протекающий в катушке электромагнита ток создаёт пропорциональное ему магнитное поле, вызывающее ериодическое воздействие заданной частоты на торец стержня (к торцам стержней из немагнитных материалов прикреплены тонкие стальные шайбы). Рядом с другим торцом стержня находится аналогичный электромагнитный датчик 6, который служит для преобразования механических колебаний в электрические. Принцип работы электромагнитных датчиков описан подробнее ниже. Сигнал с выхода генератора поступает на частотомер 2 и на вход канала X осциллографа 3. ЭДС, возбуждаемая в регистрирующем электромагните 6, пропорциональная амплитуде колебаний торца стержня, усиливается усилителем 7 и подаётся на вход канала Y осциллографа. Изменяя частоту генератора и наблюдая за амплитудой сигнала с регистрирующего датчика, можно определить частоту акустического резонанса в стержне.

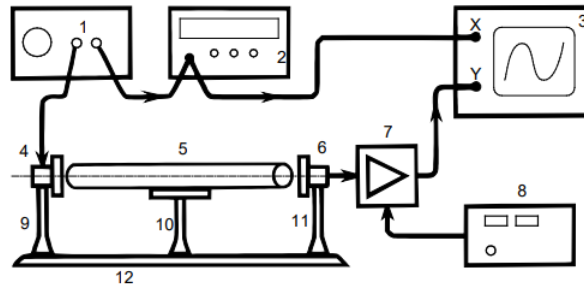


Рис. 1: Схема установки: 1 – генератор звуковой частоты, 2 – частотомер, 3 – осциллограф, 4 – электромагнит-возбудитель, 5 – образец, 6 – электромагнитприёмник, 7 – усилитель звуковой частоты, 8 – блок питания усилителя, 9, 11 – стойки крепления электромагнитов, 10 – стойка крепления образца, 12 – направляющая

Экспериментальные данные

материал	d мм	l , мм	m , гр	ρ , кг/м ³
медь	12.34	29.7	29.109	8195
дюралюминий	12.15	41.2	13.312	2786.79
сталь	12.38	41.2	37.084	7377.53

Таблица 1: Плотность стержней

N	1	2	3	4	5
$\nu_{\text{м}}, \text{кГц}$	3.2182	6.4717	9.6619	12.884	16.106
$\nu_{\text{а}}, \text{кГц}$	4.2438	8.4857	12.6295	16.8745	21.21163
$\nu_{\text{с}}, \text{кГц}$	4.1278	8.2581	12.387	16.511	20.635

Таблица 2: Резонансная частота стержней

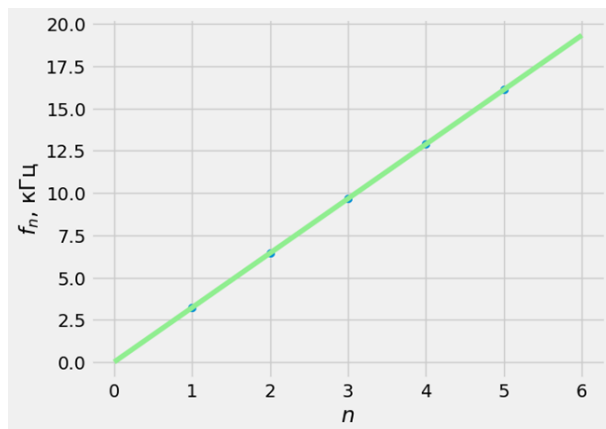


Рис. 2: График зависимости резонансной частоты медного стержня от номера гармоники

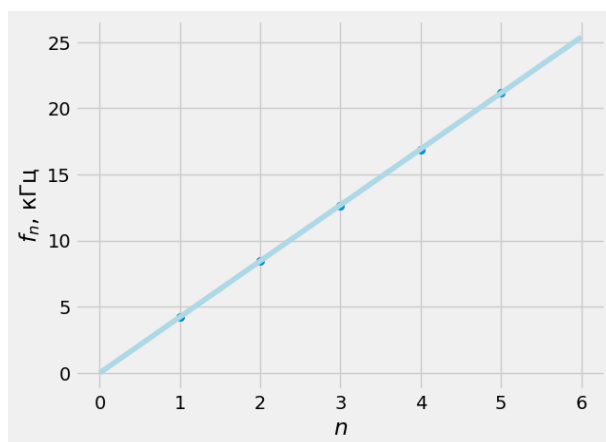


Рис. 3: График зависимости резонансной частоты дюралюминиевого стержня от номера гармоники

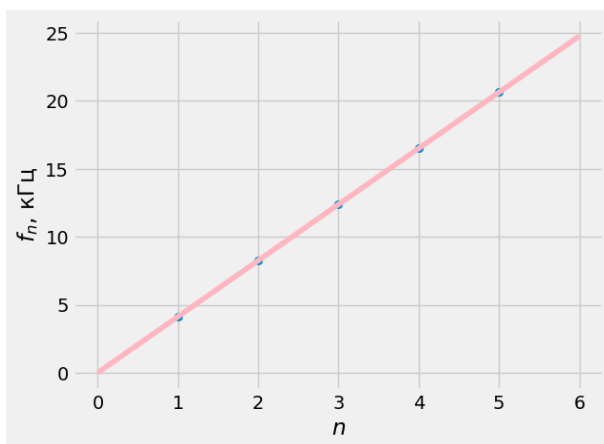


Рис. 4: График зависимости резонансной частоты стального стержня от номера гармоники

величина/материал	медь	дюралюминий	сталь
u , м/с	3862.79	5078.4	4952.4
E , ГПа	122.28	71.87	183.4

Таблица 3: Резонансная частота стержней

Погрешности и результаты измерений

Погрешности вычисления плотности стержней определим по формуле:

$$\varepsilon_{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2} \quad (3)$$

Погрешность вычисления скорости распределения звуковых колебаний в стержнях определим по формуле:

$$\varepsilon_u = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{L}\right)^2}, \quad (4)$$

где k - наклон прямой графика зависимости $f_n(n)$, а σ_k :

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\langle n^2 \rangle \langle f_n^2 \rangle - \langle n f_n \rangle^2}{n \langle n^2 \rangle}} \quad (5)$$

Погрешность вычисления модуля Юнга определяется формулой:

$$\varepsilon_E = \sqrt{4\varepsilon_u^2 + \varepsilon_{\rho}^2} \approx \varepsilon_{\rho} \quad (6)$$

величина/материал	медь	дюралюминий	сталь
ε_{ρ} , %	4.7	5.7	4.4
ε_u , %	0.1	0.17	0.08
ε_E , %	4.7	5.7	4.4

Таблица 4: Погрешность измерений плотности, скорости и модуля Юнга стержней

Получаем:

величина/материал	медь	дюралюминий	сталь
$u \pm \sigma_u$, м/с	3863 ± 4	5874 ± 9	4952 ± 4
$E \pm \sigma_E$, ГПа	122 ± 6	72 ± 4	183 ± 8

Таблица 5: Результаты измерений

Определение добротности колебательной системы

Добротность Q колебательной системы определяется как:

$$Q \sim \frac{\Delta f}{f_{\text{рез}}}, \quad (7)$$

где Δf - ширина резонанса $\Delta f = 0.0008 \text{ кГц}$, $f_{\text{рез}} = 3.2184$, тогда $Q \sim 2000$

Выводы

В работе мы с помощью метода акустического резонанса измерили скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях разных материалов, а так же измерили модуль Юнга для них. Сравним результаты:

величина/материал	медь	дюралюминий	сталь
$u_{\text{эксп}} \pm \sigma_u$, м/с	3863 ± 4	5874 ± 9	4952 ± 4
$u_{\text{табл}}$, м/с	3790	-	5150
$E_{\text{эксп}} \pm \sigma_E$, ГПа	122 ± 6	72 ± 4	183 ± 8
$E_{\text{табл}}$, ГПа	105-130	70.5	200-210

Таблица 6: Сравнение табличных данных с результатами эксперимента

Как можно видеть из 4 погрешность измерения модуля Юнга определяются погрешностью измерения плотности материала. Тогда сравним табличные и экспериментальные значения плотности:

величина/материал	медь	дюралюминий	сталь
$\rho_{\text{эксп}} \pm \sigma_\rho$, кг/м ³	8195 ± 386	2786 ± 159	7477 ± 331
$\rho_{\text{табл}}$, кг/м ³	-	2800	7500-7900

Таблица 7: Сравнение табличных данных с результатами эксперимента

Плотность материалов входит в ворота погрешности. Погрешность скорости распространения продольных волн в стержне мала, т.к. относительная погрешность как измерения частоты, так и измерения длины стержня много меньше единицы. Расхождения с табличными значениями можно объяснить наличием иных примесей в сплавах стержней.