

Лабораторная работа 1.3.3

ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА ПО ТЕЧЕНИЮ В ТОНКИХ ТРУБКАХ

Татаурова Юлия Романовна

6 сентября 2024 г.

Цель работы: экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

Оборудование: система подачи воздуха (компрессор, подающие трубки); газовый счетчик барабанного типа; спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном; набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра; секундомер.

Теоретические сведения

Течение в трубе может быть либо ламинарным, либо турбулентным. При ламинарном течении слои жидкости не перемешиваются между собой. Турбулентному течению характерны образование вихрей и активное перемешивание слоев. Характер течения определяется числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho u r}{\eta} \quad (1)$$

С ростом числа Рейнольдса достигается его критическое значение ($Re_{text} \approx 10^3$), при котором характер течения из ламинарного переходит в турбулентное. Из закона Ньютона для силы вязкого трения в жидкостях и газах:

$$\tau_{xy} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (2)$$

следуют следующие формулы:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta l} \quad (3)$$

$$u(r) = \frac{\Delta P}{4l} (R^2 - r^2) \quad (4)$$

$$u_{cp} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{u_{max}}{2} \quad (5)$$

Ясно, что распределение скорости в трубе не будет пуазейлевским сразу. Оценим расстояние от начала трубы, на котором течение можно считать пуазейлевским:

$$K \sim \frac{1}{2} \rho u^2 \pi R^2 dx$$

$$A_{\text{тр}} \sim \eta \frac{du}{dr} 2\pi R dx l$$

$$\frac{du}{dr} \sim \frac{\Delta u}{R} \sim \frac{u}{R}$$

$$Re = \frac{K}{A_{\text{тр}}}$$

$$l_{\text{пред}} \sim R \cdot Re$$

Примем $l_{\text{уст}} = 0.2R \cdot Re$

Экспериментальная установка

Поток воздуха поступает через газовый счетчик в трубку. Интенсивность подачи воздуха регулируется краном. В разные части трубки можно подключать манометр, чтобы измерять разность давлений на измеряемых концах трубки. С помощью газового счетчика и секундомера измеряется средний объемный расход газа $Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

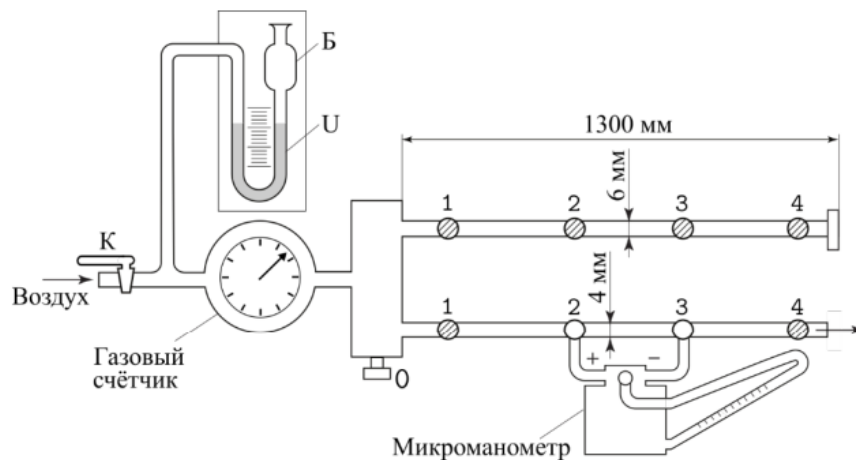


Рис. 1: Экспериментальная установка

Экспериментальные данные и ход работы

Измерим параметры окружающей среды:

$P_{\text{атм}}$, кПа	φ , %	$t^{\circ}C$
100.68	20	24.1

Таблица 1: Параметры окружающей среды

Эксперимент на первой трубке

$$d_{\text{труб}} = 3.95 \pm 0.05 \text{ мм}$$

$$l_{\text{труб}} = 90 \text{ см}$$

Рассчитаем значение $\Delta P_{\text{кр}}$ и $Q_{\text{кр}}$, при котором число Рейнольдса станет равным критическому $Re_{\text{кр}} \approx 10^3$. Для оценки будем считать $\eta \approx 2 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Плотность воздуха из уравнения идеального газа:

$$\rho = \frac{P\mu}{RT} \quad (6)$$

$\Delta P_{\text{кр}}$, кПа/Дел	$Q_{\text{кр}}$, м ³ /с · 10 ⁻⁵	$l_{\text{кр}}$, см
182 / 92	10.8	39.5

Таблица 2: Критический объемный расход, давление и длина ($k = 0.2$)

Определим V_{min} и t_{min} , при которых относительная погрешность измерения Q не больше $\varepsilon = 1\%$.

$\sigma_V = 0.005$, тогда $V_{\text{min}} = \frac{\sigma_V}{\varepsilon} = 0.5 \text{ л}$

Аналогично $t_{\text{min}} = \frac{\sigma_t}{\varepsilon}$, где

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_{\text{ср}} - t_i)^2}{N - 1}} = 0.83 \text{ с} \rightarrow t_{\text{min}} = 8.3 \text{ с}$$

№	1	2	3	4	5	6	7
t , с	5.97	5.77	5.88	5.76	5.74	5.72	5.84

Таблица 3: Время прохождения V_{min} объема газа

Теперь определим зависимость перепада давления от объемного расхода при ламинарном и турбулентном режимах течения.

№	1	2	3	4	5	6	7
t , с	38.47	26.85	20.23	16.92	13.25	11.62	10.87
ΔP , Дел	20	30	40	50	60	71	80
Q , мл	11.36	17.61	24.17	38.82	48.92	61.12	71.43

Таблица 4: Зависимость давления от объемного расхода $\Delta P(Q)$ в ламинарном режиме ($k = 0.2$)

В логарифмической шкале:

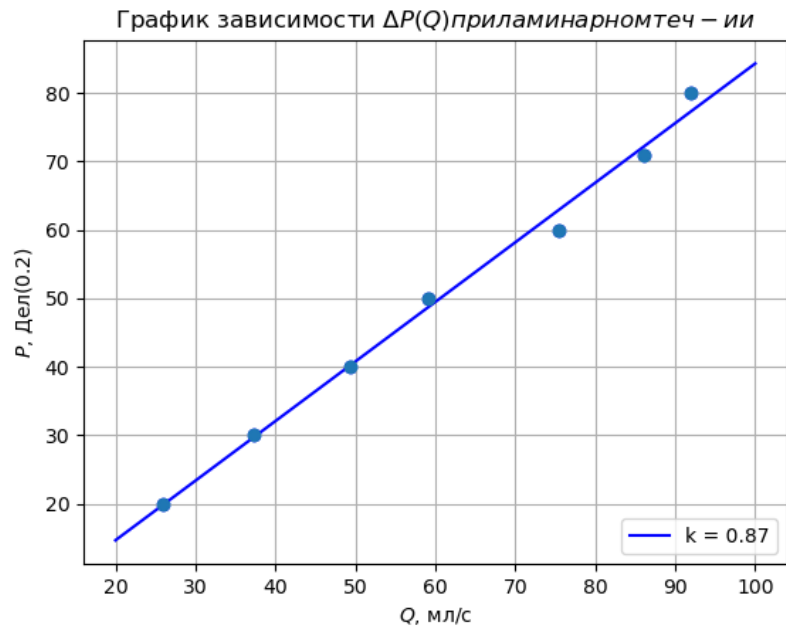


Рис. 2: Зависимость давления от объемного расхода при ламинарном течении

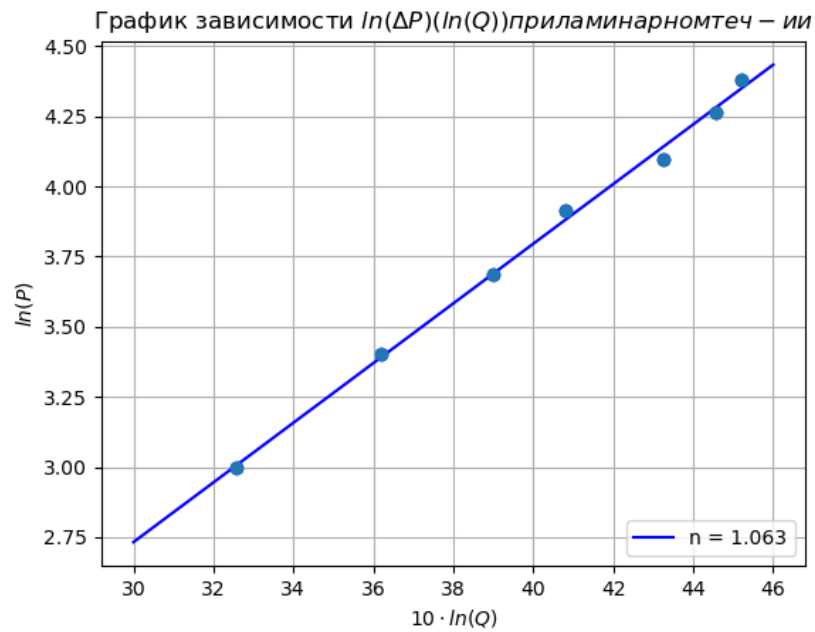


Рис. 3: Логарифмическая ависимость давления от объемного расхода при ламинарном течении

Итак из логирифмического графика видно, что при ламинарном течении зависимость перепада давления от расхода линейная, что и было изложено в теории. Из первого графика, зная теперь угол наклона, можно определить значение коэффициента динамической вязкости

воздуха η .

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 l Q} = 2.9 \cdot 10^{-5} \tag{7}$$

№	1	2	3	4	5	6	7
ΔP , Дел	80	100	120	140	160	180	200
Q , мл	90.17	97.47	104.82	108.54	114.59	124.9	126.58

Таблица 5: Зависимость давления от объемного расхода $\Delta P(Q)$ в турбулентном режиме ($k = 0.4$)

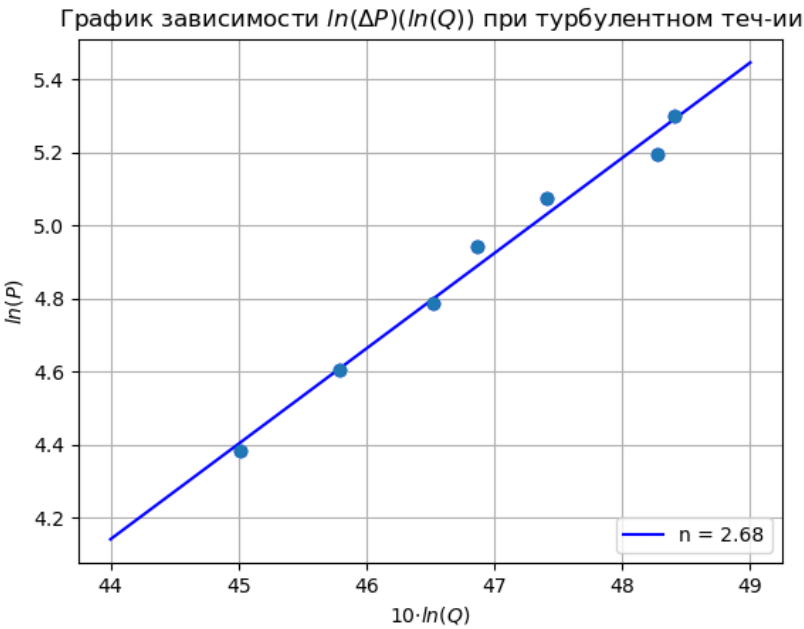


Рис. 4: Зависимость давления от объемного расхода при турбулентном течении

Здесь можно заметить, что степень зависимости находится между 2 и 3, тогда как в теоретических раскладках степень выходила равной 2.

По графику четко видно, что переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при давлении в 80 Дел., в то время как в теории мы предположили переход при $P_{кр} = 91$ Дел.

Эксперимент на второй трубке

$$d_{\text{труб}} = 5.3 \pm 0.05 \text{ мм}$$

$$l_{\text{труб}} = 90 \text{ см}$$

Определим зависимость перепада давления от объемного расхода при ламинарном и турбулентном

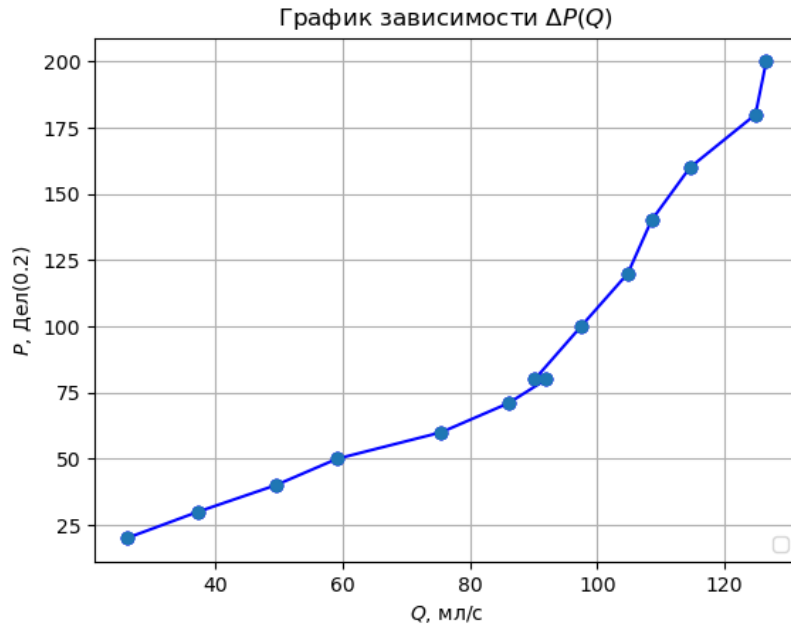


Рис. 5: Турбулентное и ламинарное течение

$\Delta P_{кр}$, кПа/Дел	$Q_{кр}$, м ³ /с · 10 ⁻⁵	$l_{кр}$, см
135 / 68	14	53

Таблица 6: Критический объемный расход, давление и длина ($k = 0.2$)

№	1	2	3	4	5	6	7
ΔP , Дел	10	15	20	25	30	35	40
Q , мл	28.04	43.98	55.68	76.57	89.45	102.15	117.23

Таблица 7: Зависимость давления от объемного расхода $\Delta P(Q)$ в ламинарном режиме ($k = 0.2$)

В логарифмической шкале:

Итак из логарифмического графика видно, что при ламинарном течении зависимость перепада давления от расхода линейная, что и было изложено в теории. Из первого графика, зная теперь угол наклона, можно определить значение коэффициента динамической вязкости воздуха η .

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 l Q} = 2.7 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с} \quad (8)$$

Здесь можно заметить, что степень зависимости находится между 2 и 3, тогда как в теоретических раскладках степень выходила равной 2.

По графику четко видно, что переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при давлении в 70 Дел., в то время как в теории мы предположили переход при $P_{кр} = 68$ Дел.

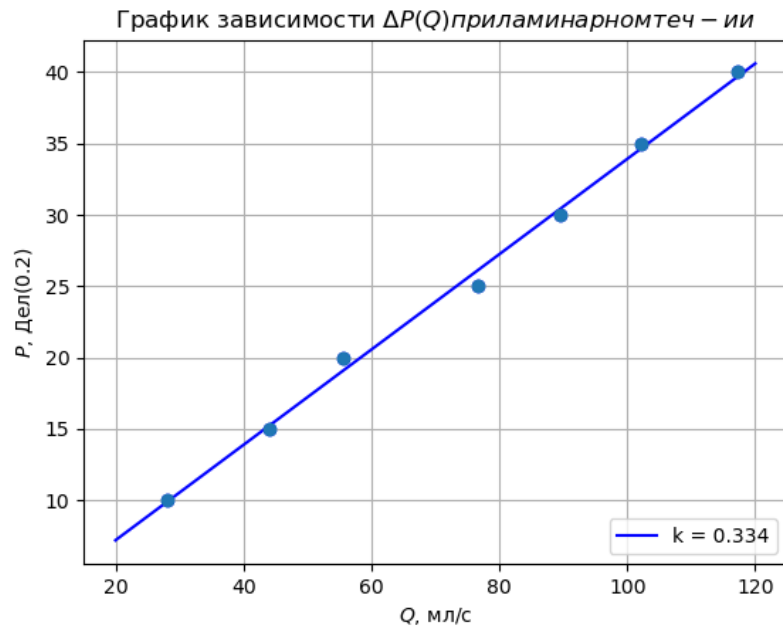


Рис. 6: Зависимость давления от объемного расхода при ламинарном течении

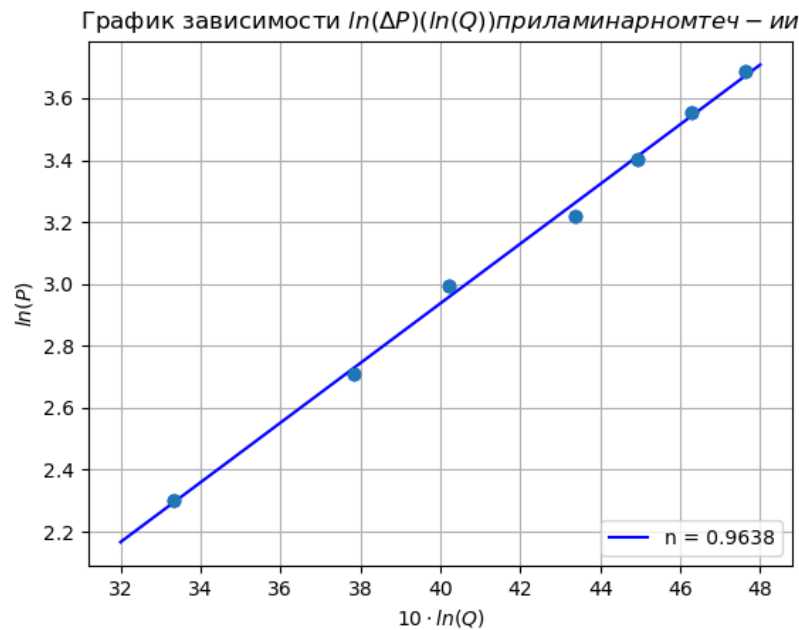


Рис. 7: Логарифмическая зависимость давления от объемного расхода при ламинарном течении

Результаты и выводы

Погрешность вычисления коэффициента динамической вязкости можно оценить как $\varepsilon_\eta = \sqrt{1 + 1 + (4 * 1)^2} \approx 4.2\%$ (1% погрешность определения Q , 1% погрешность определения длины трубки, и 16% от радиуса трубки т.к он входит со степенью 4)

№	1	2	3	4	5	6	7
ΔP , Дел	70	90	100	110	120	130	140
Q , мл	196.08	203.67	220.91	224.22	231.66	241.16	251.47

Таблица 8: Зависимость давления от объемного расхода $\Delta P(Q)$ в турбулентном режиме ($k = 0.2$)

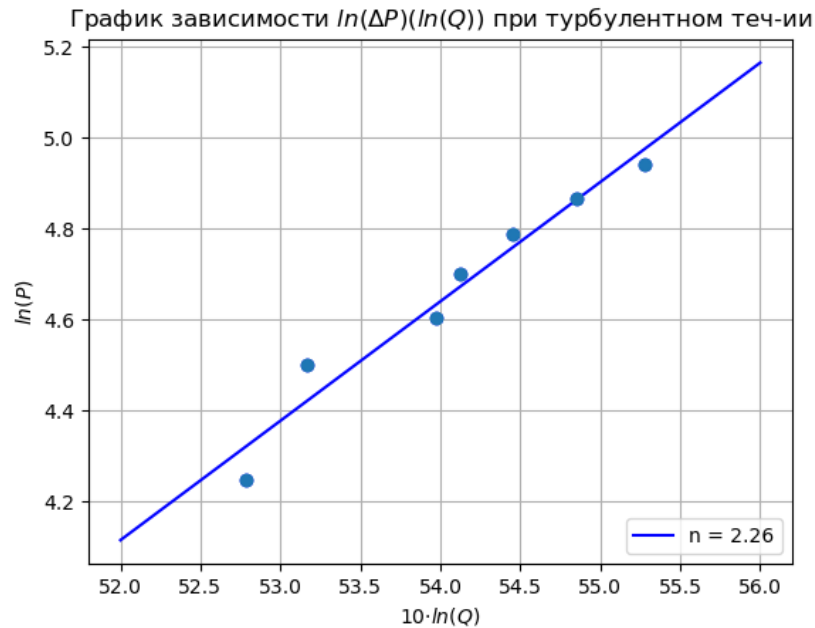


Рис. 8: Зависимость давления от объемного расхода при турбулентном течении

1) Определение границы перехода от ламинарного течения к турбулентному:

Из графика можно определить границу перехода, т.к резко меняется наклон. Соответственно посчитаем критическое значение числа Рейнольдса для двух трубок:

$$Re_{кр} = \frac{\rho Q_{кр}}{\pi R \eta}$$

$$Re_1 \approx 570; Re_2 \approx 995 \approx 10^3$$

Как видим число Рейнольдса почти совпадает с предполагаемым равным 10^3 .

2) Зависимость перепада давлений от объемного расхода при ламинарном течении:

Эта зависимость действительно оказалась линейной, как и предполагалось в теории. Из этого так же следует, что критическая длина трубки была так же определена верна и к моменту измерения распределение скоростей было пуассоновским.

3) Определение коэф. динамической вязкости:

С помощью графика зависимости давления от расхода было найдено значение динамической вязкости при ламинарном течении. Оно оказалось чуть больше, чем было предположено ($2.7 > 2$).

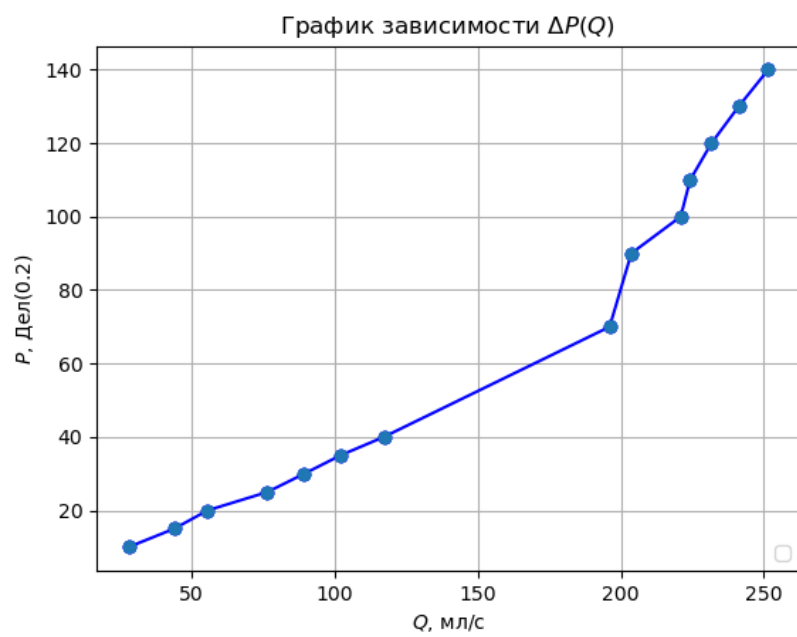


Рис. 9: Турбулентное и ламинарное течение