Лабораторная работа 1.4.1

Определение ускорения свободного падения при помощи оборотного маятника

Татаурова Юлия Романовна

26 февраля 2024 г.

Аннотация

В работе необходимо определить величину ускорения свободного падения, пользуясь оборотным маятником.

Оборудование

- Оборотный маятник
- Счетчик числа колебаний
- Секундомер
- Штангенциркуль

Теоретические сведения и экспериментальная установка

Метод оборотного маятника основан на то, что период колебаний физического маятника не изменяется при перемещении оси качаний в центр качаний(точку отстоющую от оси качаний на расстояние приведенной длины маятника $l_{\text{пр}}$).

Пусть $L = l_1 + l_2$ - расстояние между двумя "сопряженными"точками подвеса физического маятника

Если соответствующие периоды малых колебаний равны ($T_1 = T_2 = T$), то по теореме Гюйгенса $L = l_{\text{пр}}$. Тогда т.к:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}} l_{\text{пр}} = \frac{I}{ml} \tag{1}$$

то:

$$g_0 = (2\pi)^2\frac{L}{T^2} \tag{2}$$

Т.к на опыте точного совпадения $T_1 = T_2$ добиться невозможно, получим формулу для определения ускорения свободного падения g с учетом отличия ΔT ($T_1 = T, T_2 = T + \Delta T$) :

$$g = (2\pi)^2\frac{{l_1}^2 - {l_2}^2}{{T_1}^2 l_1 - {T_2}^2 l_2} \tag{3}$$

Обозначим за $\lambda = \frac{l_1}{l_2}$, тогда формула (9) будет записана как:

$$g = g_0 \frac{\lambda - 1}{\lambda - \frac{{T_2}^2}{{T_1}^2}} \tag{4}$$

Предварительный расчет положения грузов

Теперь рассмотрим, как при заданном l_2 найти l_1, а так же для нахождения b_1 и b_2 - расстояний от первой призмы до первого груза и от второй призмы до второго груза соответственно (см.рис.1). Запишем уравнение моментов относительно П1:

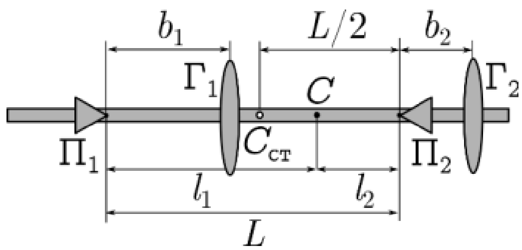

Рис. 1: Расположение грузов и призм на маятнике.
С - центр масс маятника, $C_{ст}$ - центр масс стержня.

$$Ml_1 = m_{ст}\frac{L}{2} + m_{пр2}L + m_1 b_1 + m_2(b_2 + L), \tag{5}$$

где $M = m_{ст} + m_{пр1} + m_{пр2} + m_1 + m_2$ - полная масса маятника.

В данном методе расчета моменты инерции вычисляются относительно точки подвеса маятника П2. Найдем b_1 и b_2.

- момент инерции тонкого стержня длиной $l_{ст}$ с призмами:

$$I_{ст} = m_{ст}\left(\frac{{l_{ст}}^2}{12} + \left(\frac{L}{2}^2\right)\right) + m_{пр2}L^2,$$

- момент инерции гурзов на стержне:

$$I_{гр} = m_1(L - b_1)^2 + m_2{b_2}^2,$$

,

- суммарный момент инерции всего маятника:

$$I_{п2} = MLl_2 = I_{ст} + I_{гр},$$

.

Измеренные данные:

m_i	$m_{ст}$	$m_{пр1}$	$m_{пр2}$	m_1	m_2	M
m, гр	868.2	78.3	79.6	1483.8	1508	4017.9
l_i	$l_{ст}$	L	l_2	l_1	-	-
l, см	100	52	13	39	-	-

Таблица 1: Массы и длины установки

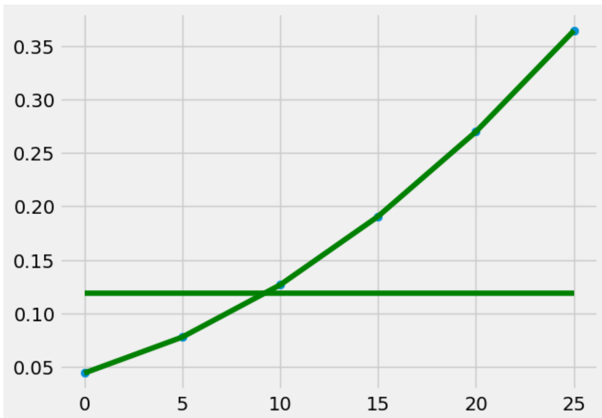

Рис. 2: График зависимости $I_{гр}(b_2)$

Из графика получаем значения для $b_1 = 9$см и $b_2 = 25.6$см.

Рузультаты измерений и обработка данных

$20T_1$, с	29.01	29.01	29.01	29.01
$20T_2$, с	29.04	29.03	29.03	29.03

Таблица 2: Время колебаний маятника в разных точках подвеса П1 И П2(20 периодов)

$T_1(T)$, с	$T_2(T+\Delta T)$, с	σ_T,	ΔT,	σ_l,	Δl,	β
1.4505	1.4515	0.001	0.001	0.5	26	0.5

Таблица 3: Результаты измерений и погрешности

Определение погрешностей

Из формул (4)-(6):

$$g = g_0 \frac{\lambda - 1}{\lambda - (1+\varepsilon_t)^2} \approx g_0(1 + 2\beta\varepsilon_t), \tag{6}$$

где $\varepsilon_t = \frac{\Delta T}{T}$, $\beta = \frac{1}{\lambda - 1} = \frac{l_2}{l_1 - l_2}$.
Тогда:

$$\varepsilon_{g_0} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_T}{T}\right)^2} \tag{7}$$

$$\Delta g \approx \frac{2l_2}{l_1 - l_2} \frac{\Delta T}{T} g_0 \tag{8}$$

$$\varepsilon_g \approx \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + 8\left(\beta\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + 8\left(\beta\frac{\Delta T}{T}\frac{\sigma_l}{\Delta l}\right)^2} \tag{9}$$

$\varepsilon_g = 0.97\%$
Получаем $g = (9.76 \pm 0.09)$ м/с^2

Результаты и выводы

В результате работы для величины g ускорения свободного падения получилось значение $g = (9.76 \pm 0.09)$ м/с^2. :9.81/^{2}...(9), $-$, .$\sigma_T = 0.001$ с, тогда $\varepsilon_t = 0.01\%$ Для T_1 и T_2 погрешность так же составила порядка 0.0001%. Тогда точность определения ускорения свободного падения зависит от точности измерения длины ($\varepsilon_l = 1\%$) порядка одного процента. Тогда погрешность определения g составляет порядка 1%. Так что этот метод можно назвать достаточно точным.