

Лабораторная работа 4.3.1

Изучение дифракции света

Татаурова Юлия, Павлов Матвей

9 мая 2025 г.

Аннотация

В работе мы исследовали явления дифракции Френеля на щели, дифракции Фраунгофера на щели и на двух щелях, изучили влияние дифракции на разрешающую способность оптических инструментов.

Теоретические сведения

Дифракция Френеля на щели

Для расчёта светового поля воспользуемся методом векторных диаграмм. Разбив щель на узкие полоски $d\xi$, параллельные краям щели, изобразим колебание, созданное полоской в точке наблюдения P . Разность фаз колебаний от полосок на расстояниях ξ и $\xi + d\xi$ зависит от ε :

$$d\varphi = \frac{k}{z}\xi d\xi$$

Поэтому угол между двумя соседними векторами на диаграмме не сохраняется неизменным. По мере удаления от центра угол начинает быстро нарастать - цепочка векторов быстро скручивается. Суммарный вклад всей полосы изображается вектором A_1 , проведённым из начала первого вектора в конец последнего. Продолжая дальше построение векторной диаграммы, придём к спирали Корню, изображённой на рис. 1. Спираль, быстро скручиваясь, приближается к точке S_1 , называемой фокусом спирали. Каждый последующий полувиток спирали изображает вклад в суммарное колебание последовательно расположенных зон Шустера, причём m -я зона Шустера - это полоса, внешний край которой отстоит от точки наблюдения на расстояние $z + m\sqrt{2}$ и на расстояние

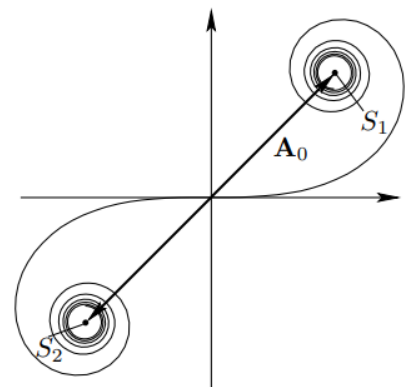
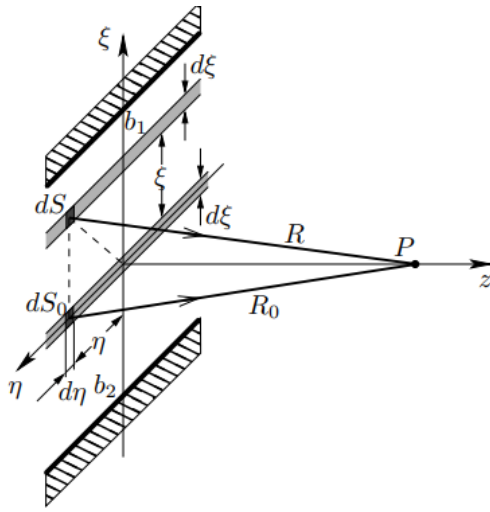
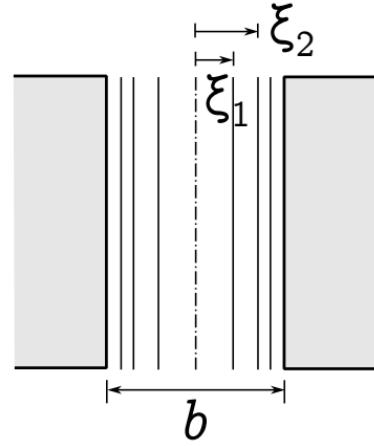


Рис. 1: Спираль Корню

$$\xi_m = \sqrt{m\lambda z}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$



(a) Дифракция Френеля на щели



(b) Зоны Шустера в плоскости щели

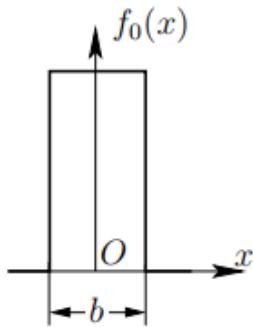
Дифракция Френеля наблюдается, когда количество открытых зон Френеля (Шустера) порядка единицы:

$$m = \frac{b^2}{\lambda z} \sim 1 \quad (2)$$

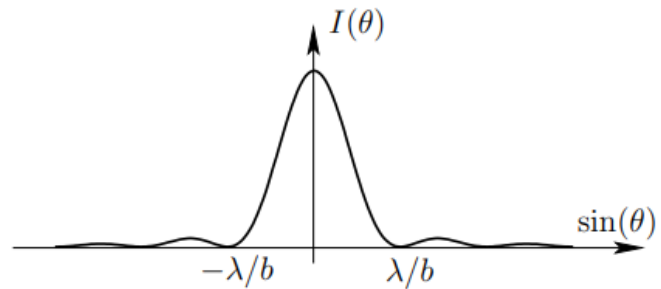
Дифракция Фраунгофера на щели

Для нахождения картины Фраунгоферовой дифракции, необходимо найти преобразование Фурье граничного поля $f_0(x)$ в плоскости $z = 0$ (аналогично нахождению спектра прямоугольного импульса - роль длительности импульса здесь играет ширина щели b , а роль частоты - пространственная частота $u = k \sin \theta$). Получаем:

$$g(\theta) = g(\theta) \propto \int_{-b/2}^{+b/2} e^{ikx \sin \theta} dx \propto \frac{\sin \left(\frac{kb}{2} \sin \theta \right)}{\frac{kb}{2} \sin \theta} \quad (3)$$



(a) Поле на щели



(b) Угловое распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на щели

Из формулы 3 следует, что подавляющая величина потока энергии сосредоточена в угловом конусе:

$$|\sin \theta| \leq \frac{\lambda}{b} \quad (4)$$

С уменьшением ширины щели уширяется пространственный спектр - спектр плоских волн, бегущих от щели.

Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Соответствующая фаза колебания отличается на величину:

$$\alpha = -k\Delta = -kd \sin \theta \quad (5)$$

Поэтому колебательный процесс, созданный второй щелью в точке наблюдения, описывается функцией $g(\theta)e^{i\alpha}$. Волны, посылаемые в точку наблюдения двумя щелями, интерферируют. Амплитуда суммарного колебательного процесса в точке наблюдения есть $g(\theta) + g(\theta)e^{i\alpha}$. Картина интенсивности изображена ниже 5:

$$I(\theta) = |g(\theta)|^2 [1 + \cos(kd \sin \theta)]^2 \quad (6)$$

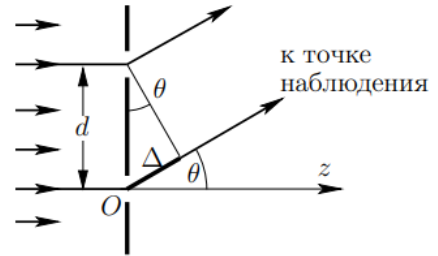


Рис. 4: К вычислению поля для дифракции Фраунгофера на двух щелях

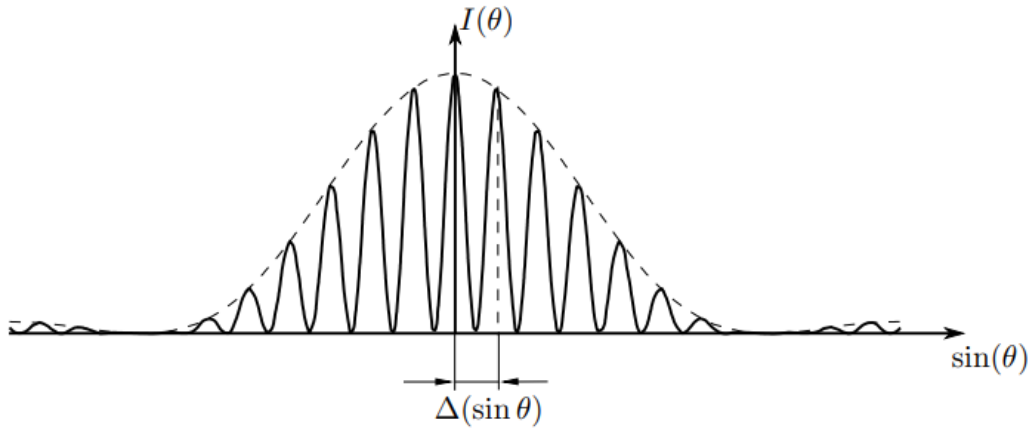


Рис. 5: Зависимость интенсивности от угла для дифракции Фраунгофера на двух щелях

Экспериментальная установка

Оборудование: оптическая скамья, ртутная лампа, светофильтр, щели с регулируемой шириной, рамка с вертикальной нитью, экран с двойной щелью, микроскоп на поперечных салазках с микрометрическим винтом, зрительная труба.

А) Дифракция Френеля на щели

Свет от ртутной лампы Л, пропущенный через оранжевый светофильтр Ф со средней длиной волны $\lambda = 578$ нм, падает на входную щель S_1 . Щель S_1 находится в фокусе

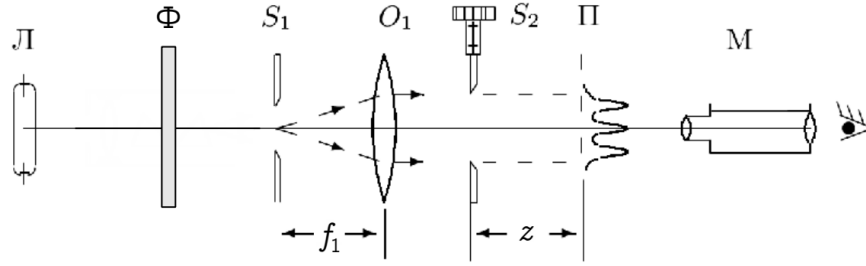


Рис. 6: Экспериментальная установка для наблюдения дифракции Френеля

коллиматора — собирающей линзы O_1 . Коллиматор создаёт параллельный пучок монохроматического света, освещающий щель S_2 , на которой и происходит дифракция. Дифракционная картина рассматривается с помощью микроскопа М, сфокусированного на некоторую плоскость наблюдения П.

Нашли резкое изображение щели (без дифракционных полос). Начальное положение микроскопа, измеренное по шкале продольное линейки: $x_0 = 58.4$ см.

Постепенно отодвигая микроскоп от щели S_2 , замерыли по шкале положение микроскопа, при котором на фоне щели видно n тёмных полос. Результаты измерений приведены в

x_n , мм	n	z_n , мм	ξ_n , мкм
574	6	10	181 ± 11
573	4	11	155 ± 9
570	3	14	151 ± 9
567	2	17	136 ± 7
558	1	26	119 ± 6

Таблица 1: Зависимость координат полос от числа видимых темных полос

где $z_n = x_0 - x_n$ - расстояние от щели до плоскости наблюдения; $\sigma_{x_n} = 1$ мм; $\sigma_{a_n} = 1$ мм. График изображен на рисунке 7. Коэффициент наклона графика $k = \lambda_g = 547$ нм, что совпадает с табличным значением $\lambda_g = 546$ нм.

Ширина щели получается $b = 0.155 \pm 0.025$ мм. Ширина щели измеренная микрометрическим винтом: $b = 0.16 \pm 0.02$ мм.

Б) Дифракция Фраунгофера на щели

Дифракцию Френеля и Фраунгофера можно наблюдать на одной и той же установке (6). Однако при обычных размерах установки дифракция Фраунгофера возникает только при очень узких щелях. Поэтому к прошлой установке добавляется объектив O_2 .

Дифракционная картина наблюдается здесь в фокальной плоскости объектива O_2 . Каждому значению угла θ соответствует в этой плоскости точка, отстоящая от оптической оси на расстоянии:

$$x = f_2 \operatorname{tg} \theta \approx f_2 \theta \quad (7)$$

Поскольку объектив не вносит дополнительной разности хода между интерферирующими лучами (таутохронизм), в его фокальной плоскости наблюдается неискажённая дифракционная картина Фраунгофера. Эта картина соответствует бесконечно удалённой плоскости

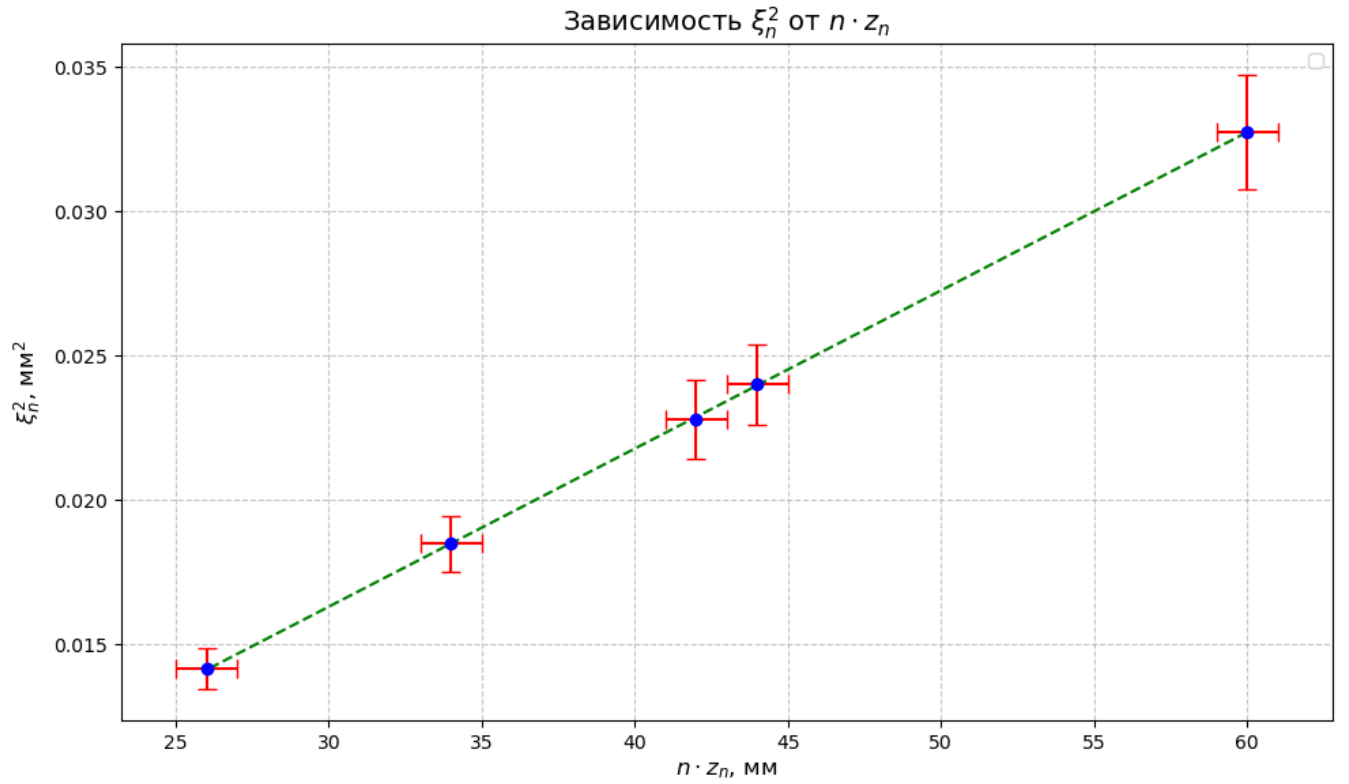


Рис. 7: К определению ширины щели b в случае дифракции Френеля на щели

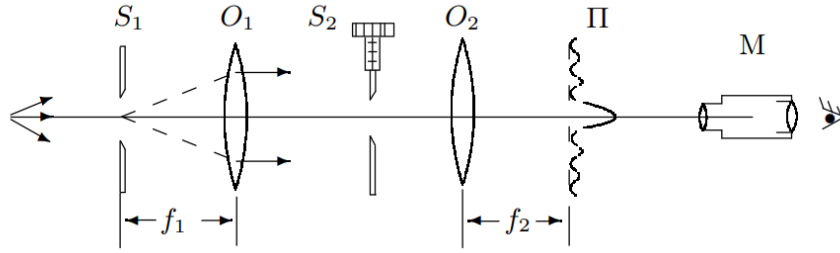


Рис. 8: Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на щели

наблюдения. При малых углах θ положение тёмных полос определяется соотношением

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{b} \quad (8)$$

Расстояние x_m от тёмной полосы до оптической оси объектива O_2 пропорционально фокусному расстоянию f_2 :

$$x_m = m \frac{\lambda}{b} f_2 \quad (9)$$

Ширина щели S_2 : $b = 0.28 \pm 0.01$ мм. Фокусное расстояние линзы O_2 : $f_2 = 11$ см. Измерили с помощью винта поперечного перемещения микроскопа координаты X_m нескольких дифракционных минимумов. Результаты приведены в таблице 2.

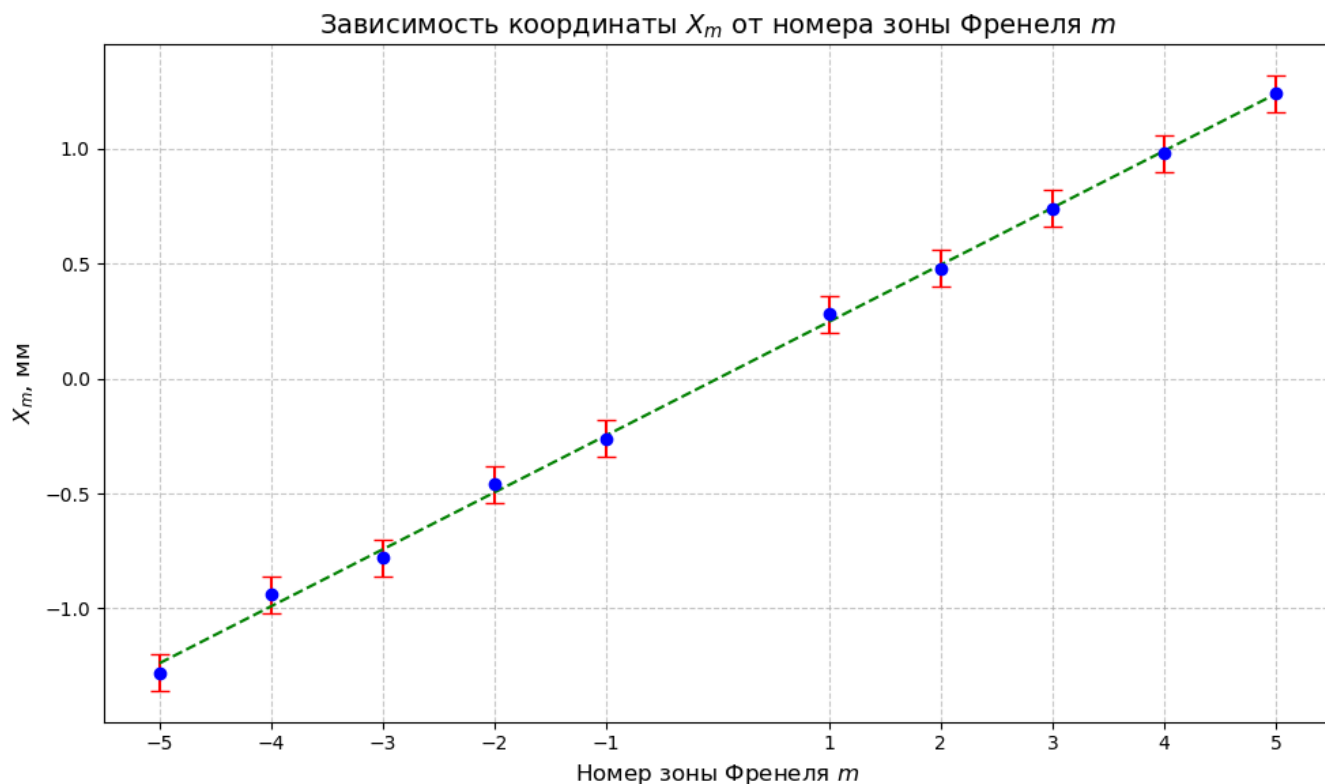


Рис. 9: К определению ширины щели b в случае дифракции Фраунгофера на щели

По наклону прямой из графика 9, согласно формуле 9, определили ширину щели S2:

$$b = \frac{f_2 \lambda}{k} = 0.24 \pm 0.05 \text{ мм}$$

X_m , мм	m
-1.28	-5
-0.94	-4
-0.78	-3
-0.46	-2
-0.26	-1
0.28	1
0.48	2
0.74	3
0.98	4
1.24	5

В) Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Два дифракционных изображения входной щели, одно из которых образовано лучами, прошедшими через левую, а другое - через правую щели, накладываются друг на друга. Угловая координата θ_m интерференционного максимума m -го порядка определяется соотношением

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{d} \quad (10)$$

где d — расстояние между щелями. Линейное расстояние δx между соседними интерференционными полосами в плоскости П:

$$\delta x = f_2 \frac{\lambda}{d} \quad (11)$$

Таблица 2:
Зависимость
координат полос от
их порядка

Оценим число n интерференционных полос, укладывающихся в области центрального дифракционного максимума.

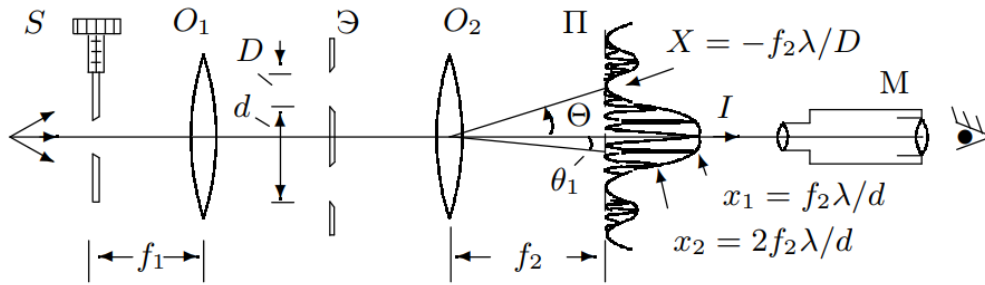


Рис. 10: Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на двух щелях

Полная ширина главного максимума равна $2f_2\lambda/b$. Тогда число n интерференционных полос, укладывающихся в области центрального дифракционного максимума:

$$n = \frac{2\lambda f_2}{b} \frac{1}{\delta x} = \frac{2d}{b} \quad (12)$$

При дифракции света на двух щелях чёткая система интерференционных полос наблюдается только при достаточно узкой ширине входной щели S , которую можно рассматривать как протяжённый источник света размером b . Для наблюдения интерференции необходимо, чтобы расстояние d между щелями не превышало радиуса когерентности:

$$d \leq \frac{\lambda}{b} f_1 \quad (13)$$

С помощью микрометрического винта поперечных салазок микроскопа определили координаты самых удалённых друг от друга тёмных полос внутри центрального максимума $l = 0.34 \pm 0.01$ мм и просчитали число светлых промежутков между ними $n = 12$. Измерьте ширину центрального максимума. Отсюда получаем расстояние между соседними полосами:

$$\delta x = \frac{l}{n} = 28.3 \pm 0.8 \text{ мкм}$$

Расстояние между щелями (11) и ширина щели:

$$d = f_2 \frac{\lambda}{\delta x} = 2.31 \pm 0.07 \text{ мм}; \quad b = 0.36 \pm 0.01 \text{ мм}$$

Найдем число полос внутри главного максимума(12):

$$n = 12.9 \pm 0.6$$

Исследовали влияние пространственной когерентности на видность интерференционной картины. Для этого, расширяя входную щель S , выбрали такую ширину щели $b_0 = 27 \pm 1$ мкм, при которой наступает первое исчезновение интерференционных полос. Теоретическая величина для $b_0 = f_1\lambda/d = 23.3 \pm 0.6$ мкм.

Г) Влияние дифракции на разрешающую способность оптического инструмента

Линзы O_1 и O_2 в отсутствие щели S_2 создают в плоскости Π изображение щели S_1 , и это изображение рассматривается в микроскоп M . Таким образом, нашу установку можно рассматривать как оптический инструмент, предназначенный для получения изображения предмета. При этом коллиматор (щель S_1 и объектив O_1) является моделью далёкого предмета,

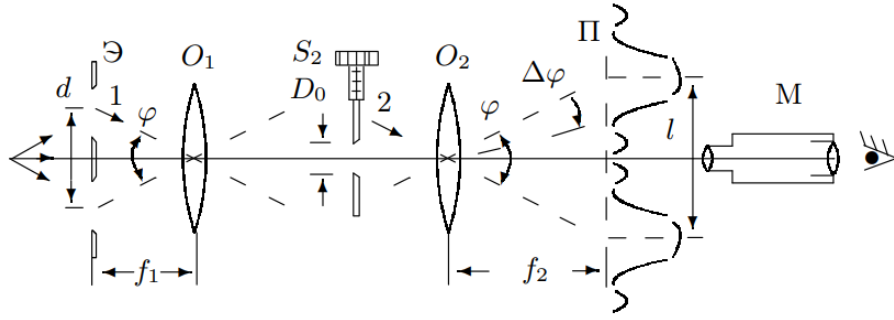


Рис. 11: Схема установки для исследования разрешающей способности оптического инструмента

а объектив O2 и микроскоп М составляют зрительную трубу, наведённую на этот предмет. Щель S2, установленная непосредственно перед объективом O2, позволяет изменять эффективный размер объектива и, следовательно, разрешающую способность оптической системы.

Поместим вместо щели S1 экран Э с двумя узкими щелями, расстояние между которыми равно d . Тогда расстояние l между изображениями щелей в плоскости П равно:

$$l = \varphi f_2 = d \frac{f_2}{f_1} \quad (14)$$

А ширина каждого изображения равна:

$$\delta x \approx \frac{\lambda}{b} f_2 \quad (15)$$

Критерий Рэлея: изображения считаются различимыми, когда полуширина дифракционного изображения δx совпадает с расстоянием l между изображениями отдельных щелей:

$$\delta x \sim l \Rightarrow \frac{\lambda}{b} \sim \frac{d}{f_1} \quad (16)$$

Подобрали такую ширину щели $b_0 = 30$ мкм, чтобы изображения двух щелей почти сливались, но всё-таки ещё воспринимались отдельно.

Поставив двойную щель перед микроскопом, измерили с помощью микрометрического винта поперечных салазок микроскопа расстояние $d = 1.7$ мм между щелями. Тогда согласно критерию Рэлея 16:

$$b_0 = f_1 \frac{\lambda}{d} = 35.3 \pm 0.3 \text{ мкм}$$

Видим, что теоретическое и экспериментальное значение b_0 совпадают по порядку величины, т.е. критерий Рэлея верен.

Вывод

- 1) Сравнили полученные значения размеров зон Френеля с размером щели. Результаты получились в пределах погрешности.
- 2) Сравнили полученные значения размера щели с размером щели, измеренным микрометрическим винтом. Результаты получились в пределах погрешности. Так же проследили, как

вливают изменение ширины щели и её смещение на характер дифракционной картины Фраунгофера на щели. Смещение щели S2 не приводит к смещению дифракционной картины, т.к. это приводит лишь к постоянному линейному набегу фазы падающей волны, что не влияет на интенсивность (дифракционная картина зависит от разности фаз, которая не меняется при сдвиге S2). При уменьшении ширины щели S2 дифракционная картина расширяется, что следует из формулы 3

3) Определили расстояние между щелями d и ширину щелей b . Определили теоретически и экспериментально ширину щелей b_0 , при которых наступает исчезновение интерференционных полос. Значения совпадают по порядку величины.

4) Сравнили измеренную ширину b_0 щели S2 с расчётом по формуле. Результаты совпадают по порядку величины. Т.е. критерий Рэлея верен.