UFRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CCMN - Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
DCC - Departamento de Ciência da Computação
MAB117 - Computação Concorrente

INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Rio de Janeiro Janeiro/2016

Alunos:

Douglas Quintanilha Barbosa Ferreira Julia Anne de Souza Alves

Professora:

Silvana Rossetto

Índice

1	Introdução	
	1.1	A solução
	1.2	Equipe
	1.2.1	Divisão de Tarefas e Comunicação
	1.2.2	
2 Desenvolvimento		
	2.1	Solução Sequencial
	2.1.1	Das Estruturas de Dados
	2.1.2	Da Solução Projetada
	2.2	1.2.1 Solução com erro de toda a função
	2.2	1.2.2 Solução com o erro de cada partição
	2.1.3	Da Saída do Programa
	2.2	Solução Paralela
	2.2.1	Das Estruturas de Dados
	2.2.2	,
	2.2.3	Da Saída do Programa
3	Testes	
	3.1	Função 1
	3.1.1	
	3.1.2	• • • • • • • • • • • • • • • • • • •
	3.2	Função 2
	3.2.1	Saída Esperada e Saída Real
	3.2.2	Ganho de Desempenho
	3.3	Função 3
	3.3.1	Saída Esperada e Saída Real
	3.3.2	Ganho de Desempenho
	3.4	Função 4
	3.4.1	Saída Esperada e Saída Real
	3.4.2	
	3.5	Função 5
	3.5.1	Saída Esperada e Saída Real
,	3.5.2	Ganho de Desempenho
4	Considerações Finais	

1 Introdução

1.1 A Solução

Através da estratégia de quadratura adaptiva, utilizando o metódo de integração numérica retangular com ponto médio foi implementado um algoritmo de cujo objetivo é aproximar o valor de uma dada integral definida com os subintervalos de forma dinâmica das funções a seguir:

```
1) f(x) = 1 + x

2) f(x) = \sqrt{1 - x^2}, -1 < x < 1

3) f(x) = \sqrt{1 + x^4}

4) f(x) = sen(x^2)

5) f(x) = cos(e^{-x}) * (0.005 * x^3 + 1)
```

Foram implementadas duas versões, uma concorrente e uma sequencial, de solução para cada problema citado.

As entradas do programa sequencial são: limite superior de integração, limite inferior de integração e erro máximo.

As entradas do programa paralelo são: limite superior de integração, limite inferior de integração, erro máximo e número de threads. O número de threads poderá variar de 0 a 8 sendo criticado, no momento da compilação, os valores diferentes destes.

Na execução da função dois também há a critica, no momento da compilação, a limites de integração inferiores a -1 ou superiores a 1.

A saída do programa segue o padrão abaixo:

- FUNÇÃO NOME VERSAO – Número de threads é: <#threads>

Resultado integral de NOME é: <resultado>

Tempo de inicialização é: <inicialização> Tempo de execução é: <execução> Tempo total é: <inicialização+execução>

Onde NOME é a o nome identificador da função e VERSAO é paralela ou sequencial. A linha que sinaliza o numero de threads apenas aparece na versão paralela, obviamente.

1.2 Equipe

A equipe composta por Julia Anne e Douglas Quintanilha.

1.2.1 Divisão de Tarefas e Comunicação

A divisão de tarefas seguiu-se juntamente como fluxo de execução das atividades combinado com a disponibilidade de cada membro da equipe.

Inicialmente, marcamos reuniões em dias consecutivos para entendermos o problema e discutir a melhor estratégia de resolução.

Com a necessidade de comunicação frequente, foi utilizado aplicativos mobile para melhor controle de tarefas.

Além disso, todo o código foi versionado e pode ser visto em

1.2.2 Compreensão e Dificuldades do Problema

Na solução sequencial foi importante entender como o metódo do ponto médio funcionava e pensar em como o programa executaria por meio recursivo as diversas iterações.

Após a implementação da solução sequencial e o entendimento de como funciona o método, a dificuldade foi projetar o modelo concorrente para a solução do problema.

As partes mais críticas foram casos específicos de como distribuir o calculo a divisão do intervalo de integração pelo numero de threads para que nenhuma ficasse ociosa.

Outra parte crítica foi a modularização do programa para que o código pudesse ficar organizado e limpo facilitando o debug do mesmo. Como o problema é muito complexo foi necessário uma atenção especial a essa parte para que não houvesse o comprometimento da execução do problema.

Outro ponto a ressaltar foi um erro que podia ser facilmente cometido e poderia passar despercebido foi o calculo de erro que deveria sempre ser calculado em valor absoluto.

IMPREVISTOS ENCONTRADOS

Começamos o desenvolvimento do trabalho no dia 21 de dezembro, pensando com calma a melhor maneira de solucionar o problema e buscando fazê-lo com o mais adequado desempenho. Como pode ser visto no nosso repositório do trabalho no GitHub.

Com o trabalho já terminado e o relatório pronto, descobrimos no dia da entrega 05 de janeiro que tinhamos interpretado o problema de outra maneira. Embora as nossas soluções se propusessem a terminar o problema com o valor correto, não resolvíamos conforme desejado.

Por essa razão, no mesmo dia fizemos uma nova versão sequencial e tentamos desenvolver uma versão concorrente por dois dias consecutivos. Infelizmente, não tivemos tempo hábil para terminála e preferimos entregar a antiga versão para não sofrer maiores penalidades.

Os testes quanto ao **ganho** presentes neste relatório são comparações entre as versões sequenciais e paralelas da primeira resolução. Acreditamos não fazer sentido comparar versões sequenciais e concorrentes que resolvem o problema por métodos diferentes.

Nos restringimos a colocar neste relatório, na devida parte de testes, apenas o **tempo sequencial** gasto e sua **saída real** e saída esperada referente a nova versão, sendo estes referidos como *Tempo Sequencial por Partições* e *Saída Sequencial por Partições*, respectivamente.

Pedimos desculpa pelo interpretação errada do problema e agradecemos a compreensão.

2 Desenvolvimento

2.1 Solução Sequencial

Os argumentos da entrada são utilizados no programa respectivamente como limite inferior, limite superior e erro máximo. Caso nenhuma dessas entradas seja respeitada, o programa se encerra com erro.

2.1.1 Das Estruturas de Dados

Foi utilizada variáveis do tipo inteiro e double para os calculos das funções.

2.1.2 Da Solução Projetada

2.1.2.1 Solução com erro de toda função

A função de calculo da integral é feita em etapas:

Definição do intervalo sendo o (limite superior – limite inferior) dividido pelo numero de partições, que na primeira iteração vale 1.

Define-se o limite inferior da partição como o limite inferior da integração.

Através de um laço de 0 até o numero de partições é calculado o valor de cada partição sendo intervalo vezes função no ponto (limite inferior da partição + limite superior da partição) dividido por 2. Onde limite superior da partição é limite inferior da partição + tamanho do intervalo.

Com o resultado acima, é calculado o erro subtraindo-se do resultado da iteração anterior o resultado atual. Na primeira iteração, o resultado da iteração anterior é zero.

Caso o erro obtido acima seja maior que o erro informado na entrada do programa, não é considerado um erro aceitável e é calculado novamente todos os passos acima com o numero de partições dobrado. Caso o erro seja menor, retorna-se o valor desejado.

2.1.2.1 Solução com erro de cada partição

A função de calculo da integral é feita em etapas:

Definição do intervalo sendo o (limite superior – limite inferior). Após isso, dividi-se este intervalo em dois e calcula-se a area destes dois intervalos, sendo area da esquerda um quarto do intervalo vezes metade do intervalo e a area da direita sendo três quartos do intervalo vezes metade do intervalo.

Calcula-se o erro somando os valores das duas áreas e comparando com o resultado da iteração anterior, que seria a área do pai.

Se este erro não for aceitável, ou seja, se ele for maior que o erro máximo, recursivemente chamamos a função para cada área (esquerda e direita) calculada.

Se este erro for aceitável, retornarmos o valor das integrais somadas.

2.1.3 Da Saída do Programa

-- FUNÇÃO NOME SEQUENCIAL --

O valor da integral de <u>NOME</u> de <u>LIMITE SUPERIOR</u> até <u>LIMITE INFERIOR</u> é: <u>RESULTADO</u>

Tempo de inicialização é: TEMPO1 Tempo de execução é: TEMPO2 Tempo total é: TEMPO1+TEMPO2

Onde nome é a identificação da função, exemplo: SENO.

2.2 Solução Paralela

Os argumentos da entrada são utilizados no programa respectivamente como limite inferior, limite superior, erro máximo e número de threads. Caso nenhuma dessas entradas seja respeitada, o programa se encerra com erro. Caso o número de threads seja menor que 1 ou maior que 8, o programa se encerra com erro.

2.2.1 Das Estruturas de Dados

Foi utilizada variáveis do tipo double para os calculos das funções e controle do fluxo de execução. Também foram utilizados dois vetores principais, um que guardava o resultado parcial da integral, calculado por cada thread e o outro com o fim dos intervalos de integração, para que estes valores pudessem ser consumidos pelas threads, se baseando na estratégia Produtor / Consumidor.

2.2.2 Da Solução Projetada

A solução projetada para resolver o problema concorrente foi de dividir a carga de calcular a integral em partições, que são pedaços menores do intervalo de integração, e distribuí-las em blocos para as threads, com o objetivo de reduzir o erro numérico.

Como o método da quadratura adaptativa deveria ser utilizado, foi necessário ter várias iterações para o cálculo da integral, sempre verificando se o erro desejado havia sido obtido. Com isto em mente, adotamos a estratégia de utilizar uma barreira ao final de cada iteração, para que todas as

threads esperassem as outras finalizarem seus respectivos pedaços do cálculo da integral. Dentro da barreira também aproveitávamos para atualizar os valores do erro, número de partições para a próxima iteração e atualizar o valor final da integral com o valor obtido na iteração atual.

Para a divisão do trabalho em blocos, utilizamos como inspiração a estratégia Produtor / Consumidor, em que a cada iteração dividimos o intervalo de integração em partições menores, e estas partições são agrupadas em pequenos blocos, que são identificados pelo número da última partição de seu bloco. Estes blocos são salvos em vetor de partições que serve como um buffer. Este buffer é consumido quando as threads iniciam seu cálculo de integral, removendo um bloco do buffer, calculando as partições iniciais e finais e realizando o cálculo da integral nestas pequenas partições.

Como exemplo desta divisão, vamos supor que rodemos o programa utilizando 5 threads e em determinada iteração, dividimos o intervalo de integração em 128 partições. Como queremos obter o balanceamento de carga, dividimos as partições entre nossas 5 threads, arredondando pra baixo. Obtemos 25 partições por thread nessa iteração, como cada bloco é identificado pela sua última partição, preenchemos o vetor de partições da seguinte maneira: [24][49][74][99][127]. Vale atentar para o último elemento do vetor, que é identificado pela partição 127, se tornando assim o maior bloco, já que temos uma divisão com resto e o nosso ultimo bloco incorpora as partições restantes.

2.2.3 Da Saída do Programa

-- FUNÇÃO <u>NOME</u> PARALELA --Número de threads é: <u>#THREADS</u>

Resultado da integral de NOME é: RESULTADO

Tempo de inicialização é: TEMPO1 Tempo de execução é: TEMPO2 Tempo total é: TEMPO1+TEMPO2

Onde nome é a identificação da função, exemplo: SENO.

3 Testes

Foi desenvolvido um script que calcula o ganho de desempenho e pode ser visto nos arquivos de código fonte.

3.1 Função 1

A função f (x) = 1 + x, apelidada como função linear, pode ser vista na solução sequencial em linearSequencial.c e na solução concorrente em linearParalela.c.

3.1.1 Saída Esperada e Saída Real

Caso 1

Limite de integração: [0, 10]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 60

Situação: APROVADO Saída Sequencial: 60.000000

Saída Sequencial por Partições**: 60.00000000 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 60.000000

Caso 2

Limite de integração: [50, 130]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 7280

Situação: APROVADO

Saída Sequencial: 7280.000000

Saída Sequencial por Partições**: 7280.00000000 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 7280.000000

Caso 3

Limite de integração: [-30, 70]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 2100

Situação: APROVADO

Saída Sequencial: 2100.000000

Saída Sequencial por Partições**: 2100.00000000 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 2100.000000

3.1.2 Ganho de Desempenho

Caso 1

Limite de integração: [0, 10]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.00001216

Tempo Sequencial por Partições**: 0.00003099

Ganho Real para 1 thread: 0.04860998737823230525 Ganho Real para 2 thread: 0.04549271048011602167 Ganho Real para 3 thread: 0.04381391618207339081 Ganho Real para 4 thread: 0.01891151067974554795 Ganho Real para 5 thread: 0.01891151067974554795 Ganho Real para 6 thread: 0.01870846198126537233 Ganho Real para 7 thread: 0.02870030016533170676 Ganho Real para 8 thread: 0.02006402006402006402

Caso 2

Limite de integração: [50, 130]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.00001979

Tempo Sequencial por Partições**: 0.00000882

Ganho Real para 1 thread: 0.03706816844582667899 Ganho Real para 2 thread: 0.02835027510957754359 Ganho Real para 3 thread: 0.03481732709397673120 Ganho Real para 4 thread: 0.03974801869538711643 Ganho Real para 5 thread: 0.02476987033554389785 Ganho Real para 6 thread: 0.02232962421790116518 Ganho Real para 7 thread: 0.02812435477686340441 Ganho Real para 8 thread: 0.03062945937998173685

Conclusão: Como a função é linear e seu erro por ser simetrico será compensado, é necessário apenas 1 iteração, tornando quanto maior o numero de threads menor o ganho pois se torna muito custoso a criação e manutenção das mesmas.

3.2 Função 2

A função f (x) = $\sqrt{1 - x^2}$, -1 < x < 1, apelidada como função parabola, pode ser vista na solução sequencial em parabolaSequencial.c e na solução concorrente em parabolaParalela.c.

3.2.1 Saída Esperada e Saída Real

Caso 1

Limite de integração: [-1, 1]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 1.5708

Situação: APROVADO Saída Sequencial: 1.570802

Saída Sequencial por Partições**: 1.57088585 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 1.570802

Caso 2

Limite de integração: [0, 1]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 0.78540

Situação: APROVADO Saída Sequencial: 0.785401

Saída Sequencial por Partições**: 0.78544292 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 0.785401

3.2.2 Ganho de Desempenho

Caso 1

Limite de integração: [-1, 1]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.00009584

Tempo Sequencial por Partições**: 0.00006318 Ganho Real para 1 thread: 0.15556673754605807781 Ganho Real para 2 thread: 0.08757790083520660854 Ganho Real para 3 thread: 0.05824935433230364105 Ganho Real para 4 thread: 0.06937812561806006837 Ganho Real para 5 thread: 0.12216504875359436144 Ganho Real para 6 thread: 0.03827456864216054013 Ganho Real para 7 thread: 0.08415063082962198240 Ganho Real para 8 thread: 0.06280181772878822035

Caso 2

Limite de integração: [0, 1]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.00004005

Tempo Seguencial por Partições**: 0.00003791

Ganho Real para 1 thread: 0.09887179993581356308 Ganho Real para 2 thread: 0.07884721383763353368 Ganho Real para 3 thread: 0.05461520280711961165 Ganho Real para 4 thread: 0.03746036321706543672 Ganho Real para 5 thread: 0.06162209236992920552 Ganho Real para 6 thread: 0.03071334763020963210 Ganho Real para 7 thread: 0.03919428725410940447 Ganho Real para 8 thread: 0.02432368968672318442

3.3 Função 3

A função f (x) = $\sqrt{1 + x^4}$, apelidada como função exponencial, pode ser vista na solução sequencial em exponencialSequencial.c e na solução concorrente em exponencialParalela.c.

3.3.1 Saída Esperada e Saída Real

Caso 1

Limite de integração: [0, 20]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 2667.88

Situação: APROVADO

Saída Sequencial: 2667.87771398

Saída Sequencial por Partições**: 2667.87707642 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 2667.87771398

Caso 2

Limite de integração: [-50, 50]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 83335.8

Situação: APROVADO

Saída Seguencial: 83335.78543169

Saída Sequencial por Partições**: 83335.78049421 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 83335.78543169

Caso 3

Limite de integração: [30, 100]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 324333

Situação: APROVADO

Saída Seguencial: 324333.34499833

Saída Sequencial por Partições**: 324333.34329630 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 324333.34499833

3.3.2 Ganho de Desempenho

Caso 1

Limite de integração: [0, 20]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.00481009

Tempo Sequencial por Partições**: 0.00111103

Ganho Real para 1 thread: 0.97723352599981715307 Ganho Real para 2 thread: 1.04059553503169957605 Ganho Real para 3 thread: 1.04034968408233628822 Ganho Real para 4 thread: 1.32995042658666836875 Ganho Real para 5 thread: 1.01563073695253081563 Ganho Real para 6 thread: 0.98728392456305277900 Ganho Real para 7 thread: 1.14780063452169719067 Ganho Real para 8 thread: 1.22357881364903489890

Caso 2

Limite de integração: [-50, 50]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.04423904

Tempo Sequencial por Partições**: 0.00472903 Ganho Real para 1 thread: .79330798079906413716 Ganho Real para 2 thread: 1.39837061385623452093 Ganho Real para 3 thread: 2.13515797035640444977 Ganho Real para 4 thread: 2.25279632552918718288 Ganho Real para 5 thread: 1.89073759236251879945 Ganho Real para 6 thread: 1.55709567358897490932 Ganho Real para 7 thread: 1.63241565127865479260 Ganho Real para 8 thread: 1.62857759214142721565

Conclusão: Quanto maior o valor da entrada consequentemente haverão mais partes a serem calculadas, então quanto mais thread estão em execução, melhor é o desempenho. Mas há o limite de 4 processadores na maquina usada e por isso a melhor opção são 4 threads.

3.4 Função 4

A função f (x) = $sen(x^2)$, apelidada como função seno, pode ser vista na solução sequencial em senoSequencial.c e na solução concorrente em senoParalela.c.

3.4.1 Saída Esperada e Saída Real

Caso 1

Limite de integração: [0, 10]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 0.583671

Situação: APROVADO

Saída Seguencial: 0.58366983

Saída Sequencial por Partições**: 0.58365890 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 0.58366983

Caso 2

Limite de integração: [-30, 0]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 0.625544

Situação: APROVADO

Saída Sequencial: 0.62554149

Saída Sequencial por Partições**: 0.62550130 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 0.62554149

Caso 3

Limite de integração: [-50, 100]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 1.25048

Situação: APROVADO

Saída Seguencial: 1.25047960

Saída Sequencial por Partições**: 1.25053121 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 1.25047960

3.4.2 Ganho de Desempenho

Caso 1

Limite de integração: [0, 10]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.00086093

Tempo Sequencial por Partições**: 0.00104403

Ganho Real para 1 thread: 0.65416733152491888729 Ganho Real para 2 thread: 1.07090738593171716947 Ganho Real para 3 thread: 0.60506471405598663564 Ganho Real para 4 thread: 1.10775096909756185921 Ganho Real para 5 thread: 0.64840442338072669826 Ganho Real para 6 thread: 0.46352353379509167979 Ganho Real para 7 thread: 0.42051500433931853832 Ganho Real para 8 thread: 0.46307249329535768487

Caso 3

Limite de integração: [-50, 100]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.04709697

Tempo Sequencial por Partições**: 0.01944709 Ganho Real para 1 thread: 1.10507493399628374432 Ganho Real para 2 thread: 1.21785849337576591138 Ganho Real para 3 thread: 1.34835852977289461411 Ganho Real para 4 thread: 2.77469337710776982727 Ganho Real para 5 thread: 2.06751266735045442019 Ganho Real para 6 thread: 1.59765718611658419440 Ganho Real para 7 thread: 1.41858223973243388792

Ganho Real para 8 thread: 1.70434457015075437491

3.5 Função 5

A função f (x) = $\cos(e^{-x})$ * (0.005 * x^3 + 1), apelidada como função elefante, pode ser vista na solução sequencial em elefanteSequencial.c e na solução concorrente em elefanteParalela.c.

3.5.1 Saída Esperada e Saída Real

Caso 1

Limite de integração: [0, 20]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 219.759

Situação: APROVADO

Saída Sequencial: 219.75925433

Saída Sequencial por Partições**: 219.75889635 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 219.75923511

Caso 2

Limite de integração: [10, 100]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 125077

Situação: APROVADO

Saída Seguencial: 125077.49999708

Saída Sequencial por Partições**: 125077.49687971 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 125077.49998833

Caso 3

Limite de integração: [-10, 40]

Erro: 0.00001

Saída Esperada (de acordo com o Wolfram): 3239.42

Situação: APROVADO

Saída Seguencial: 3239.42245489

Saída Sequencial por Partições**: 3239.48072597 Saída Paralela para de 1 até 8 threads: 3239.42245938

3.5.2 Ganho de Desempenho

Caso 2

Limite de integração: [10, 100]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.03894901

Tempo Sequencial por Partições**: 0.00737309

Ganho Real para 1 thread: 0.92737725332209499727 Ganho Real para 2 thread: 1.27982814985665394204 Ganho Real para 3 thread: 1.77156115926801505997 Ganho Real para 4 thread: 1.62543339530148845463

Ganho Real para 5 thread: 1.59226783726969209842 Ganho Real para 6 thread: 1.70850844609533917042 Ganho Real para 7 thread: 1.76829728771209750050 Ganho Real para 8 thread: 1.89147951890771425339

Caso 2

Limite de integração: [-10, 40]

Erro: 0.00001

Tempo Sequencial: 0.65455103

Tempo Sequencial por Partições**: 0.04113102

Ganho Real para 1 thread: 0.92126304845554514822 Ganho Real para 2 thread: 1.24641002549244750740 Ganho Real para 3 thread: 1.71045404196595274444 Ganho Real para 4 thread: 2.07416488898905156785

Ganho Real para 5 thread: 1.86071912596469920223 Ganho Real para 6 thread: 2.01478774076465175861 Ganho Real para 7 thread: 2.04377787043300127377 Ganho Real para 8 thread: 2.12424916262638742193

Conclusão: Quanto maior o numero de threads, melhor é o desempenho do programa, visto que temos uma função complexa.

4 Considerações Finais

O projeto foi desenvolvido parte a parte sempre pensando na melhor forma de execução e melhor desempenho do software.

O código está completamente comentado sendo de fácil entendimento. Além disso, há uma variante de debug para a versão concorrente, que mostra a execução dos programas passo a passo,

imprimindo os valores dos vetores de partição e de integral, o cálculo que cada thread realiza em cada partiçao , quando cada thread é criada e quando se trava, ficando bem mais fácil acompanhar e entender o fluxo do programa.