

$$\begin{aligned}
 1. \quad a) \quad & \left( \frac{n^2 + 1}{n^2 + 2n} \right)^n, \text{ przekształcić tak } \left( \frac{n^2 + 2n - 2n + 1}{n^2 + 2n} \right)^n = \\
 & = \left( 1 + \frac{-2n+1}{n^2+2n} \right)^n = \\
 & = \left[ \underbrace{\left( 1 + \frac{-2n+1}{n^2+2n} \right)}_{a_n \rightarrow 0, \text{ w } \text{trzeba sprawdzić}}^{\frac{n^2+2n}{-2n+1}} \right]^{\underbrace{\frac{-2n+1}{n^2+2n} \cdot n}_{b_n}} \rightarrow e^{-2}
 \end{aligned}$$

Liniowy  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \dots = -2$

Podobnie proszę rozwiązać:

b)  $\left( \frac{n^2 + 3n}{n^2 + 3} \right)^{2n}$

c)  $\left( \frac{n+3}{n+1} \right)^{n^2}$

d)  $\left( \frac{2n^2 + 3}{2n^2 + 7} \right)^n$

e)  $\left( \frac{n^2 + 3n}{n^2 + 2n + 2} \right)^n$

f)  $\left( \frac{n}{n^2+1} \right)^n \cdot \left( \frac{n^2+2}{n+1} \right)^n$

2. Zadawa z trzech ciągów. M.in. trzeba użyć faktu, że  $\sqrt[n]{n} \rightarrow 1$  i ale nie wszędzie

a)  $\sqrt[n]{\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n}$

b)  $\sqrt[n]{5^n + 3^{2n}}$

c)  $\sqrt[n]{n^2 + n + 1}$

d)  $\sqrt[n]{n^{100} + 2^n}$

e)  $\sqrt[2n]{n^4 + \sqrt{n^8 + 1}}$

f)  $\frac{\sin n}{n(2 + \cos n)}$

3. Inne ciągi

a)  $\frac{1+2+\dots+n}{2n^2+3}$

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^n \cdot \frac{1+3+3^2+\dots+3^n}{1+2+2^2+\dots+2^n}$

c)  $\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \dots + \left(-\frac{1}{3}\right)^n}$

d)  $\frac{1+4+7+\dots+(3n-2)}{n^2}$

4. a)  $\frac{\sqrt{n^2+5} - n}{\sqrt{n^2+2} - n}$

b)  $\left(\sqrt[3]{1 - \frac{1}{n}} - 1\right) \cdot n$

c)  $\sqrt{n^4 - 3n} \left(\sqrt[3]{1 - n^3} + n\right)$